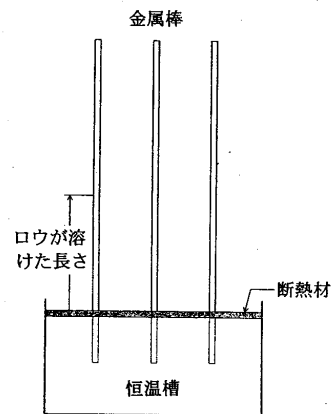


IV 地球物理学

つぎの3問 (IV-1, IV-2, IV-3) のうち, 2問を選択し解答せよ.

IV-1 (選択)

細長い金属棒の熱伝導率を求めるために, つぎのような実験をした. 半径が等しく材質が異なる金属棒を用意し, その表面に着色したロウを薄く塗った. ロウが乾いた後, 一方の端を恒温槽に入れて金属棒を鉛直に立てた. 恒温槽の表面を断熱材で覆い恒温槽からの熱輻射を遮断し, 恒温槽の熱が金属棒を通じて熱伝導のみによって伝わるようにした. 長時間放置して熱の流れが定常になった後, 恒温槽の上端からロウが溶けた上端までの長さを測定した. この実験について, 次の問題 1, 2, 3 の全てに答えよ.



問題 1

金属棒の表面温度を θ_s , 気温 (室内温度) を θ_a とすると, 金属棒の表面から空気中に流出する熱量 f は, 単位時間単位面積あたり

$$f = \alpha(\theta_s - \theta_a)$$

となることが知られている. ここで, α は金属棒の材質によらない定数である.

金属棒の半径を r , 熱伝導率を K とし, 恒温槽の上端を原点として金属棒に沿って座標 x をとると, 金属棒の温度 θ が満足すべき方程式はどのようなになるか. ただし, 金属棒は細く半径方向に温度変化がなく, 表面温度は中心部の温度に等しいものとする.

問題 2

恒温槽の温度を θ_0 , ロウが溶ける最低温度を θ_L とし, ロウが溶けた上端の位置を $x = L$ とすると, これらの間にどのような関係があるか. ただし, 金属棒は十分に長く, $x \rightarrow \infty$ のとき $\theta = \theta_a$ となる条件が近似的に成り立っているものとする.

問題 3

熱伝導率が K_1, K_2, \dots, K_n と異なる金属棒を用いて同時に測定したところ, ロウが溶けた長さがそれぞれ L_1, L_2, \dots, L_n であった. 熱伝導率の比はこれらの長さを用いてどのように表されるか.

IV-2 (選択) 次の問題 1, 2, 3 の全てに解答せよ.

回転系における密度一様な流体の運動は, しばしば次の方程式系で記述される.

$$\frac{du}{dt} - fv = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad \frac{dv}{dt} + fu = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y}, \quad (1a,b)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(Hu) + \frac{\partial}{\partial y}(Hv) = H \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + u \frac{\partial H}{\partial x} + v \frac{\partial H}{\partial y} = 0. \quad (2)$$

ここで t は時間, (x, y) は東・北向きの座標, (u, v) は東・北向き速度, p は圧力, H は流体の厚さ, f はコリオリパラメータ, ρ_0 は密度である. u, v, p は (x, y, t) の, H は (x, y) のみの関数であり. f と ρ_0 は各々一定である. また, $d/dt = \partial/\partial t + u\partial/\partial x + v\partial/\partial y$ である.

問題 1 (1)(2)の方程式系で定常・線形な場合 ($d/dt = 0$) には, 流体は厚さの等値線に沿って流れる, すなわち水平流速ベクトルと厚さの勾配ベクトルとの内積はゼロとなることを証明せよ.

問題 2 (1)(2)の方程式系では, 次の量

$$\frac{f + \partial v / \partial x - \partial u / \partial y}{H} = \text{一定} \quad (3)$$

が保存すること, すなわち

$$\frac{d}{dt} \frac{f + \partial v / \partial x - \partial u / \partial y}{H} = 0 \quad (4)$$

を証明せよ. またこの保存量を何と呼ぶかを答えよ.

