修士論文

2014 年 2 月のインドネシア・ケルト火山噴火に伴う 近傍場での電離圏全電子数擾乱の GNSS による観測

Near Field Ionospheric Disturbance by the eruption of the Kelud Volcano, Indonesia, in February 2014

Observed by GNSS-TEC Method

北海道大学 大学院理学院 自然史科学専攻 地球惑星ダイナミクス講座 宇宙測地学研究室 中島 悠貴

Space Geodesy Research Section, Earth and Planetary Dynamics,
Department of Natural History Sciences,
Graduate School of Science,
Hokkaido University
Yuki NAKASHIMA

指導教官: 日置 幸介 教授 Supervisor: Prof. Kosuke HEKI

> 平成 27 年 2 月 27 日 27 February 2015

要旨

2014年2月13日、インドネシア・ジャワ島の Kelud 火山が噴火した。この噴火は Volcanic Explosivity Index で4を記録する、比較的大規模なプリニー式噴火であった。本論文では、この Kelud 火山での噴火に伴い上空約250 km の電離圏で発生した波動について解析した。波動は、全地球衛星測位システムを用いて電離圏全電子数を求める手法によって検出された。そして、得られた結果を広帯域地震計のデータおよび先行研究の結果と比較することで、励起メカニズムに迫った。

本論文では2014年 Kelud 火山噴火の推移を知るために、地震観測網、GEOFON の4つの 広帯域地震計 (STS-2) から得られた地震波形の周期16-33 秒の成分を確認した。そこから15:50 UT に強い音波の信号が、そして16:15 UT に発生したレイリー波の信号とそれに続く1時間45分ほど続く音波が観測された。レイリー波は固体部分のなんらかの変形、そして音波は雑音として検出される大気振動由来の信号であると解釈される。これら解釈から得られた噴火の経緯より、振動の由来を考察した。

本論文の GNSS-TEC 解析には、インドネシアのジャワ島およびスマトラ島をはじめとする火山近傍の島嶼に BIG、 IGS そして SuGAr によって設置された 37 の GNSS 定常観測点から得られた観測データを用いた。観測データから算出した斜め TEC からは、16:25 UT 頃から 19:00 UT 前後まで続く擾乱が検出された。擾乱は 1 km/s で同心円上外向きに伝搬した。スペクトル解析の結果、3.7 mHz と 4.6 mHz そして 6.7 mHz にピークが見られた。3.7 mHz と 4.6 mHz の振動は基準振動モード理論から計算される大気の固有周波数の基本モードと二倍音とそれぞれほとんど一致する。6.7 mHz も同様に四倍音であると考えられる。

さらに GNSS-TEC 法から得られた電離圏での擾乱を、広帯域地震観測網の波動と比較した。Kelud 火山から約 200 km 離れた GEOFON 観測点、UGM で得られた波形を周波数(周期) 成分ごとに見た。その結果、周期 15-30 秒及び 100-200 秒の成分が 18:00 UT 頃に収束するのに対して、周期 200-300 秒の成分は 19:00 UT 頃まで振動を続けることがわかった。この周期 200-300 秒の波動は、下層大気の自由振動と解釈できる。また、世界に展開された 78 の広帯域地震計(STS-1)からなる観測網、GSN から得られた地震波形の周期 100-1000 秒の成分から得られる震源時間関数をスペクトル解析した結果、基準振動モード理論から推定される固有振動数、3.7 mHz、4.8 mHz、5.7 mHz および 6.8 mHz を含むいくつかのピークを確認することができた。

以上の地震波形やその他気象衛星による観測などとの比較から、今回、GNSS-TEC 法によって得られた電離圏擾乱は、火山の連続的噴火によって励起される大気の共振、そして噴火終了後の1時間程度続く自由振動のゆるやかな減衰である考えた。Kelud 火山付近から伝搬するレイリー波が検出されたため、大気共振が固体地球の振動を励起したものと推測している。

本論文で得られた解析結果は、火山噴火によって発生した大気共振の空間構造の時間発展を電離圏において初めて観測したものである。今後は、Kelud火山近傍の大気構造を考慮した基準振動モード解析から、Kelud火山周辺での固有振動数の理論値を算出し、比較を進める必要がある。そして、インフラサウンドや大気光カメラのデータをはじめとする各種観測データとの比較を進め、より詳細なメカニズムの解明も進めなければならない。

Abstract

The Kelud volcano, eastern part of the Java Island, Indonesia, erupted on 13 February 2014. This Plinian eruption recorded the strength 4 in the Volcanic Explosivity Index (VEI). Ionospheric wave from the eruption was detected by the Global Navigation Satellite Systems - Total Electron Contents (GNSS-TEC) method around the volcano. The ionospheric results were compared with seismic records, and the whole excitation scenario has been studied.

The raw GNSS data files in the Receiver Independent Exchange Format (RINEX) were obtained from 37 GNSS stations, and the TEC information has been extracted from them. These stations were located in the Java, the Sumatra and other small islands around the volcano, and are operated by Badan Informasi Geospatial (BIG), International GNSS Service (IGS) and Sumatra GPS Array (SuGAr).

The ionospheric oscillations were detected from slant TEC time series. They continued from 16:25 UT to 19:00 UT, and propagated as fast as ~1.0 km/s. The oscillation had frequency peaks at 3.7 mHz, 4.6 mHz, and 6.7 mHz. The former two components coincide with the two lowest atmospheric eigenfrequencies. The 6.7 mHz may correspond to one of the higher modes.

GEOFON (15 broadband seismometers; STS-2) also detected seismic waves excited by the eruption. The time series showed one Rayleigh pulse at 16:15 UT, and following continuous acoustic waves. One of the GEOFON stations, UGM, is located about 200 km away from the volcano. The seismic wave of the eruption was clear and the components with periods 200-300 sec continued from 16:25 to 19:00. It lasted ~1 hour longer than shorter period components. GSN (78 broadband seismometers; STS-1) recorded the Rayleigh wave from the erupting volcano. Their spectrogram had several clear peaks at frequencies, 3.7 mHz, 4.8 mHz, 6.7 mHz, and so on. Some of the components have been excited by atmospheric free oscillation.

These observations indicate the GNSS-TEC results detected free oscillation of the atmosphere excited by continuous Plinian eruption. This oscillation continued over an hour.

More realistic eigenfrequencies must be inferred in the future considering the atmospheric structure in the region surrounding the Kelud volcano. It must be compared with other observations, for example infrasound data or airglow, and be considered the mechanism of the excitation in detail.

Contents

要旨	
Abstract	i
Contents	ii
1. Introduction	1
1.1. 火山噴火に伴う近傍場での電離圏全電子数の擾乱	2
1.2. 地球大気の響き: 2 つのスペクトルピークを持つ振動	4
2. 観測方法	<i>6</i>
2.1. GNSS とは何か	7
2.1.1. GPS の概要	8
2.1.2. GLONASS の概要	8
2.2. GNSS-TEC 法による解析	9
2.2.1. GNSS-TEC の算出及び解析	10
2.2.2. Sub Ionospheric Point の決定	11
2.2.3. 2014 年 2 月 13 日 Kelud 火山噴火の事例	13
3.1. 2014 年 2 月 13 日 Kelud 火山噴火の概要	14
3.2. Kelud 火山噴火に伴う電離圏擾乱	16
3.2.1. 使用した観測データ	16
3.2.2. 2014 年 2 月 13 日の電離圏概況	17
3.2.3. Kelud 火山の噴火に伴う電離圏擾乱	19
4. Discussion	32
4.1. Kelud 火山噴火に伴い、大気・電離圏・固体地球で起こったこと	32
4.2. 2014 年 Kelud 火山噴火と今までの噴火の比較	34
4.3. Kelud 火山噴火で観測された波動の周波数成分とその解釈	35
5. Conclusion	38
6. Future Work	39
6.1. 2014 年 2 月 13 日のジャワ島上空の大気構造	39
6.2. 波面の形状の解明	40
6.3. 電離圏擾乱を起こしうる火山噴火とは	40
6.4. 他の観測量との比較	41
Acknowledgement	41

Bibliography	42
Web sources	46
Appendix	47
A. GNSS-TEC の導出	47
A.1. 電磁波の式	47
A.2. 弱電離プラズマ中の電磁波: アップルトン・ハートレーの式	48
A.3. STEC の算出	52
B. 軌道要素から任意の時刻の GNSS 衛星のデカルト座標値を求める	53
B.1. ケプラー軌道要素による記述: GPS の場合	53
B.2. XYZ 軌道要素による記述: GLONASS の場合	55

1. Introduction

地球の高度 80 km 程度から 1000 km 程度にわたる領域には、太陽光に含まれる紫外線や X 線により大気の分子や原子の一部が電離したプラズマとして存在している。この領域は電離圏と呼ばれる (Fig. 1)。

電離圏では、本研究で検出した電離圏全電子数をはじめとする数多くの物理パラメータが大きく日変化、季節変化する。その上、主に太陽活動の影響による大規模な電離圏擾乱が突発的に起こる。この擾乱は短波通信や人工衛星と地上との電波を通じたやりとりに無視できない影響 (cf. 2 章 2 節)を与える。そのため、世界中で、本研究で利用したGNSSによる電離圏全電子数の観測の他にも、イオノゾンデ、大気光カメラ、各種レーダー、小型衛星などを用いた多様な観測が精力的に行われている(詳細は 2 章)。本研究で利用したGNSSによる電離圏全電子数の観測も、1990年代以降盛んに行われるようになった。

一方で太陽に起因する擾乱と比べると規模は小さいが、地震、津波、火山噴火、地表付近での激しい嵐などにより励起された波動が上空の電離圏へと伝搬することがしばしば報告されてきた (e.g. Heki and Ping, 2005; Igarashi *et al.*, 1994; Nishioka *et al.*, 2013)。

本論文では、2014年2月13日、インドネシア、ジャワ島の Kelud 火山の噴火に伴って引き起こされた近傍場(火山から数百 km 以内)での電離圏全電子数の擾乱についてGNSS-TEC 法を用いて解析した初期結果を紹介し(3章)、解釈を述べ(4章)、今後の展望を整理する(6章)。

本章1節では、過去のGNSS-TEC観測からわかった火山噴火に伴う電離圏擾乱の事例を紹介する。2節では、今回の擾乱を解釈する上で特に重要となる知見についてまとめたい。

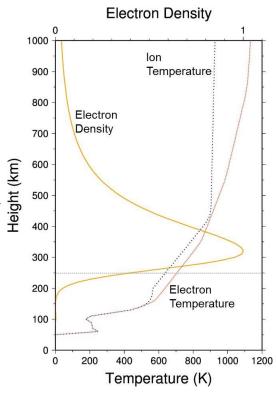


Figure 1. Ionospheric parameters given by IRI-2012 model (Bilitza *et al.* 2012) for Lat:-7.9 deg. Lon:112.3 deg., 16.5UT, February 13 2014. A yellow curve shows relative electron density (upper axis), and a red curve and a blue dotted curve indicate electron and ion temperatures, respectively (bottom axis). A gray dotted line at 250 km indicates the altitude of the thin ionospheric layer assumed to calculate sub ionospheric points (SIP).

1.1. 火山噴火に伴う近傍場での電離圏全電子数の擾乱

まずここでは、本論文と同様な GNSS-TEC 法 (詳細は 2 章 2 節) を用いて、火山噴火に伴って近傍で検出された電離圏擾乱の事例について整理する。

Heki (2006) では、2004年9月1日11:02UT に発生した浅間山の噴火に伴うN型の電離圏

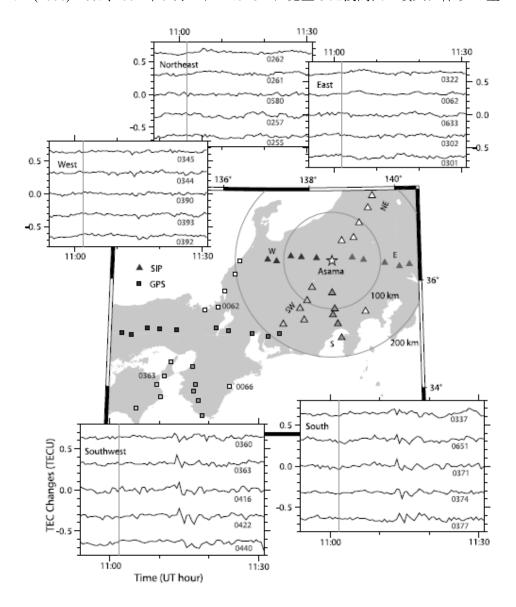


Figure 2. Taken from Fig.1 of Heki (2006). (center) A map showing the central part of Japan. Squares indicate GNSS stations, triangles show sub ionospheric points (ionospheric height assumed at ~300km) and a star is the Asama Volcano. (diagrams surrounding the map) Time series indicating the TEC perturbations propagating westward (top left), northeastward (top middle), eastward (top right), southward (bottom right) and southeastward (bottom left) from the volcano. Gray lines show eruption time. Concentric ionospheric wave from Asama volcano propagated at 1.08 km/s and 1.12 km/s southwestward and southward, respectively. Geomagnetic field attenuates signals of the waves spreading westward, northwestward and northward.

擾乱(短い正と負のパルスから成る擾乱)を発見した(Fig. 2)。同様の擾乱は 2009 年の桜島南岳山頂火口でのブルカノ式噴火や 2011 年 2 月 1 日に発生した霧島山新燃岳でのブルカノ式噴火でも見いだすことができる (Fig. 4)。

一方で、Dautermann et~al.~(2009a)では、2003年7月13日に発生した西インド諸島モンセラ島 Soufriére Hills 火山での噴火に伴って1.4~mHzと4~mHzの周波数を持つ電離圏全電子数の波動を見出した。続報の Dautermann et~al.~(2009b)では、ボアホール体積歪計から得られる固体地球の振動と電離圏の波動とを比較し、双方で4~mHzの振動が励起されていることを

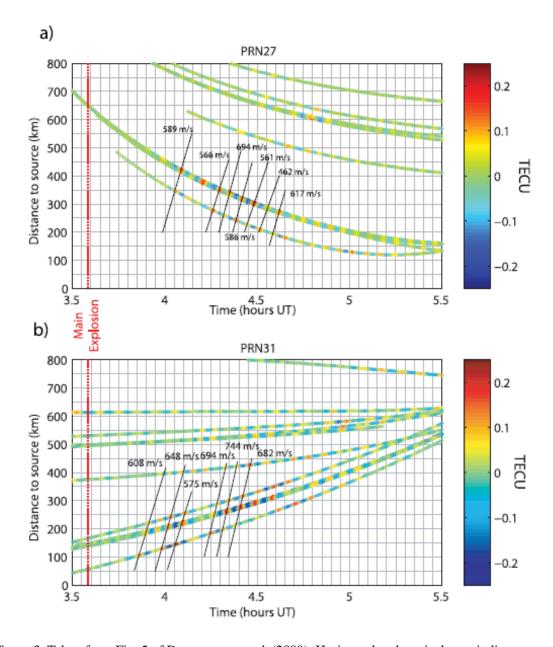


Figure 3. Taken from Fig. 5 of Dautermann *et al.* (2009). Horizontal and vertical axes indicate time (UT) and distance from the volcano to SIP (ionospheric altitude assumed 325km), respectively. Colors show TEC anomaly. Slant black lines indicated the velocities of individual wavefronts.

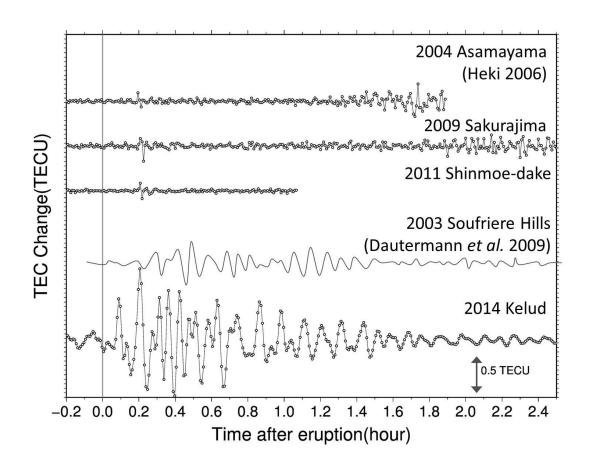


Figure 4. Vertical axis indicates relative TEC changes and horizontal axis indicates the time after eruptions. Upper three time series have single N-shaped disturbances, while the others have continuous oscillatory signals. The 2003 Soufriere Hills Volcano time series is traced from Fig.4 of Dautermann *et al.* (2009a).

