

# 月の大局的形状からみる地球 - 月力学系の進化

北海道大学 理学部 地球科学科

宇宙測地学研究室

22070228

小川 達彦

2011年2月15日

指導教官：日置幸介

## 概要

日本初の大型月探査衛星「SELENE」（「かぐや」）の観測により月に対する研究は大きく前進した。測地学的観点からは月全球の重力場や地形のモデルに格段の進歩があった（Namiki et al., 2009; Araki et al., 2009）。

一方で未だ解決できていない問題もある。たとえば地球 - 月力学系の初期の進化についてはまだ謎が多い。現在月はほぼ円に近い軌道で自転周期：公転周期=1：1 の同期自転運動をしている。過去にさかのぼると月-地球の距離は現在より小さくなるが、同様の同期自転は保たれていたと考えられる(e.g. Stacey and Davis, 2008)。しかし現在の月の二次の形状はそのような同期自転運動をする衛星の静水圧平衡状態から大きくずれており (Innanen, 2006)、その原因は現在まで合理的に説明されていない。

Garrick-Bethell et al.(2006)は月の二次の形状のズレから、誕生まもない月の軌道が現在のものとはまったく異なっていた可能性を示唆した。本研究では、かぐやで得られた重力場や地形のデータを用いて、地球 - 月力学系の進化に関して二つの測地学的アプローチで研究を行った。

まず現在の地形や重力に見られる過去の潮汐バルジと、その中にランダム成分が占める割合について議論した。かぐやの観測データにより高精度で求められた重力場モデルにカウラ則を適用し、現在の 2 次重力場係数に占めるランダムな成分の割合が無視できない大きさを持つことを示した。またそのランダム成分の具体例として実在する主要な衝突盆地が月の二次の形状へ与えた影響を計算し、現在の二次の係数の値に依存した Garrick-Bethell et al.(2006)の仮説には大きな疑問点が存在することを示した。

次にマスコン盆地を満たす玄武岩溶岩の形から後期重爆撃期のセレノイドの復元を試み、月の軌道進化について考察した。かぐやのレーザ高度計データを用いて月表側にあるマスコン盆地に溜まった玄武岩溶岩の表面の傾斜を見ることで、玄武岩溶岩噴出当時のセレノイドの傾きを推定した。これと現在の重力場・地形の二次の係数と比較することで月の軌道進化について議論し、月の海の生成当時のセレノイドは同期自転天体の理論的な形により近かった可能性を示唆した。

# 目次

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>はじめに</b> .....   | <b>3</b>  |
| 1.1      | 月探査周回衛星計画(SELENOLOGICAL AND ENGINEERING EXPLORER, SELENE) ..... | 3         |
| 1.2      | 本研究の目的 .....  | 5         |
| <b>2</b> | <b>月の重力場</b> .....  | <b>6</b>  |
| 2.1      | 重力場モデル .....  | 6         |
| 2.2      | $J_2$ と $C_{22}$ について .....                                     | 7         |
| 2.3      | 慣性モーメント .....   | 7         |
| 2.4      | 月の形状 .....  | 9         |
| 2.5      | 次数と共に小さくなる月の重力場係数：カウラの法則 .....                                  | 13        |
| 2.6      | 月のアイソスタシー .....   | 13        |
| <b>3</b> | <b>現在の月の形状から推察する過去の軌道進化</b> .....                               | <b>19</b> |
| 3.1      | GARRICK-BETHELL ET AL.(2006)による推論 .....                         | 19        |
| 3.2      | CUK, M.(2010)の概要 .....  | 22        |
| 3.3      | 2次の重力場係数の有意性 .....  | 23        |
| 3.4      | 2次の重力場係数のランダム成分を考える .....                                       | 25        |
| <b>4</b> | <b>過去のセレノイドから推察する昔の2次の重力場係数</b> .....                           | <b>31</b> |
| 4.1      | 玄武岩溶岩の傾斜の求め方 .....  | 31        |
| 4.2      | 過去のセレノイドの推定 .....   | 35        |
| 4.3      | 考察：過去のセレノイドから推察する月の軌道進化 .....                                   | 36        |
| <b>5</b> | <b>まとめと課題</b> .....   | <b>37</b> |
| <b>6</b> | <b>謝辞</b> .....   | <b>38</b> |
| <b>7</b> | <b>参考文献</b> .....   | <b>39</b> |

# 1 はじめに

## 1.1 月探査周回衛星計画(Selenological and Engineering Explorer, SELENE)

2007年9月14日、日本初の大型月探査衛星「SELENE」(「かぐや」)は14のミッション機器を搭載して打ち上げられたが、本章では、その中で月の測地学に関連する部分を概観する。主衛星かぐやからは2つの子衛星「おきな」(Rstar)と「おうな」(Vstar)が分離されそれぞれ主衛星と異なる軌道に投入された。またかぐや本体にはレーザ高度計も搭載されている。Rstarは4way Dopplerによって月の裏側の高次重力場を測定、Vstarは相対VLBI(Very Long Baseline Interferometry)を用いたRstarの3次元位置決定、レーザ高度計は月の地形の測定を目的としていた。特にリレー衛星によって月裏側をとぶ主衛星を追跡することによって月裏側の重力場を直接観測する試みは世界初である(Fig.1)。これにより月の全球重力場モデルは大幅に改善された(Namiki et al., 2009)

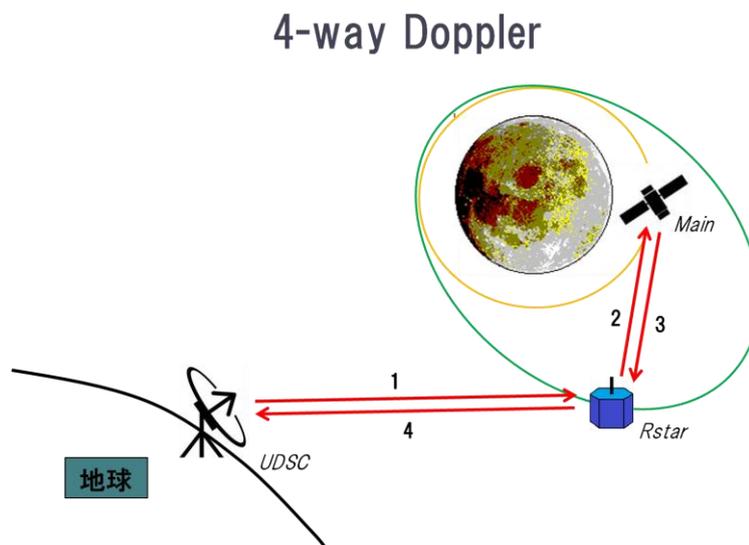


Fig.1 SELENEによる4-way Doppler観測のイメージ図(Iwata, 2006)。

本研究で主にその成果を利用したのは、レーザ高度計(LALT)のデータである。かぐや以前では米国によって1990年代に打ち上げられたClementine衛星が本格的な地形観測を行っていたが、全データ数は72,300にとどまり、 $\pm 80$ 度以上の高緯度地域の観測はできず、空間分解能も20~60kmほどであった(Tazawa et al., 2009)。

LALTの測定原理をFig.2に示す。主衛星からレーザーパルスを発射し、月面で反射されたパルスが再度衛星に到達するまでの時間を測ることで距離 $R$ を測る。 $r$ は別途ドップラー及びVLBI観測で決定されているので、月の重心から表面までの距離 $r_0$ が求められる。かぐやは極軌道をとっているため、月の自転によって観測する経度が変わってゆき、全球にわたって $r_0$ の観測が行われる。

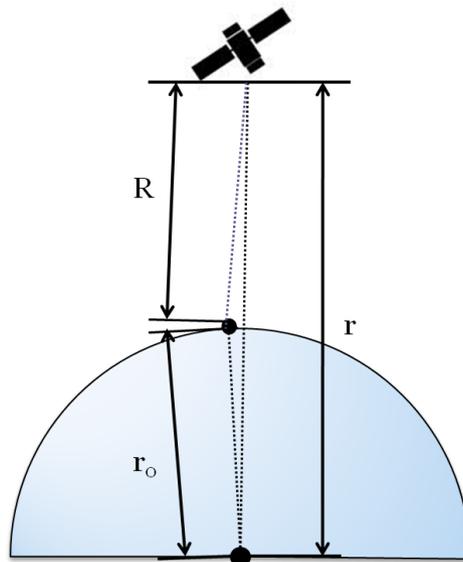


Fig.2 SELENE/LALTによる月地形のレーザ観測.

かぐやのLALTは2009年2月末日までに、測定精度数  $m$  を達成、観測点は1300万点を超え、観測点間隔は0.5度以下となった。下図がLALTで観測された地形データを使用した月全球地形グリッドデータで描写した図 (Araki, et al., 2009) で、分解能は16pixel / degree ( $2^4$ )である。

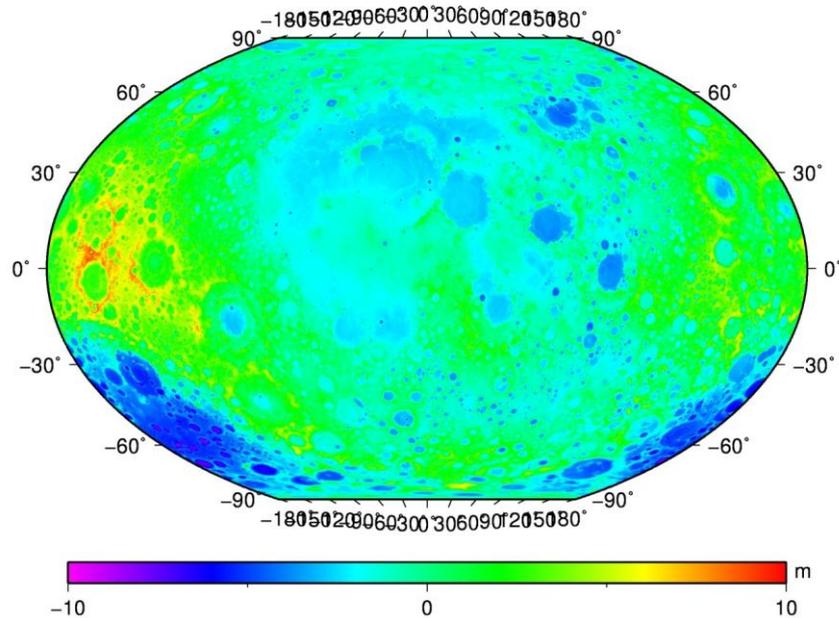


Fig.3 SELENE/LALTの観測データを使用した月全球地形図 (Araki, et al., 2009) .

## 1.2 本研究の目的

月は現在、地球の周りを軌道長半径約  $60R_e$  ( $R_e$  は地球の半径)、離心率 0.055 で自転周期と公転周期が等しい同期自転を行っている(国立天文台, 2005)。月の起源には諸説あるが、46 億年前に巨大衝突によって地球の近傍で誕生し、その後海洋潮汐摩擦によって現在の状態まで軌道半径が増大していったと考えられている (e.g. Stacey and Davis, 2008)。このような月-地球系の歴史を通じて同期自転が維持されていた場合、月はその 2 次の重力場係数  $C_{20}$  ( $\equiv -J_2$ ) と  $C_{22}$  の比が  $C_{20} : C_{22} = 10 : 3$  という簡潔な比になることが理論的に示される。

しかしながら実際に測られた値は  $J_2 / C_{22} = 9.09$  (かぐやによる値, Namiki et al. (2009)) となっており、理論値に対して  $J_2$  が  $C_{22}$  に比べて大きすぎる。このズレに対し現在までに合理的な説明はなされておらず、地球-月力学系の進化における未解決の問題となっている。

本研究では、地球-月力学系の進化に対し二つの測地学的アプローチで考えていく。まず 1 つ目の方法として、現在の地形や重力に見られる過去の潮汐バルジと、その中にランダム成分が占める割合について考える。Garrick-Bethell et al.(2006)は、現在の月の形状のズレは(1)月が初期に離心率の大きな楕円軌道をとっていた、または(2)自転と公転の周期が 3:2 の比をとる水星型の同期自転天体であった時の名残(化石バルジ)である可能性を示唆した。これに対しĆuk (2010)は、Garrick-Bethell et al.(2006)の理論の矛盾点を挙げつつ、現在の月の形状から月の初期軌道を推定することに否定的な見解を示している。本研究ではこれらの論文の主張を吟味しながら、かぐやで得られたデータなどを用いた数値計算により、月の軌道進化について議論する。

2 つ目の方法として、月面に残されている過去のセレノイドの情報から月の軌道進化を考えてみる。月表側の所謂‘マスコン’盆地の底には玄武岩溶岩が溜まっている。比較的平らで傾斜を決めやすい 4 つのマスコン盆地について、LALT で得られた地形の傾斜から過去のセレノイドの傾きを求め、それらの月の軌道進化における意義について議論する。

## 2 月の重力場

### 2.1 重力場モデル

月の重力ポテンシャルは、以下のように球面調和展開してモデル化される (Matsumoto et al., 2010)。

$$\text{Gravity}(\varphi, \lambda, r) = \frac{GM}{r} \sum_{n=0}^N \left(\frac{R}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\sin \varphi) \quad (1)$$

