II　物理学

以下の５問（II－１，II－２，II－３，II－４，II－５）のうち，任意の２問を選択し，それぞれのすべての問題に解答しなさい．ただし，選択問題ごとに別の用紙に解答しなさい．

II－１（選択）

統計力学的エントロピーは
$S = k\log W$
で定義される．ただし，k は Boltzmann 定数であり，W は，系内に存在する状態の総数である．

今，コインを $N(N >> 1)$ 回独立に放り投げ，表裏を記録する．表のエネルギー状態を１，裏を－１とする．

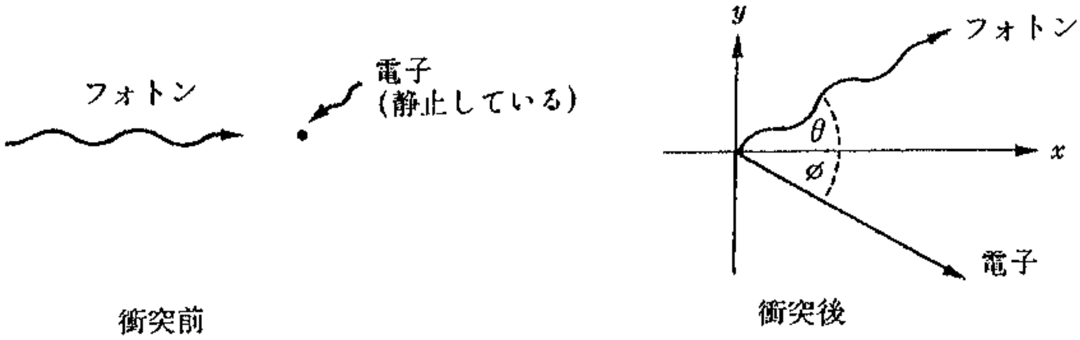
問題１
この時，考えている系のエントロピー S を導きなさい．

問題２
また，エントロピーが最大になる時，系の全エネルギーはどのように計算されるか．

ただし，$N >> 1$ であるから，Stirling の公式 $\log N! = N\log N - N$ を用いなさい．

II－２（選択）

静止している質量mの電子に波長λ_oのフォトンが衝突した．



フォトンは図の$\theta = 45°$の方向に散乱された．光速をc，散乱された電子の速度をv，その散乱角をϕ，プランク定数をhとする．vはcに比べて無視できないとする．

問題１

入射したフォトンのエネルギーE_o，運動量p_o，静止している電子のエネルギーE_e，散乱されたフォトンのエネルギーE_fとその運動量p_f，運動するフォトンの相対論的エネルギーE_sおよび運動量p_sを与えられたパラメータで表わしなさい．

問題２

上に与えられたパラメータを用いて，エネルギーの保存則を書き表しなさい．また，運動量保存則を図のx軸方向，y軸方向に付いて，それぞれ書き表しなさい．

問題３

ϕとvを消去することで，散乱フォトンの波長をλを書き表しなさい．このとき，λはλ_oより大きな値をとるか，それとも小さな値になるか．また，それは物理的にどのように理解されるか．

II－3（選択）

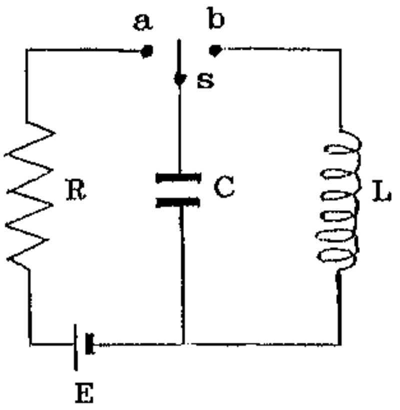
抵抗R，自己インダクタンスLのコイル，容量Cのコンデンサー，起電力Eの電池からなる下図のような回路を考える．スイッチsはa側またはb側に切り替えることができる．

問題1

時刻$t=0$でスイッチsをa側に入れて，コンデンサーの充電を開始した．コンデンサーに蓄えられる電荷$Q(t)$はどのような時間変化をするか．

問題2

$t=t_1$でコンデンサーの電荷が$Q_0=CE$になった．このときスイッチをb側に切り替えたら，回路に流れる電流$I(t)$はどのように変化するか．



ＩＩ－４（選択）

問題１

下図（a）のように固定壁から，ばね定数kのばねによって，質量mのおもりをつり下げる．このおもりを鉛直方向に自由運動させる場合の運動方程式を導き，その解を求めよ．ただし，重力の働きは無視して良い．

