

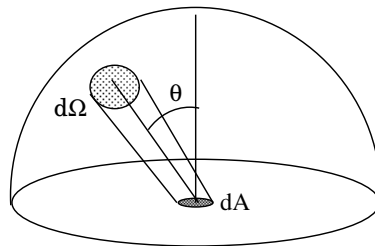
5. 熱輸送過程としての放射

5-3 放射伝達の方程式

放射強度 面積 dA を立体角要素 $d\Omega$ の方向に時間 dt に通過する振動数 $\nu \sim \nu + d\nu$ の電磁波のエネルギーを

$$I_\nu \cos \theta dA d\Omega dt d\nu \quad (5.10)$$

と表す。ここで θ は dA の法線方向と立体角要素のなす角。単位は $\text{J m}^{-2} \text{sr}^{-1} \text{s}^{-1} \text{Hz}^{-1} = \text{J m}^{-2} \text{sr}^{-1}$ 。 I_ν を放射強度 (radiation intensity) という。



dA を通過する全放射エネルギーフラックスは

$$F = \int \int I_\nu \cos \theta d\Omega d\nu = \int F_\nu d\nu \quad (5.11)$$

ここで $F_\nu = \int I \cos \theta d\Omega$ は単位振動数当たりの放射エネルギーフラックス。

エネルギー密度との関係 単位振動数，単位体積あたりに立体角 $d\Omega$ の方向に進んでいる電磁波のエネルギー密度を u_ν とする。このとき断面積 dA ，長さ cdt の円筒内部のエネルギーは

$$u_\nu dA c dt. \quad (5.12)$$

この光は dt の間に dA を通過するから

$$I_\nu dt dA = u_\nu dA c dt. \quad (5.13)$$

よって

$$I_\nu = u_\nu c \quad (5.14)$$

黒体放射の場合， u_ν の全立体角積分はプランクの輻射式に等しい。このとき放射は等方的なので $\int I_\nu d\Omega = 4\pi I_\nu$ 従って

$$I_\nu = \frac{c}{4\pi} U(\nu, T) \quad (5.15)$$

この時の I_ν を以後 $B_\nu(T)$ と記す

$$B_\nu(T) = \frac{2}{c^2} \frac{h\nu^3}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1}. \quad (5.16)$$

これを**プランク関数**という.

放射伝達 物質中を伝播する電磁波は吸収によって減衰したり, 放出によって強くなったりする.

密度 ρ の物質中を微小距離 ds 通過したときの放射強度の変化を dI_ν とすると

$$dI_\nu = -\kappa_\nu \rho I_\nu ds + \rho j_\nu ds \quad (5.17)$$

κ_ν を質量吸収係数, j_ν を放出係数と呼ぶ. 共に ν の関数. これを放射伝達方程式と言う (ここでは簡単のため散乱を無視).

キルヒホッフの法則 局所熱平衡が成立している時には

$$j_\nu = \kappa_\nu B_\nu(T) \quad (5.18)$$

が成立. つまり電磁波を吸収しやすい物質は, 同時に光を放出しやすい.

導出: 物質系が一様温度 T の熱平衡状態にあるとする. このとき放射強度は至るところでプランク関数に等しい. そのため任意の光路について

$$dI_\nu = -\kappa_\nu \rho I_\nu ds + \rho j_\nu ds = 0 \quad (5.19)$$

さらに $I_\nu = B_\nu(T)$ を用いてキルヒホッフの法則 (5.18) を得る.

局所熱平衡の仮定は考えている放射場の等価温度と物質の温度が近く, 十分高い頻度で分子間, 分子-光子間衝突が生じているときに良い近似. 地球では高度約 100km 以下, 赤外放射の波長域において成立っている.

6. 放射平衡

6-1 エネルギー平衡

部分系のエネルギー変化 エネルギー流入量と流出量の差が部分系 (体積 V , 表面積 A) のエネルギー変化.

$$\frac{d}{dt} \int_V e dV = - \int_A \mathbf{F} \cdot d\mathbf{A} \quad (6.1)$$

e は単位体積当たりのエネルギー, \mathbf{F} はエネルギーフラックス.

$\mathbf{F} \cdot d\mathbf{A} > 0$ のとき流出, $\mathbf{F} \cdot d\mathbf{A} < 0$ のとき流入.

エネルギー平衡の状態 流入量と流出量が一致した定常状態

c.f. 地球の大気と海洋は大局的にはエネルギー平衡の状態にある.

放射平衡 エネルギー輸送のメカニズムが放射過程のみの場合に実現されるエネルギー平衡. 大気の温度構造を支配.

$$F = \int_{\text{単位半球}} d\Omega \int dv \cos \theta I_{\nu}(\theta, \phi)$$