ここで  $\text{Gravity}(\varphi, \lambda, r)$  は重力ポテンシャル、 $\varphi$  は緯度、 $\lambda$  は経度、 $r$  は半径、 $G$  は万有引力定数、 $M$  は月の質量、 $R$  は月の標準半径 (1378.0km; Matsumoto et al., 2010)、 $\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$  は正規化された重力ポテンシャルの球面調和係数、 $\bar{P}_{nm}$  は正規化されたルジャンドル陪関数、 $n, m$  はそれぞれ次数と位数である。このように、重力場のモデルは各次数・位数毎の球面調和係数 (ストークス係数)  $\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$  を用いて表現される。重力場モデルの使用例として、SGM100h (SELENE Gravity Model with the maximum degree and a version number; Matsumoto et al., 2010) を用いてセレノイド (月のジオイド (等ポテンシャル面)) を描く。セレノイド高  $V(\varphi, \lambda, r)$  を求める式 (式(2)) とそれによって描いた図 (Fig.4) を以下に示す。

$$V(\varphi, \lambda, r) = R \sum_{n=0}^N \left(\frac{R}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\sin \varphi) \quad (2)$$

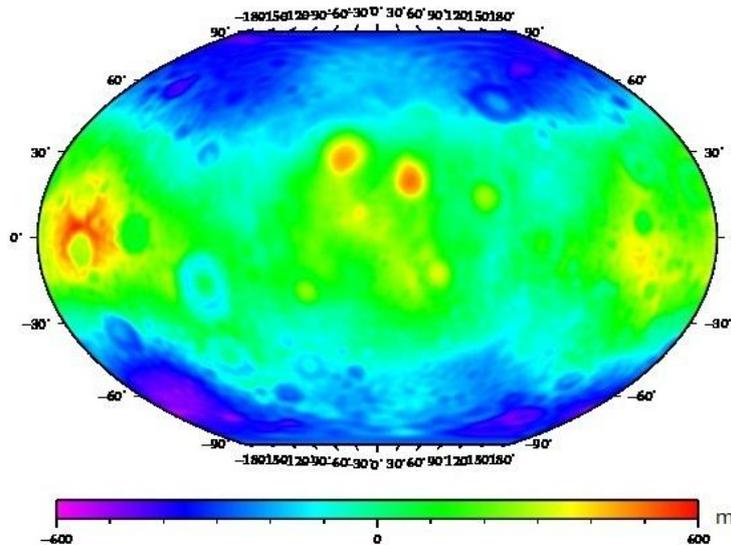


Fig.4 セレノイド高 (月のジオイド (等ポテンシャル面)) の図 (SGM100h; Matsumoto et al., 2010) .

## 2.2 $J_2$ と $C_{22}$ について

重力場における天体の形状を示す指標として、重力場を球面調和展開した時の係数（ストークス係数）がしばしば用いられる。本研究では月の大局的形状をみるために、特に 2 次の重力場係数の  $J_2$  ( $\equiv -C_{20}$ ) と  $C_{22}$  を利用する。これらは質量分布により次のように記述できる (Sagitov et al., 1986)。なお重力場係数としてデータ公開されている値には、完全直交正規化のために次数と位数から決まるある係数がかけられており、本来の定義である下記の式で求められた値と異なっている。そのためストークス係数の絶対値を用いて議論する場合は注意が必要である

$$J_2 \equiv -C_{20} = \frac{1}{2MR^2} \int_{\Omega} \sigma[(x^2 + y^2) - 2z^2] d\Omega \quad (3)$$

$$C_{22} = \frac{1}{4MR^2} \int_{\Omega} \sigma[x^2 - y^2] d\Omega \quad (4)$$

ここで  $M$  は天体の質量、 $R$  は平均半径、 $\sigma$  は密度、 $x, y, z$  は重心に原点を置く三次元直交座標での位置である。これらの係数の値が示す意味を視覚化すると以下ようになる。

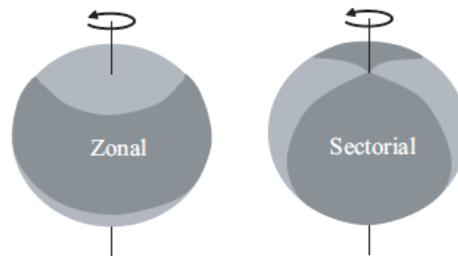


Fig.5 左と右がそれぞれ  $J_2$  と  $C_{22}$  成分を示す。色の濃い部分と薄い部分が隆起・沈降する。地球内部物理学講義ノート（日置幸介）より。

## 2.3 慣性モーメント

慣性モーメントは物体を「回す」ときの重さである。慣性モーメント  $I$  を質点ごとの質量  $m$  と回転軸からの距離  $r$  を用いて表すと

$$I = \sum_i m_i r_i^2 \quad (5)$$

となる。

### 2.3.1 慣性モーメントと惑星の内部構造

回転楕円体の三軸の周りの慣性モーメントについて考える。下図のように  $x, y, z$  軸周りの慣性モーメントをそれぞれ  $A, B, C$  (Fig.6) とすると

$$A = \frac{1}{MR^2} \int_V (y^2 + z^2) \rho dv \quad (6)$$

$$B = \frac{1}{MR^2} \int_V (x^2 + z^2) \rho dv \quad (7)$$

$$C = \frac{1}{MR^2} \int_V (x^2 + y^2) \rho dv \quad (8)$$

となる (Sagitov et al., 1986)。ここで  $M$  は天体の質量、 $R$  は平均半径、 $\rho$  は密度である。月のような比較的大きな天体は球形に近いので、(6)~(8)で計算される三つの慣性モーメントはほとんど同じ値となる。

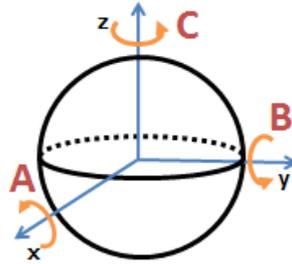


Fig.6 回転楕円体の  $x, y, z$  軸周りの慣性モーメント  $A, B, C$ .

慣性モーメントは、天体の内部構造において質量が中心に集中する度合いを表す基準となる。既知の慣性モーメントは以下のとおりである (Stancey and Davis, 2008)。ただし  $M$  はそれぞれの天体の質量、 $a$  は平均半径である。均一な内部構造を持つ球体の慣性モーメントの係数は  $2/5 (=0.4)$  になるが、実際の月惑星の慣性モーメントがその値より幾分小さいのは金属核の存在を判定している。

|                   |               |     |
|-------------------|---------------|-----|
| Spherical shell   | $(2/3)Ma^2$   |     |
| Uniform sphere    | $(2/5)Ma^2$   |     |
| Moon              | $0.391 Ma^2$  |     |
| Mars              | $0.366 Ma^2$  |     |
| Earth             | $0.3307 Ma^2$ |     |
| Homogenized Earth | $0.3727 Ma^2$ | (9) |

### 2.3.2 慣性モーメントと二次の重力場係数および力学的扁平率の関係

軸周りの慣性モーメント  $A, B, C$  を用いて、天体の形状を表す諸パラメータを表現することができる。まず天体の回転軸の変動を支配する「力学的扁平率」 $\alpha, \beta, \gamma$  は

$$\alpha = (C - B) / A \quad ; \quad \beta = (C - A) / B; \quad \gamma = (B - A) / C \quad (10)$$

のように表現できる。(Sagitov et al., 1986)。次に天体の 2 次の重力場の調和係数  $C_{20}$ 、 $C_{22}$  は、

$$C_{20} = \frac{A+B-2C}{2} \quad ; \quad C_{22} = \frac{B-A}{4} \quad (11)$$

のように表現できる。(Sagitov et al., 1986)。

## 2.4 月の形状

月の形状は大局的にみて真球からずれた三軸不等の楕円体となっている。その原因としてあげられるのが (i) 月の自転からくる遠心力による扁平と、(ii) 地球からの潮汐力による地球-月方向の伸張である。楕円体の球体からの微小なずれは、緯度を  $\theta$  として次数 2 の球関数  $P_{20}(\sin \theta)$  で表すことができる。

$$P_{20}(\sin \theta) = \frac{3\sin^2 \theta - 1}{2} \quad (12)$$

月は現在、自転周期：公転周期 = 1 : 1 の同期軌道で地球の周りをまわっている。この場合の (i) と (ii) によるポテンシャルを  $P_{20}(\sin \theta)$  を用いて表す。

### 2.4.1 自転による月の遠心力ポテンシャル

まず自転からくる遠心力による扁平を考える。まず簡単のために場所を赤道の 1 点の単位質量について考える。ここで遠心力  $F$  とそれによるポテンシャル  $\Phi$  は

$$F = R\omega^2 \quad (13)$$

$$\Phi = \int R\omega^2 dr = \frac{1}{2} \omega^2 R^2 \quad (14)$$

となる。同様に、緯度  $\theta$  では

$$F = R\omega^2 \cos \theta \quad (15)$$

$$\Phi = \int R\omega^2 \cos \theta dr \cos \theta = \frac{1}{2} \omega^2 R^2 \cos^2 \theta \quad (16)$$

となる。これを次数 2 の球関数  $P_{20}(\sin \theta)$  で表して、緯度依存項をとりだすと

$$U_{\text{rotation}}(\theta) = -\frac{1}{3} \omega^2 R^2 P_{20}(\sin \theta) \quad (17)$$

となる。ただし  $R$  は天体の平均半径、 $\omega$  は自転角速度である。

#### 2.4.2 月における地球の潮汐ポテンシャル

潮汐力は、他の天体の引力（月の各点で異なる）と公転による遠心力（月のすべての点で同じ）の差によって起こる力である。以上をそれぞれ  $f_d$ 、 $f_r$  とすると

$$f_d = \frac{GM}{d^2} \quad (18)$$

$$f_r = \frac{GM}{r^2} \quad (19)$$

ただし  $G$  は万有引力定数、 $M$  は地球の質量、 $r$  は月の重心から地球の重心までの距離、 $d$  は月のある 1 点から地球の重心までの距離である。ここで任意の 1 点を月の重心におくと  $d=r$  で潮汐力はゼロとなる。

下図(Fig.7)のように  $\theta$ 、 $\theta'$  をとる（ $\theta$  は月から見た地球の天頂角であり、月における緯度ではないことに注意）、潮汐力を水平成分  $f_{th}$ 、鉛直成分  $f_{tv}$  に分けると

$$f_{th} = f_{dh} - f_{rh} = GM \left[ \frac{\sin \theta'}{d^2} - \frac{\sin \theta}{r^2} \right] \quad (20)$$

$$f_{tv} = f_{dv} - f_{rv} = GM \left[ \frac{\cos \theta'}{d^2} - \frac{\cos \theta}{r^2} \right] \quad (21)$$

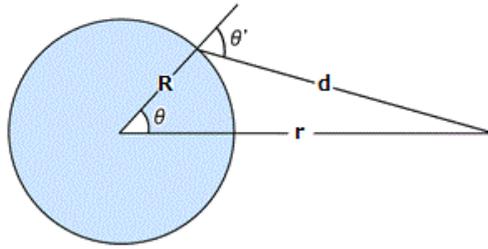


Fig.7

Fig.7 より

$$\sin \theta' = \frac{r}{d} \sin \theta \quad (22)$$

$$\cos \theta' = \frac{r \cos \theta - R}{d} \quad (23)$$

余弦定理より

$$d^2 = r^2 \left\{ 1 + \left( \frac{R}{r} \right)^2 - 2 \left( \frac{R}{r} \right) \cos \theta \right\} \quad (24)$$

$$\frac{r^3}{d^3} = \left\{ 1 + \left( \frac{R}{r} \right)^2 - 2 \left( \frac{R}{r} \right) \cos \theta \right\}^{-3/2} \cong 1 + 3 \left( \frac{R}{r} \right) \cos \theta \quad (25)$$

ただし  $\left( \frac{R}{r} \right) \ll 1$  として高次項を省略した。以上の4つの式を式(20)、(21)に代入すると潮汐力の水平、鉛直成分は

$$f_{th} = \frac{3}{2} \frac{GMR}{r^3} \sin 2\theta \quad (26)$$

$$f_{tv} = 3 \frac{GMR}{r^3} \left\{ \cos^2 \theta - \frac{1}{3} \right\} \quad (27)$$

となる。また潮汐力のポテンシャル  $U_{\text{tide}}$  は以下のように表される。

$$U_{\text{tide}} = \frac{3}{2} \frac{GMR^2}{r^3} \left\{ \cos^2 \theta - \frac{1}{3} \right\} = \frac{GMR^2}{r^3} P_{20}(\cos \theta) \quad (28)$$

### 2.4.3 同期自転天体の形状

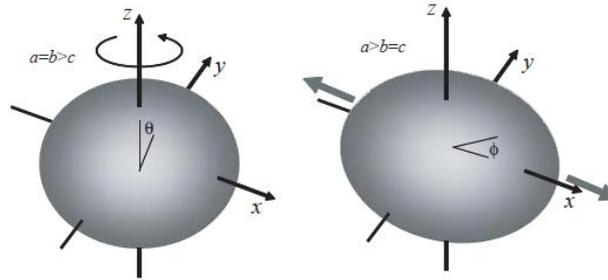


Fig.8 それぞれ遠心力（左）・潮汐力（右）のポテンシャル。  
地球内部物理学講義ノート（日置幸介）より。

Fig.8 のように  $\theta$ 、 $\varphi$  を定義すると遠心力ポテンシャルと潮汐ポテンシャルは、

$$U_{\text{rotation}} = -\frac{1}{3} \omega^2 R^2 P_{20}(\cos \theta) \quad (29)$$

$$U_{\text{tide}} = \frac{GM R^2}{r^3} P_{20}(\cos \varphi) \quad (30)$$

のようになる。ケプラーの第3法則  $GM = r^3 n^2$  を用いると

$$U_{\text{tide}} = n^2 r^2 P_{20}(\cos \varphi) \quad (31)$$

ただし  $n$  は公転角速度。同期自転天体は自転角速度  $\omega$  と公転角速度  $n$  が等しいので、式(29)(30)の二種類のポテンシャルは同類項となり、 $U_{\text{rotation}}$  と  $U_{\text{tide}}$  の振幅比は  $1:3$  という簡潔な比になる。そのため Fig.9 のように、中心天体の方向、赤道面内で中心天体の方向と直交する方向、極方向の張り出し（半径の球からのずれ）は遠心力による張り出し  $1:1:-2$  と潮汐力による張り出し  $2:-1:-1$  を三倍したものを足して、合計で  $7:-2:-5$  という単純な比となり、その結果三軸不等の楕円体になる。

