Ⅳ　地球物理学

以下の４問（Ⅳ-1,Ⅳ-2,Ⅳ-3,Ⅳ-4）のうちから２問を選択し，解答せよ．

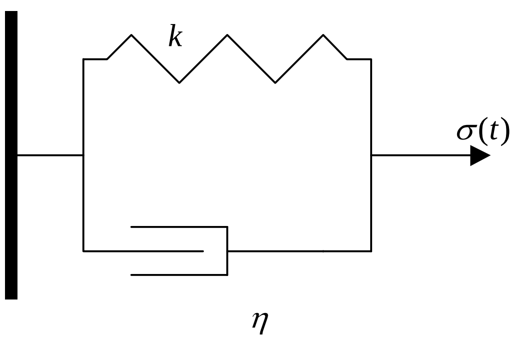
Ⅳ－１　（選択）

地球は非常に長い時間スケールでみると粘弾性的なふるまいをする．下図のように粘弾性をバネとダッシュポットが並列に結合したモデルで表す．時間変化する歪を$\varepsilon(t)$とすれば，バネとダッシュポットの応力はそれぞれ$k\varepsilon$，$\eta\dot{\varepsilon}$である．ただし，kはバネ定数，ηは粘性係数，$\dot{\varepsilon}=\dfrac{d\varepsilon}{dt}$である．以下の問題に答えよ．

問題１　このモデルに図の矢印のように応力$\sigma(t)$を加えたときの応力と歪の関係式を示せ．

問題２　初期条件$t=0$でこの物体に一定応力Sを加えるとすれば，歪の時間変化はどのように表されるか計算せよ．ただし，階段関数の Fourier 逆変換$H(t)=\dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{i\omega}e^{i\omega t}d\omega$　を用いてもよい．

問題３　問題２の場合の歪の時間変化の概略を図示せよ．



Ⅳ－２　(選択)

時間的空間的に一様な磁場の中で導体が運動する場合，導体の各部に電場が生じる．下図のような最も簡単な地球ダイナモのモデルを考えてみる．磁束密度 B の磁場に平行な回転軸をもち，角速度 ω で回転する半径 a の円板がある．円板は回転軸に垂直であるとする．これに図のようなブラシをつなぎ，回路を構成する．以下の問題に答えよ．

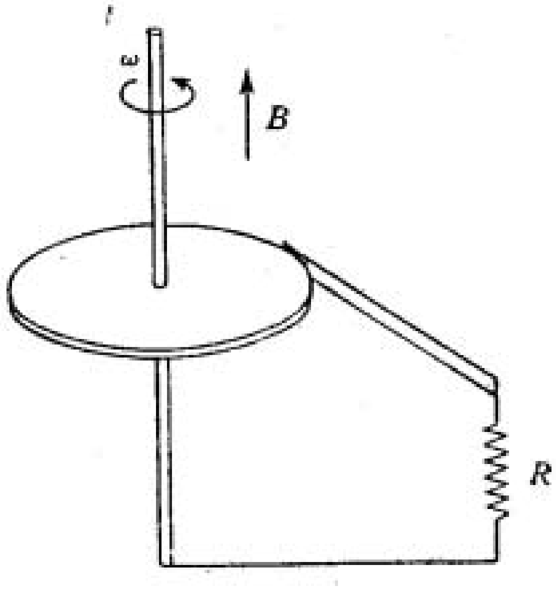
問題１　回転軸からの距離が r である点の回転速度 v はいくらか．

問題２　回転軸からの距離が r である点での電場の方向とそこに生じる起電力を求めよ．

問題３　円板面の回路全体に生じる起電力はいくらか．

問題４　回路全体の内部抵抗を R とすると，流れる電流はいくらか．

問題５　実際の地球の磁場を維持している地球ダイナモのメカニズムについて，100 字程度で述べよ．



Ⅳ－３（選択）

x 方向を東に，y 方向を北にとる座標系において，x 方向の波数を k，y 方向の波数を l，角振動数をωとする．次の問題に答えよ．

問題１　波の位相速度と群速度について説明し，x 方向の位相速度は$c_x = \dfrac{\omega}{k}$，x 方向の群速度は$v_{gx} = \dfrac{\partial \omega}{\partial k}$で与えられることを導出せよ．

問題２　コリオリパラメータを f とし，$f = f_0 + \beta\, y$ のようにβ 平面近似を行う．ただし，$f_0 = 2\Omega \sin\phi_0$，Ωは地球の角速度，ϕ_0 は緯度，$\beta = \dfrac{2\Omega}{a}\cos\phi_0$，$a$ は地球半径である．この時，ロスビー波の分散関係式は，

$$k^2 + l^2 + \frac{1}{\lambda^2} + \frac{\beta\, k}{\omega} = 0$$

で与えられる．ただし，λはロスビーの変形半径で$\lambda = \dfrac{\sqrt{gH}}{f_0}$，$H$ は流体の深さである．この分散関係式よりロスビー波の x 方向の位相速度 c_x と群速度 v_{gx} を求めよ．