問題3 式(2)(3)から流速場を求めよう. 流体の厚さを, 次式のように x 方向にのみ変化し, 原点付近で狭くなるように与える (図1 参照).

$$H = \begin{cases} H_0 - h \cos(\pi x/w), & |x| < w/2 \\ H_0, & |x| \geq w/2 \end{cases} \quad (4)$$

ここで h は定数である. さらに, x の負方向に原点から十分離れると, $\lim_{x \rightarrow -\infty} u = u_0, \lim_{x \rightarrow -\infty} v = 0$ (u_0 は定数) という一様かつ定常な流れが存在するとして. この場合 y 方向の依存性は無視できることに注意し, u と v を x の関数として求めよ. さらに, 北半球における運動であるとして, u と v 各々のグラフを示せ. グラフには可能なかぎり定量的な情報を示すこと.

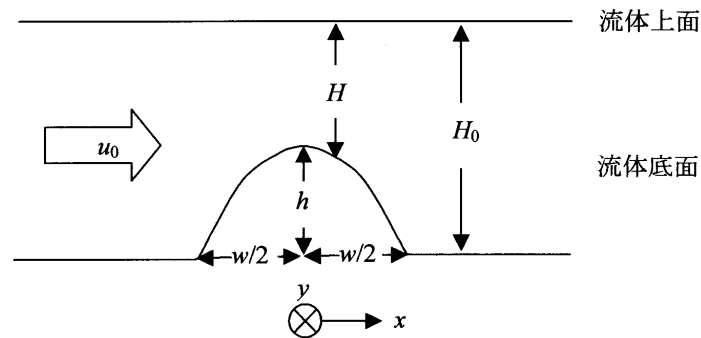


図1. 流体を横から見た模式図.

IV - 3 (選択)

半無限一様媒質と見なせる地球上の1点で重力と地磁気の観測を行っていた(図1). 媒質の密度は $2.5 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, 単位体積当たりの磁化の強さは $1 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}$, 方向は偏角 0° , 伏角 45° である. ある時, 図2のように球状のマグマの溜まり(キュリー温度以上)が観測点直下に形成された. 他の観測情報からその中心は地表より 300 m 下と推定されているとする. またマグマ溜まり形成にともなう地形変動や周囲の媒質の密度や温度変化などを考慮しないとする. 以下の問題1と問題2の両方に回答せよ.

問題1

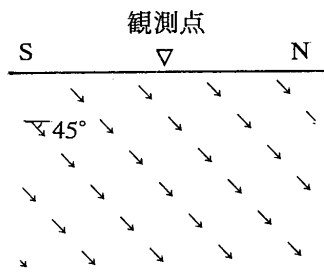
マグマ溜まりが形成された時, 観測点の重力は $1.5 \times 10^{-4} \text{ gal}$ ($1 \text{ gal} = 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$)増加した. このマグマ溜まり領域の質量変化量を求めよ. ただし, 重力変化はマグマ溜まり形成による引力変化の鉛直成分と単純化する.

問題2

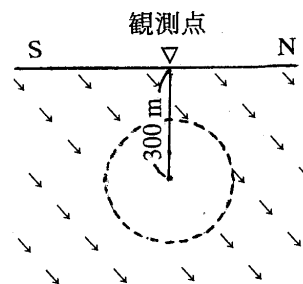
このとき地磁気の鉛直成分は $2 \times 10^{-4} \text{ T}$ (テスラ)減少した. このマグマ溜まりの体積(V)や密度(ρ)はどのように求まるか.

注1: 必要な引力定数: $6.67 \times 10^{-11} \text{ (m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}\text{)}$, 真空中の透磁率: $4\pi \times 10^{-7} \text{ (H} \cdot \text{m}^{-1}\text{)}$ を用いよ.

注2: 磁場の変化は, マグマ溜まりだけに, 元々あった磁化とは逆向きの磁化が分布している場合の磁場と等価である.



(図1)



(図2)