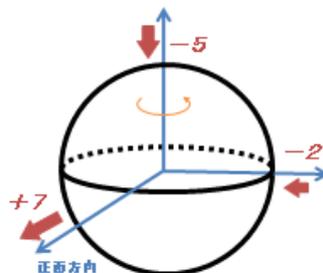


Fig.9 同期自転衛星の三軸についての理想的な伸張。

またこのとき、2次の重力場係数  $C_{20}$ 、 $C_{22}$  の比も、 $C_{20}$ 、 $C_{22} = 10:3$  という簡潔な比になる。

## 2.5 次数と共に小さくなる月の重力場係数：カウラの法則

地球の重力ポテンシャルの解析で、Kaula (1963)は重力場の球面調和展開時に、重力ポテンシャルの調和係数のある次数  $l$  における値は、平均値がゼロでその周りの標準偏差  $s\{\bar{C}_{lm}, \bar{S}_{lm}\}$  が、次数と共に下記の式のように小さくなってゆくことを経験的に見出した。

$$s\{\bar{C}_{lm}, \bar{S}_{lm}\}_{\text{earth}} \equiv \left[ \frac{\sum_{m=0}^l \{\bar{C}_{lm}^2 + \bar{S}_{lm}^2\}}{2l+1} \right]^{\frac{1}{2}} \approx 10^{-5}/l^2 \quad (32)$$

Kaula(1963)は、月を構成する物質が地球と同等の強度を持つという前提で、このカウラ則の月の場合の比例係数  $\beta$  を推察した。

$$s\{\bar{C}_{lm}, \bar{S}_{lm}\}_{\text{moon}} \approx \beta * 10^{-5}/l^2 \quad \beta = 35.7 \quad (33)$$

月では重力場を球面調和展開する際に、重力場データが地理的に偏っている（かぐや以前ではそもそも表側のドップラーデータしか得られていなかった）ため高次で推定値が発散してしまう。一方かぐやでも観測データだけでは60次以降の高次になると推定値が安定しないため、拘束条件としてカウラ則を使用している (Namiki et al., 2009)。本研究で使用しているかぐやの重力場のデータ SGM100h では  $\beta=36$  としている (Matsumoto et al., 2010)。

## 2.6 月のアイソスタシー

### 2.6.1 アイソスタシー

アイソスタシーとは、長い時間スケールでは密度の大きい惑星深部の岩石が流動性を有するために、地表付近の質量の過不足がその浮力によって補われる現象である。

アイソスタシーのモデルとして、(1)エアリー・ハイスカネンモデル(Fig.10)、(2)プラット・ヘイフォードモデル(Fig.11)、および(3)それらを複合させたモデル(Fig.12)、がある。

エアリー・ハイスカネンモデル(Fig.10)は、地殻は密度一定で、標高の高いところほどその下に大きな地殻の‘根’を持っているというモデルである。

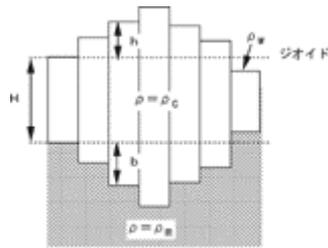


Fig.10 エアリー・ハイスカネンモデルの概念図. 測地学テキスト(web版)2004より.

プラット・ヘイフォードモデル(Fig.11)は、地殻の‘根’の下端は一定の深さで、標高によって地殻の密度が変化するモデルである。

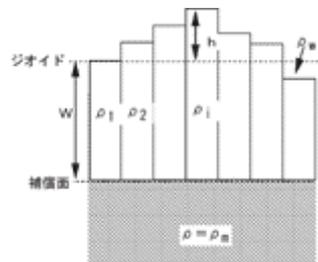


Fig.11 プラット・ヘイフォードモデル概念図. 測地学テキスト(web版)2004より.

上の二つのモデルを組み合わせたモデルが、現在もっとも実際に近いと考えられている。(2)のモデルでは補償面は地殻とマンツルの境界面であるモホ面に置かれていたが、実際に力学的に流動性があるのはアセノスフェアなので、補償面をリソスフェアとアセノスフェアの境にとり、地殻の‘根’はリソスフェアの弾性によっても支えられているモデルである(Fig.12)。

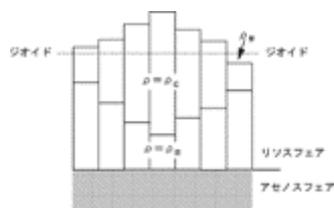


Fig.12 エアリー・ハイスカネンモデルとプラット・ヘイフォードモデルの複合モデルの概念図. 測地学テキスト(web版)2004より.

## 2.6.2 月の衝突盆地の補償メカニズム

では実際に月では全球的、あるいは局地的にアイソスタシーは成り立っているのだろうか。衝突盆地形成による月面の質量欠損に対する応答を見ることで検証する。

### 2.6.2.1 南極エイトケン盆地のアイソスタシー補償

月における最大の衝突盆地として知られる南極エイトケン盆地について考える。Fig.13 はかぐやによる月重力場モデル SGM100h (Matsumoto et al., 2010) を用いて描いた月のフリーエア重力異常図である。LALT のデータに基づいて描かれた地形図(Fig.14)と比べると、南極エイトケン盆地による巨大な質量欠損が見られない。これは南極エイトケン盆地ではアイソスタシーが成立している（地形のへこみに対応してその地下にモホ面が盛り上がっている）ことが分かる。

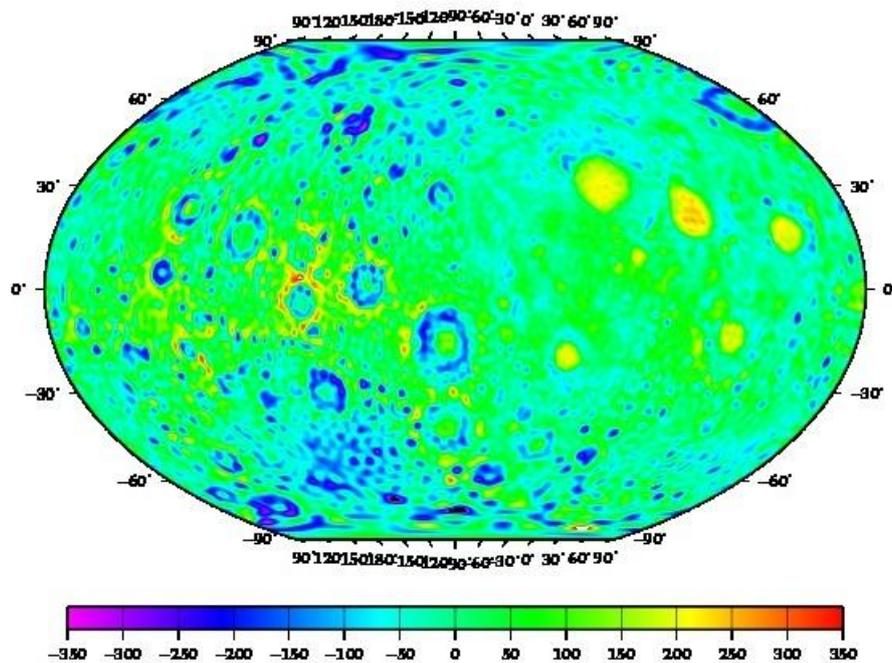


Fig.13 月の重力異常図 (Matsumoto et al., 2010) .

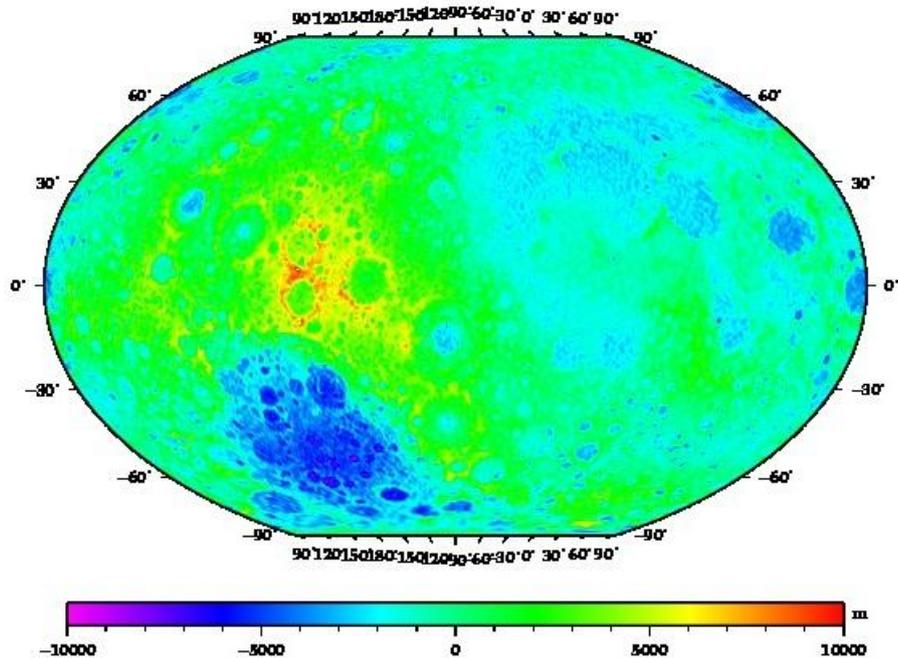


Fig.14 月の地形図 (Araki et al, 2009) .

### 2.6.2.2 衝突盆地の補償メカニズム

かぐやにより月裏側の重力場が直接観測され、初めて信頼性の高い月の全球重力異常図が作成された。その結果、月の衝突盆地は大きく 3 つのタイプに分類されることが明らかになった。Namiki et al.(2009)はそれらを Type I basin、Type II basin、Primary mascon basin と呼んだ。Type I basin、Type II basin は月裏側や縁辺部に分布しており、Primary mascon basin は、月表側にある所謂マスコン盆地である。

3 つのタイプの盆地すべてに共通することは、盆地中央に正の重力異常がみられることである(Fig.13)。これは衝突時のモホ面の過補償による上昇が原因と考えられているが、定量的なメカニズムはこれまで提唱されていない。

アイソスタシー補償の有無の判断で重要なのは、フリーエア重力異常と盆地地形との相関である。重力異常図で Type I 及び Type II basin は、中央で過補償による正の異常を示すが、そこから外側に向かって盆地地形と良く相関した正-負-正の重力異常のリング構造がみられる(Fig.13)。例として Type II に分類される Korolev 盆地の地形とフリーエア重力異常との断面図による比較を示す。(Fig.15)。これはアイソスタシー補償によるモホ面の緩和が起きていないことを示唆している。

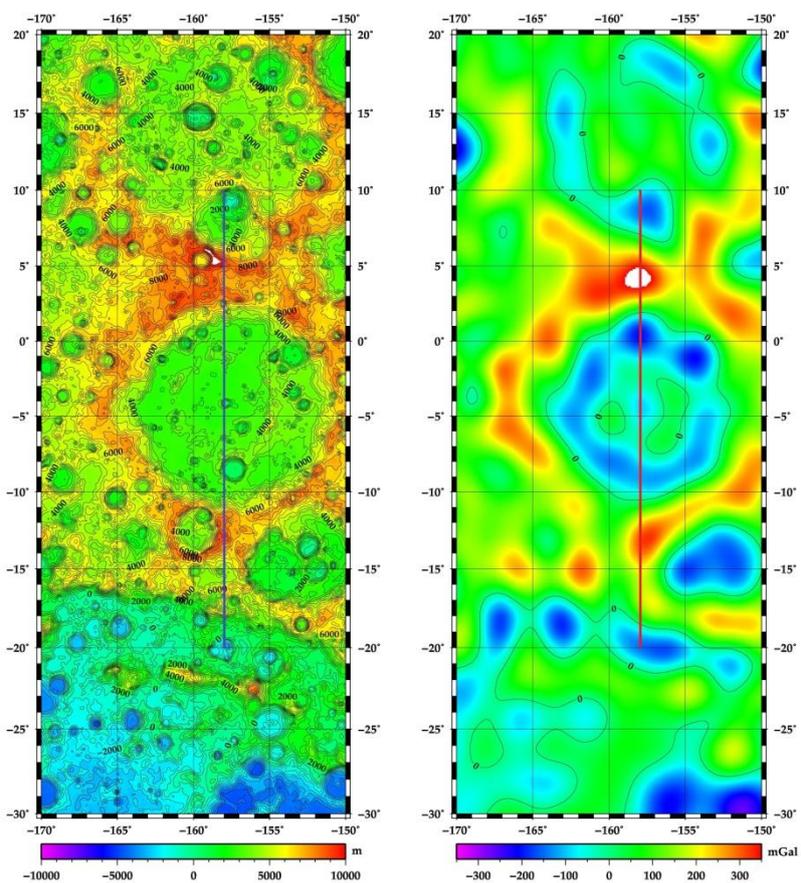
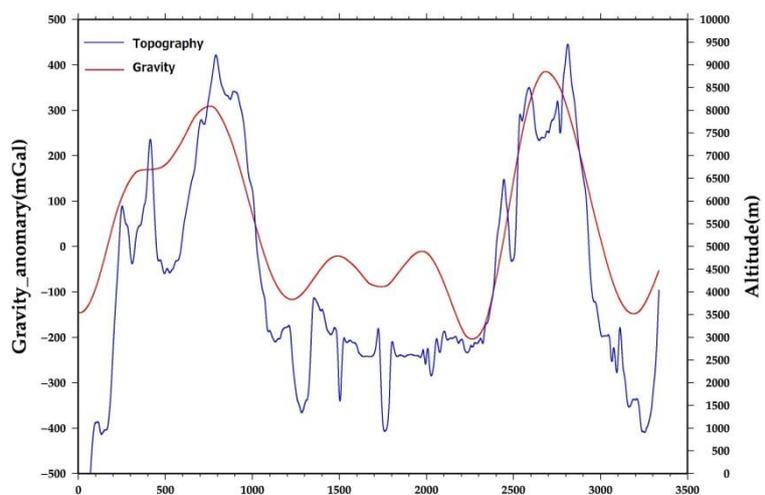


Fig.15 Korolev basin での地形(青)とフリーエア重力異常(赤)の profile の比較 (上図) .  
 左下と右下の図はそれぞれ地形と重力異常の図である.