確認した。

後述する 2014 年 Kelud 火山噴火の事例は、2004 年の浅間山噴火よりも 2003 年 Soufriére Hills 火山の事例と似た特徴を持っている (Fig. 4)。これら信号の違いが火山の噴火メカニズムとどのように関連しているかは本論文の主要な興味のうちの一つである (4 章 2 節)。

1.2. 地球大気の響き: 2 つのスペクトルピークを持つ振動

現在までに火山噴火によって 4 mHz 程度の振動が電離圏で観測されたという事例は、Dautermann et al. (2009a,b) によって観測された 2003 年 Soufriére Hills 火山の事例のほかには、寡聞にして聞くことがない。しかし、1982 年の St. Helens 火山、1982 年の El Chichon 火山、そして 1991 年の Pinatubo 火山の噴火に伴い発生した 4 mHz 程度の周波数の地震波および気圧波が地上での地震計や微気圧計によって検出された事例についてはいくつか報告がある。ここでは、1991 年 5 月-6 月に発生したフィリピン・ルソン島の Pinatubo 火山での噴火に伴って発生した超長周期地震動と気圧波が観測された事例について詳しく取り上げたい。

Widmer and Zürn (1992) は、1991 年 6 月 15 日の Pinatubo 火山噴火に伴う 3.68 と 4.44 mHz の地震動および 1982 年 4 月 4 日の El Chichon 火山噴火に伴う 3.76 と 5.14mHz の振動をドイ

ツ国内の Black Forest Observatory をはじめとする世界各地の重力記録と超長周期地震計から捉えたと報告した。 Kanamori and Mori (1992)は、超長周期地震計網でWidmer and Zürn (1992)と同様に周期270 sec と 228 sec (周波数で 3.70 mHz と 4.39 mHz)の 2 つのスペクトルピークを持つレイリー波について議論している。また、火山から 21 km 離れたクラーク空軍基地の微気圧計で 31 mbar の振幅を持つ変動を観測したことから、大気とのカップリングの可能性を示している。

Kanamori *et al.* (1994) は、Kanamori and Mori (1992) の観測結果を説明する理論を構築している。Watada and Kanamori (2010) では、より現実的なモデル上で境界層を仮定した上で基準振動モード理論を適用し、Kanamori and Mori (1992) で観測された 2 つのピークを説明しようとした。

火山噴火以外の、例えば地震によって、 電離圏で大気の共振周波数を持つ波動が 発生し、GNSS-TEC 法で観測された事例 が数多くある。

例えば、Choosakul et al. (2009) では、 2004年のスマトラ島沖地震に伴い電離 圏擾乱に周期4分の成分を検出した。 Cahyadi and Heki. (2013) では、2005 年 (M 8.6) 及び 2007 年 (M8.5, M7.9) のス マトラ島沖地震により励起された周期 5 mHz 程度の電離圏擾乱が北向きに 0.7 km/s で伝播していく様子を捉えた。続い て、Cahyadi and Heki (2014) では、2012 年のスマトラ島沖地震について解析し、4 分周期の波動を見出して、そのそして Rolland et al. (2011) では、GNSS-TEC 法 を用いて 2011 年の東北地方太平洋沖地 震 (M9.0) によって励起された先行する 3.5 km/s の N型の構造を持つレイリー波 起源の波動、それに続く 1 km/s 伝搬する 3.3 mHz ≥ 4.4 mHz Ø acoustic trap mode,

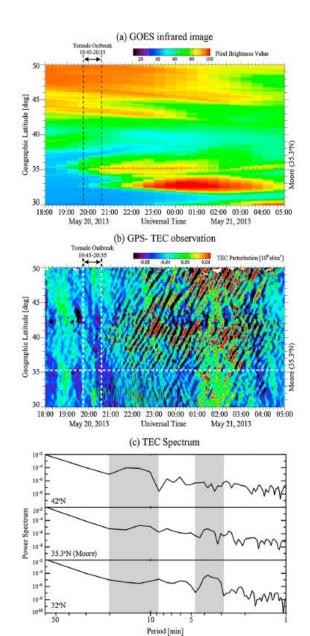


Figure 6. Taken from Fig. 3 of Nishioka *et al*. (2013) (a) GOES infrared image. (b) A horizontal axis is time (UT) and a vertical axis indicates geophysical latitudes. (c) Gray shades indicates peaks about 13 min and 4 min (1.3mHz and 4mHz), respectively.

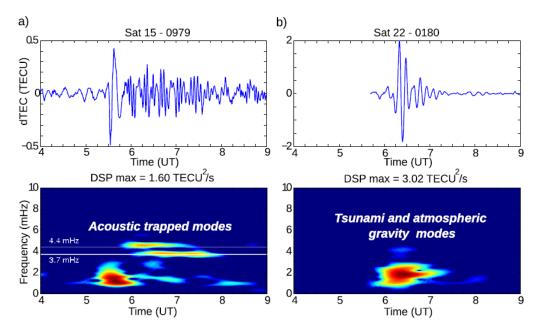


Figure 5. Taken from Fig. 3 of Rolland *et al.* (2011). Top two figures show filtered TEC perturbation by the 1-10 mHz bandpass, Finite Impulse Response (FIR) butterworth filter. Bottom figures show corresponding spectrograms. (a) GPS sat.15 - station 0979. (b) GPS sat. 22 – station 0180.

そして約45分遅れで発生した225 m/s で伝搬する津波起源の重力波を観測している (Fig. 5)。Saito et al. (2011) でも同様に2011年の東北地方太平洋沖地震について、3.7 mHz、4.5 mHz そして5.3 mHz の成分を持つ波動を検出した。

大気共振を引き起こすのは地震や火山ばかりではない。George (1973) では、HF-CW Doppler sounding によって観測された、激しい嵐に励起された周期 3 分程度の電離圏擾乱の報告についてまとめている。特に、周波数解析によって得られるピークのうち、3.5 分 (4.8 mHz)と 4.5 分 (3.7 mHz) のピークを比較すると、前者は事例によって周波数が変化しやすいが、後者のピークはどの事例においても比較的ばらつかないと指摘している点が興味深い。そして、Nishioka et al. (2013) では、2013 年 5 月のムーア竜巻によって 170 m/s で伝搬する 4 mHz の大気共振が励起されたと報告している (Fig. 6)。このムーア竜巻は、竜巻の規模としては最大クラスの EF (改良藤田スケール) 5 を記録した。なお、これらのような世振の例に限らず地震・火山噴火などによる大気振動についての

なお、これらのような共振の例に限らず地震・火山噴火などによる大気振動についての 文献は日本語の文献、三雲 (2011) で簡潔に整理、紹介されている。

2. 観測方法

一章冒頭でも述べたとおり、電離圏を観測する手段は GNSS-TEC 法だけではない。そこで、ここではまず、GNSS-TEC 法と他の電離圏観測手法との比較から、GNSS-TEC 法の利点と弱点を整理したい (Table 1)。

Table 1. Sounders of the Ionosphere.

Measurement	Advantage	Disadvantage
GNSS-TEC	High temporal/spatial resolution	Vertically integrated value
Ionosonde	Long observation history	15 min. sampling, only lowermost layer
Airglow	Spatial distribution for several layer	Only night time observation
GPS Occultation	Accurate vertical profile	Horizontal spatial resolution

GNSS-TEC 法では、測地目的で設置された GNSS 観測点のデータを流用することで、GNSS 観測網の稠密な地域であれば、時空間ともに非常に稠密な観測 (時間分解能 1s-30s、空間分解能 数十-数百 km) を安定して行える。この特色を活かして、数十 km スケールの現象の空間構造の時間発展を把握したとする報告も多い [e.g. Maeda and Heki 2014, Nishioka *et al*. 2013]。

2.1. GNSS とは何か

GNSS (Global Navigation Satellite System) とは、地球をまわる複数の人工衛星から送信される電波を利用して、それぞれ受信点間での電波受信の時間差を観測・解析することで、測位・航法・測量を行うシステムである。

2010 年頃まで、GNSS はほとんどの場合 GPS と呼ばれていた。これは、実用に足る安定した GNSS がアメリカ合衆国 (以下 米国) の運用する GPS (Global Positioning System) のみであったためである。しかし 2007 年、それまで軍用であったロシア連邦 (以下、露国) が運用する GNSS、GLONASS (GLObal'naya NAvigatsionnaya Sputnikovaya Sistema) が民生向けに開放され、2014 年現在、普及しつつある。 * そして GLONASS ばかりでなく、中華人民共和国の北斗 (Beido) や EU の Galileo も、徐々に衛星を揃えてきている。そのため特に測地学では、このようなシステムをより一般的に GNSS と呼ばれている。本研究では GNSS の中でも GPS と GLONASS を利用した。以下の各項では GPS、GLONASS それぞれの概要を簡単に紹介したい。

^{*} 例えば、スマートフォン "iPhone" でも 2011 年発売の機種 (iPhone 4s) から GLONASS を利用した位置情報サービスが利用できるようになっている。

https://www.apple.com/jp/iphone/compare/

2.1.1. GPS の概要

GPS (Global Positioning System) は米国国防総省によって運用されている GNSS である。

GPS 衛星 (NAVSTAR 衛星とも呼ばれる) の 初号機は1978年に打ち上げられた。その後1993年から現在まで、平均して数年に一度古い衛星を更新しながら、常時約32機体制で運用されている。2015年2月現在、開発の新しい順に上げると、ブロックIIF、ブロックIIR・グロックIIR・ブロックIIR・ブロックIIR・ブロックIIR・ブロックIIR・ブロックIIR・ブロックIIR・ブロックIIR・ブロックIIR・ブロックIIR・ブロックIIR・ブロックIIIR・ブロックIII

GPS の送信する電波の周波数は以下のとおりである。L1 と L2 については基本的に 2015 年 2 月現在、運用中のどの衛星でも送信が可能であるが、L5 についてはブロック IIR-M の一部とブロック IIF のみが送信可能である。本論文では、L1 と L2 のみを利用した。

L1: 1.57542 MHz

L2: 1.22760 MHz

(L5: 1.17645 MHz)

2.1.2. GLONASS の概要

GLONASS はロシア連邦共和国(露国)の国防省とROSKOSMOS によって運用されているGNSSである。GLONASS は当初、ソビエト連邦(以下、ソ連)によって軍事的な目的で開発された。1982年には最初の衛星が打ち上げられ、システムの構築が進められた。1990年代に一度は26機体制となったが、1991年のソ連崩壊の影響もあってか、その後衛星故障等により衛星数が減少し、過去10年間は利用されることが少なかった。しかし2003年、露国は民生用の信号を送信することができるGLONASS-Mを次々と打ち上げはじめた。そして2007年には民生用信号を開放し、2015年2月現在、GLONASS は、GLONASS-Mと新型のGLONASS-Kとで構成された約24機体制で安定して運用されている。

GNSS-TEC 法にとっての GPS と GLONASS との一番大きな違いはそれぞれの衛星の識別方式である。GPS では、衛星の電波に載せられた



GPS衛星の配置 (Copyright 日本測量協会)

Figure 7. The GPS satellite consternation. Altitudes are $\sim 20,200$ km, and the inclinations are ~ 55 degrees. Orbital periods are half sidereal day, i.e. 11h58 min.

(URL:http://www.geod.jpn.org/web-text/p art2/2-4/2-4-1-1.html)

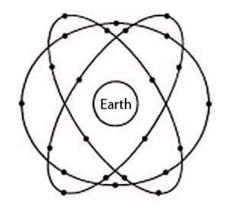


Figure 8. The GLONASS satellite consternation. Altitude are ~19,100km, and the inclinations are 64.8 degrees.

Orbital periods are 11 h 15 min.

(URL:http://www.nis-glonass.ru/en/glonas s/technical_descript/)

衛星固有の符号で受信機が衛星を識別しているのに対し、GLONASSでは、衛星ごとに送信する電波の周波数を少しずつ変えることで衛星を識別している。*GPSのような方式を符号分割多重通信方式 (Code Division Multiple Access; CDMA) をと呼び、GLONASSのような方式を周波数分割多重通信方式 (Fequency Division Multiple Access; FDMA) と呼ぶ。

GLONASS の送信する周波数は以下のように算出できる。k は今回解析に利用したもので、PRN 番号の順で並ぶ。L1 と L2 はすべての衛星から、L3 は GLONASS-K 衛星以降の衛星から送信できる。GLONASS についても、今回は L1 と L2 のみを利用している。

L1: $1602 \text{ MHz} + k \times 0.5625 \text{ MHz}$

L2: $1246 \text{ MHz} + k \times 0.4375 \text{ MHz}$

(L3: 1204.7040 MHz + $k \times 0.4230$ MHz)

k = 1, -4, 5, 6, 1, -4, 5, 0, -2, -7, 0, -1, -2, -7, 0, -1, -2, -7, 0, -1, 4, -3, 3, 2, 4, -3, 3, 2

2.2. GNSS-TEC 法による解析

どの GNSS でも、衛星は地上へ複数の周波数のマイクロ波を送信している。 GNSS の本来の用途であるナビゲーションを行う場合には、このマイクロ波にのせられたコードの時間差(衛星から送信された時刻と地上で受信された時刻の差)に光速をかけることで衛星-受信点間の距離を算出し、受信点の位置を決める。しかし、実際には衛星と受信点との時計のずれや、地球大気の屈折率の影響で、真の距離を求めることができない。**そのため、GNSS 測位技術の向上を目指して、衛星-受信点間の真の距離を求めるための、伝搬遅延補正技術の開発が、GPS 衛星の打ち上げから 30 年以上経った現在でも盛んに行われている。

数あるマイクロ波の遅延要因のうちでも影響が大きいものの一つが電離圏での遅延である。ただし、この電離圏での遅延は地殻変動を観測するような精度のよい受信機での観測の場合には完全に補正される場合が多い。なぜなら、マイクロ波は電離圏の電子数に比例して、位相速度を速め、群速度を遅らせる性質がある。この速度変化は電子数だけではなく、周波数に依存する (Appendix A)。この性質は分散性*** と呼ばれる。 そのため 2 つの周波数を観測して遅延を比較することができれば、電離圏での遅延は簡単に補正することができる。

^{*} ただし、すべての衛星に固有の周波数を割り当てると足りなくなるため、地球の裏側にある衛星同士は同じ周波数を送信している

^{**} そのため、単純に遅延時間に光速をかけた値を疑似距離と呼ぶ

^{***} これは、ガラスでできた三角柱のプリズムによって白色光が七色に分かれて見える現象を起こす性質と同じものである。

そしてこれを逆に利用することで、衛星視線に沿った電離圏の電子数 (電離圏全電子数; Total Electron Content; TEC) を算出しようとするのが、GNSS-TEC 法である。TEC の単位には TEC Unit (1 TECU = 10^{16} electrons/ m^2)が用いられることが多い。

2.2.1. GNSS-TEC の算出及び解析

本節では、本論文での解析において TEC がどのようにして GNSS の観測生データ標準形式 (Receiver Independent Exchange Format; RINEX 型式) から取り出されるのかを記述する。

本論文で解析のために取得した RINEX 観測データには、電波の位相が単位 radian で種別ごとに記載されている。それらに波長をかけてやると、 L_1 と L_2 、それぞれの位相から算出される距離に変換できる。これらから電離圏遅延の情報のみを持った量、 L_4 を算出することができる。

$$L_{4} = L_{1} - L_{2}$$

$$= -\frac{c}{f_{1}} \cdot L_{1c} - \left(-\frac{c}{f_{2}} \cdot L_{2c}\right) + N$$
(2-1)

