

## II 物理

以下の3問において、問題 II—3 は必答し、問題 II-1 と問題 II-2 のうち任意の1問を選び解答せよ。

### 問題 II-1 (選択)

月にロケットを軟着陸させるために必要な燃料量の最小値を以下の手順で求めよう。

問1 速度  $v$  で自由運動している質量  $m$  のロケットが、運動方向に一定の相対速度  $u$  で微小質量  $dm$  を放出したとする。放出前後の運動量はそれぞれいくらか？略図を付して示せ。

問2  $dm$  が微小時間  $dt$  の間に放出されたとして運動方程式を導け。

問3 初速度を  $v_0$ 、ロケット全体の初期質量を  $m_0$  とする。ロケットが最終的に静止するまでに減少する質量はいくらか？

月面に充分近づいた後、ロケットに対して一定の相対速度  $u$  で逆噴射を行ない減速する。

問4 月の重力加速度を一定値  $g$  とするとき、ロケットの運動方程式を書け。

問5 逆噴射開始時のロケットの質量を  $m_0$ 、速度を  $v_0$ 、時刻を  $t = 0$  とするとき、時刻  $t$  におけるロケットの質量を求めよ。

問6 月面に軟着陸する（月面上でちょうど速度 0 になるとする）までの逆噴射継続時間  $\tau$  とするとき、用いた燃料の質量はいくらか？

## 問題 II-2 (選択)

以下の問に答えよ。

問 1 熱力学第 1 法則を書け。

問 2 温度を  $T$ , エントロピー  $S$ , 内部エネルギーを  $E$  とするとき, ヘルムホルツの自由エネルギー  $F$  は

$$F = E - TS \quad (1)$$

で定義される。圧力  $P$  およびエントロピー  $S$  を  $F$  の偏微分で表せ。偏微分の際に一定に保った物理量を明示すること。

体積  $V$ , 温度  $T$ , 分子数  $N$  のとき, ヘルムホルツの自由エネルギーが

$$F = -NkT \ln \frac{eV}{N} + Nf(T) \quad (2)$$

で与えられるような物質を考える。ここで  $f(T)$  は温度  $T$  のある関数である。また  $k$  は定数,  $e$  は自然対数の底である。

問 3 問 2 の結果を用いてこの物質の圧力  $P$  およびエントロピー  $S$  を求めよ。

問 4 分子数一定のとき, 内部エネルギー  $E$  は温度  $T$  のみに依存することを示せ。

問 5 内部エネルギー  $E$  が温度  $T$  のみに依存するような物質の物理モデルの名称を一つあげよ。またそのモデルにおいて  $E$  が  $T$  のみに依存する物理的理由を考察せよ。

問題 II-3 (必答)

分子間力が働くことを簡単な古典力学的モデルを作って考察する。以下の各問に答えよ。

まずはじめに、単体分子の簡単なモデルを作る(図1参照)。分子は、半径  $a$  の正電荷球とその中を運動する電子(質量  $m$ , 電荷  $-e$ ) からなるものとする。正電荷の全電荷量は  $e > 0$  に等しく、かつ球内で一様に分布しているとせよ。

問1 分子の中心からの距離  $x_1$  における静電ポテンシャル  $\phi_1$  を求めよ。 $x_1 < a$  および  $x_1 > a$  のそれぞれの場合にわけて考察せよ。

問2 分子内において電子は単振動することを示し、その角振動数  $\omega$  を求めよ。

次に、このような分子が二つ距離  $R (\gg a)$  隔てて存在するとし、お互いに働く影響をしらべる(図2参照)。簡単のため電子の運動は分子の中心を結ぶ直線上(これを  $x$  軸とする)に拘束されているものとし、 $x$  軸方向の一次元的運動のみを考察する。

問3 一つ目の分子における電子の変位を  $x_1$ 、二つ目の分子における電子の変位を  $x_2$  とし、二分子間の静電相互作用ポテンシャル  $\phi_{12}$  を  $e, R, x_1, x_2$  を用いて表せ。ここで、 $\phi_{12}$  は両正電荷球間、両電子間、および電子と正電荷球の間(2項あり)の静電ポテンシャルの和で与えられる。

問4  $R \gg x_1, x_2$  のときの  $\phi_{12}$  の近似式を求めよ。もっとも大きい項のみをとるだけでよい。この相互作用は引力か斥力か? その理由も述べよ。

問5  $\phi_{12}$  を考慮し、系の全エネルギー  $E$  を書け。ただし、それぞれの電子の運動エネルギーを  $p_1^2/2m, p_2^2/2m$  とする。

問6 位置座標を

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{\sqrt{2}}, \quad x_a = \frac{x_1 - x_2}{\sqrt{2}}$$

運動量を

$$p_s = \frac{p_1 + p_2}{\sqrt{2}}, \quad p_a = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{2}}$$

と変換するとき、 $E$  はどう表されるか?

問7 それぞれの振動子の固有角振動数を求めよ。

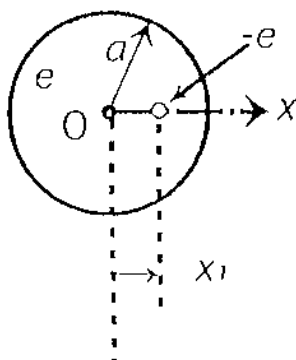


図1

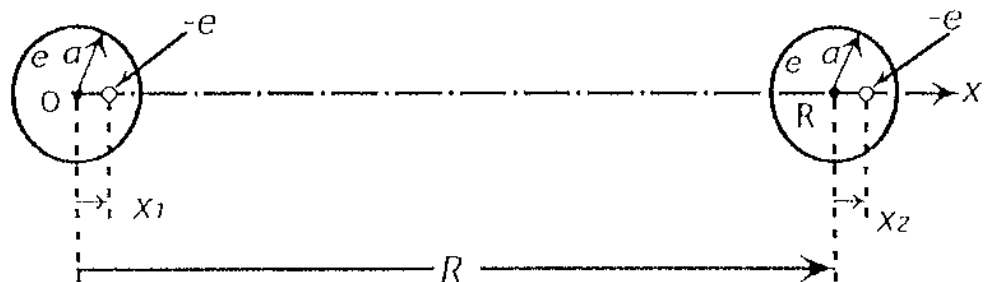


図2