一方でマスコン盆地は、盆地中心の重力異常が平らな台地状になっており、Type I 及び Type II basin でみられる盆地地形と良く相関した正-負-正の重力異常のリング構造がはつき

りとは認められないことが、同様の断面図による比較でよく見てとれる(Fig.16)。このことはマスコン盆地の表面地形に対して、アイソスタシーが成り立っていることを示唆している。

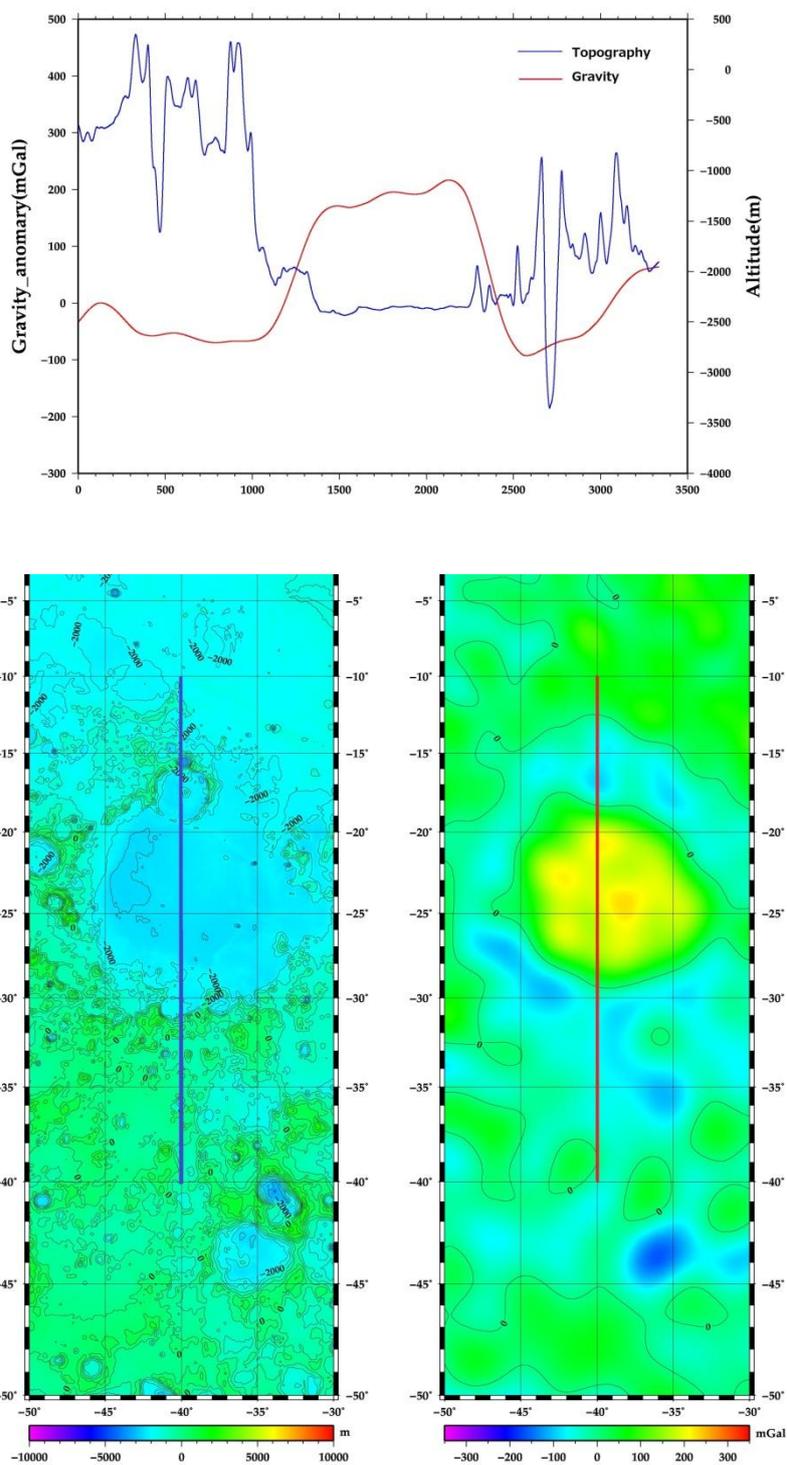


Fig.16 Humorum basin での地形(青)とフリーエア重力異常(赤)の profile の比較.

### 3 現在の月の形状から推察する過去の軌道進化

#### 3.1 Garrick-Bethell et al.(2006)による推論

前述 (§2.4) のように、月のような同期自転天体の理想的な静水圧平衡形状では 2 次の重力場係数の比が  $C_{20} : C_{22} = 10 : 3$  となる。しかしかぐやで得られた最新の月重力場モデル (Namiki et al., 2009) によるとそれらの値は  $C_{20}/C_{22} = 9.09$  となっており、理論値に対して  $J_2$  の値が大きすぎる (又は  $C_{22}$  の値が小さすぎる)。

月の形状が同期自転衛星の理想的形状からズレていることの原因として、Garrick-Bethell et al. (2006) は、(1) 月が初期に離心率の大きな楕円軌道をとっていた、または (2) 自転と公転の周期が 3:2 の比をとる水星型の同期自転天体 (Fig.17) であった、という二つの可能性を示唆した。本章では彼らの主張について簡単にまとめたい。

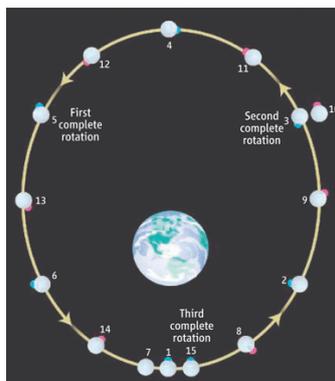


Fig.17 月の自転周期：公転周期=3：2の共鳴運動の模式図. Innanen (2006)より引用。ここで灰色の円が月。青・赤色の点は表側中心で、1~6番が公転1週目（青色）、8~14番が公転2週目（赤色）。

##### 3.1.1 月の形状におけるランダム成分と系統的な成分

月の地形や重力場の球からのずれの起源に関して、(i) 潮汐や遠心力ポテンシャルによる化石バルジとしての変形、(ii) 様々な原因に起因する不均一な質量分布によるランダムな成分 (Lambeck and Pullan, 1980) の 2 つが考えられる。(ii) によって二次の形状を含めた月全体の形状を十分説明できるとする見解もあるが (Goldreich and Toomre, 1969; Lefftz and Legros, 1993; Bills and Lemoine, 1995)、Lambeck and Pullan (1980) は二次の係数の大きさがランダム成分にしては大きいこと、及び  $C_{22}$  が  $S_{22}$  より圧倒的に大きい (潮汐バルジが地球の方を向いている) ことから (i) のように化石バルジが現在の月の 3 軸不等の形状に有意に貢献しているという考えも有力である。ちなみに Garrick-Bethell et al. (2006) は (i) の考え方、

すなわち現在の二次の係数はその全体が遠心力と潮汐のポテンシャルを反映しているとしている。この考え方に関する問題点については3.3章で議論する。

### 3.1.2 過去の月の軌道の求め方

ここで Garrick-Bethell et al.(2006)が示している過去の月公転軌道の導出方法について説明する。彼らは、月の形を三つの独立な量として  $C_{20}$  (セレノイドの扁平を表す重力場係数)、 $\beta$ 、 $\gamma$ (いずれも力学的扁平率) で代表させた ( $C_{22}$  はそれらの組み合わせで表すことができるため独立ではない)。さらにそれらの値を月の公転軌道の  $a$  (軌道長半径) と  $e$  (離心率) の関数として表現し、現実の  $C_{20}$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  の値が実現される  $a$  と  $e$  の組み合わせが存在するか否かを議論した。まず同期自転の場合(自転：公転=1：1)は

$$\begin{aligned} C_{20} &= \frac{MR^3}{ma^3} \left[ -\frac{1}{2} X_{-3,0,0}(e) - \frac{3}{4} \right] \\ \beta &= \frac{5}{2} \frac{MR^3}{ma^3} \left[ -\frac{1}{2} X_{-3,0,0}(e) + \frac{3}{4} X_{-3,2,2}(e) - \frac{3}{4} \right] \\ \gamma &= \frac{15}{4} \frac{MR^3}{ma^3} X_{-3,2,3}(e) \end{aligned} \quad (34)$$

自転：公転=3：2 の場合は

$$\begin{aligned} C_{20} &= \frac{MR^3}{ma^3} \left[ -\frac{1}{2} X_{-3,0,0}(e) - \frac{11}{8} \right] \\ \beta &= \frac{5}{2} \frac{MR^3}{ma^3} \left[ -\frac{1}{2} X_{-3,0,0}(e) + \frac{3}{4} X_{-3,2,3}(e) - \frac{11}{8} \right] \\ \gamma &= \frac{15}{4} \frac{MR^3}{ma^3} X_{-3,2,3}(e) \end{aligned} \quad (35)$$

ここで  $M$  は地球の質量、 $m$  は月の質量、 $R$  は月の平均半径、 $a$  は軌道長半径、 $e$  は離心率、 $X_{l,p,q}(e)$  はハンセン関数である(Garrick-Bethell et al., 2006)。

上記の式に実際に計測された  $C_{20}$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  の値を入れ、それぞれで3つの式を満たす  $a$  と  $e$  の組み合わせを探した結果が Fig.18, 19 である。

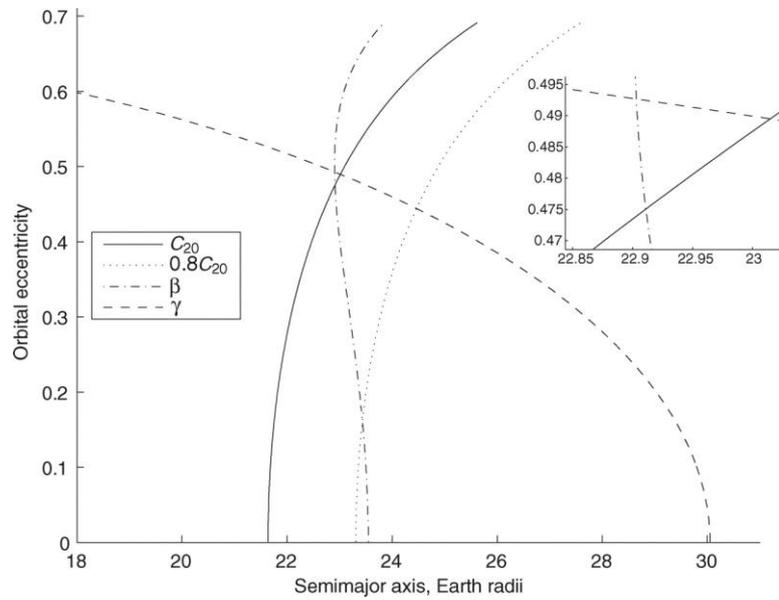


Fig.18 同期自転の場合(自転：公転=1：1)に、 $C_{20}$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ の三つのパラメータが現在の値となるために  $a$  と  $e$  が満たす値の集合をそれぞれ実線、一点鎖線および破線で表している。それらが一点で交われば、それがすべてのパラメータが現在の値をとることを実現する組み合わせとなる (Garrick-Bethell et al., 2006). 点線は  $C_{20}$  の値を現在の値より二割小さな値に仮定した場合の  $a$  と  $e$  が満たす組み合わせを示す。

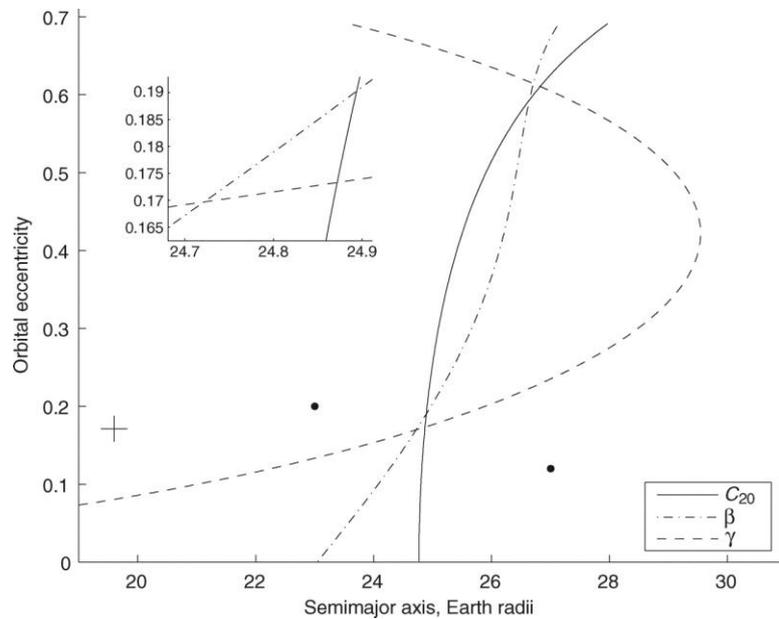


Fig.19 自転：公転=3：2の場合の各パラメータによる曲線(Garrick-Bethell et al., 2006).詳細は Fig.18 と同様.