 L_{1c} と L_{2c} はそれぞれ L_1 、 L_2 の位相、N は整数値の不確定性である。

ここで、L₄の変化をΔL₄とすると、斜め TEC (Slant TEC; STEC) の相対値ΔSTECは、

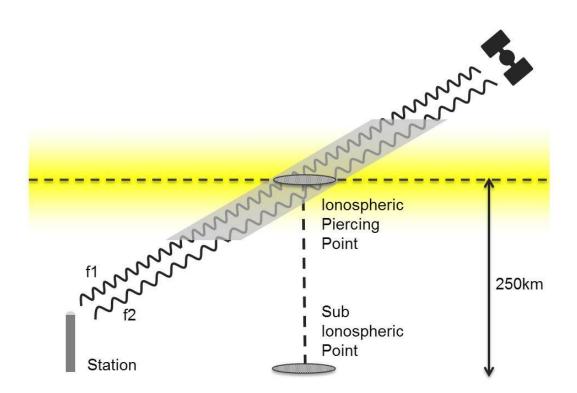


Figure 9. Schematic image of GNSS-TEC method (not on scale). GNSS satellites transmit microwave signals. The number of electrons along the line-of-sight is calculated by comparing the phases of the carriers in two different frequencies.

$$\Delta STEC = \frac{1}{40.308} \cdot \frac{f_1^2 \cdot f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \cdot \Delta L_4$$
 (2-2)

と表せる。ただし f_1 と f_2 はそれぞれ L_1L_2 の搬送波周波数である。ここで、GPS の場合は、 f_1 と f_2 が一定であるが、GLONASS の場合は、 f_2 2.1.2.で紹介したように、衛星ごとに異なる値を与える必要があることに注意する。

なお、斜め TEC を時系列で見ると、衛星仰角変化に応じて視線が電離圏を貫く距離が変化するため、U字型の曲線を描く。本論文では基本的には斜め TEC から直接相対的な変化を算出して議論している。ただし、斜め TEC の絶対値を算出した上で電離圏を垂直に貫いたと仮定した場合の TEC 値 (鉛直 TEC: Vertical TEC; VTEC) に補正されることもある。本論文では、電離圏擾乱の空間構造を議論する場合のみ、鉛直 TEC の相対値に変換し、議論した。

2.2.2. Sub Ionospheric Point の決定

GNSS-TEC 法で求められる電離圏全電子数は、電離圏中の電子数を衛星の視線方向に積分した値であるため、観測地点は点として決められない。しかし実際に GNSS-TEC 法を用いて解析を進める上で、電離圏がある一定の高さに存在すると仮定し、GNSS 衛星の視線との交点を地上に投影して観測地点とすることが一般的である。

そこで本節では、その求められる衛星のデカルト座標値から、観測点の代替として、衛星視線と電離圏との交点を地上に投影した点 (Sub Ionospheric Point; SIP) の緯度・経度を求める方法を紹介する。

そのためには、まず衛星が軌道のどのあたりにいるのかを知る必要がある。衛星の軌道上でのおおよその運動は、GNSS 衛星自身から送信される電波にデジタル情報として入っている。これを放送歴と呼ぶ。放送歴は大抵の場合、個々の衛星測位システムごとに RINEX 航法データとして RINEX 観測データとともに手に入れることができる。 * RINEX 航法データには、GPS の軌道情報はケプラー軌道座標で、そして GLONASS はデカルト軌道座標で記述されている。したがって、そのどちらからもある特定の時間のデカルト座標中での衛星の位置を求めることが可能である (Appendix B)。

SIP を求めるためには、受信点の座標も必要である。本論文では、受信点のデカルト座標値は RINEX 観測データのヘッダー** に記載されている値を利用した。もちろん、ファイルに書かれた位相情報を用いて決定した精密な座標値を与えることも可能であるが、ここではそもそも数百 km の厚みがある電離圏を厚みがない殻のような形状を持つと近似して衛星視線との交点を求める。そのため、ヘッダーに記載されたおおよその座標値で十分であると考える。なお本論文では、電離圏の高さ hion を 250 km と仮定して SIP を計算した。以下に、実際の解析の手順を記しておく。

^{*} その他、測位をする場合などに地上からの衛星追跡などによって決定される、より精度の高い衛星の軌道を用いる必要がある場合がある。これは精密歴と呼ばれる

^{**} ヘッダーに記載される"APPROX POSITION XYZ" という項目を利用する。

まず、地球の半径Rと電離圏の高度 h_{ion} 、および地球の扁平率etfをそれぞれ、

$$R = 6378 \, \mathrm{km}$$
: 地球の半径

$$h_{ion} = 250 \,\mathrm{km}$$
: 電離圏の高度 (2-3)

etf = 0.00335289: 地球の準拠楕円体の扁平率

とおく。

RINEX 観測データより与えられる受信機の ECEF 直交座標を $(x_{sit}, y_{sit}, z_{sit})$ 、経度を x_{lon} 、緯度を x_{lat} とおくと、

$$x_{lon} = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$$
 (2-4)
$$x_{lat} = \arctan\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 \cdot (1.0 - etf)}}$$

と座標が変換される。

これを再び ECEF 直交座標へと変換し直すには、

とする。

衛星から受信機までの距離を算出する。

$$\begin{pmatrix} X \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{sat} - x_{sit} \\ y_{sat} - y_{sit} \\ z_{sat} - z_{sit} \end{pmatrix}$$
(2-6)

ここで、(x,y,z)を衛星と受信機間の距離としておき直す。

受信機から見た IPP の位置ベクトルは(x,y,z)と同じ方向を向いており、長さの比を ϵ とすると、

$$a = x^{2} + y^{2} + z^{2}$$

$$b = 2.0 \cdot (x \cdot x_{sit} + y \cdot y_{sit} + z \cdot z_{sit})$$

$$c = R^{2} - (R + h_{ion})^{2}$$
(2-7)

 ε は、 $aX^2 + bX + c = 0$ の二次方程式の解となる。そこで、解の公式を適用することで、

$$\varepsilon = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4.0 \cdot ac}}{2.0 \cdot a} \tag{2-8}$$

と求められる。

従って IPP の座標は

$$\begin{pmatrix} x_{\text{sip}} \\ y_{\text{sip}} \\ z_{\text{sip}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{\text{sit}} + x \cdot \varepsilon \\ y_{\text{sit}} + y \cdot \varepsilon \\ z_{\text{sit}} + z \cdot \varepsilon \end{pmatrix}$$
 (2-9)

となる。

したがって、SIP の緯度および経度は下記のようにして求められる。

$$lon_{sip} = \arctan\left(\frac{y_{sip}}{x_{sip}}\right)$$

$$lat_{sip} = \arctan\left(\frac{z_{sip}}{\sqrt{x_{sip}^2 + y_{sip}^2}}\right)$$
(2-10)

2.2.3. 2014 年 2 月 13 日 Kelud 火山噴火の事例

本章では、2014年2月13日深夜に発生した Kelud 火山噴火の電離圏擾乱について GNSS-TEC 法を用いて解析した事例について紹介する。本章1節では、2014年2月13日に 発生したインドネシア、ジャワ島の Kelud 火山噴火の概要を紹介する。2節では、使用した データを紹介する。そして3節で噴火に伴い発生した電離圏全電子数の GNSS による観測 および解析結果を紹介する。

3.1. 2014 年 2 月 13 日 Kelud 火山噴火の概要

インドネシア・ジャワ島の Kelud 火山は、過去 100 年間で 8 回、VEI 1-4 の噴火を繰り返してきた火山である。なかでも、噴出物が水の作用によって斜面をくだる現象(火山泥流)を"ラハール"というインドネシア語で世界的に呼ぶきっかけとなった 1919 年の噴火が有名である。

Kelud 火山は近年では、2007年は溶岩ドーム噴火を引き起こした。そして、本論文で議論する2014年の噴火においてはプリニー式噴火を引き起こし、2007年に形成した溶岩ドームを崩壊させた(Fig. 11)。*

そこで GEOFON (STS-2) によって得られた地震波形の周期 16-33s を確認した (Fig. 12)。 15:46 UT に、大気振動に起因して 300 m/s で伝搬する大気音波が発生している。そして 16:15 UT に、Kelud 火山の方向から速度 3 km/s で伝搬するレイリー波が発生し、その後連続的な 微動が 1 時間 45 分ほど続いた。レイリー波は固体地球で何らかの変形があった際に発生したと考えると、おそらくレイリー波を発生させるような溶岩ドームの崩壊や火道の拡大のようなイベントをきっかけに噴出量が増加してプリニー式噴火に移行し、それに伴って大気振動が発生したことを示唆している。

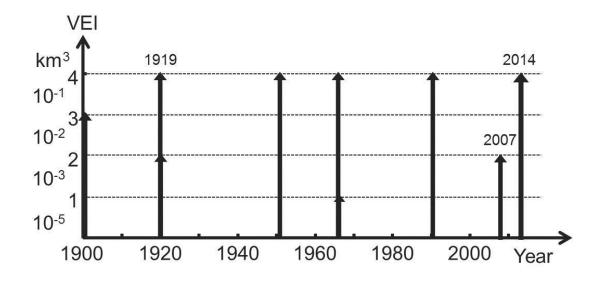


Figure 10. Eruption history of the Kelud volcano.

-

^{*} ちなみに、本論文とは関連していないが、このように溶岩ドーム噴火とプリニー式噴火を交互に繰り返すような振る舞いは、物理的には安定性解析からの理解が可能であるそうである。(小屋口, 2008)



Figure 11. Photographs of the Kelud volcano taken by Mr. Øystein Lund Andersen. The left image shows that a lava dome existed until the 2014 eruption. The right image shows that a crater was left after the dome collapsed in the eruption.

(URL:http://www.oysteinlundandersen.com/Volcanoes/Kelud/Kelud-Volcano-Indonesia-Februar y-2014.html)

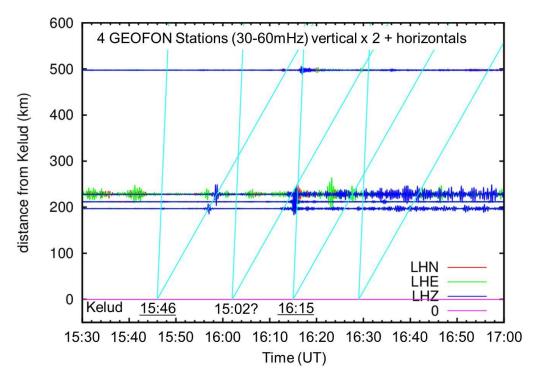


Figure 12. Seismic waveforms observed by 4 GEOFON stations (30-60 mHz). The horizontal axis indicates the time in UT, and the vertical axis shows the distance from the Kelud volcano. The slopes of the two sets of light blue lines correspond to those of Rayleigh surface waves (the steeper one) and acoustic waves. The Acoustic signal seems to have occurred at 15:46 UT. Rayleigh wave started at ~16:15 UT. Acoustic wave continued from 16:02 UT to ~18:00 UT. (Seismic data analyzed and the figure drawn by Dr. Akiko Takeo, Hokkaido University).

3.2. Kelud 火山噴火に伴う電離圏擾乱

本論文冒頭でも述べたとおり、電離圏では太陽活動をはじめとする様々な要因で大規模な擾乱が起こりうる。そのため、電離圏がある程度静穏な状態でなければ火山噴火由来の擾乱を分離することが難しくなると予想できる。そこで、1節でまず、擾乱が発生した前後のインドネシア上空の電離圏の状態を確認したい。そのうえで、2節において火山由来の電離圏擾乱の結果を紹介していくことにする。

3.2.1. 使用した観測データ

本論文では、3 つの GNSS 定常観測網に属する 37 点で得られた RINEX 観測データを利用し、電離圏全電子数を求めた (Fig. 13)。利用した観測網は、インドネシアの国土地理院に相当する BIG (Badan Informasi Geospatial) が運用しているもの、IGS (International GNSS Service) によって運用されているもの、そしてスマトラ島の地殻変動の監視を目的としてインドネシア科学研究所(LIPI)とカリフォルニア工科大学が運用する SuGAr (Sumatra GPS Array) である。

COCO を除く IGS の 2 点と BIG による観測点は GPS と GLONASS について 30 秒間隔でデータを取得している。 IGS の COCO は GPS のみを 30 秒間隔で取得している。 SuGAr の 観測点は全点 15 秒間隔で GPS のデータのみを取得している。

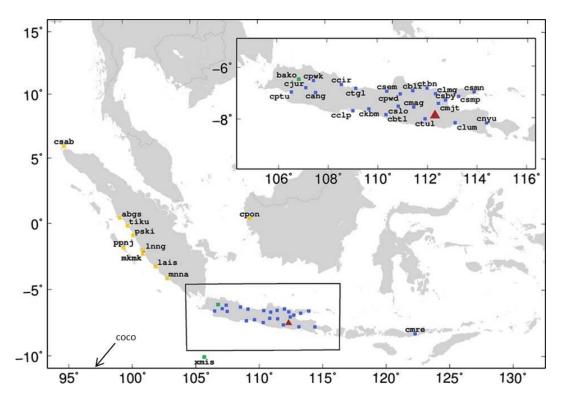


Figure 13.Map around the Kelud volcano. A red triangle indicates the Kelud volcano. Blue, yellow, and green squares show BIG, SuGAr, and IGS GNSS stations, respectively.

3.2.2. 2014 年 2 月 13 日の電離圏概況

まず2014年2月のDst 指数とAE 指数を確認する (Fig. 14)。Dst 指数は赤道上空の電離圏に生じる環電流が作る磁場変化の指標であり、磁気嵐の発生に伴って大きく負の値を示す。一方AE は極域のオーロラ帯で起こるジェット電流の発生を示す指数である。2014年2月のDst 指数およびAE 指数を確認すると、2月13日はAE 指数、Dst 指数ともに安定して0に近い値で推移している。したがって太陽活動の影響はほぼないと考えることができる。

次に、本論文で議論する波動の発生した時刻のジャワ島周辺の背景の TEC を確認する。 背景の TEC があまりに小さい場合は、下層からの擾乱は小さくて見えない可能性が高いか らである。

本研究で対象とする擾乱が起こったのは現地時間深夜(22 時から翌日未明 2 時)である。Global Ionospheric Map (GIM) (CODE によるもの)を確認したところ、このときのジャワ島上空の TEC は~50 TECU であることがわかった (Fig. 15)。これは、平常時真昼の日本上空の TEC の倍以上の大きな値である。ちなみに、IRI-2012 (Bilitza et al. 2012)では、Kelud火山上空 (南緯 7.9 度,東経 112.3 度)同時刻での TEC は 20.7TECU と算出される。2 つの手法で推定される TEC の値は大きく食い違うが、GIM で見るとジャワ島はちょうど南半球側の赤道異常域の腕の末端部分にあり、用いる観測量・モデルによって大きく誤差が出てもおかしくない状況であると推測される。ただ経験的に見て、背景の TEC はおおよそ数十TEC 以上あれば擾乱の観測には問題がない。そのため、本論文ではこれ以上の議論はしない。

そして、TIKU、PSKI、PPNJでのGPS13番衛星の斜めTEC時系列(Fig. 17)を見ると、16:00 UT 頃に5-10TECU程度の負の異常が見られる。これは火山によるものではなく、スマトラ島沖に存在したプラズマバブルが原因だと考えられる。プラズマバブルとは、磁気赤道域で日没後に電子密度が局所的に低下する現象を指す。したがって、プラズマバブルが擾乱の近傍に存在すると、擾乱の観測が難しくなると予想される。しかし、プラズマバブルの発生領域は今回の観測対象となる波動の発生中心からは十分に遠い。今回の観測には影響しないと考えて差し支えないだろう。

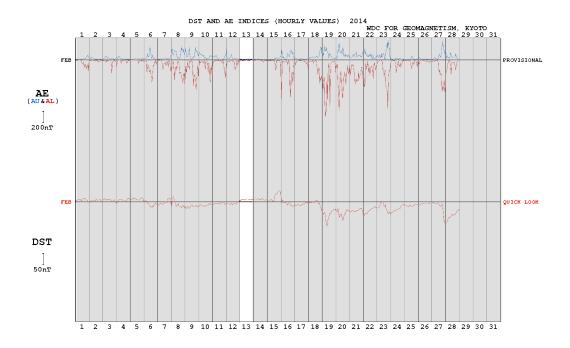


Figure 14.Dst and AE indices time series on February 2014. It can be plotted at World Data Center for Geomagnetism, Kyoto web page.

