$$\frac{d^2\hat{v}}{dy^2} + \left(\omega^2 - c^2k^2 - c^2\beta\frac{k}{\omega} - c\beta y^2\right)\hat{v} = 0.$$