

1.

- (1) プランク関数は黒体放射の放射強度を表し，温度 T と振動数 ν の関数である．
SI 系での単位は $\text{J}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{sr}^{-1}\cdot\text{Hz}^{-1}$ である．

c : 真空中の光速 $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

h : プランク定数 $\text{J}\cdot\text{s}$

k : ボルツマン定数 $\text{J}\cdot\text{K}^{-1}$

- (2) 解離エネルギーを ε とすると $h\nu \geq \varepsilon$ が光解離に必要な電磁波の振動数に対する条件． λ を波長とすると $\nu = c/\lambda$ だから $\lambda \leq hc/\varepsilon$ ．eV を J に換算して

$$\lambda \leq \frac{6.626 \times 10^{-34} \cdot 2.998 \times 10^8}{13.60 \cdot 1.602 \times 10^{-19}} = 9.12 \times 10^{-8} \text{m} .$$

- (3) 求める平衡温度を T ，現在の平衡温度 T_0 とする．太陽放射との釣合を考えると地球が宇宙空間へ放つ放射が 45 億年前には現在値の 70% でなくてはならない．よって $\sigma T^4 = 0.7\sigma T_0^4$ ．これを T について解くと $T = 0.7^{1/4} T_0$ ． $T_0 = 256 \text{K}$ を代入して $T = 234 \text{K}$ ．

- (4) スケールハイトは大気の厚さを表す尺度であり，大気平均分子質量 m ，温度 T ，重力加速度 g を用いて $H = kT/mg$ と表される．等温の平行平板大気においては気圧が $1/e$ に減衰する高度を表す．大気分子の熱運動のエネルギーが重力による位置エネルギーに等しくなる高度差と解釈することができる．

地球大気の地表面における局所スケールハイトは分子一個あたりの質量であることに注意して

$$\frac{kT}{mg} = \frac{1.381 \times 10^{-23} \cdot 288.15}{(29.0 \times 10^{-3}/6.022 \times 10^{23}) \cdot 9.80} = 8.4 \times 10^3 \text{m} .$$

km 単位で表すと 8.4 km ．

2.

- (1) クラウジウス・クラペイロンの式．
(2) 凝縮相の 1 モル当たりの体積が気相のそれにくらべ無視でき，また気相が理想気体とする．すると $\Delta v = RT/P$ ．これを代入して

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\Delta hP}{RT^2} .$$

(3) 気化熱一定として蒸気圧方程式を積分すると

$$P(T) = P(T_0) \exp \left[\frac{\Delta h}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right].$$

を得る．与えられた気化熱を H_2O 1 mol あたりの値に換算すると $2260 \times 18 = 40680 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}$ ．したがって 0°C (273.15 K) における H_2O の蒸気圧は

$$P(273.15\text{K}) = P(373.15\text{K}) \exp \left[\frac{40680}{8.314} \left(\frac{1}{373.15} - \frac{1}{273.15} \right) \right] = P(373.15) e^{-4.800}$$

これを計算して $8.227 \times 10^{-3} \text{ atm}$ を得る． $P(373.15) = 1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ なので， 0°C における蒸気圧の推定値は $8.3 \times 10^2 \text{ Pa}$ ．

(4) 仮に火星表面が 0°C に達したとして，大気中の H_2O 分圧が 0°C における蒸気圧 P_0 を上回っている必要がある．さもなければ H_2O はすべて蒸発してしまい液体としては存在できない．地表気圧は (大気質量 $\times g$) / 惑星表面積で与えられるから，最低限必要な H_2O 質量を M とおくと

$$Mg / (4\pi R_{\text{mars}}^2) = P_0$$

が成り立つ．ここで R_{mars} は火星の半径．これを M について解き， $P_0 = 8.33\text{Pa}$ およびその他与えられた数値を代入すると $M = 4\pi R_{\text{mars}}^2 P_0 / g = 3.3 \times 10^{16} \text{ kg}$ ．

3.

(1) 地表面温度を T とするとエネルギー平衡の式は

$$\sigma T^4 = F.$$

ここで σ はステファンボルツマン定数である．これを解くと

$$T = (F/\sigma)^{1/4}.$$

(2) 地表面は温度 T_1 の気層が放つ黒体放射を吸収するので地表面のエネルギー平衡の式は

$$\sigma T_0^4 = \sigma T_1^4 + F$$

と書ける．

(3) 気層は地表面の放つ温度 T_0 の黒体放射を吸収する一方，自身は地表面 (下向き) および宇宙空間 (上向き) へ温度 T_1 の黒体放射を放出する．したがって気層のエネルギー平衡の式は

$$\sigma T_0^4 = 2\sigma T_1^4.$$

(4) (2)(3) で導いた式から T_1 を消去して T_0 について解くと

$$T_0 = (2F/\sigma)^{1/4}$$

ゆえに $2^{1/4}$ 倍 .

(5) 一般的な説明のうち「熱が蓄積する」という部分は誤解を招きやすい表現である . 地表でも大気でもエネルギー平衡が成立しており , 熱が一方的に蓄積してゆくことはないからである . 適切な説明例の一つは「地球が太陽から受け取る放射エネルギーと地球が宇宙空間へ放つ放射エネルギーはつりあっている . CO_2 の増加によって大気が赤外線 (地球放射) に対してより不透明になると , 地表がより高い温度になることによってエネルギー平衡が保たれるようになる」である .

試験結果

総解答数 33 名

問題番号	正解者数 (%)	部分点	主な誤答	
問題 1.	(1) 説明	4 (12)	10	説明不足
	(1) c	22 (67)	9	単位の間違い
	(1) h	7 (21)	23	単位の間違い
	(1) k	9 (27)	16	単位の間違い
	(2)	1 (3)	1	単位換算ミス
	(3)	15 (45)	8	エネルギー平衡の誤解
	(4) 説明	14 (42)	15	説明不足
	(4) 計算	7 (21)	7	単位換算ミス
問題 2.	(1)	9 (27)	0	—
	(2)	17 (52)	2	仮定の誤解
	(3)	3 (9)	13	数値求められず
	(4)	0 (0)	1	大気圧と大気質量の関係誤解
問題 3.	(1)	21 (64)	2	エネルギー平衡の誤解
	(2)	19 (58)	1	エネルギー平衡の誤解
	(3)	12 (36)	0	エネルギー平衡の誤解
	(4)	7 (21)	2	T_2 消去せず
	(5)	4 (12)	6	題意未反映
平均	10.1 (30.6)	6.82 (20.7)		