(URL: http://wdc.kugi.kyoto-u.ac.jp/dstae/index.html)

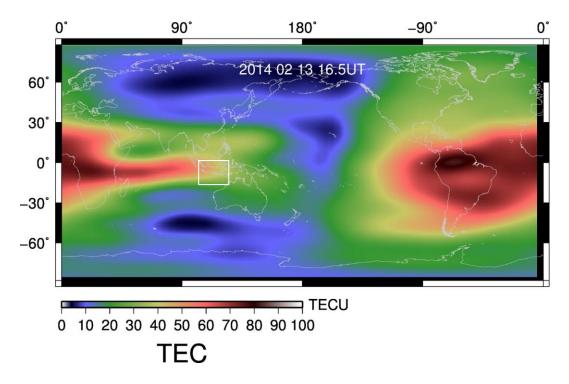


Figure 15. Global Ionospheric Map (GIM) at 16:30 UT February 13 2014 (CODE). The white square shows the region around the Java island, Indonesia.

3.2.3. Kelud 火山の噴火に伴う電離圏擾乱

本節では、GNSS-TEC 法で得られた火山起源の波動とその解析結果について紹介する。まず、GNSS-TEC 法から得られる斜め TEC の変化の時系列を確認する (Fig. 17)。ちなみに位相データに基づくこれらの値は絶対値は不明で観測開始からの時間変化のみ意味を持つため、最初の TEC 値をすべての衛星でゼロとしてある。これら時系列の一部から、16:25から 19:00 すぎにかけて、振動が検出された。なお、2 節でも述べたとおり、TIKU、PSKI、PPNJの時系列で見られる16:00 UT 頃の全電子数の減少はプラズマバブルによるものである。本論文では、全電子数時系列から特に良好な信号を得られた GPS の 1、7、13、20、23、32番衛星と GLONASS の 15、16番衛星の時系列について以下に述べる手順で解析を行った (Fig.16)。

まず、斜め TEC の時系列より、270 sec のウェーブレット解析をすることで、衛星仰角の変化に伴う見かけの TEC 変動(U 字型の変動)を除去し、擾乱の信号を取り出した。ウェーブレットにはメキシカンハット関数($\psi(t)=(1-t^2)\exp(-t^2/2)$)を採用している。取り出した信号を、SIP の Kelud 火山からの距離を縦軸に、そして横軸に時刻(UT)をとって、信号の走時曲線を見た(Fig. 18)。

次に、地図上の SIP の位置に鉛直方向に補正した TEC の値を 16:25 から 19:01 UT まで 2 分ごとに描画した (Fig. 19)。その結果、主に北向きに同心円状の波動が外向きに伝搬していく様子を捉えることができた。北向きの波動がよりはっきり見えているのは、中性大気の振動方向が磁力線に沿っているため、電子も中性大気と共に運動しやすいためである [Heki and Ping, 2005]。

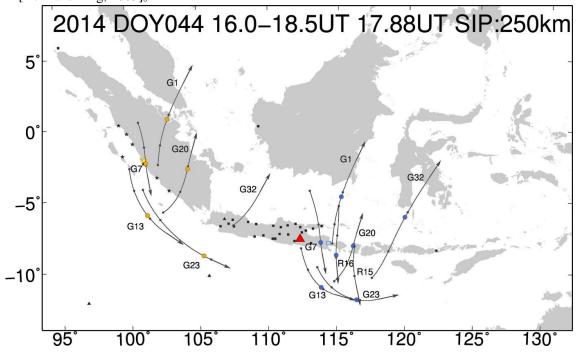


Figure 16. Tracks of SIPs (GPS 1, 7, 13, 20, 23, 32, and GLONASS 15, 16) from the two stations CSMP and LNNG. Blue and yellow circles on the tracks indicate SIPs at the eruption time from these stations, respectively.

次に SIP が火山から半径 1000km 以内の範囲で、斜め TEC に 2-8 mHz のバンドパスフィルタをかけ、波動の伝搬速度 1 km/s を仮定して Kelud 火山の座標まで戻し、衛星ごとにスタックした (Fig. 20 左)。スタックした波形は高速フーリエ変換によってスペクトル解析を行った (Fig. 20 右)。その結果、本論文で解析した波動には、3.7 mHz と 4.6 mHz そして 6.7 mHz の周波数成分が含まれていることがわかった。

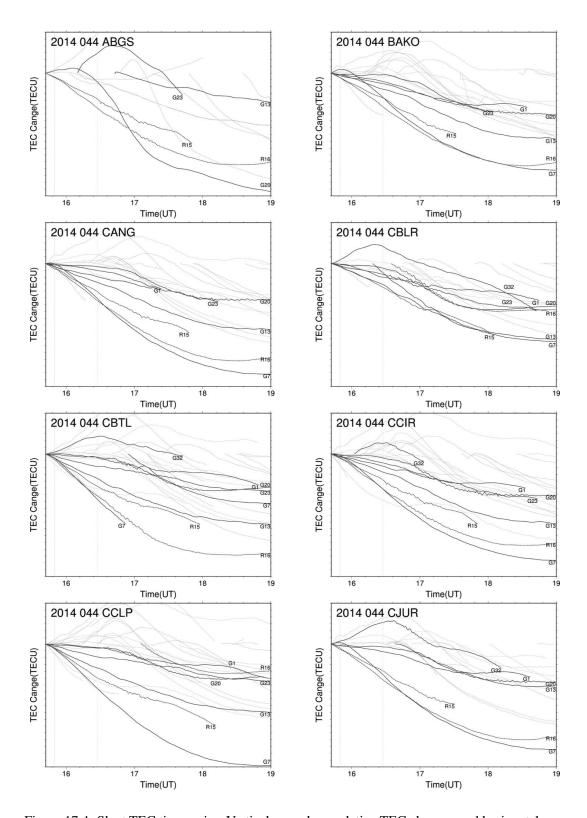


Figure 17-1. Slant TEC time series. Vertical axes show relative TEC changes and horizontal axes indicate time in UT. Dark gray curves shows results observed by GPS 1, 7, 13, 20, 23, 32 and GLONASS 15, 16 and light gray curves indicate those by other satellites.

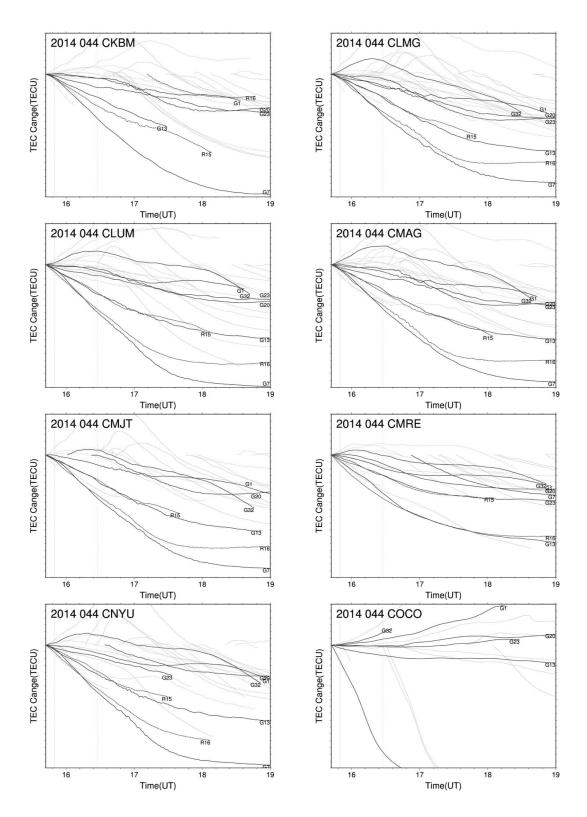


Figure 17-2. Same as Fig. 17-1.

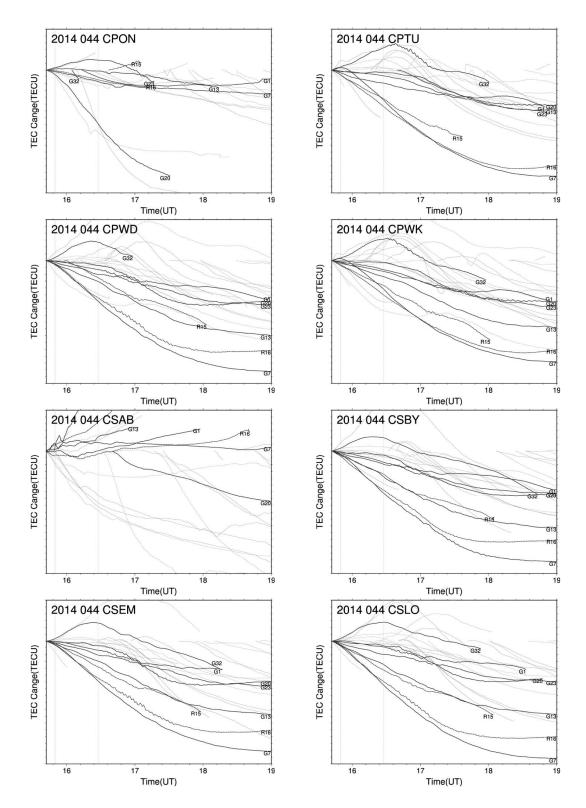


Figure 17-3. Same as Fig. 17-1.

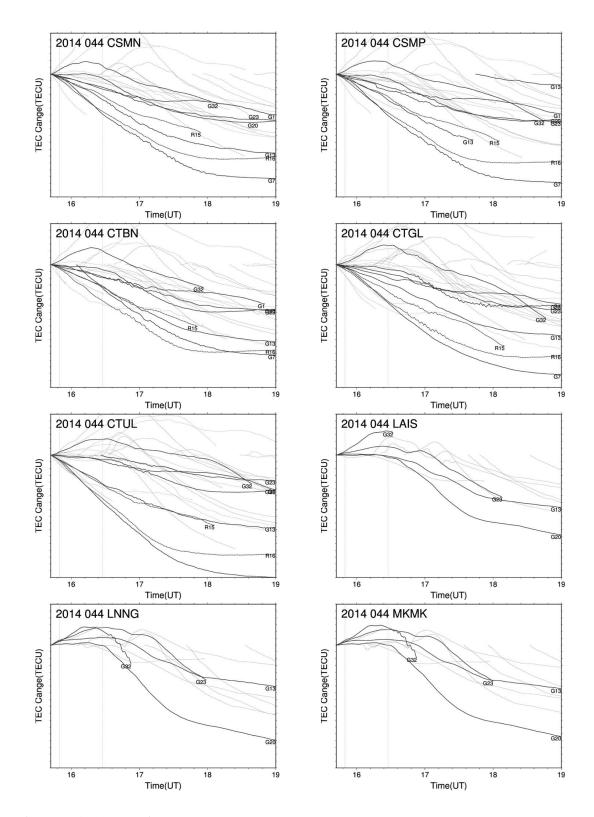


Figure 17-4. Same as Fig. 17-1.

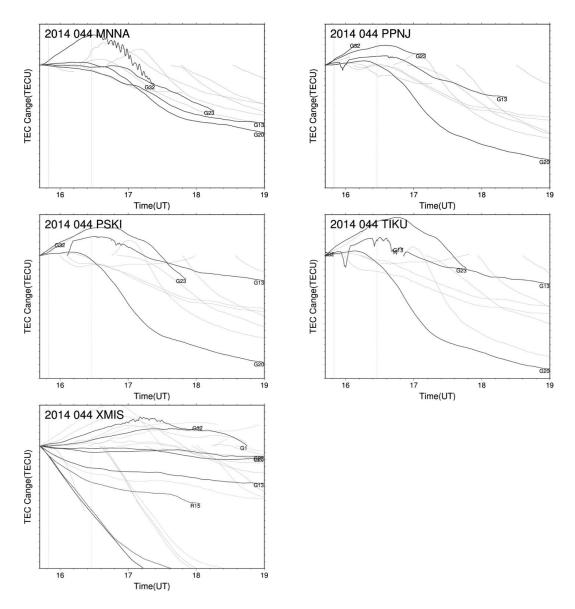


Figure 17-5. Same as Fig. 17-1. PPNJ, PSKI, and TIKU time series have plasma babble signals about $16:00~\mathrm{UT}$.

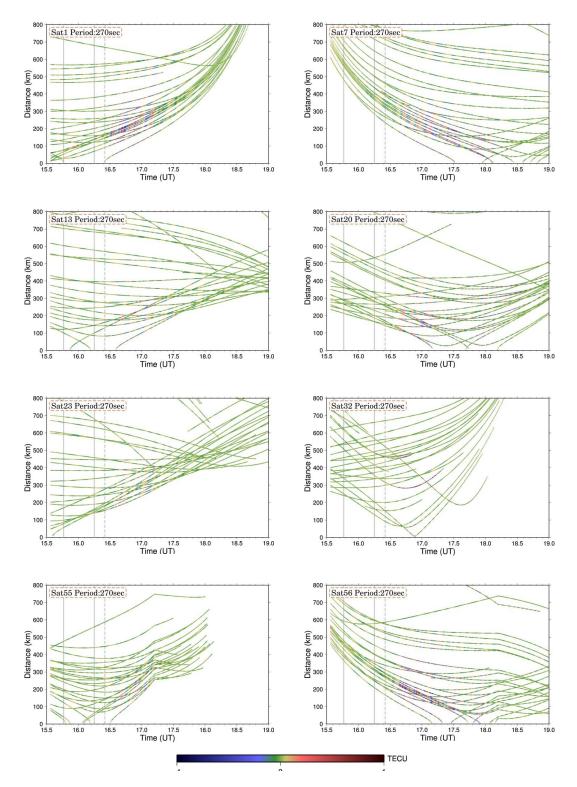


Figure 18. TEC distance-time diagrams by GPS satellites 1 7 13 20 23 32 and GLONASS satellites 15 (55), 16 (56). The horizontal axis shows time in UT, and the vertical axis indicate distances from the Kelud volcano. Colors indicate the vertical TEC anomalies as shown in a the color scheme below. Sudden changes seen in the distance for the two GLONASS satellites are considered to be artifacts.

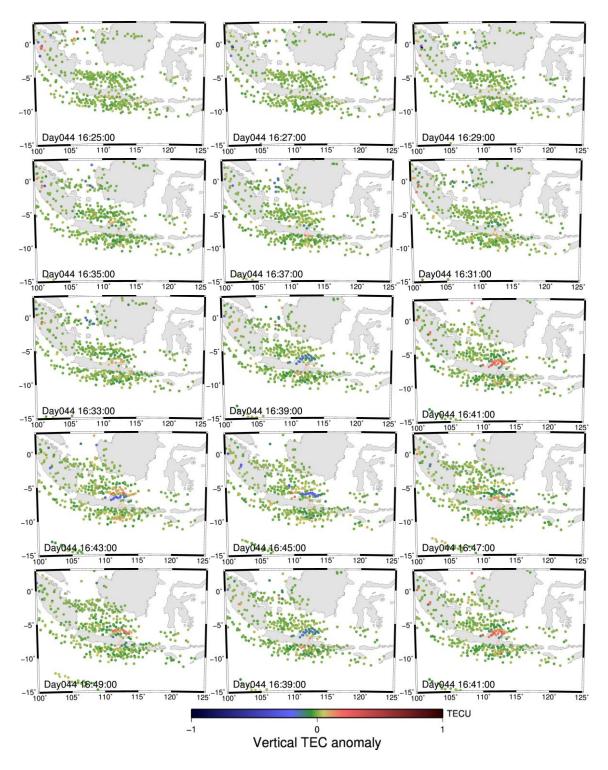


Figure 19-1. Spatial distributions of vertical TEC anomalies from 16:25 to 16:41 drawn with two minutes intervals. Red and blue colors indicate positive and negative TEC anomalies, respectively, as shown in the legend below.

