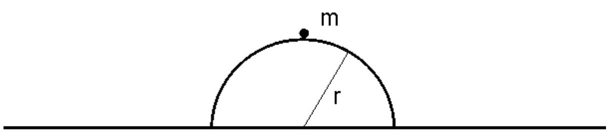
Ⅱ　物理学

以下の２問（Ⅱ－１，Ⅱ－２）に解答せよ.

Ⅱ－１

　右図のように，なめらかな表面を持つ半径 r の半球が，水平面に固定されている．この半球の頂点に置かれた質量 m の質点が初速度 0 で水平面へ滑り落ちるとき，以下の問題に答えよ．ただし，重力加速度を g とせよ.



問題１　質点は半球表面を途中で離れて水平面に到達することになる．その理由を述べよ.

問題２　質点が半球表面から離れる時の水平面からの高さを求めよ.

問題３　質点が半球表面から離れる時の速さを求めよ.

問題４　質点が水平面に到達した時の速さを求めよ.

II－2

熱伝導率 K の均質な球形発熱物体における熱伝導を考える．原点を球の中心においた球座標系(r, θ, ϕ)で熱伝導方程式を表すと，

$$\frac{\rho c}{K}\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\frac{\partial T}{\partial r}) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial T}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 T}{\partial\phi^2} + \frac{Q_0}{K} \qquad (1)$$

となる．ただし，ρは球形物体の密度，c は球形物体の質量比熱，Q_0 は球形物体の単位体積単位時間あたりの発熱量である．t は時間，T は温度である．球体の表面を一様な温度にした場合，等方性より，θおよびφ方向の依存性はなくなり，(1)式は以下のように簡略化できる．

$$\frac{\rho c}{K}\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\frac{\partial T}{\partial r}) + \frac{Q_0}{K} \qquad (2)$$

問題１　球座標系における体積要素の熱収支を考えることで，熱伝導方程式が(2)の形に表されることを導け．

問題２　球形物体の半径を a とし，表面を温度 T_0 で一定にする．定常に達した時の球内部の温度を半径 r の関数として求めよ．ただし，発熱量 Q_0 は一定とする．

問題３　球形物体の表面温度を一定にした状態で発熱量Q_0を求める室内実験を行う．そのために必要な実験装置の概要や実験の手順などを300字程度で具体的に述べよ．適宜，図を用いて解説してもよい．ただし，球形物体は，直径10 cm程度の金属球で，Q_0は一定であるとする．なお，表面温度T_0は数10 °C程度を想定せよ．