問題３　問題２で求めたロスビー波の x 方向の位相速度と群速度について特徴的な性質を述べよ．

Ⅳ－４（選択）

次の文章を読んで以下の問題に答えよ．

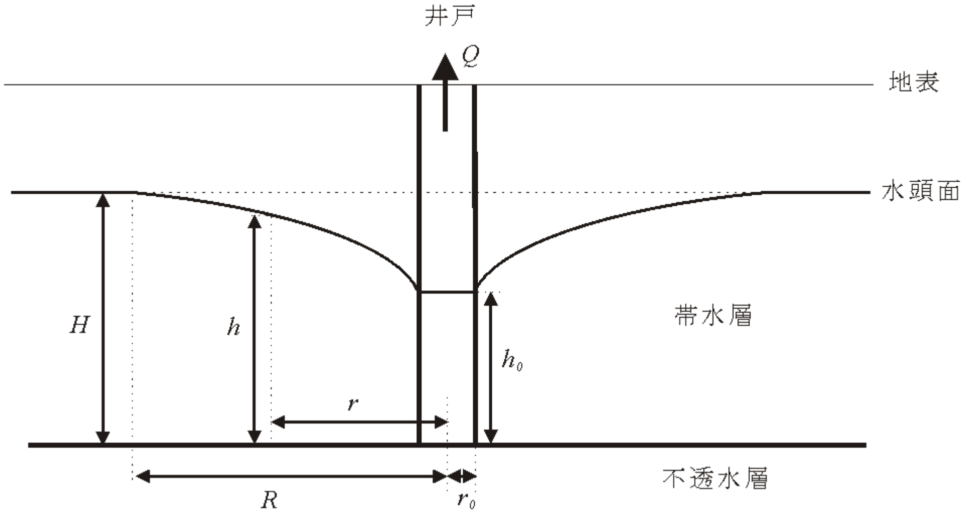


図　1

不透水層の上に載っている帯水層を考える．帯水層には不透水層からの深さ H の自由水面を持つ静止した地下水で満たされているものとする．図１のようにこの帯水層に半径 r_0 の円柱形の井戸を帯水層の底まで掘り，地下水を一定の流量 Q でくみ上げ，定常状態に達したものとする．この時，井戸を中心に半径 R の領域で水頭が低下したとする．この R をここでは影響半径と呼ぶと，井戸の水頭を h_0 として R は Q と r_0，h_0 の関係式として次のようにして求めることができる．

井戸から半径 r 離れた円柱を考え，この円柱面での半径方向の流速を u，地下水の水頭を h とする．この半径 r の円柱を横切って井戸に向かう地下水の全流量は井戸のくみ上げ流量に等しいので，

$$Q = \boxed{\text{(a)}} \quad \cdots\cdots\cdots \quad ①$$

で与えられる．一方，地下水の流速は水頭の傾きに比例することが知られているので，これを用いると，

$$u = -k\frac{dh}{dr} \quad \cdots\cdots\cdots \quad ②$$

となる．ここで，k は透水係数である．②式を①式に代入し，半径 r_0 の井戸の水

頭が h_0 であることを境界条件として積分すると，

$$h^2 = \boxed{\quad (b) \quad}$$

を得る．半径 R 離れた場所での水頭が H となるので，影響半径 R を求めると，

$$R = \boxed{\quad (c) \quad}$$

となる．

問題１　$\boxed{\quad (a) \quad}$ ～ $\boxed{\quad (c) \quad}$ に式を入れよ．

問題２　次に上下を不透水層で挟まれた厚さ D の地下水に満たされた帯水層を考える．この帯水層には深さ H の水頭に相当する圧力がかかっているものとする．この仮想的な水頭を圧力水頭と呼ぶ．この時，帯水層内の地下水の流速は水頭を圧力水頭に置き換えることで②式のように与えられる．

図２のように半径 r_0 の井戸を地表から帯水層の底まで堀り，地下水を一定の流量 Q でくみ上げる．井戸の水頭を h_0 として，影響半径 R を求めよ．ただし，ここでは影響半径を井戸のくみ上げによって圧力水頭の低下がなくなる半径とする．

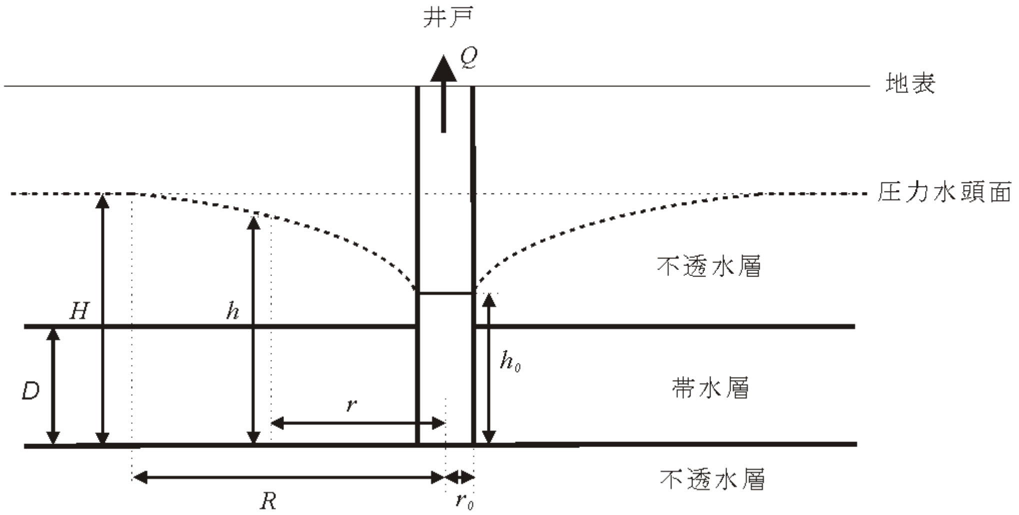


図　２