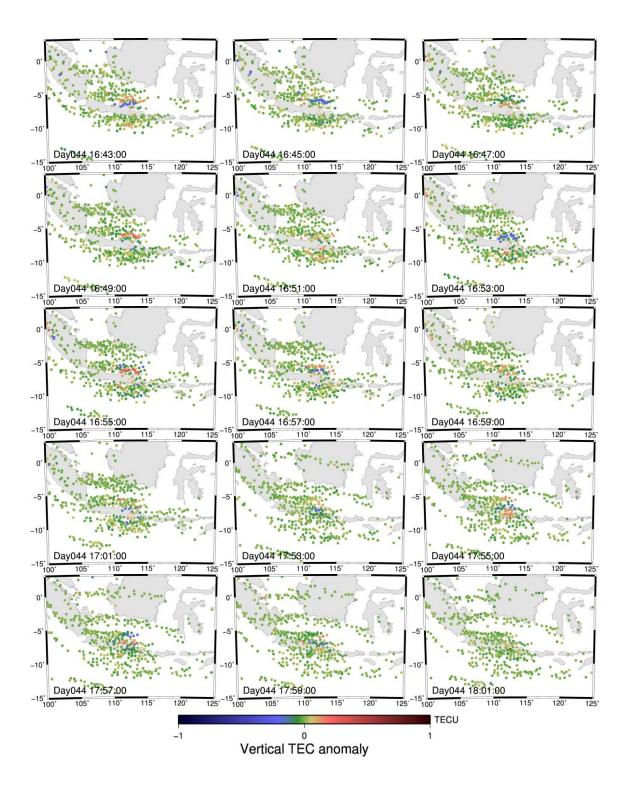


Figure 19-2. Same as Fig. 19-1 (later period).

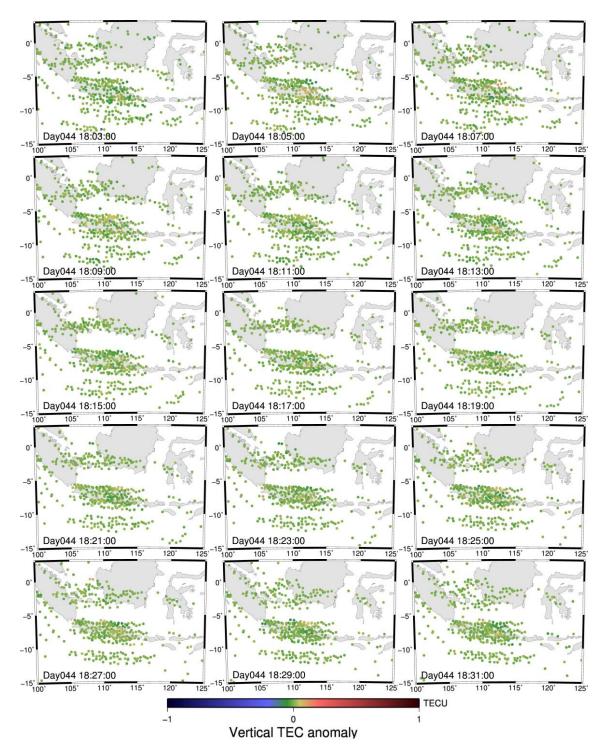


Figure 19-3. Same as Fig. 19-1 (period after Figure 19-2).

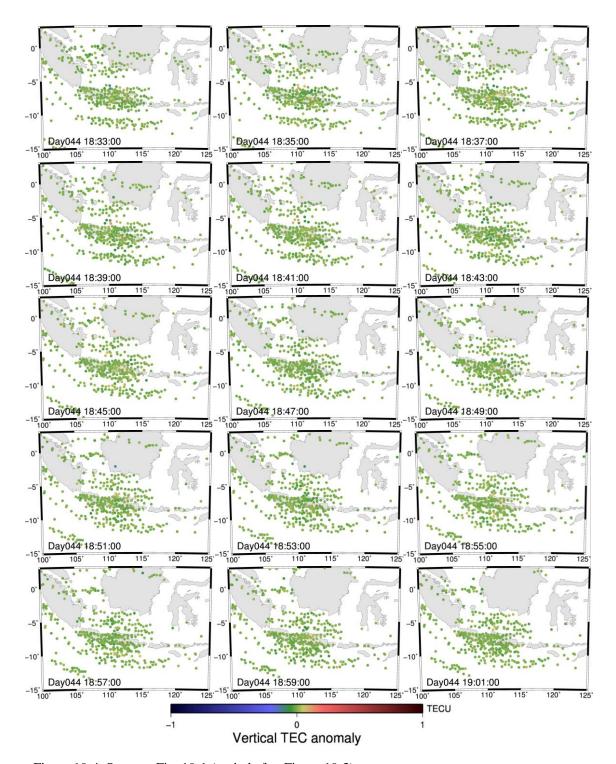


Figure 19-4. Same as Fig. 19-1 (period after Figure 19-3).

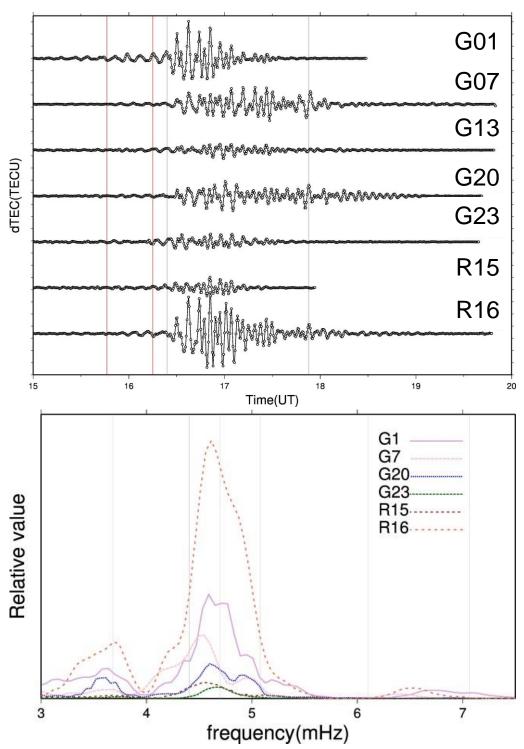


Figure 20. (top) TEC anomaly wave forms for individual satellites obtained by stacking all the TEC time series observed at stations with in 1000 km from the volcano . The vertical axis shows relative TEC anomaly and a horizontal axis indicates time in UT. Red lines shows explosions detected by seismograms. The two gray lines indicate the onset of the ionospheric disturbances and the change in amplitude. (bottom) Spectrum of TEC changes derived from the time series shown above. The vertical and horizontal axes are relative power and frequencies, respectively.

4. Discussion

本章では、3章で紹介した電離圏擾乱の解析結果から、2014年2月13日に Kelud 火山で何が起こったのか、そして本事例が先行研究で報告されてきた事例の中でどのように位置づけられるかを考える。

1節においてはまず、地震波形ならびに気象衛星観測との比較から、Kelud 火山噴火に伴い発生した波動がどのような特徴を持っていたのかを記述する。そして2節、3節においてはそれぞれ1章の1節、2節と対応づけながら、Kelud 火山噴火によって引き起こされた電離圏擾乱を議論する。

4.1. Kelud 火山噴火に伴い、大気・電離圏・固体地球で起こったこと

ここでは、Dautermann et al. (2009b) をはじめとする先行研究に倣って、地上での広帯域 地震計による地震波観測結果を確認し、電離圏擾乱と比較したい。

Fig. 21 は Kelud 火山から約 200 km 離れた GEOFON 観測点、UGM で得られた波形を周期 ごとに見た結果を示す。その結果、周期 15-30 秒及び 100-200 秒の成分が 18:00 UT 頃に収 東するのに対して、周期 200-300 秒の成分は 19:00 UT 頃まで振動を続けることがわかった。この周期 200-300 秒の波動は、地震計 3 成分の粒子軌跡から Rayleigh 波ではなく音波振動である可能性が高いと同定された。つまり、下層大気の振動と解釈できる。

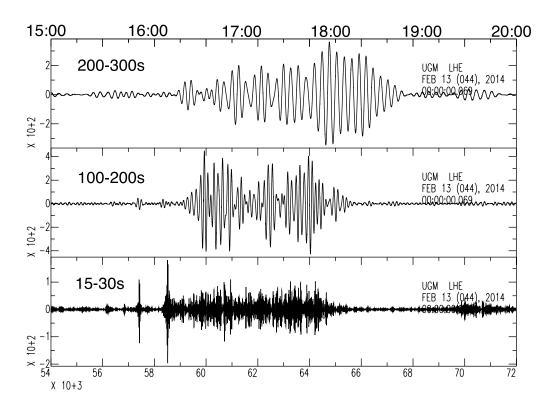


Figure 21. Components of seismic waves with periods 200-300 sec, 100-200sec and 15-30 sec observed by one of GEOFON stations, UGM, ~200 km away from the Kelud volcano. The data analyzed and the figure drawn by Dr. Akiko Takeo.

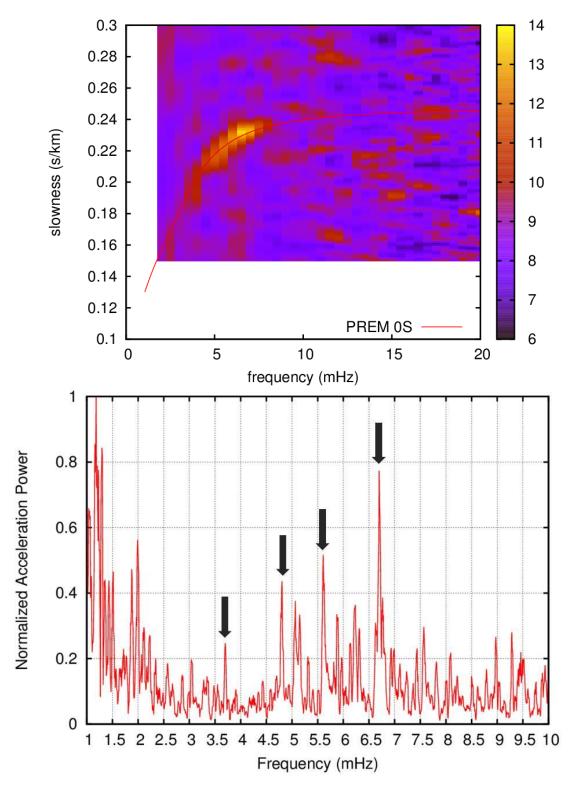


Figure 22. (upper panel) Slowness diagram drawn using the GSN seismograms. Colors indicate stacked amplitudes. The red curve shows the Rayleigh wave propagation velocity based on PREM. (bottom panel) Spectrum analysis of the source time function calculated from 72 GSN stations. Black arrows show 3.7 mHz (270s), 4.8 mHz (208s), 5.7 mHz (175s), and 6.8 mHz (147s) components, respectively. The data analyzed and the figure drawn by Dr. Akiko Takeo.

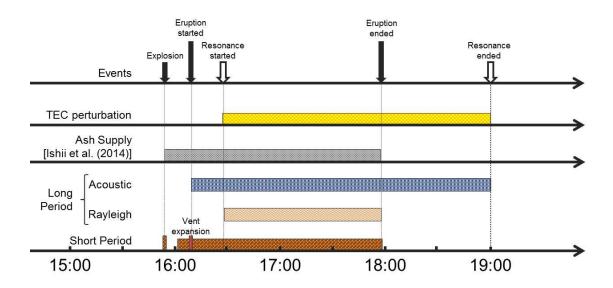


Figure 23.Summary of the durations of individual phenomena.

そして、世界に展開された 78 の広帯域地震計 (STS-1) からなる観測網、Global Seismographic Network (GSN) から得られた地震波形の周期 100-1000 秒の成分を確認した。スローネス(速度の逆数)の解析から、Kelud 火山からレイリー波速度で伝搬した波動が存在することがわかっている (Fig. 22 top)。そしてそれらの波動から得られた震源時間関数をスペクトル解析した。その結果、GNSS-TEC とほぼ同様の 3.7 mHz、4.8 mHz、6.8 mHz を含むいくつかのピークを確認することができた (Fig. 22 bottom)。その一方で、5.8 mHz をはじめとする電離圏では見られないピークが存在するが、高周波側ではおそらくサンプリングが地震計の方がより密であったり、音波が電離圏へ届く前に空気の粘性によって減衰してしまったりしたことが原因であると推察される。

以上の地震波形との比較から、今回、GNSS-TEC 法によって、火山の連続的噴火によって励起される共振、噴火終了後の1時間程度続く共振由来の自由振動のゆるやかな減衰を観測したと考えた。さらに Kelud 火山付近から、電離圏擾乱と同様の周波数成分を持つレイリー波が伝搬していることから、大気の自由振動が固体地球を揺らす、固体地球-大気カップリングが起こったものと推測される。

4.2. 2014 年 Kelud 火山噴火と今までの噴火の比較

Dautermann et al. (2009a, b) によって報告された 2003 年スフリエールヒルズ火山の事例では、擾乱の伝搬速度が約 0.6 km/s と推定されており、本研究で推定された 1.0 km/s よりもやや遅い。これは、SIP を決める際の電離圏の高さの仮定の違いを反映している可能性や、電離圏の温度構造を反映している可能性などがある。しかし、なぜこのような大きな違いが出るのかはよくわからない。

一方で、Heki (2006) で報告された、2004年9月の浅間山の噴火をはじめとする規模の比較的大きいブルカノ式噴火に伴う電離圏擾乱の場合には、周期約120秒のN型の波動が一度通過するのみである。これは共振では説明できない。

そもそもブルカノ式噴火に伴って M6 相当の固体振動が発生するとは考えにくく、その点でもブルカノ式噴火に伴う擾乱は地表起源ではなく、噴火にともなって生じる大きな圧力変動が電離圏へと伝わったものだろうと考えられる。つまり、火山噴火に伴う電離圏擾乱の発生メカニズムは、噴火様式に応じた多様性があり、各々まったく異なるメカニズムで励起されている可能性がある。

4.3. Kelud 火山噴火で観測された波動の周波数成分とその解釈

大気の固有振動数は高次のものほど特に、大気の成層構造に大きく左右される [Lognonné et al. 1998; Watada and Kanamori, 2010]。そのため、観測される波動の周波数から、逆に大気の状態を推定することが可能である。例えば、地震観測網で観測された $3.7~\mathrm{mHz}$ (270s)、4.8 mHz (208s)、 $5.7~\mathrm{mHz}$ (175s)、 そして $6.8~\mathrm{mHz}$ (147s)のピークをそれぞれ大気の基本モードとその高調波を反映していると考える。そうすると、Watada and Kanamori (2010)で算出されている大気の境界層と共振周波数の関係から、大気の境界層は $92~\mathrm{km}$ 程度と推定される (Fig. 24)。これは Fig. $1~\mathrm{ct}$ でも示されているとおり、IRI-2012 より計算された気温の極小域 (中間圏界面; 高度 $100~\mathrm{km}$)と大きく違いはなく、理に適った結果であると言える。

さらに先行研究の結果についても議論し、妥当性を確認したい。例えば1991年Pinatubo 火山噴火の場合には、3.7 mHz と 4.4 mHz でピークを持つ。これを 本事例と同様に Watada and Kanamori (2010) の 結果と比較すると、3.7 mHz を基音、4.4 mHz を二倍音と解釈した場合

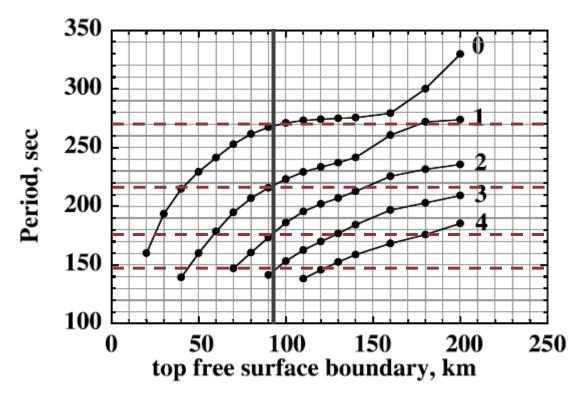


Figure 24. Based on Fig. 5 bottom of Watada and Kanamori (2010). The vertical and horizontal lines show eign-period and atmospheric top boundary, respectively. Red lines show Rayleigh wave components indicated by Fig. 22.