Fig.18, 19 で  $C_{20}$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  の現在の値を実現するために満たすべき  $a$  と  $e$  の組み合わせを示す三つの曲線が描かれている。それらの曲線が一点で交われば、そこにおける  $a$  と  $e$  の値が現実を説明できる  $a$  と  $e$  の組み合わせだというのが彼らの主張である。1 : 1 の同期軌道では、離心率が今より大幅に大きな軌道ですべてを満足する解が1つある (Fig.18)。また自転 : 公転 = 3 : 2 共鳴の軌道では、離心率の大きい軌道と小さい軌道の2つの解が存在することが示されている (Fig.19)。彼らはこれら3つの状態のいずれかの軌道上で月が現在の形状を持つにいったと示唆している。

しかし Fig. 18 で示すように  $C_{20}$  の値が現在の値より二割小さいと仮定するだけで、存在したはずの三つの曲線の交点は消えてしまうことも示されている。つまり現在の  $C_{20}$  や  $C_{22}$  の値には偶然生じたランダムな成分ほとんど存在しないことが Garrick-Bethell et al. (2006) の主張の前提条件である。

### 3.2 Cúk, M.(2010)の概要

Cúk, M.(2010)は、現在の月の形状から過去の月の軌道を推し量るという考えに否定的であり、主に次の3つの観点から Garrick-Bethell et al.(2006)を否定する内容のものである。

(1) Garrick-Bethell et al.(2006)が採る前提条件の緩さ(2)特殊な軌道 (高離心率軌道、3 : 2 共鳴軌道) に落ち込むプロセス(3)隕石衝突による共鳴運動への影響、である。

まず(1)について、Garrick-Bethell et al.(2006)は  $C_{20}$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  をそれぞれ互いに独立として扱っている。しかしCúk, M.(2010)は  $C_{20}$  を  $\beta$ ,  $\gamma$  と z 軸周りの慣性モーメント  $C$  を用いて次のように表現できることを示している。

$$C_{20} = \frac{C(2\beta-\gamma)}{2mR^2} - \frac{C\beta}{mR^2} \left( \frac{\beta-\gamma}{\beta+1} \right) \quad (36)$$

ここで  $m$  は月の質量、 $R$  は平均半径。これで  $C_{20}$  は慣性モーメント  $C$  が独立な場合のみ独立である。形式上、 $C$  は  $\beta$ ,  $\gamma$  と独立であるが、しかし  $C/mR^2$  は形状による変動は少なく、内部構造(コアの大きさ)によるところが大きい。このことが Garrick-Bethell et al.(2006)の主張を全くの無為にするわけではないが、Cúk, M.(2010)はこの  $C_{20}$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  の相互依存により、Fig.18, 19 で示すほど、Garrick-Bethell et al.(2006)の解と月の形状はドラマティックには合っていないと主張している。

次に(2)について、ここでは特に Garrick-Bethell et al.(2006)が推している 3 : 2 共鳴運動に対して、Cúk, M.(2010)はこの共鳴による軌道と月の形状の‘鶏と卵’問題を主張している。つまり、Garrick-Bethell et al.(2006)は月の形状は 3 : 2 共鳴運動により現在のような形を残しているという考えだが、そもそも 3 : 2 共鳴運動で安定するにはそのような形状をもとから持っていなければならないとしている。

また、高離心率を得る原因を考えなければならない。最も有力なものは太陽の出差共鳴（太陽の引力によるもの）だが、これは Toubou and Wisdom(1998)によって否定されている。現在の月の離心率の大部分が比較的最近起こった惑星の共鳴であるので(C uk, M., 2007)、過去の高離心率に説得力が全くないとしている(C uk, M., 2010)。

最後に(3)について、仮に(2)における問題をクリアして 3 : 2 共鳴運動をもった場合の問題を考えている。ここでの問題提起は、Garrick-Bethell et al.(2006)は月の大局的形状が決定するのに要した期間は 10 億年ほどとしているが、その間隕石衝突に対して共鳴運動を維持できるのか、というものである。結果は「NO」である。Imbrium 盆地(直径 1160km)を作った隕石衝突の、一回り小さい規模のものでも共鳴のロックが外れてしまう(Lissauer, 1985)。このため、C uk, M.(2010)はたとえ月が過去に 3 : 2 共鳴運動をもったとしても、その影響による形状を現在に残すことはあり得ないとしている。

### 3.3 2 次の重力場係数の有意性

ここで、カウラ則を用いて現在の 2 次の重力場係数の値にランダムな成分がどの程度含まれるかを考える。もしランダムな成分が数割以上あれば Garrick-Bethell et al. (2006)の主張がそもそも成り立たないからである。カウラ則については既に 2 章で説明した。ここでは潮汐や遠心力ポテンシャルと無縁な 3 次以降の値からカウラ則の係数を推定して、それを 2 次の係数に外挿してみる。その大きさが、ランダム成分の次数 2 における大きさであろう。こうして推測したランダム成分に比べて実際の 2 次の係数が十分大きい場合、2 次はランダム誤差を超える信号を有する（化石バルジとしての情報を持つ）と考えられる。

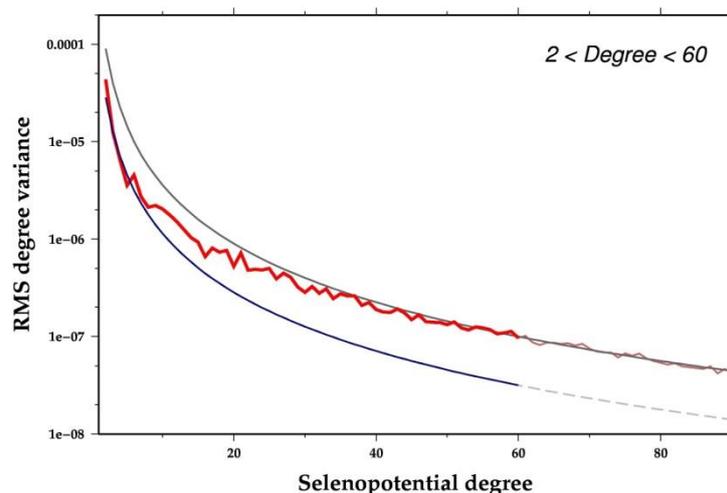


Fig.20 球面調和展開した月重力場の振幅

赤色の曲線は観測された重力場係数 (SGM100h; Matsumoto et al., 2010) から得られた次数毎の RMS (root-mean-square)、青色の曲線は観測値に最もフィットするようにカウラ則の係数  $\beta$  を推定した時の曲線 ( $y = \beta * 10^{-5}/l^2$ ;  $\beta = 11.4$ )、灰色の線はこの重力場モデルの導出にあたって拘束条件として用いられたカウラ則 ( $y = \beta * 10^{-5}/l^2$ ;  $\beta = 36$ ) である。60 次以降では求められた重力場係数とカウラ則がほぼ一致しているが、これは実際にかぐやの軌道がその次数以上の高次の重力場へあまり感度がないことを物語っている。赤色の曲線で色の濃い部分は青色の曲線の比例係数  $\beta$  を求めるのに使用した範囲 ( $3 \leq \text{degree} < 60$ ) を示す。  $\beta$  の推定には、観測値の貢献がほぼ 100% である 60 次未満の係数を用いた (Fig.21)。60 次以降では拘束条件が無視できない割合で混じり、カウラ則に対する情報を含まないと考えられるため、 $\beta$  の推定時には除外した。2 次の値が良く見えるように拡大図を Fig.22 に示す。

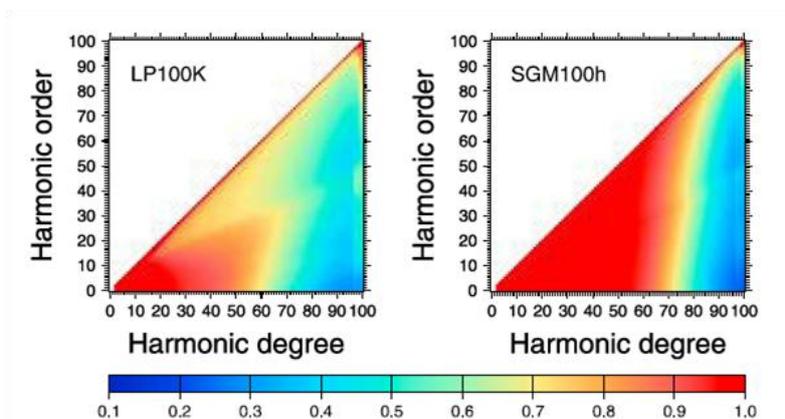


Fig.21 観測値の重力場係数への貢献を示す図 (Matsumoto et al., 2010) . 左がひと世代前の LP100K モデル、右が今回使用している SGM100h モデル. “1.0” は係数の値が完全に観測値のみによって決定されていることを示し、逆に “0” は係数の値が完全に拘束条件のみによって決定されていることを示す。

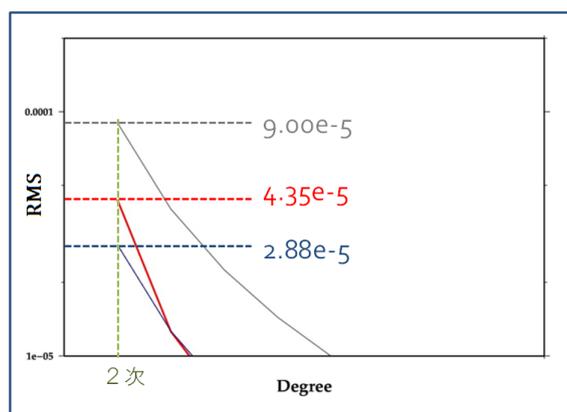


Fig.22 Fig.20 の低次部分の拡大図

2次の実測値（赤色）と3次以降から外挿された値を比較する。ここで縦軸の値はRMSなので、2つの差は

$$\sqrt{[(4.35e - 5)^2 - (2.85e - 5)^2]} = 3.29e-5 \quad (37)$$

となる。これは実測値の3/4程度であるので、「2次の重力場係数の3/4程度は有意である」ことを意味している。Garrick\_Bethell et al.(2006)の結論は、例えば $C_{20}$ の値が二割異なっただけで破たんすることが著者自身によって示されている。従って、2次の係数の現在の値に全面依存して過去の月軌道を推定した彼らの結論は根拠が薄弱であることがわかる。一方この結果は2次の成分が議論の価値がある有意な成分を持つことも確かであることを意味する。

### 3.4 2次の重力場係数のランダム成分を考える

Garrick-Bethell et al.(2006)では、月が冷え固まり形成され、大局的形状が決定した後の変形による $C_{20}$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ の変化を考慮していない。実際にはFig.18(3.1.2)の $0.8C_{20}$ の曲線（薄い波線）が示すように、 $C_{20}$ の値が二割変動するだけで「交点」が存在しなくなり、彼らのシナリオは破たんする。前の章で示したように現在の二次の重力場係数のうち、二割を超える量が偶然の産物である。本章ではその具体例として月形成後に生じた衝突盆地の形成が $C_{20}$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ 等にもたらす変化を見積もる。

#### 3.4.1 数値計算の手法

本章では、実際の月面に対象の盆地が存在する場所に、それと同等の‘穴’がある場合とない場合で、どれほど $C_{20}$ ,  $C_{22}$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ の値が変化するかを計算する。対象とする主要な盆地として、月最大の衝突盆地である南極エイトケン(South Pole Aitken, SPA)盆地と‘マスコン’と呼ばれる6つの盆地(Humorum, Imbrium, Serenitatis, Nectaris, Crisium, Smythii)をとりあげた。また、衝突盆地形成時に飛び散るはずの物質については、これらの盆地の場合十分に衝突の規模が大きいため飛散物は全球的に散らばり、慣性モーメントは変化せず $C_{20}$ ,  $C_{22}$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ の値には影響を与えないという前提を用いる。

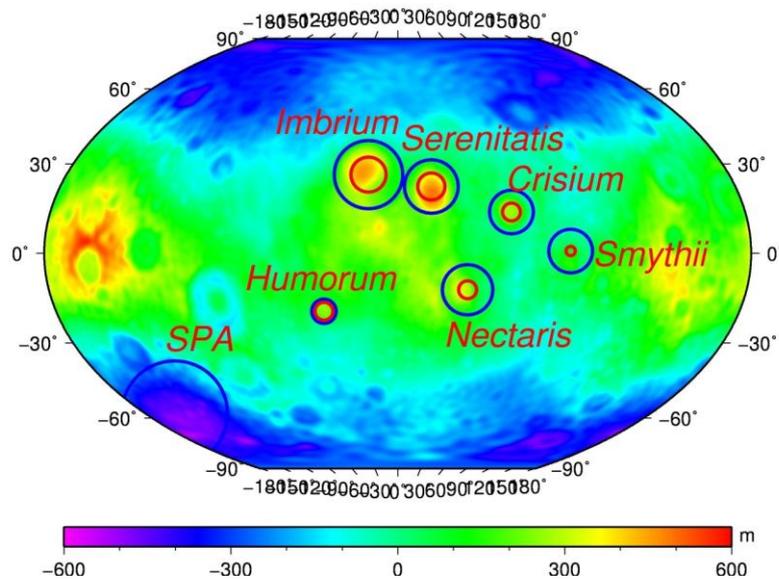


Fig.23 南極エイトケン(SPA)盆地とマスコン盆地の位置をセレノイド高の図 (Matsumoto et al., 2010) に重ねて示す. 図の中心が  $0^{\circ}$  (表側の中央) .

