IV 地球物理

以下の２問（IV-1, IV-2）のうち、任意の１問を選んで，問題に対応する解答用紙に解答しなさい.

IV－１　　**この問題には指定の解答用紙を使用しなさい.**

次の各設問に答えなさい.

地球上の物体は，万有引力の法則に従い，地球を構成する全物質から引力を受ける．ところが，地球は自転しているので，地球上の物体には同時に遠心力が働く．この２つを合成した力が，地球の重力である．地球上において，自由に落下する物体は，加速度を生じる．重力による加速度のことを，略して「重力」と称している．地球上のある地点での絶対重力の値，g，を知るには、原理的に、物体の自由運動を利用すればよい.

その１つは、物体の自由落下運動であるが，高精度の測定は歴史的にむずかしかった．そのために，単振り子の運動を利用してきた．細い長さ，L，の糸の一端に質量，m，のおもりをつるし、他端を固定し、この点の回りに円運動するように作ったものを単振り子という．　振り子の振幅が小さい場合には、この振り子の周期は，

$$T = 2\pi\sqrt{L/g}$$

であるから，振り子の長さと周期を正確に計れば重力値，g，が求まることになる.

問１　gを L と T の関数として示しなさい.

問２　長さおよび周期の測定誤差，dL，dT が，gの決定誤差にどのように寄与するかを示す誤差方程式（dg の表現式）を示しなさい.

問３　gを 10^{-6}の精度で求めるには，L，T をどの程度の精度で測定しなければならないかを述べなさい.

問４　振り子の周期の高精度に測定するにはどんな方法があるかを述べなさい.

問５　単振り子を利用した重力測定方法の問題点を上げなさい.

そこで，高精度絶対重力値の決定方法として，物体の自由落下運動に戻って検討してみよう．高さ hを時間 tで自由落下する物体を考える．t=0 の物体の位置を h_0、初速度が v

であるとき、hとtの関係は,

$$h = h_0 - ut - gt^2/2 \qquad (1)$$

となる.

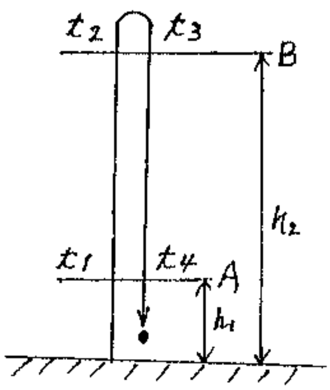
問６　（１）式より，重力gを求めるために，どのような観測を行えば良いか，その方法を述べなさい.

問７　前問の解答方法による観測量から，g，を求める式を示しなさい.

自由落下による重力測定の問題点は、空気の抵抗が加速度を見かけ上減少させることにある．10^{-8}（10μgal）の精度で重力値を求める時、実験は，大気圧の10^{-8}以下の真空度の条件で行わなければならない．装置が大きければ容易なことではない.

そこで、考案されたのが物体の投げ上げ方式である．物体が投げ上げられるときには、空気の抵抗は重力を見かけ上増大させる方向に働き、落下するときはその逆である．そのため、物体が鉛直に上昇した後落下して同じ点に戻ってくるまでの時間は抵抗に関係しない．投げ上げ方式による重力測定の原理は，右図に示すように，鉛直線上の２点Ａ，Ｂの高さをそれぞれh_1、h_2、($h_1 < h_2$) とする.

投げ上げるとき、Ａ，Ｂを通過する時刻を、t_1、t_2、落下するときはＢ，Ａの順序に時刻t_3、t_4、で通過する.



問８　この時，　$t_4 - t_1 = T_1$　，$t_3 - t_2 = T_2$　，$h_2 - h_1 = H$　とおき（１）式から，gを求める式を示しなさい.

ここで，T_1は、Ａを通過してＡに戻るまでの時間、T_2はＢからＢに戻るまでの時間であって、これらに空気の抵抗による影響は含まれない．そこでなんらかの方法でこの時間を測れば，あらかじめ測定しておいたHの長さとともに問８の答えの式でgが決まるわけである．この方式で，1968 年，±10μgal の精度で絶対重力の決定に成功したのは，パリ市郊外にある国際度量衡局の佐久間晃彦氏である．よって，この方法（正確な時刻決定の巧妙なシステムを含めて）は『佐久間の絶対重力測定法』と呼ばれている.