には、境界層の高度は $102 \, \mathrm{km}$ 程度となる。同様に Widmer and Zurn (1991) によって議論された El Chichon 火山噴火の事例であれば、基音を $3.76 \, \mathrm{mHz}$ 、二倍音を $5.14 \, \mathrm{mHz}$ と決めれば、厳密に一致するわけではないが、 $70-80 \, \mathrm{km}$ と推定が可能である。そして、Saito $et \, al.$ (2011) による東北地方太平洋沖地震に伴う共振については、基音を $3.7 \, \mathrm{mHz}$ 、二倍音を $4.5 \, \mathrm{mHz}$ 、三倍音を $5.3 \, \mathrm{mHz}$ であったと仮定すれば、 $100 \, \mathrm{km}$ 程度と推定できる。

これらの結果は、すべて中間圏界面の高度として不自然でない範囲に収まっており、中間圏界面高度のなんらかの変動を実際に反映した結果である可能性がある。つまり、地上での大気共振観測を行うことで、火山学をはじめとする固体地球科学のみならず高層大気科学にも少なからず貢献できる可能性があることを示唆している。

Table 2. Observed resonances from previous studies.

Origin	Frequency	Velocity	Observation	Reference
1980 Mount St. Helens	3mHz	N/A	Seismometer	Kanamori <i>et al</i> . 1994
1883 Krakatoa	3mHz	N/A	Seismometer	Kanamori <i>et al</i> . 1994
1982 El Chichon	3.76mHz, 5.14mHz	3.76 km/s, 300 m/s	Gravimeter, Seismometer	Widmer and Zürn 1992
1991 Pinatubo Volcano	3.70mHz, 4.39mHz	3.55 km/s, 4.791 km/s	Seismometer	Kanamori and Mori 1992
1991 Pinatubo Volcano	3.68mHz, 4.44mHz	3.78km/s	Gravimeter, Seismometer	Widmer and Zürn 1992
2003 Soufriére Hills Volcano	4mHz	616 m/s, 631 m/s	GNSS-TEC	Dautermann <i>et al.</i> 2009
2011 Tohoku-oki Earthquake	3.7mHz, 4.4mHz	1 km/s	GNSS-TEC	Rolland et al. 2011
2011 Tohoku-oki Earthquake	3.7mHz, 4.5mHz, 5.3mHz	1.4 km/s	GNSS-TEC	Saito <i>et al.</i> 2011
2013 Moore Tornado	4mHz	1.3 km/s	GNSS-TEC	Nishioka et al. 2013
2014 Kelud Volcano	3.7mHz, 4.6mHz	1 km/s	GNSS-TEC	This study
2014 Kelud Volcano	3.7mHz, 4.8mHz	Rayleigh wave (Fig. 22)	Seismometer (STS-1)	This study (analyzed by Dr. Takeo)

5. Conclusion

本研究は、2014 年 Kelud 火山のプリニー式噴火に伴う大気共振の水平方向のひろがりと 波動の時間発展を観測し、1991 年の Pinatubo 火山の事例とほぼ同様の 2 つのスペクトルピークを電離圏での観測において初めて見出した事例である。

本研究で得られた成果は以下のように結論づけられる。

- 1. 今回、GNSS-TEC 法によって得られた電離圏擾乱は、火山の連続的噴火によって励起される共振による波動と、噴火終了後、1時間程度続く共振由来の自由振動とそのゆるやかな減衰を観測したと考えた。さらに Kelud 火山付近から、16:30-18:00 頃にかけて、電離圏擾乱と同様の周波数成分を持つレイリー波が伝搬していることから、噴火によって振動が励起されている間のみ固体地球—大気カップリングが起こったものと推測される (Fig. 25)。
- 2. 火山噴火に伴う電離圏擾乱の先行事例との比較の結果、火山性電離圏擾乱の励起メカニズムには少なくとも2種類あることが示唆された。おそらく、2014年 Kelud 火山の事例や2003年 Soufriére Hills 火山の事例は、1991年の Pinatubo 火山噴火で励起されたような、プリニー式噴火の噴煙に伴う大気共振がなんらかの機構で電離圏へと伝わったものだと考えた。一方で、Heki (2006)で議論される2004年浅間山噴火に伴う電離圏擾乱は比較的規模の大きいブルカノ式噴火 (VEI 2程度)に伴う強い単独の圧力波が電離圏を揺さぶってN型の変動をもたらしたものであろう。
- 3. 2014 年 Kelud 火山噴火に伴い発生した固体地球を伝搬するレイリー波は、92 km 付

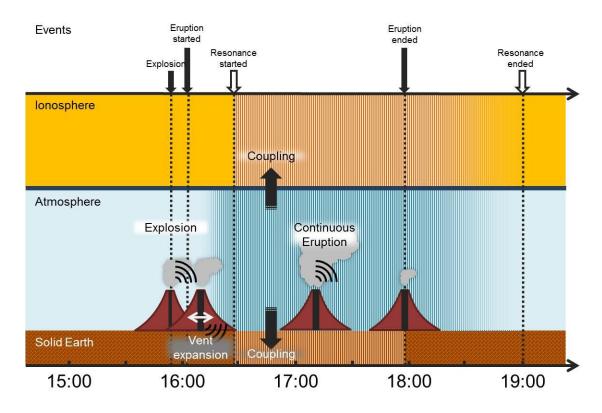


Figure 25. Schematic image of the event occurred by the Kelud volcano on 13 February 2014.

近を境界層としたときの大気の固有振動数の基音、二倍音、三倍音、四倍音を含んでいた。これは、大気の共振が地面へと伝わったことを支持する。そして逆に、大気共振のもつ周波数成分を何らかの形で決めることで、中間圏界面の高度を推定できる可能性をも示唆する。それに対して、電離圏の擾乱は、3.7 mHz と 4.6 mHz そして、6.7 mHz の成分を含んでいたが、5.7 mHz 付近の成分を持たない。これは、おそらく大気の粘性による減衰の影響だと考えられる。

6. Future Work

本論文では、2014 年 Kelud 火山噴火に伴い発生した電離圏擾乱について GNSS-TEC 法で解析した結果について議論した。しかし、本論文の解析結果のみでは、まだ仮説の段階にとどまる部分も多く、多くの問いが未だ答えられないまま残る。また、本論文を書き進めていく中で、これらの疑問を解決するためには火山噴火の際に放出される力学的そして熱的エネルギーによって固体地球圏-大気圏-電離圏おのおので起こる現象とそれらの相互作用とを様々な観測量から丁寧に切り分けて議論していく慎重さが必要であるように思われた。

そこで本章では、本論文で紹介してきた今後 2014 年 Kelud 火山噴火による電離圏擾乱についてより深く理解するため、これからの課題について、ここまでの議論を振り返ったり、参考になる文献を紹介したりしながら、整理を試みたい。

6.1. 2014 年 2 月 13 日のジャワ島上空の大気構造

下層大気および電離圏の状態はどのようであればよいのだろうか。

Lognonne et al. (1998)、Kobayashi (2007)、そして Watada and Kanamori (2010)を参考にしながら基準振動モードをより厳密に計算して検証する必要を感じている。そこから逆解析によって、火山噴火のエネルギーなどのパラメータを算出し、より詳細な火山による大気波動の励起メカニズムを解き明かすことが可能かもしれない。

また、地震計で得られる固体地球の持つ周波数成分と電離圏で得られる周波数成分とは 分布に多少の差異が見られる。これらは大気の粘性から説明できると考えているが、しっ かりとした検討が求められると感じる。

そして、大気共振はどのような機構で大気共振の上端にある境界層 (中間圏界面) を超え、 電離圏に擾乱を発生させるのかもまだ検討しきれておらず、興味深い点の一つである。例 えば、重力波の砕波と呼ばれるメカニズムがよく検討される。電離圏擾乱そのものの波源 の位置の考察にもつながる重要な観点である。

電離圏の温度構造も重要である。本事例は現地時間深夜に発生した現象だが、電離圏の温度は昼夜では2倍弱ほど変動する。そして音速は一般に絶対温度の平方根に比例する。そのため、観測される速度にも温度構造が反映されるはずではある。ただし、GNSS-TEC法では、擾乱の鉛直構造を決めることが難しいため、今のところ、この温度構造の違いによって出るはずの音速の違いを検出するには至っていない。

6.2. 波面の形状の解明

本論文の成果の一つに、火山噴火に伴う大気共振由来の電離圏擾乱の水平構造を捉えることができたというものがある。しかし、鉛直方向の構造などより詳細な形状についてはGNSS-TEC法で捉えることは難しく、未だ課題として残る。例えば、波面の形状はどうなっているのか。球面波か、それとも鉛直方向に伝わるのか。また、波源は火山直上なのか、それとも時間とともに移動していくのか、など疑問は尽きない。

これらを解決するには、実際に場に音速を与え、音波がどのように場を伝播していくのかをシミュレートし、数値実験を進めていくのがまずは手っ取り早く思える。ただし、鉛直方向の広がりが数百 km、水平方向の広がりが千 km 弱であるのに対して波長が百数十 km である本事例のように、空間に対して波長が長すぎる場合には、単純な鏡像法や音線法は不向きであることが予想される。様々な条件を考慮して、慎重に進めていく必要があるだろう。

なお、実際には下層からくる波動の速度を算出する場合に、例えば深発地震の場合のように、水平距離のみで考慮したために見かけの速度が速く観測されている可能性がある。 これによって、実際の音速と本研究で得られる伝搬速度の差を説明できるかもしれない。 この推論が考慮に値するものなのかどうかを知るためにも、やはり波面の形状は重要である。

6.3. 電離圏擾乱を起こしうる火山噴火とは

そもそも、どのようなブルカノ式噴火・プリニー噴火が大気共振や電離圏擾乱を励起し うるのだろうか。これは、火山による大気共振の観測成果を火山学へと還元するためには 重要な問いであると感じてはいるのだが、本論文では議論をすることがかなわなかった。

ブルカノ式噴火やプリニー式噴火が発生していても大気共振や電離圏擾乱が観測されなかった事例は多い。例えば、桜島のように頻繁にブルカノ式噴火が発生している場合でも、電離圏擾乱が観測されることは稀である。ただし経験的には VEI 2 以上の規模のブルカノ式噴火でなければ、擾乱が検出されないようである。また、2011 年新燃岳の準プリニー式噴火においても、電離圏の擾乱を確認することができなかった。

そして、本論文で大気共振を発生させた噴火として分類した 1991 年 Pinatubo 火山噴火と 2014 年 Kelud 火山噴火であっても、スペクトルピークの分布は異なる。一番大きく異なるのは、1991 年の Pinatubo 火山噴火においては三倍音、四倍音が確認されていないのに対して、2014 年 Kelud 火山噴火では、基音や二倍音とくらべて三倍音や四倍音がより強く検出されている。地震計による観測をここでは比較したため、各々の地域的な地盤特性の違いによるものである可能性もちろん大いにあるが、励起源である噴火の際に発せられる噴煙の特徴の違いを反映している可能性も否定しきれない。

Pinatubo 火山や Kelud 火山からはどのような波動が放出されたのだろうか。そしてそれらはどのような違いを持てば多様性を生み出す可能性があるのだろうか。

6.4. 他の観測量との比較

GNSS-TEC 法とグローバルな地震観測網から得られる波動だけでなく、大気の振動そのものの観測 (インフラサウンド) を始めとする他の観測データとあわせて、火山噴火に伴う電離圏擾乱の詳細なメカニズムの解明を目指すことも検討の余地がある。

例えば本事例は、現地時間深夜に発生した。そのため、Airglowの観測を行うことが可能であったはずである。実際に国際宇宙ステーションに載せられたセンサー、VISIを用いてNishioka et al. (2013)で GNSS-TEC 法に捉えられた竜巻による擾乱と同じものを Airglow によって可視化された擾乱を捉えたとする報告がある (Akiya et al. 2014)。本事例においても同等の観測量を得られれば、例えば GNSS-TEC 法では構造が不明瞭で捉えきれず、本論文では議論をできなかった重力波の成分についても定量的な評価が可能になることが期待される。

また、Mitsui and Heki (2013) では、2011 年東北地方太平洋沖地震の発生した後の、震源 近傍の GPS 受信点それぞれについて PPP 解析し、そこから得られた地表変位をスタックした。そして波形をスペクトル解析することで固体地球の自由振動を検出した。本事例においても、全電子数を算出するために用いた GNSS 観測データを利用することで、同様の観測量を手に入れることができたなら、GNSS のみで大気-固体地球カップリングを議論できる可能性がある。

Acknowledgement

指導教官である北海道大学宇宙測地学研究室の日置幸介教授には、学部4年の頃から今まで3年間、毎日お世話になっています。どんなに忙しいときであっても快くいつでも対応していただいたこと、感謝しています。今後とも、どうぞよろしくお願いいたします。

同研究室の古屋正人教授にも大変お世話になりました。特に、学部学生実験のティーチング・アシスタントをまかせていただいたことで、自分の理解が追い付いていない部分に気付かされたり、古屋教授がどのような過程を経て新しい事項を組み立てていくのかを間近で見て学んだりすることができました。また、実際の授業運営のお手伝いは、とてもよい経験となりました。ありがとうございます。

グローバル地震学研究室の蓬田清教授、吉澤和範准教授および地震ダイナミクス研究室の小山順二教授には、基準振動モードをはじめとする地震学の初歩など様々なことについてご教授いただきました。また週に一度開催されているゼミの折には、有意義な助言を多数いただきました。的を射ていない私の説明や質問について丁寧にご対応いただき、いつも感謝しています。

2014 年度からグローバル地震学研究室に滞在している日本学術振興会特別研究員の竹尾明子博士には、本論文で紹介した地震観測網 (GEOFON/GSN) の解析結果を提供していただいた他、解析の初歩や研究への心構えなど様々な事柄について指導教官の日置幸介教授とは異なった視点から助言をいただきました。また、本論文の内容に関しても多くの助言をいただきました。感謝いたします。

IGS の運用する観測点の RINEX データは IGS に提供していただきました。そして、その他のインドネシアにある IGS 観測点を除くすべての点の RINEX データは Badan Informasi Geospasial (BIG) に提供していただきました。インドネシア国内のデータを提供していただくにあたり、BIG の Arif Aditiya 博士、スラバヤ工科大学の Mokhamad Nur Cahyadi 博士には大変お世話になりました。この場で感謝申し上げます。

宇宙測地学研究室での学生生活を共に過ごした大学院生の皆さまにも大変お世話になりました。特に当研究室の特徴でもある各々の多彩な研究テーマについての議論は、刺激となることも多く、楽しいです。そして同じ学生部屋で活動していた木下陽平博士、阿部隆博氏、橋本実奈氏、小沼義季氏とは特に長い時間を共にし、解析結果や学会発表内容をはじめとする様々な話題についての議論に付き合っていただきました。前田隼氏には、電離圏の物理をはじめとする様々な事柄について教えていただきました。また、本論文についても多くの助言をいただきました。ありがとうございます。

最後に、指導教官の日置教授をはじめとする数多くの皆さまのご支援のおかげで、今後も充実した環境で学生として研究を続けることができることになったことについて、感謝したいです。ご好意を無駄にせぬよう、努力を重ねて参りたいと思います。どうぞよろしくお願いいたします。

Bibliography

Akiya, Y., A. Saito, T. Sakanoi, Y. Hozumi, A. Yamazaki, Y. Otsuka, M. Nishioka, and T. Tsugawa (2014), First spaceborne observation of the entire concentric airglow structure caused by tropospheric disturbance, Geophys. Res. Lett., 41, 6943–6948, doi:10.1002/2014GL061403.