Fig.23 で青丸は衝突盆地の大きさ (真円と仮定している)、赤丸は玄武岩溶岩の大きさ (こちらも円状に溜まったと仮定。その円の中心は盆地の中心と一致させている) を示す。盆地の深さ、溶岩の深さは盆地毎に一定であり、円筒状の穴が空いた状態と考える。またこの図では円の半径は正確ではない。Namiki et al. (2009), Williams and Zuber (1996, 1998) に基づくそれらの正確な値は Table.1 に与えてある。

Table.1 計算に使用した南極エイトケン盆地とマスコン盆地のデータ

| 盆地名               | (北緯、東経)        | 盆地半径 (km) | 盆地の深さ (m) | 溶岩半径 (km) | 溶岩の厚さ (m) |
|-------------------|----------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| South Pole-Aitken | (-60, 160)     | 900       | 10000     | ---       | ---       |
| Humorum           | (-24.4, -38.6) | 210       | 2000      | 150       | 3910      |
| Imbrium           | (32.8, -15.6)  | 580       | 2000      | 300       | 4900      |
| Serenitatis       | (28.0, 17.5)   | 460       | 3000      | 230       | 3500      |
| Nectaris          | (-15.2, 35.5)  | 430       | 2000      | 150       | 2540      |
| Crisium           | (17.0, 59.1)   | 370       | 4000      | 150       | 2230      |
| Smythii           | (1.30, 87.5)   | 370       | 4000      | 80        | 1620      |

地表に凹地が生じれば、アイソスタシー補償によってモホ面が上方に持ち上げられる (Mantle plug の形成)。これによる慣性モーメントへの影響も計算しなければならない。2章で述べたように、南極エイトケン盆地ではアイソスタシーがほぼ成立している。従ってその地下ではモホ面が上昇しており、その大きさは地表の凹みの 地殻密度 / (マントル密度 - 地殻密度) 倍であることが期待される (Fig.24)。

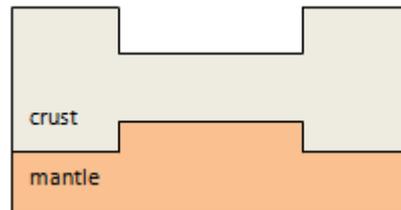


Fig.24 アイソスタシー補償のイメージ図. モホ面の深さは 53km、地殻密度は  $2800\text{kg/m}^3$ 、マントル密度は  $3300\text{kg/m}^3$  と仮定している.

一方マスコン盆地に関しては、玄武岩溶岩を除いた表面地形に関してはアイソスタシーが成立していると考えられる。従って、南極エイトケン盆地と同様の補償を成立させたいので、盆地表面に玄武岩溶岩が溜まったと考える (Fig.23)。今回はアイソスタシー過補償については無視できるものとする。

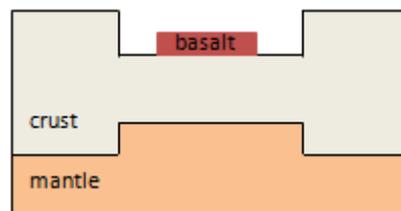


Fig.25 マスコン盆地の補償状態のイメージ図. 玄武岩溶岩の密度は  $3300\text{kg/m}^3$  とする.

盆地形成、アイソスタシーによる補償、玄武岩溶岩による  $C_{20}$ ,  $C_{22}$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  の値は、3 軸周りの慣性モーメント  $A, B, C$  (§2.3.1) について後述のような積分計算を行いそれらの値を求め、それらの値を組み合わせて求める。積分計算の手順は以下の通り (Fig.26)。

- ① 盆地中心から 10km ずつ同心円を描き一定の深さを与えて円筒を作る
- ② N 番目の円筒から (N-1) 番目の円筒を引いて、ドーナツ状にする。
- ③ N 番目のドーナツを 4N 分割しブロックを作る。
- ④ できたブロック毎に  $C_{20}$ ,  $C_{22}$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  への寄与を計算して加算していく。
- ⑤ 盆地の半径まで①～④の計算を行い、それによってできたドーナツをすべて加算し、盆地全体の値を出す。

以上の計算を、穴をあける場合、アイソスタシー補償によるマントル上昇、玄武岩溶岩の体積についてそれぞれ適切な密度（または密度コントラスト） $\rho$ の値を変えて行い、合計を計算する。

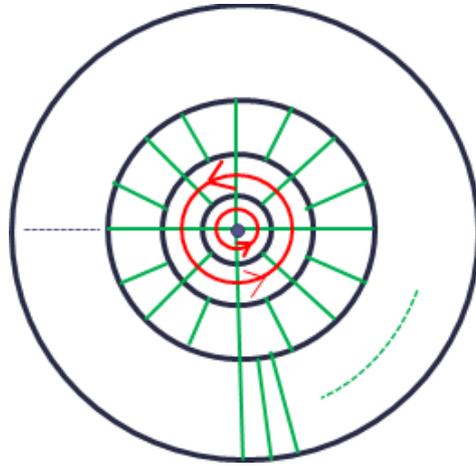


Fig.26 積分計算の概念図. 盆地形成の場合は紙面の奥行き方向に穴が空いて円筒状の空洞になるイメージ.

### 3.4.2 数値計算結果

上記の方法により計算された、南極エイトケン盆地とマスコン盆地による  $C_{20}$ ,  $C_{22}$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  への影響  $\Delta C_{20}$ ,  $\Delta C_{22}$ ,  $\Delta\beta$ ,  $\Delta\gamma$  を表に示す。また月自体の  $C_{20}$ ,  $C_{22}$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  の値は Table 3 の通りである。

Table.2 各盆地形成の各パラメータへの影響

| 盆地名               | $\Delta C_{20}$ | $\Delta C_{22}$ | $\Delta\beta$ | $\Delta\gamma$ |
|-------------------|-----------------|-----------------|---------------|----------------|
| South Pole-Aitken | -2.2E-5         | -1.7E-6         | 4.7E-5        | -1.7E-5        |
| Humorum           | -2.5E-6         | 4.8E-7          | 9.0E-6        | 4.9E-6         |
| Imbrium           | -2.6E-6         | 6.6E-6          | 4.1E-5        | 6.8E-5         |
| Serenitatis       | -2.7E-6         | 2.5E-6          | 2.0E-5        | 2.6E-5         |
| Nectaris          | -7.7E-7         | 1.5E-7          | 2.7E-6        | 1.5E-6         |
| Crisium           | -3.2E-7         | -9.3E-8         | 3.5E-7        | -9.6E-7        |
| Smythii           | 2.0E-6          | 1.0E-6          | -1.5E-8       | 1.0E-5         |
| 合計                | <b>-2.8E-5</b>  | <b>9.0E-6</b>   | <b>1.2E-4</b> | <b>9.2E-5</b>  |

Table.3 月の  $C_{20}$ ,  $C_{22}$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  の値。理科年表（国立天文台, 2005）より。

|      | $C_{20}$ | $C_{22}$  | $\beta$ | $\gamma$ |
|------|----------|-----------|---------|----------|
| Moon | -2.0E-04 | = 2.2E-05 | 6.3E-04 | 2.2E-04  |

### 3.4.3 計算結果の考察

衝突盆地の形成による後天的な変形があった時、Fig.18, 19 (§2.3.1)において  $C_{20}$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  の曲線が十分にずれて3つの曲線の交点が消えるかどうかを考える (Fig.27, 28)。本研究での計算結果は‘盆地と同じような穴を球体にあけた場合の変化量’である。Garrick-Bethell et al. (2006)が示す図では、 $C_{20}$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  は実測値、すなわち ‘衝突盆地を考えていない値’である。そのためここでは、Table.2 の値の符号を逆にしたものを全体の値に足したらどうかを考察する。

まず、月全体の値 (Table.3) に比べて、盆地形成による変化の合計値 (Table.2) が決して無視できない大きさをもっていることが分かる。それぞれの成分について、衝突盆地による値の変化と元の値の比は、

$$C_{20} : 14\% / C_{22} : 40\% / \beta : 19\% / \gamma : 42\%$$

になる。この時点で既に Garrick-Bethell et al. (2006)の方法が適当でないことがある程度示されたと言えよう。次にグラフの曲線がずれる方向を考える必要がある。3つとも同じ方向に、同じくらい移動すれば交点の存在は保持されるからだ。式(34),(35)がそれぞれ 1:1、3:2 共鳴のグラフ (Fig.18, 19) を与えているので、離心率  $e$  を固定して、 $C_{20}$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  が変動した時に、公転長軸半径  $a$  の応答を考えればよい。

そうすると、下図(Fig.27, 28)に示すように、 $C_{20}$  は正の値が加わるので  $a$  の値は小さくなる方向に、 $\beta$ ,  $\gamma$  は負の値が加わるので  $a$  は大きくなる方向にずれることが分かる。

このことから、Garrick-Bethell et al. (2006)で根拠とされている、現在の  $C_{20}$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  を同時に満足する  $a$  と  $e$  が三組存在するという事実は成り立たなくなり、彼らが提唱した過去の月の軌道運動については妥当性が乏しいと結論づけることができる。

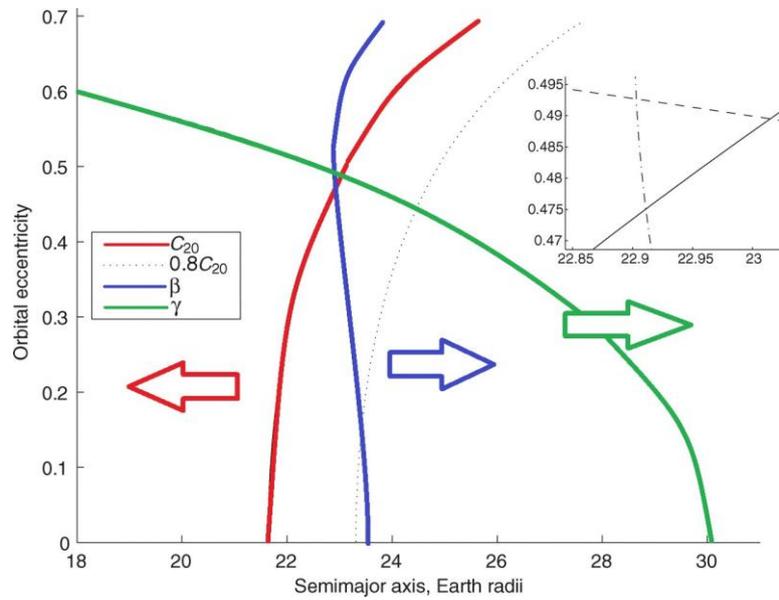


Fig.27 後天的な変形によって Fig.18 の三つの曲線が受ける影響. 曲線の移動によって存在したはずの三曲線の交点がなくなってしまう.

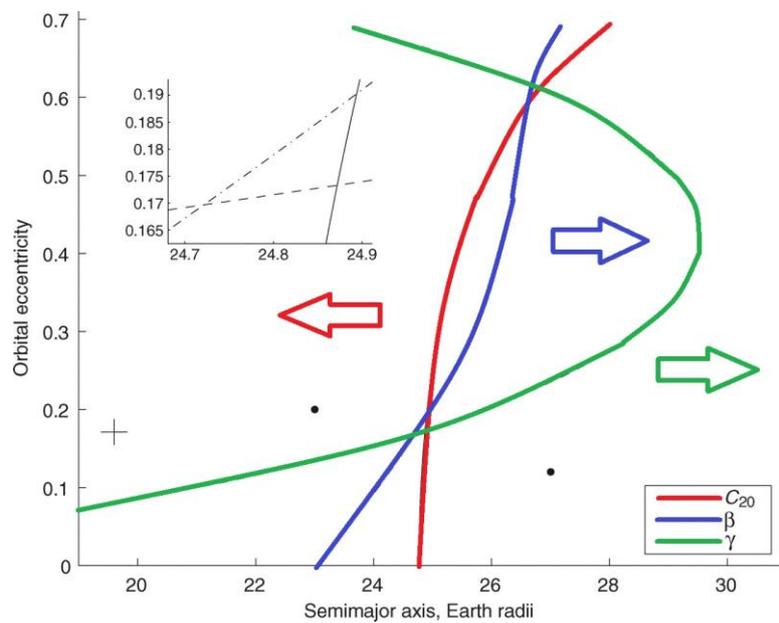


Fig.28 後天的な変形によって Fig.19 の三つの曲線が受ける影響. やはり曲線の移動によって交点は二つとも消えてしまう.