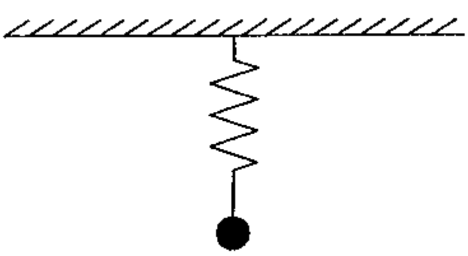
問題２

前問のおもりに，$A\sin(\omega t)$で表される周期的な鉛直方向の外力が加わるものとする．ここで，Aは振動の振幅，ωは角周波数，tは時間である．おもりの運動方程式を示し，その定常振動解を求めよ．また，おもりの振動の振幅を，角周波数ωの関数として図示せよ．

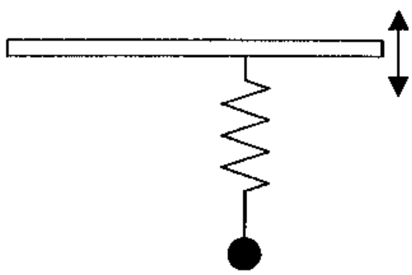
問題３

質量mのおもりがばね定数kのばねで梁に釣り下げられており，下図（b）のようにその梁の位置が$A\sin(\omega t)$で表される周期的な変動をするとしよう．おもりも梁も初期(t=0)には静止しており，t>0 では梁が上下方向に角周波数$\omega=\sqrt{k/m}$で振幅が一定の振動をするものとする．おもりの運動方程式を示し，おもりの位置の時間発展を求めよ．

(a)



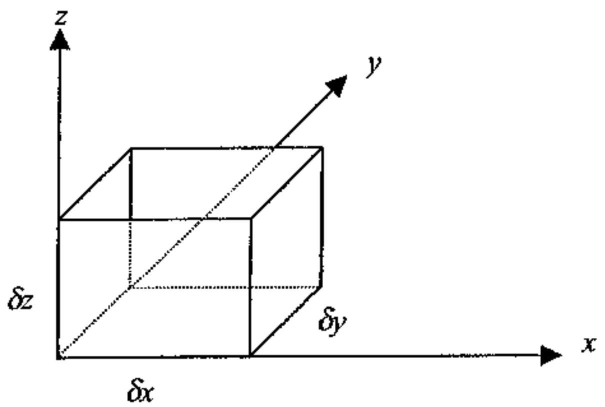
(b)



Ｉ Ｉ－５（選択）

問題１

下図のような直方体の微小流直方体に流入する流体の質量を考え，３次元空間における質量の時間変化の式を導け．ただし拡散および外力の効果は考えなくて良い．



ここで，$\delta x, \delta y, \delta z,$ はそれぞれ x, y, z 方向の微小長さ，u, v, w はそれぞれ x, y, z 方向の流速，ρ は密度であるとする．

問題２

問題１で得られた式から，流体粒子の密度が流れに沿って変化しない場合には，流体が非圧縮であることが導き出せる．このことを証明せよ．

問題３

粘性項を無視した３次元空間におけるナビエ・ストークス方程式

$$\frac{\partial}{\partial t}\vec{v}+\vec{v}\bullet\nabla\vec{v}=-\frac{1}{\rho}\nabla p+\vec{K}$$

を考える．ここで $\vec{v}$ は速度ベクトル，p は圧力，ρ は密度で一定，$\vec{K}$ は外力でポテンシャル U で与えられるとする($\vec{K}=-\nabla U$)．定常流では，流線毎にベルヌーイ関数と呼ばれる量が一定値を取る．これをベルヌーイの定理と呼ぶ．ベルヌーイ関数を示しなさい．

問題４

粘性がある場合に，定常・非回転・密度一定の流れでは，ベルヌーイの定理が成立するか．また，それは物理的にどのように理解されるか．ただし粘性係数は一定であるとする．