Note: 国際宇宙ステーションから大気光を撮影する観測プロジェクト(ISS-IMAP VISI) で得られた画像を用いて、Nishioka *et al.* (2013) によって GNSS-TEC 法でも検出されている 2013 年に発生したムーア竜巻について解析を行った。

Alzadeh, M. M., D. D. Wijaya, T. Hobiger, R. Weber and H. Schuh (2013), Ionospheric Effects on Microwave Signals, Atmospheric Effects in Space Geodesy, J. Bohm, H. Schuh eds., 35-72, Springer, doi:10.1007/978-3-642-36932-2.

Note: GNSS をはじめとする宇宙測地技術を運用する際に重要となる大気によるマイクロ波遅延などについてまとめられた本の一節。電離圏をノイズとして扱う場合だけでなく、本研究のようにシグナルとして利用する場合についても参考になる。

Angelis, S., S. R. McNutt, and P. W. Webley (2011), Evidence of atmospheric gravity waves during the 2008 eruption of Okmokvolcano from seismic and remote sensing observations, Geophys. Res. Lett., 38, L10303, doi:10.1029/2011GL047144.

Note: 2008 年 Okmok 火山噴火起源の 1.7 mHz の重力波について、気象衛星と地震波形のデータから議論した論文。

Bilitza, D., Steven A Brown, Matthew Y. Wang, Jonas R. Souza, and Patrick A Roddy, Measurements and IRI Model Predictions during the Recent Solar Minimum, J. Atmos. Solar-Terr. Phys., 86, 99-106, doi:10.1016/j.jastp.2012.06.010, 2012.

Note: IRI-2012 についての論文。IRI は数十年に渡り改良が続けられている代表的な電離圏の経験モデルである。

Blanc, E., (1985), Observations in the upper atmosphere of infrasonic waves from natural or artificial sources: a summary, Ann. Geophys., 3(6), 673–688.

Note: 超低周波音がどのようにして超高層大気まで伝わるか、どのような起源があるかなどをまとめたレビュー。

Choosakul, N., A. Saito, T. Iyemori, and M. Hashizume (2009), Excitation of 4-min periodic ionospheric variations following the great Sumatra-Andaman earthquake in 2004, J. Geophys. Res., 114, A10313, doi:10.1029/2008JA013915.

Note: 2004年のスマトラ島沖地震の地震時に発生した4分周期の電離圏擾乱を解析した。

Dautermann, T., E. Calais, and G. S. Mattioli (2009), Global Positioning System detection and energy estimation of the ionospheric wave caused by the 13 July 2003 explosion of the Soufrie`re Hills Volcano, Montserrat, J. Geophys. Res., 114, B02202, doi:10.1029/2008JB005722.

Note: 2003年 Soufriére Hills 噴火に伴う電離圏擾乱について GNSS-TEC 法によって検出したことを報告。

Dautermann, T., E., Calais, Philippe Lognonné, and Glen S. Mattioli (2009), Lithosphere—atmosphere—ionosphere coupling after the 2003 explosive eruption of the Soufriére Hills Volcano, Montserrat, Geophys. J. Int., 179, 3, 1537-1546 doi:10.1111/j.1365-246X.2009.04390.x.

Note: Dautermann *et al.* (2009a) の続編。ボアホール体積歪計のデータを利用して、固体地球-大気カップリングを中心に論じている。

Feynman, R. P. (1965), The Feynman Lectures on Physics Vol. II, Addison-Wesley. [Feynman, R. P. (1968), "ファインマン物理学〈2〉光・熱・波動", K. Toyama tr., pp.397, Iwanami Shoten (in Japanese)]

Note: 日本語版第2巻、第6章を主に参考にした。6章では、屈折率がなぜ表れるのか、屈折率が物質ごとになぜ違うのか、といった疑問について、電磁気的によって平易に説明しようとしている。学部の頃、授業で古屋正人教授が推薦されていたのをよく覚えている。

Georges, T. M. (1973), Infrasound from convective storms: Examining the evidence, Rev. Geophys., 11(3), 571–594, doi:10.1029/RG011i003p00571.

Note: 嵐の際に発生する大気共振についてのレビュー。

Heki, K. (2006), Explosion energy of the 2004 eruption of the Asama Volcano, central Japan, inferred from ionospheric disturbances, Geophys. Res. Lett., 33, L14303, doi:10.1029/2006GL026249.

Note: 2004 年浅間山噴火の際に発生した、

Hirano, M. (2013), "音と波の力学", pp. 201, Iwanami Shoten

Note: 強制振動と共振、自由振動の違いを理解するのに役だった。

Kanamori H. and J. Mori (1992), Excitation of atmospheric oscillations by volcanic eruptions, Geophys. Res. Lett., 19, 8, 721–724, doi: 10.1029/92GL00258

Note: Widmer and Zürn (1992) と同じ号の GRL に掲載された。

- Kanamori, H., J. Mori, and D. G. Harkrider (1994), Excitation of atmospheric oscillations by volcanic eruptions, J. Geophys. Res., 99(B11), 21947–21961, doi:10.1029/94JB01475.

 Note: Kanamori and Mori (1992) で報告された 1991 年 Pinatubo 火山噴火が励起した 2 つ のピークに物理的機構を与えようとした論文。火山から放出される質量及び熱のエネルギーからの概算を試みる。
- Kobayashi, N. (2007), A new method to calculate normal modes. Geophysical Journal International, 168: 315–331. doi: 10.1111/j.1365-246X.2006.03220.x

Note: 基準振動モードの新しい計算方法について紹介する論文。実際のところ、筆者には基準振動モード解析の基礎がなく、したがってそもそもどのあたりが新しいのかまったく理解できていないため、近いうちにきちんと勉強しておきたい。

Koyaguchi, T. (2008), "火山現象のダイナミクス", pp.637, University of Tokyo Press (in Japanese)

Note: ブルカノ式およびプリニー式噴火をどのように単純化し、どのような物理モデルとして噴火の機構を理解するのか、といった点で本論文の考察に大きく影響を与えた。

Kristiansen, N. I., A. J. Prata, A. Stohl and S. A. Carn (2015), Stratospheric volcanic ash emissions from the 13 February 2014 Kelut eruption, Geophys. Res. Lett., 40, 5581–5586, doi:10.1002/2014GL062307.

Note: 2014 年 2 月 13 日の Kelud 火山噴火に伴う MTSAT と CALIPSO から考察したもの。

Lognonné, P., Clévédé, E. and Kanamori, H. (1998), Computation of seismograms and atmospheric oscillations by normal mode summation for a spherical earth model with realistic atmosphere. Geophysical Journal International, 135: 388–406. doi:10.1046/j.1365-246X.1998.00665.x.

Note: 基準振動モードに関する論文。

- Maeda, J., and K. Heki (2014), Two-dimensional observations of midlatitude sporadic E irregularities with a dense GPS array in Japan, Radio Sci., 49, doi:10.1002/2013RS005295.

 Note: GNSS-TEC 法でスポラディック E の空間構造の時間発展を解析した。
- Mikumo, T. (2011), Atmospheric Pressure Waves Generated from Large Earthquakes, Tsunamis and Large Volcanic Eruption, Jishin, 2, 64, 47-62 (in Japanese).

 Note: 地震、津波、火山噴火といった固体地球起源の大気振動についてまとめた日本語のレビュー論文。
- Mitsui, Y., K. Heki (2012), Observation of Earth's free oscillation by dense GPS array: After the 2011 Tohoku megathrust earthquake, Sci. Rep., 2, doi: 10.1038/srep00931

 Note: 本研究についても、同様の試みが可能かもしれない。それ自体が学術的に意味を持つものではないとは思うが、いつか試みてみたいことの一つ。

Nishioka, M., T. Tsugawa, M. Kubota, and M. Ishii (2013), Concentric waves and short-period oscillations observed in the ionosphere after the 2013 Moore EF5 tornado, Geophys. Res. Lett., 40, 5581–5586, doi:10.1002/2013GL057963.

Note: GNSS-TEC 法を用いて、2013年に発生したムーア台風に伴い発生した同心円状外向きの重力波と大気共振について観測したもの。

Rolland, L., P. Lognonné, E. Astafyeva, E. A. Kherani, N. Kobayashi, M. Mann1, and H. Munekane (2011), The resonant response of the ionosphere imaged after the 2011 off the Pacific coast of Tohoku Earthquake, Earth Planets Space, 63, 7, 853-857, doi:10.5047/eps.2011.06.020.

Note: ほぼ同様の現象について扱った Saito et al. (2011) と同じ号の EPS に掲載された。

Saito, A., T. Tsugawa, Y. Otsuka, M. Nishioka, T. Iyemori, M. Matsumura, S. Saito, C. H. Chen, Y. Goi, and N. Choosakul (2011), Acoustic resonance and plasma depletion detected by GPS total electron content observation after the 2011 off the Pacific coast of Tohoku Earthquake, Earth Planets Space, 63, 7, 863-867, doi:10.5047/eps.2011.06.034.

Note: ほぼ同様の現象について扱った Rolland et al. (2011) と同じ号の EPS に掲載された

Sakai, T. (2007), "GPS のための実用プログラミング", pp. 259, Tokyo Denki University Press (in Japanese)

Note: GPS による測位を自らの手を GPS の測位の基礎を理解を深めるための C 言語のサンプルプログラムも豊富。

Sulaksana N., E. Sukiyah, A. Sudradjat, I. Syafri (2014), The Crater Configuration of Kelud Volcano, East Java, Indonesia after the 2014 Eruption, 3, 3, 2319-7064.

Note: 2014 年 Kelud 噴火で新たにできた火口の場所について報告している。

Tsuchiya, J. and H. Tsuji (2012), "GNSS 測量の基礎", pp. 316, Japan association of Surveyors (in Japanese)

Note: 主に測量目的で GNSS を利用する際の基礎知識がまとめられている。

Watada, S., and H. Kanamori (2010), Acoustic resonant oscillations between the atmosphere and the solid earth during the 1991 Mt. Pinatubo eruption, J. Geophys. Res., 115, B12319, doi:10.1029/2010JB007747.

Note: より realistic な場での基準モード解析から、Kanamori and Mori (1991) の結果を説明しようとした。

Widmer, R. and W. Zürn (1992), Bichromatic excitation of long-period Rayleigh and air waves by the Mount Pinatubo and El Chichon volcanic eruptions, Geophys. Res. Lett., 19, 8, 765–768, doi:10.1002/2014GL062307.

Note: Kanamori and Mori (1992) と同じ号の GRL に掲載された。

Zolesi, B., and L. R. Cander (2014), Ionospheric prediction and forecasting. Springer, pp. 240, doi:10.1007/978-3-642-38430-1.

Note: 電離圏の変動予測について解説した本。GNSS-TEC 法をはじめとする電離圏観測についても詳しく扱っている。

Web sources

Russian Institute of Space Device Engineering (2008), Global Navigation Satellite System GLONASS Interface Control Document, Version 5.1

Note: ."GLONASS ICD" と呼ばれる、民間のユーザーへ向けた GLONASS の仕様書

GPS: http://www.navcen.uscg.gov/?pageName=GPSmain (Jan. 2015)

Note: GPS についての情報が載せられている Web ページ。

GLONASS: http://www.glonass-center.ru/en/GLONASS/index.php (Jan. 2015)

Note: GLONASS についての情報が載せられている Web ページ。

Sakai, T., ENRI Satellite Navigation Group, URL: http://www.enri.go.jp/~sakai/ (Jan. 2015)

Note: 電子航法研究所・衛星航法グループのWeb ページ。GPS に関する技術の紹介や、有用なプログラム・データが多数紹介されている。

Zak., A., A. Chabot, I. Rozenberg, G. Chambers, J. MacLaren, C. Cognard, C. Mourier, RussianSpaceWeb.com, URL: http://www.russianspaceweb.com/index.html (Jan. 2015)

Note: 露国の人工衛星やについて、かなり詳しく取り扱っているウェブサイト。政府のwebページや文献にくらべると確かに信頼性は少し落ちるのかもしれないが、参考にはなる。

Smithsonian Institution National Museum of Natural History Global Volcanism Program URL: http://www.volcano.si.edu/ (Jan. 2015)

Note: 米国のスミソニアン国立自然史博物館が世界中の火山についてまとめたカタログ。インターネットから、シノニムも含めた火山名による検索が可能である。各々の火山の噴火履歴など、火山の基本情報について信頼性の高い情報を提供している。

Heki. H., Programs and sample data, URL:

http://www.ep.sci.hokudai.ac.jp/~heki/software.htm (Jan. 2015)

Note: 指導教官の日置幸介教授が配布している、GNSS-TEC 解析のためのサンプルプログラム。本研究で利用しているのもほぼ同様のものである。

IGS: ftp://garner.ucsd.edu/pub/rinex/ (Jan. 2015)

Note: IGS によって収集された GNSS 受信点のデータの入手源。

GIM: ftp://cddis.gsfc.nasa.gov/gps/products/ionex (Jan. 2015)

Note: Global Ionospheric Map (GIM)のデータの入手源。

U.S. Government (2013), Global Positioning Systems Directorate Systems Engineering and Integration Interface Specification IS-GPS-200,

URL:http://www.gps.gov/technical/icwg/IS-GPS-200H.pdf (Jan. 2015)

Note: "GPS ICD" と呼ばれる、民間のユーザーへ向けた GPS の仕様書。

Appendix

A. GNSS-TEC の導出

ここでは、どのような力学的・電磁気的な背景から TEC が算出されているのかを、Zolesi and Cander (2014) を大いに参考にしながらまとめた。

A.1. 電磁波の式

まずは、電磁波の式について整理したい。

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \tag{A-1}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \tag{A-2}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\delta \mathbf{B}}{\delta t} \tag{A-3}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \varepsilon_o \mu_o \frac{\delta \mathbf{E}}{\delta t} \tag{A-4}$$

(A-3)の両辺に

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\nabla \times \left(\frac{\delta \mathbf{B}}{\delta t}\right) \tag{A-5}$$

(A-5)式に(A-4)式を代入して、

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\varepsilon_o \mu_o \frac{\delta^2 \mathbf{E}}{\delta t^2}$$
 (A-6)

(A-6)の左辺を変形すると、

$$\nabla \cdot (\nabla \cdot \mathbf{E}) - (\nabla \cdot \nabla) \cdot \mathbf{E} = -\varepsilon_o \mu_o \frac{\delta^2 \mathbf{E}}{\delta t^2}$$
 (A-7)

と書ける。

この時、(A-1)式より、右辺第一項は0なので、

$$\nabla^2 \cdot \mathbf{E} = \varepsilon_0 \mu \frac{\delta^2 \mathbf{E}}{\delta t^2} \tag{A-8}$$

と書ける。

同様に、磁場Bについても、

$$\nabla^2 \cdot \mathbf{B} = \varepsilon_o \mu_o \frac{\delta^2 \mathbf{B}}{\delta t^2} \tag{A-9}$$

と導出できる。

(A-8)式と(A-9)式は、光速で伝搬する電磁場の波動を意味する。つまりこれらが真空中の電磁波を表す波動方程式である。

A.2. 弱電離プラズマ中の電磁波: アップルトン・ハートレーの式

本章1節で議論したように、電磁波は電場・磁場の変動が伝搬していくものである。このとき媒質中に例えば自由電子のような荷電粒子が存在すると、電磁波と荷電粒子の振動による電磁場との相互作用によって電磁波のみかけの速度が変化したり、電磁波が減衰したりする。この効果を表すパラメータが屈折率nである。

さて、電離圏では、一部の原子及び分子が電離した状態で存在する。このような状態のプラズマは、弱電離プラズマと呼ばれる。本論文で用いた TEC の算出式は弱電離プラズマの仮定から導出されたものである。ここでは TEC を算出するのに必要な、電離圏のような弱電離プラズマが電磁波の伝搬に対してその周波数に応じた屈折率を持つこと、つまり分散性を持つことを示す。

弱電離プラズマ中の電子の運動は以下の様な運動方程式で理解される。

$$m\frac{d\mathbf{u}}{dt} = q\mathbf{E} + q\mathbf{u} \times \mathbf{B}_o - mv\mathbf{u}$$
 (A-10)