ちなみに 3.1 章で触れている  $C_{20} / C_{22}$  比についてみる。衝突盆地の影響を考慮すると、 $C_{20} / C_{22} \approx 13.2$  となり、かえって理論値から遠ざかってしまう。従って後天的な衝突盆地の影響で同期自転天体の理想的な形状が乱されたと主張することは難しいだろう。

## 4 過去のセレノイドから推察する昔の2次の重力場係数

LALTによる全球地形観測により、16pixel/degreeの分解能の地形データが得られている。これにより局地的地形を精度よく観察することができるようになった。本章では、マスコン盆地を埋めている玄武岩溶岩に注目する。玄武岩溶岩は粘性が低いため、この溶岩表面の傾斜は、溶岩が冷え固まった当時のセレノイド（等ポテンシャル面）を記憶している可能性がある。今回はマスコン盆地の中でも比較的平らで傾斜を求めやすい4つの盆地について、LALTから得られた地形データを用いて傾斜を推定する。さらにそれらから過去のセレノイドを推察し、当時の月の公転軌道や自転について議論する。

### 4.1 玄武岩溶岩の傾斜の求め方

今回は Imbrium, Serenitatis, Humorum, Nectaris の4つのマスコン盆地を利用する。因みに他2つのマスコン盆地 (Crisium, Smythii) は、溶岩が一樣に広がっていないため今回の方法では傾斜から当時のセレノイドを類推できないと思われる。また表面の凹凸が激しいため今回の方法では精度よく傾斜を求めることができない。これらの理由によって二つの衝突盆地は対象から外している。盆地表面が緯度方向、経度方向に（十字のように）それぞれ断面をとり、それぞれの高度断面について最小二乗法で最もよく合う直線を求める。この直線の傾きをその溶岩流のそれぞれ緯度方向、経度方向の傾斜とする。二次元的に範囲をとり傾斜をみるのがより高い精度の傾斜を得られると思われるが、本研究ではいずれの盆地もクレーター等のでこぼこの影響を避けるのが簡単であることを考慮し、なるべく平らな部分を探して直線的に範囲をとって傾斜を推定する方法をとった。

Mare Imbrium は、この中でも比較的平らな部分が多かったので、緯度・経度方向に3セットずつ傾斜をとって、その平均を盆地の傾斜としている。Fig.29 でそれぞれの緯度・経度方向の断面図、地図上に測線を示した図を示す。

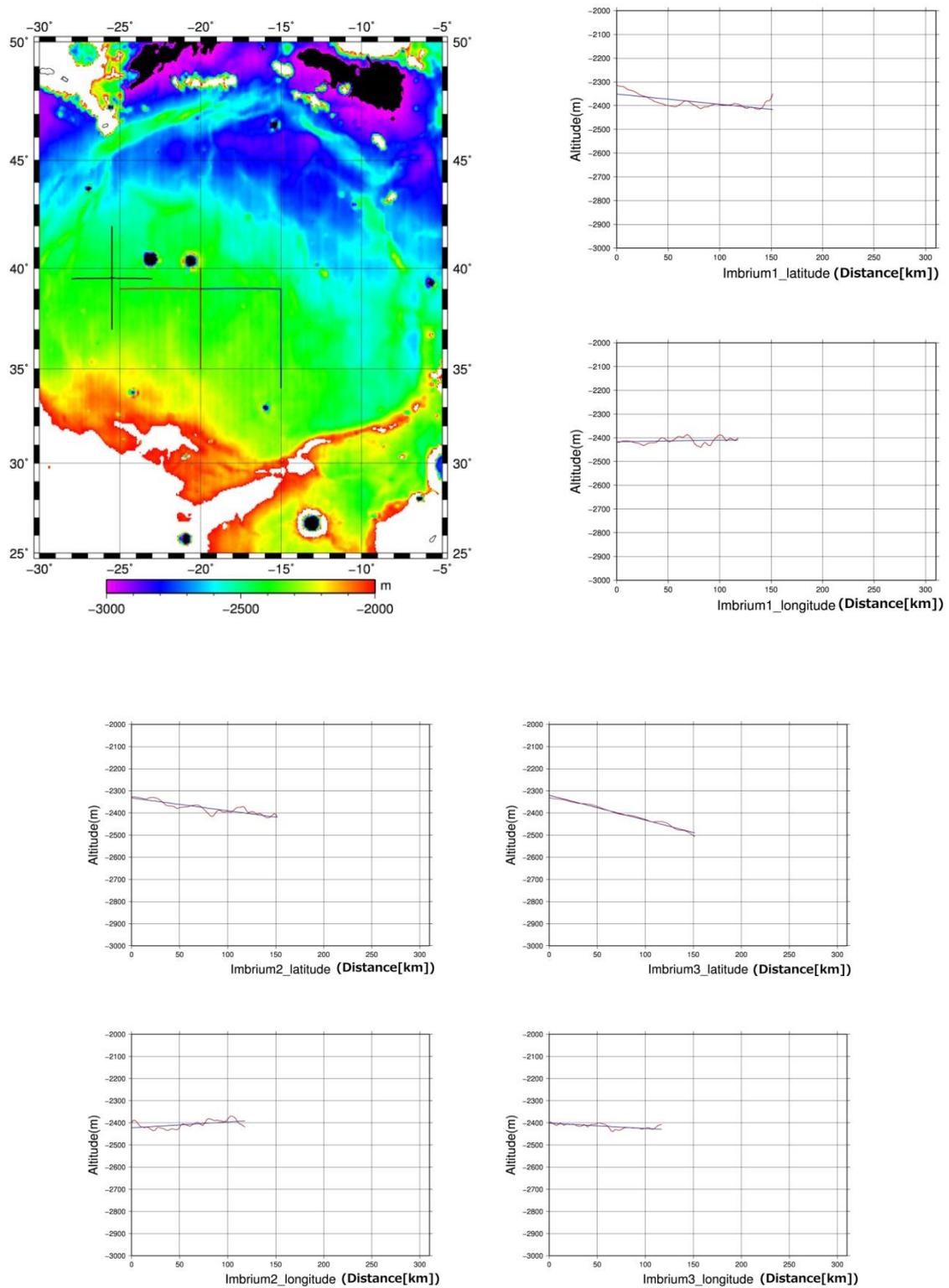


Fig.29 Imbrium basin の溶岩流の profile. 上が緯度方向、下が経度方向. 左上の地図に示した測線との対応はそれぞれ Imbrium1(赤), Imbrium 2(青), Imbrium 3(黒).

これと同様に、Humorum は緯度・経度方向にそれぞれ 2 セット、Serenitatis、Nectaris は 1 セットずつの測線から盆地の傾斜を推定した。

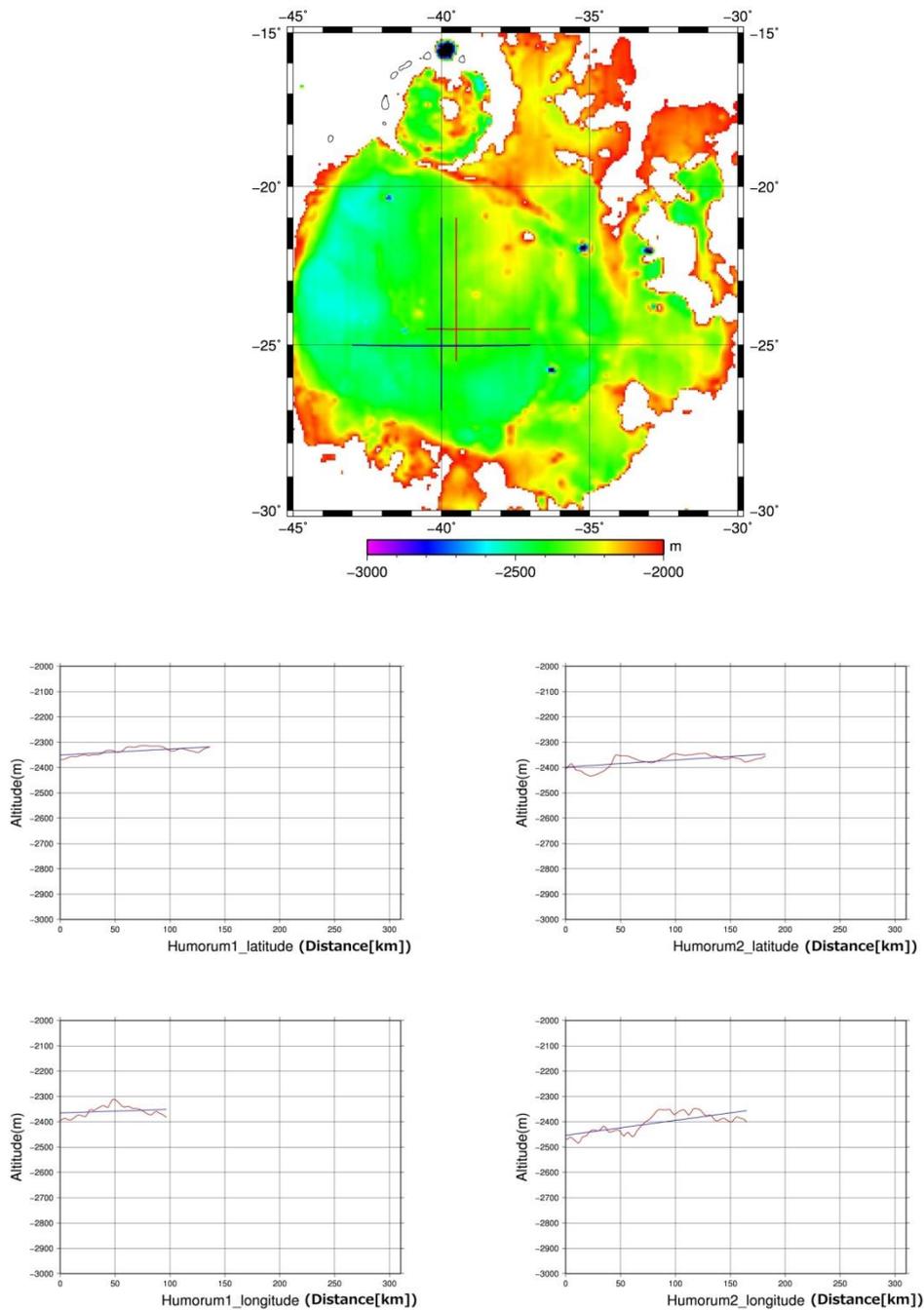


Fig.30 LALT のデータから得られた Mare Humorum (湿りの海)の溶岩流の高度 profile. 上の二つのグラフが緯度方向、下の二つのグラフが経度方向の profile. それぞれの profile の地理的な位置は上の地図に Humorum1(赤), Humorum2(青)の直線で示している.

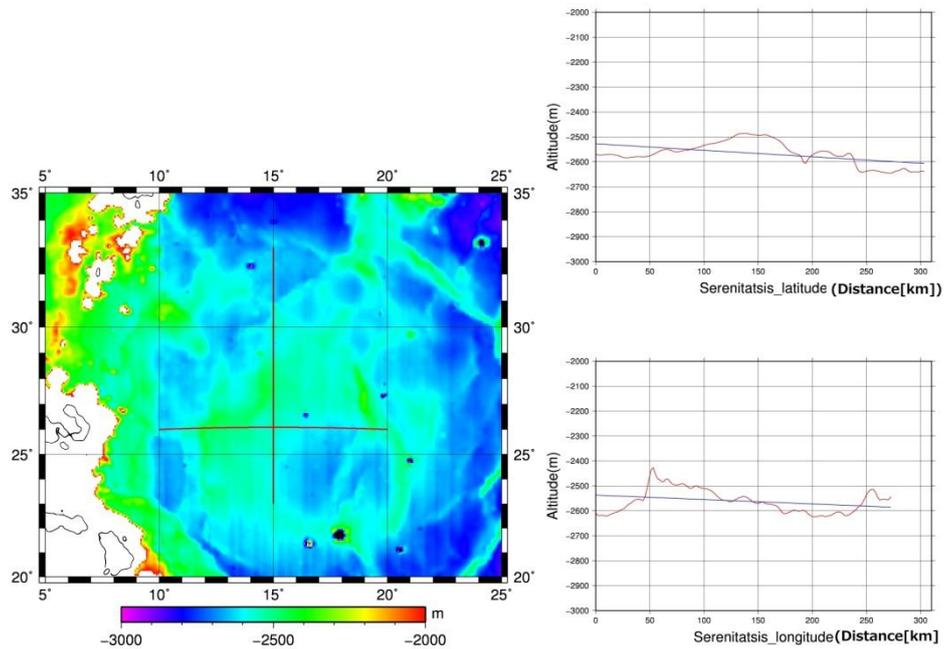


Fig.31 Mare Serenitatis (晴れの海)の溶岩流の高度 profile.上が緯度方向、下が経度方向.

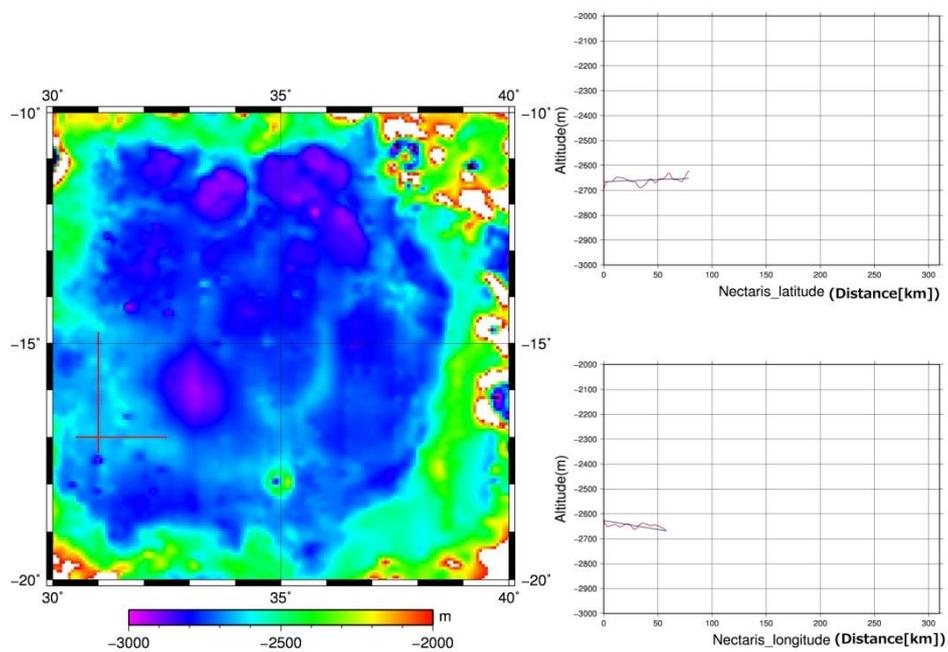


Fig.32 Mare Nectaris (神酒の海)の溶岩流の高度 profile. 上が緯度方向、下が経度方向.