この問題には指定の解答用紙を使用しなさい．

IV-2

地表付近には気相，液相，固相の水物質が豊富に存在するので，地球は水惑星とよばれている．地球大気下層の対流圏は，水蒸気に富み雲ができ降水現象が起きている．このような水蒸気に富む大気の安定度を考える場合には，乾燥空気が断熱的に上昇するときに定義される温位θとともに，飽和している空気塊が断熱的に上昇するときに定義される相当温位θ_eを用いる．（a）から（j）に適当な式または語句を，（k）に文章を入れ，温位と相当温位に関する以下の文章を完成しなさい．

地球大気（対流圏）について，熱力学の第一法則から導かれる関係式（（1）式）を用いて，

$$\Delta Q = C_p \Delta T - \alpha \Delta p \qquad (1)$$

静水圧平衡の式，$\Delta p = -g\rho\Delta z$ が成り立っているとすると，次式が得られる．

$$\Delta Q = \boxed{\quad (a) \quad} \qquad (2)$$

ここで，p：気圧，g：重力加速度，ρ：密度，z：高度，Q：空気塊のもつ熱量，

C_p：定圧比熱，T：気温，α：比容（密度の逆数），である．

空気塊が断熱変化をするときには，乾燥空気の断熱減率Γ_dは（2）式から次のように与えられる．

$$\Gamma_d = \boxed{\quad (b) \quad} \qquad (3)$$

（2）式において断熱変化を考えると

$$\boxed{\quad (c) \quad} \qquad (4)$$

すなわち断熱変化をしている空気塊では，乾燥静的エネルギー（h_d）とよばれる量

$$h_d = \boxed{\quad (d) \quad} \qquad (5)$$

が保存されることを示す．

すなわち，次のように定義された温位θは断熱変化をしている空気塊では保存される．

$$\theta = T\left(\frac{p_0}{p}\right)^{R_d/C_p} \qquad (6)$$

ここで，p_0：標準気圧（多くは1,000hPaを用いる），R_d：空気の気体定数，である．

このことは以下のように説明される．

はじめの温度と圧力（T と p）が微少量ΔTとΔpだけ違ったため温位が$\Delta\theta$だけ変化したとすればθの定義式（6）から次式が得られる．

$$\theta\left(1+\frac{\Delta\theta}{\theta}\right) = T\left(1+\frac{\Delta T}{T}\right)\left(\frac{p_0}{p}\right)^{R_d/C_p}\left(1+\frac{\Delta p}{p}\right)^{-R_d/C_p} \qquad (7)$$

一般にある実数xとrについてxが1より十分小さいときには以下のように近似できる．

$$(1+x)^r = \boxed{\quad (e) \quad} \qquad (8)$$

したがって式（7）は以下のようになる．

$$\frac{\Delta\theta}{\theta} = \boxed{\quad (f) \quad} \qquad (9)$$

ところが，断熱変化をしているときには上式の右辺は（1）式からわかるように0になる．すなわち$\Delta\theta = 0$となり，θが保存されていることがわかる．

同じように，飽和している空気塊が断熱的に上昇するときには，次のように定義された相当温位θ_eという量が保存される．

$$\theta_e \equiv \theta exp\left(\frac{Lw_s}{C_pT}\right) \quad (10)$$

ここで，L：蒸発の潜熱，w_s：水蒸気の飽和混合比，である．

（10）式で示される相当温位は以下のように導くことができる．

湿った空気塊に dQ という熱量が与えられたとき空気塊の温位が $d\theta$だけ上昇したとすれば，（1）式と（9）式から以下の関係がある．

$$\frac{dQ}{T} = \boxed{\quad (g) \quad} \quad (11)$$

いま飽和している空気塊が少し上昇し空気塊の温度がdTだけ変化し，飽和混合比が dw_sだけ変化したとすると，$dQ = -Ldw_s$である．したがって以下のようになる．

$$\frac{d\theta}{\theta} = \boxed{\quad (h) \quad} \quad (12)$$

ところで対流圏では一般的に以下の関係式が成り立ち

$$\frac{dw_s}{w_s} \gg \frac{dT}{T} \quad (13)$$

L / C_pという量は温度によってあまり変化しないので，以下の近似を用いることができる．

$$\frac{L}{C_pT}dw_s = d\left(\frac{Lw_s}{C_pT}\right) \quad (14)$$

この近似式を（12）に代入し積分すると

$$\ln\theta + C = \boxed{\quad (i) \quad} \quad (15)$$

（ただし，Cは定数）

が得られる．

積分定数として，上層で温度が低い空気については$w_s \to 0$のときのθの値をθ_eと書くことにすれば次式のように書け，

$$\boxed{\quad (j) \quad} \quad (16)$$

この式が（10）式に他ならない．

このようなθ_eの導き方からθ_eの物理的意味を次のように言うことができる．

飽和している空気塊を断熱的に上昇させ，含んでいた水蒸気を全部凝結させ，湿った空気塊がもっていた潜熱を全部放出させる．そして凝結でできた水滴や氷粒は，すべて降水として空気塊から落下させ，放出された潜熱は乾燥空気の温度だけを変化させるのに使われる．こうして全く乾燥してしまった空気塊をもう一度逆に断熱圧縮しつつ標準気圧の高さまで持ってきたとき，その空気塊がもつ温度が相当温位θ_eである．

以上のことから温位と相当温位の差異を要約すると以下の通りである．

$$\boxed{\quad (k) \quad}$$