右辺第一項が電場E から受ける力、第二項が磁場B によるローレンツ力、第三項が衝突による粘性力である。

電流iは、

$$\mathbf{j} = \mathbf{Nqu} \tag{A-11}$$

と表される。

ここで、速度uを $u = \exp$ …とおくと、運動方程式の左辺の微分は、

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = i\omega\mathbf{u} = \frac{i\omega}{Nq}\mathbf{j} \tag{A-12}$$

と書ける。

$$\mathbf{m}\frac{i\omega}{Nq}\mathbf{j} = \mathbf{q}\mathbf{E} + \mathbf{q}\frac{1}{Nq}\mathbf{j} \times \mathbf{B}_{o} - mv\frac{1}{Nq}\mathbf{j}$$
(A-13)

両辺に虚数iを掛けて整理すると、

$$-\mathbf{j} = i\frac{\mathbf{Nq}^2}{m\omega}\mathbf{E} + i\frac{q}{m\omega}\mathbf{j} \times \mathbf{B_o} - iv\frac{1}{\omega}\mathbf{j}$$
(A-14)

ここで、

$$X = \frac{f_N^2}{f^2}, Y = \frac{f_H}{f}, Z = \frac{v}{2\pi f}$$
 (A-15)

と置く。

 $f_o \geq f_H$ はそれぞれ、

$$f_N = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{Nq^2}{\varepsilon_o m}}, f_H = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{q|\mathbf{B_o}|}{m}$$
 (A-16)

である。

 f_o はプラズマ振動数と呼ばれ、電子の自由振動の振動数を表す。 f_H はジャイロ振動数と呼ばれ、ローレンツ力によって自由電子が磁力線の周りを単位時間あたりの回転数を表す。

すると、(A-14) は、

$$-\mathbf{j} = i\varepsilon_0 \omega \mathbf{X} \mathbf{E} + i\mathbf{j} \times \mathbf{Y} - iZ\mathbf{j}$$
 (A-17)

となる。

ここで、磁場Boが xy 平面上に存在すると仮定するとしたとき、

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} Y \cos \theta \\ Y \sin \theta \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_L \\ Y_T \\ 0 \end{pmatrix} \tag{A-18}$$

とおける。 θ はx軸と B_0 とがなす角を示す。

すると、(A-17) は

$$-j_{x} = i\varepsilon_{o}\omega X E_{x} + ij_{z}Y_{T} - iZj_{x}$$

$$-j_{y} = i\varepsilon_{o}\omega X E_{y} + ij_{z}Y_{L} - iZj_{y}$$

$$-j_{z} = i\varepsilon_{o}\omega X E_{z} + ij_{x}Y_{T} - ij_{y}Y_{L} - iZj_{z}$$
(A-19)

と書ける。

ここで、プラズマ中でのマクスウェル方程式を考えると、

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\delta \mathbf{B}}{\delta t} \tag{A-20}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_o + \varepsilon_o \mu_o \frac{\delta \mathbf{E}}{\delta t}$$
 (A-21)

のように表現される。

このマクスウェル方程式による電磁波が \mathbf{x} 軸方向に沿って進むとき、電磁波の式が、 \mathbf{E} 、 \mathbf{B} の成分それぞれに対して、

$$E_{y} = A \cdot \exp(\omega t - kx) \tag{A-22}$$

という解を持つとすると、(A-20) は、

$$B_{x} = 0$$

$$B_{y} = -\frac{k}{\omega}E_{z}$$

$$B_{z} = \frac{k}{\omega}E_{y}$$
(A-23)

と整理できる。

同様に、(A-19)についても、

$$j_{x} = -i\omega\varepsilon_{o}E_{x}$$

$$j_{y} = \frac{ik}{\mu_{o}}B_{z} - i\omega\varepsilon_{o}E_{y}$$

$$j_{z} = \frac{ik}{\mu_{o}}B_{y} - i\omega\varepsilon_{o}E_{z}$$
(A-24)

と書ける。

(A-24)に(A-23)を代入して、

$$j_{x} = -i\omega\varepsilon_{o}E_{x}$$

$$j_{y} = \frac{ik}{\mu_{o}} \cdot \frac{k}{\omega}E_{y} - i\omega\varepsilon_{o}E_{y}$$

$$j_{z} = \frac{ik}{\mu_{o}} \cdot \frac{k}{\omega}E_{z} - i\omega\varepsilon_{o}E_{z}$$
(A-25)

ここで、

$$k = \frac{n\omega}{c} = n\omega\sqrt{\mu_o\varepsilon_o}$$
 (A-26)

であることから、これを代入して、

$$j_{x} = -i\omega\varepsilon_{o}E_{x}$$

$$j_{y} = i\omega\varepsilon_{o}(n^{2} - 1)E_{y}$$

$$j_{z} = \omega\varepsilon_{o}(n^{2} - 1)E_{z}$$
(A-27)

ここで、(A-27) を(A-19) と見比べて、 n^2 について整理していく。

(A-19) は

$$\begin{aligned} -\mathbf{j}_{x} &= i\varepsilon_{o}\omega XE_{x} + ij_{z}Y_{T} - iZj_{x} \\ -\mathbf{j}_{y} &= i\varepsilon_{o}\omega XE_{y} + ij_{z}Y_{L} - iZj_{y} \\ -\mathbf{j}_{z} &= i\varepsilon_{o}\omega XE_{z} + ij_{x}Y_{T} - ij_{y}Y_{L} - iZj_{z} \end{aligned} \tag{A-28}$$

であった。

すると、手順は煩雑であるが、以下のように整理される。

$$n^{2} = 1 - \frac{X}{1 - iZ - \frac{Y_{T}^{2}}{2(1 - X - iZ)} \pm \sqrt{\frac{Y_{T}^{4}}{4(1 - X - iZ)^{2}} + 4(1 - X)^{2}Y_{L}^{2}}}$$
(A-29)

これが、弱電離プラズマの屈折率を表現する式で、アップルトン・ハートレーの式と呼ばれているものである。

今回は屈折率のなかでも速度を変化させる効果について議論する。そこで、(A-29) の実部のみを取り出すと、

$$n^{2} = 1 - \frac{2X(1-X)}{2(1-X) - Y_{T}^{2} \pm \sqrt{Y_{T}^{4} + 4(1-X)^{2}Y_{L}^{2}}}$$
(A-30)

となる。

ここで、

$$X = \frac{\omega_o^2}{\omega^2}, Y = \frac{\omega_H}{\omega},$$

$$Y_T = Y \sin \theta, Y_L = Y \cos \theta,$$

$$\omega_o = 2\pi f_o = \sqrt{\frac{N_e e^2}{\varepsilon_o m_e}}, \omega_H = 2\pi f_H = \frac{B_o |e|}{m_e}$$
(A-31)

である。

さらに外部磁場を無視すると、Y=0となるのでさらに、

$$n^2 = 1 - X (A-32)$$

とかなり単純な式で書くことができる。

また、電磁波がマイクロ波であるとき、X << 1 であると考えることができる。 したがってn を、

$$n = 1 - \frac{X}{2}$$
 (A-33)

と近似しても、本論文での議論には差し支えない。

ここから X を再度整理すると、

$$n = 1 - \frac{C_X}{2} N_e f^{-2} \tag{A-34}$$

と表される。

ここでの C_X は、

$$C_X \equiv \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 m_e} = 80.616 \tag{A-35}$$

と定義される定数である。

A.3. STEC の算出

さてここで、GNSS 電磁波の伝搬遅延について考える。

GNSS の 2 つの周波数 f1 と f2 を持つ電磁波の伝搬時間を観測したことで得られる見かけの距離(擬似距離)は以下のようにそれぞれ表せる。

$$L_1 = \rho + c(\delta t_r - \delta t^S) + \Delta \rho^{trop} - \Delta \rho_{L_1}^{ion} + \lambda_{L_1} B_{L_1} + \epsilon$$
(A-36)

$$L_2 = \rho + c(\delta t_r - \delta t^S) + \Delta \rho^{trop} - \Delta \rho_{L_2}^{ion} + \lambda_{L_2} B_{L_2} + \epsilon$$
(A-37)

第一項は真の距離、第二項が時計の誤差による距離変化、第三項が対流圏による電磁波の遅延、第四項が電離圏での電磁波の遅延、第五項が、第六項はその他の誤差を表す。

$$L_4 = L_1 - L_2 \tag{A-38}$$

を代入すれば、

$$L_4 = -\Delta \rho_{L_1}^{ion} - \left(-\Delta \rho_{L_2}^{ion}\right) + N + \varepsilon \tag{A-39}$$

ここからわかるとおり、L4には誤差の他に整数値のバイアスがのる。そのため本研究では、L4の相対値に依って得られる結果から議論した。

ちなみにここでは詳しく述べないが、このバイアスは、受信機と衛星それぞれに固有の IFB (Inter Frequency Bias) と群速度遅延から得られる L4 相当量(P4)とを知ることができれば 除去することも可能である (e.g. Heki and Enomoto 2013)。

屈折による経路差を無視すると、電離圏での遅延は、

$$\Delta \rho^{ion} = \int (1 - n) \, ds \tag{A-40}$$

と書ける。

これに()を代入すると、

$$\Delta \rho^{ion} = \frac{C_X}{2} \int N_e \, ds \cdot f^{-2} = 40.308 \cdot \int N_e \, ds \cdot f^{-2} \tag{A-41}$$

右辺の積分は、視線に沿った電子数の積分値を示している。これが斜め TEC と呼ばれている量である。

以上から、STEC の相対値 Δ STEC は以下のように記述される。

$$\Delta STEC = \frac{1}{40.308} \cdot \frac{f_1^2 \cdot f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \cdot \Delta L_4$$
 (A-42)

B. 軌道要素から任意の時刻の GNSS 衛星のデカルト座標値を求める

本章では、本論文の解析において、Sub Ionospheric Points を求めるために必要な、RINEX 航法データの記載から、任意の時刻の衛星の位置をデカルト座標で推定する方法をまとめておく。

B.1. ケプラー軌道要素による記述: GPS の場合

詳細は GPS-ICD の 20.3.3.4.3.1. Curve Fit Intervals. に記載されている。

ケプラーの 6 の軌道要素と呼ばれる、昇交点経度 Ω 、軌道傾斜角 i 、軌道長半径 a 、軌道離心率 ϵ 、近地点引数 ω 、元期の平均近点角 M_o で決定することができる。

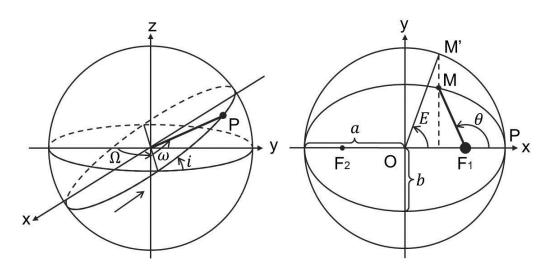


Figure A1. Keplerian elements.

平方根で与えられている軌道半径を自乗し、軌道半径を算出する。

$$a = \left(\sqrt{a}\right)^2 \tag{B-1}$$

次に仮の平均運動 dn_o を求める。

平均運動とは、軌道楕円の中心を中心に持つ、楕円の長半径に等しい半径を持つ円軌道 上を一定の角速度で運動していると仮定した場合の角速度を指す。

$$dn_o = \sqrt{\frac{\text{GM}}{a^3}} \tag{B-2}$$

 dn_0 は Δ nによって補正する必要がある。真の平均運動をdnとおくと、

$$dn = dn_0 + \Delta n \tag{B-3}$$

ここで、時で与えていた時間を秒に修正し、基準の時間からの時間差を求めておく。

$$t_k = (t - t_o) \cdot 3600 \tag{B-4}$$

平均近点角ΔM_kを求める。

平均近点角とは、

$$\Delta M_k = M_o + dn \cdot t_k \tag{B-5}$$

次にケプラー方程式を解いて離心近点角 E_k を求める。このとき、ケプラーの方程式は超越方程式なので、ニュートン法などを用いて数値的に解く必要がある。

$$M_k = E_k - e \cdot \sin E_k \tag{B-6}$$

真近点離角 v_k を求める。

$$\cos v_k = \frac{\cos e_k - e}{1.0 - e \cdot \cos e_k}$$

$$\sin v_k = \frac{\sqrt{1.0 - e^2} \cdot \sin e_k}{1.0 - e \cdot \cos e_k}$$

$$v_k = \tan^{-1} \frac{\sin v_k}{\cos v_k}$$
(B-7)

ここからは、GPS ICD を参照しながら、補正係数を代入して位置を求めていく。

Argument of Latitude: 緯度引数の算出

$$\phi_{k} = v_{k} + \omega \tag{B-8}$$

Argument of Latitude Correction: 緯度引数の補正

$$\Delta u_k = C_{us} \cdot \sin(2.0 \cdot \phi_k) + C_{uc} \cdot \cos(2.0 \cdot \phi_k)$$

$$u_k = \phi_k + \Delta u_k$$
(B-9)

Radius Correction: 軌道半径の補正

$$\Delta r_{k} = C_{is} \cdot \sin(2.0 \cdot \phi_{k}) + C_{ic} \cdot \cos(2.0 \cdot \phi_{k})$$

$$r_{k} = a \cdot (1.0 - e \cdot \cos(e_{k})) + \Delta r_{k}$$
(B-10)

Inclination Correction: 軌道傾斜角の補正

$$\Delta di_{k} = C_{is} \cdot \sin(2.0 \cdot \phi_{k}) + C_{ic} \cdot \cos(2.0 \cdot \phi_{k})$$

$$di_{k} = i_{o} + \Delta di_{k} + IDOT \cdot t_{k}$$
(B-11)

Position on orbital plane: 軌道面上の位置の算出

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{\mathbf{k}}' &= r_{\mathbf{k}} \cdot \cos u_{\mathbf{k}} \\ \mathbf{y}_{\mathbf{k}}' &= r_{\mathbf{k}} \cdot \sin u_{\mathbf{k}} \end{aligned} \tag{B-12}$$

そして近地点引数 ω_k を求める。

$$\omega_k = \Omega + (\dot{\Omega} - \dot{\omega}_e) \cdot t_k - T_{oe} \cdot \dot{\omega}_e \tag{B-13}$$

最後に近地点引数を用いて回転し、軌道面から地球固定座標系へと移す。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{y} \\ \mathbf{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \omega_k - \sin \omega_k & 0 \\ \sin \omega_k & \cos \omega_k & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 \cos di_k - \sin di_k \\ 0 \sin di_k & \cos di_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}_k' \\ \mathbf{y}_k' \\ 0 \end{pmatrix}$$
 (B-14)

B.2. XYZ 軌道要素による記述: GLONASS の場合

GLONASS においては、基準の座標系を他の測地系が採用する ITRS ではなく、独自のPZ90 においている。そのためかどうなのかはわからないが、軌道情報も GPS や QZSS は異なり、ケプラー軌道要素ではなく、XYZ 座標によって与えている。

ここでは、GLONASS ICD や、坂井による解説を参考にしながら、GLONASS 衛星の座標を決定する方法をまとめておきたい。

まず、速度及び、位置の初期値はデータより与えられる。ここでは、(x,y,z)および (v_x,v_y,v_z) とおく。

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \tag{B-15}$$

これらから、加速度は以下のように求める。

$$\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} = \left(-\frac{\mathbf{G} \cdot \mathbf{M}}{\mathbf{r}^3} - \frac{3}{2} \mathbf{J}_0^2 \frac{(\mathbf{G} \cdot \mathbf{M} \cdot R_e^2)}{r^5} \right) \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \omega_e^2 x + 2\omega_e v_y + x \\ \omega_e^2 y - 2\omega_e v_x + y \\ 0 \end{pmatrix}$$
 (B-16)

それぞれの時間はこれらを積分することによって求まる。

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \end{pmatrix} + \int \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} dt + \int \int \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} dt \cdot dt$$
 (B-17)

また、速度は、位置と同様に積分によって

$$\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{xo} \\ v_{yo} \\ v_{zo} \end{pmatrix} + \int \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} dt$$
 (B-18)

と、求めることができる。