結果を Table.4 に示す。

Table.4 4つのマスコン盆地で得られた地形の傾斜. 緯度方向は北に向かって高くなれば正の値、経度方向は東に向かって高くなれば正の値と定義する. 単位は m/km である.

| 盆地名         | 緯度方向の傾斜(m/km) | 経度方向の傾斜(m/km) | 緯度方向の誤差(m/km) | 経度方向の誤差(m/km) |
|-------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| Imbrium     | -0.710        | 0.024         | 4.36E-02      | 3.22E-02      |
| Serenitatis | -0.260        | -0.176        | 4.77E-02      | 3.63E-02      |
| Humorum     | 0.254         | 0.371         | 0.081         | 0.035         |
| Nectaris    | 0.170         | -0.608        | 7.89E-02      | 8.99E-02      |

## 4.2 過去のセレノイドの推定

溶岩流の表面が、それらの噴出当時のセレノイドを表すと仮定し、それらの傾斜を満足する二次の係数を求めてみる。具体的には各盆地の溶岩流の傾斜との差の二乗平均平方根(RMS)の合計値を最小とする  $C_{20}$ ,  $C_{22}$  の組み合わせを求める。ここでは単純に二つの係数を動かすグリッドサーチを行うこととする。さまざまな  $C_{20}$ ,  $C_{22}$  の組み合わせに対する、各盆地の溶岩流の傾斜との差の二乗平均平方根(RMS)の合計値の分布を Fig.33 に示す。黄色の星が二乗平均平方根(RMS)の値が最小となる  $C_{20}$ ,  $C_{22}$  の組み合わせ、赤い星は現在の重力の2次の係数、青い菱形は現在の月地形の2次の係数を示す。また、赤い直線は、 $C_{20}/C_{22}$  の比が同期自転の理想的な値 (=3.33) である組み合わせを示す。

Fig.33 は地形図に、各盆地での高度プロファイルから推定した溶岩流の傾斜、推定された  $C_{20}$ ,  $C_{22}$  の組み合わせから計算されるセレノイドの傾斜、月全体の地形の平均的な二次の形状 (Araki et al., 2009) から計算した各盆地での傾斜をベクトルで示したものである。

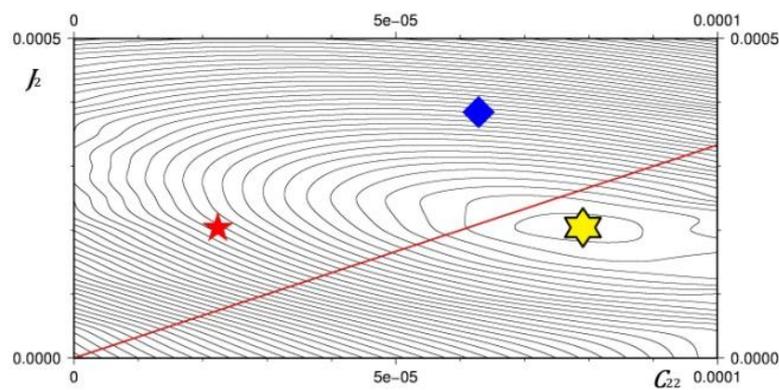


Fig.33 各盆地の溶岩流の傾斜について、さまざまな  $C_{22}$  (横軸) と  $J_2$  (縦軸) の値を仮定したときに、それらから計算される傾斜と実際の傾斜との差の RMS の分布. 黄色い星の組み合わせで両者の差が最小となるが、それは現実の係数 (赤が重力、青が地形) より同期自転天体の理想の比率 (赤い直線) に近い.

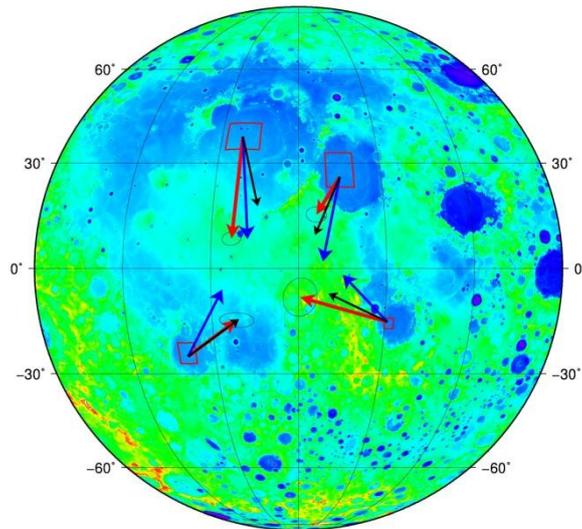


Fig.34 LALT データから得られた各盆地での溶岩流の傾斜(赤)、Fig.33 の黄色い星に対応する  $C_{20}$ ,  $C_{22}$  の組み合わせから計算されるセレノイドの傾斜(黒)、および Fig.33 の青いひし形に対応する月全体の地形から得られた  $C_{20}$ ,  $C_{22}$  の組み合わせから計算される傾斜(青). 矢印は標高が高くなる方向を示す.

#### 4.3 考察：過去のセレノイドから推察する月の軌道進化

Fig.33 を見ると、月の全体的な 2 次の係数と比べて、溶岩流から推定された過去のセレノイドの 2 次の係数は同期自転衛星の理想的な  $C_{20}/C_{22}$  の比に近い値を示す(赤い直線に近い)ことが分かる。

このことから月の軌道進化について考えてみると、たとえば、「月が形成された時には特殊な軌道をとっていたが、重爆撃期(海の形成期)には同期軌道にあった」というストーリーを考えることができる。すなわち、たとえ月全体の形が決定された初期の月は Garrick-Bethell et al. (2006)の主張するような離心率の大きな 1 : 1 同期軌道や 2 : 3 同期軌道にあったとしても、約 40 億年前にマスコン盆地が形成された当時にはすでに現在のような離心率の小さな 1 : 1 の同期軌道にあったという仮説である。もちろん 3.2 章で Cúk, M.(2010)が Garrick-Bethell et al. (2006)の考え方に対して主張するように、初期の月が特殊な軌道に落ち込む、あるいはそれを維持する仕組みをこの手法では明らかにすることはできないため、このストーリーの時系列の流れに決定的な根拠はなく、この手法単独で月の軌道進化を解き明かすことはできない。また、観測量として用いたマスコン盆地の玄武岩溶岩の傾斜の情報量も少ないため計算結果の誤差も多い。より正確に行うためには傾斜の情報だけでなく、玄武岩溶岩の噴出年代の情報なども集めなければならない。しかしながら、この手法は月の軌道進化を考える上で一つのアプローチとして有意義であると考えられる。

## 5 まとめと課題

地球月力学系の進化に対し二つの測地学的アプローチで研究を行った。

まず現在の地形や重力に見られる過去の潮汐バルジと、その中にランダム成分が占める割合についてカウラ則や実在する衝突盆地の大きさ等を用いて議論した。Garrick-Bethell et al. (2006)は、現在の月の大局的形状のアンバランスから (1)月が初期に離心率の大きな楕円軌道をとっていた、または(2)自転と公転の周期が 3:2 の比をとる水星型の同期自転天体であった可能性を示唆した。しかしカウラ則により 2 次の重力場係数の  $1/4$  がランダム成分であることを示し、2 次の係数の現在の値に全面依存して過去の月軌道を推定した Garrick-Bethell et al.(2006)の結論は根拠が薄弱であることを明らかにした。また実際にランダム成分の具体例として、数値計算により主要な衝突盆地形成による  $C_{20}$ ,  $C_{22}$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  への影響を計算し、それによって得られた衝突盆地形成以前の  $C_{20}$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  の値を用いて、Garrick-Bethell et al. (2006)が主張するようにそれらの値を同時に満たす過去の軌道長半径と離心率の組み合わせは存在しないことを示した。これらのことから、Garrick-Bethell et al. (2006)のアプローチは月の過去の軌道進化を解き明かすものとして適当ではないことが分かった。

次にマスコン盆地を満たす玄武岩溶岩の傾斜から過去のセレノイドを推察することで、月の軌道進化について考えた。まず溶岩流の表面の傾斜がそれらの噴出当時のセレノイドを表すと仮定し、かぐやの LALT から得られたデータを用いてマスコン盆地の玄武岩溶岩の傾斜を求め、当時のセレノイドを復元した。求めた当時のセレノイドと現在の月の重力や地形の形状とを比較することで、月の軌道進化について、たとえば、「月が形成された時には特殊な軌道をとっていたが、重爆撃期（海の形成期）には同期軌道にあった」というストーリーを考えることができた。溶岩の傾斜の情報量も少ないため計算結果の誤差も多く、そもそもこのストーリーの時系列の流れに決定的な根拠はないが、少なくとも月の軌道進化を考えるアプローチとしての有意は示せた。

今後の課題として、溶岩の傾斜の情報の少なさを解消するため、LALT 観測より細かい地形をみられる地形カメラ(TC)を用いて sinuous rille における溶岩流の方向を求める、溶岩の噴出年代など情報を集めることで、より精度よく過去のセレノイドを求めたい。

## 6 謝辞

この論文を完成させるにあたり、多くの方々のご協力を得られたことをお礼申し上げます。まず指導教官の日置教授には本当にお世話になりました。卒業研究におけるテーマの提供を始め、論文の紹介・解説、解析手法の指導など、あらゆる面でのご指導に労力と時間を割いてくださったことを心より感謝したいと思います。ありがとうございました。そして、実務・精神の両面で、研究室での快適な活動を提供してくださった本研究室に在籍されている多くの諸先輩方にもたいへんお世話になりました。特に博士課程 1 年の松尾功二さんには気さくに相談に乗っていただき、研究活動に欠かせない PC 環境の整備、プログラムの書き方など、本当に多くのご助力をいただきました。ありがとうございました。

## 7 参考文献

- Araki, H., S. Tazawa, H. Noda, Y. Ishihara, S. Goossens, S. Sasaki, N. Kawano, I. Kamiya, H. Otake, J. Oberst and C.K. Shum, 2009, Lunar Global Shape and Polar Topography Derived from Kaguya-LALT Laser Altimetry, *Science*, 323, 897-900, doi:10.1126/science.1164146.
- Bills, B.G., and F.G.Lemoine, 1995.Gravitational and topographic isotropy of the Earth, Moon, Mars, and Venus, *J. Geophys. Res.*, 100, 26,275-26,295,
- Ćuk, M., 2010,Lunar Shape Does Not Record a Past Eccentric Orbit, *Icarus*, doi: 10.1016/j.icarus.2010.08.027
- Frank D. Stacey and Paul M.Davis, 2008, *Physics of the Earth*, CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, pp521
- Garrick-Bethell, I., Wisdom, J., Zuber, M. T., 2006. Evidence for a Past High-Eccentricity Lunar Orbit, *Science*, 313, 652-655
- Goldreich, P., Toomre, A., 1969. Some remarks on polar wandering., *Journal of Geophysical Research* 74, 2555-2567.
- 日置幸介(2010) : 地球内部物理学講義ノート  
[http://www.ep.sci.hokudai.ac.jp/~heki/pdf/Phys\\_inter.pdf](http://www.ep.sci.hokudai.ac.jp/~heki/pdf/Phys_inter.pdf)
- Innanen, K., 2006. Solving Laplace's Lunar Puzzle, *Science*, 313, 622-623
- Kaula, W. M., 1963, The investigation of the gravitational fields of the moon and planets with artificial satellites, *Adv. Space Sci. Technol.*, 5,210-230.
- Lambeck, K. and Pullan, S., 1980. The lunar fossil bulge hypothesis revisited. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 22:29-35
- Lefftz, M., Legros, H., 1993. Some remarks on the non-hydrostatic form of the Moon, *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 76, 317-327
- Matsumoto, K., et al., 2010, An improved lunar gravity field model from SELENE and historical tracking data:Revealing the farside gravity features, *J. Geophys. Res.*, 115, E06007, doi:10.1029/2009JE003499.
- Namiki, N., T. Iwata, K. Matsumoto, H. Hanada, H. Noda, S. Goossens, M. Ogawa, N. Kawano, K. Asari, S. Tsuruta, Y. Ishihara, Q. Liu, F. Kikuchi, T. Ishikawa, S. Sasaki, C. Aoshima, K. Kurosawa, S. Sugita, 2009, Farside Gravity of theMoon from Four-Way Doppler Measurements of SELENE(Kaguya), *Science*, 323, 900-905
- 並木則行・杉田精司・石原吉明・野田寛大・佐々木晶・岩田隆浩・花田英夫・荒木博志・黒澤耕介・松村瑞秀・横山聖典・鎌田俊一・久保公央・森 朝子・佐藤麻里 (2009), 月衝突盆地補償メカニズムの比較研究, *測地学会誌*, 第 55 卷, 第 2 号, 291-305
- 日本測地学会 (2004), CD-ROM テキスト「測地学」web 版,  
<http://www.soc.nii.ac.jp/geod-soc/web-text/index.html>

- Sagitov M.U., B. Bodri, V. S. Nazarenko, Kh. G. Tadzhidinov, 1986, Lunar Gravimetry. Academic Press, pp298
- 田澤誠一・荒木博志・野田寛大・石原吉明・坪川恒也・河野宣之・浅利一善・右田恵美子・佐々木晶・加瀬貞二・村田 茂・國森裕生・大嶽久志 (2009), かぐや (SELENE) 搭載レーザ高度計による観測, 測地学会誌, 第 55 卷, 第 2 号, 179-193
- Williams, K. K., and M. T. Zuber, 1996, Re-evaluation of mare thicknesses bases on lunar crater depth-diameter relationships, Proc. Lunar Planet. Sci. Conf. 27th, 1441- 1442.
- Williams, K.K., and M.T. Zuber, 1998, Measurement and analysis of lunar basin depths from Clementine altimetry, Icarus, 131, 107-122