

Baker and Schubert(1998) 読書メモ

1 太陽直下点 (subsolar point)

金星の赤道傾斜角は 177.4 度であるので, 太陽直下点は北緯 2.7 度から -2.7 度の間の領域となる (図 1).

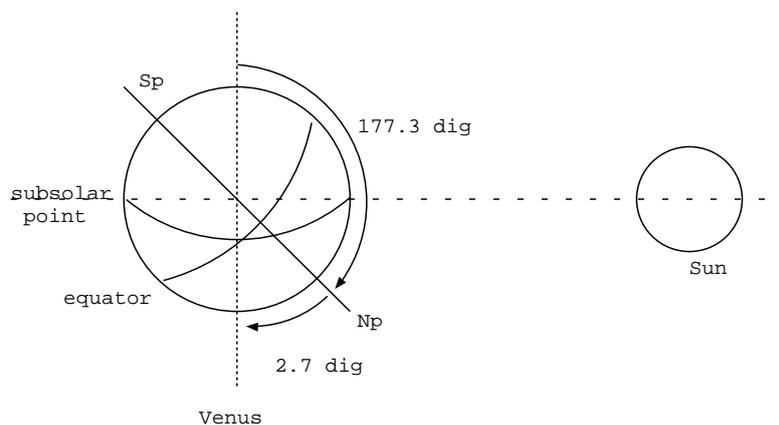


図 1: 太陽直下点の模式図.

2 レーリー数 (Rayleigh number)

ニュートン流体の運動方程式,

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \right\} - \rho g e_z. \quad (1)$$

ブシネスク近似の連続の式

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = 0 \quad (2)$$

(1) に (2) を代入すると

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} - \nu \nabla^2 u_i - g e_z. \quad (3)$$

ここで, $\nu = \mu/\rho$ である. プシネスク近似では

- 熱力学変数の変化量は十分に小さい
- 熱力学変数のうち圧力は他の熱力学変数と独立に変化する (例えば圧力が変化しても密度は変わらない)

としている. よって密度の変化量が小さいことから, ρ は定常部分 ρ_0 とそこからのずれ $\rho'(x, y, z, t)$ の和として表すことにする. また, 圧力 p を密度 ρ_0 に対する静水圧 p_0 と, そこからのずれ $p'(x, y, z, t)$ の和として表す. すなわち,

$$\rho = \rho_0 + \rho', \quad (4)$$

$$p = p_0 + p'. \quad (5)$$

すると (3) の右辺の第 2, 3 項は,

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\rho} - g e_z &= -\frac{1}{\rho_0 + \rho'} \frac{\partial p_0 + p'}{\partial x_i} - g e_z \\ &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_0}{\partial x_i} + \frac{\rho'}{\rho_0^2} \frac{\partial p_0}{\partial x_i} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x_i} - g e_z \end{aligned}$$

となる. ここへ静水圧の式,

$$\frac{\partial p_0}{\partial x_i} = -\rho_0 g e_s \quad (6)$$

を代入すると,

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\rho} - g e_z &= g e_z - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x_i} - \frac{\rho'}{\rho_0} g e_s - g e_z \\ &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x_i} - \frac{\rho'}{\rho_0} g e_z \end{aligned}$$

となる. 故に, 運動方程式は,

$$\frac{\partial u'_i}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x_i} - \frac{\rho'}{\rho_0} g e_z + \nu \nabla^2 u'_i. \quad (7)$$

運動方程式のスケーリング

(16) を以下のようにスケーリングする.

$$\begin{aligned}
 x &= d\tilde{x}, \\
 t &= \frac{d^2}{\nu}\tilde{t}, \\
 \mathbf{u} &= \frac{L}{\tau}\tilde{\mathbf{u}} = \frac{d}{d^2/\nu}\tilde{\mathbf{u}} = \frac{\nu}{d}\tilde{\mathbf{u}}, \\
 p &= \rho_0 U^2 = \rho_0 \frac{\nu^2}{d^2}, \\
 T &= \Gamma d\tilde{T}.
 \end{aligned} \tag{8}$$

ここで, $\tilde{\cdot}$ は無次元量を表している. d は層の厚さ, L は水平方向の代表的な長さ, Γ は乾燥断熱減率である. すると, (16) は,

$$\begin{aligned}
 \frac{\nu}{d^2} \frac{\nu}{d} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{t}} &= -\alpha T g e_z - \frac{\rho_0 \nu^2}{\rho_0 d^3} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_i} + \frac{\nu^2}{d^3} \tilde{\nabla}^2 \tilde{u}_i \\
 &= -\alpha \Gamma d \tilde{T} e_z - \frac{\nu^2}{d^3} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_i} + \frac{\nu^2}{d^3} \tilde{\nabla}^2 \tilde{u}_i
 \end{aligned}$$

ゆえに,

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{t}} &= -\frac{\alpha \Gamma g d^4}{\nu^2} \tilde{T} e_z - \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_i} + \tilde{\nabla}^2 \tilde{u}_i \\
 &= -\frac{Ra}{Pr} \tilde{T} e_z - \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_i} + \tilde{\nabla}^2 \tilde{u}_i.
 \end{aligned} \tag{9}$$

ここで, 擾乱を示す「 \prime 」は省略した. ただし,

$$Ra = \frac{\alpha \Gamma g d^4}{\nu \kappa}, \tag{10}$$

$$Pr = \frac{\nu}{\kappa} \tag{11}$$

であり, それぞれレイリー数 (Rayleigh number) とプランドル数 (Prandtl number) である.

レイリー数 熱伝導に関係する無次元数. 粘性力の大きさに対する浮力の大きさ. 熱はレイリー数がある値 (臨界レイリー数) 以下では熱伝導に依って伝達され, 臨界レイリー数以上では対流によって伝達される. 境界の温度をあげることは, レイリー数を大きくすることに対応する.

プランドル数 熱拡散係数に対する動粘性係数の比.

乾燥断熱減率

温度の式,

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla T = \kappa \nabla^2 T \quad (12)$$

において, 基本場時間変化なし, 流れなしを仮定すると左辺が消えて,

$$\nabla^2 T = 0$$

となる. z のみによると考えてこれを解くと,

$$T = Az + B.$$

図から, A, B を決定すると,

$$T = \frac{T_1 - T_2}{d} z + T_2.$$

よって, 乾燥断熱減率 Γ は,

$$\begin{aligned} \Gamma &= -\frac{dT}{dz} \\ &= \frac{T_1 - T_2}{d} \\ &= \text{const.} \end{aligned}$$

となる.

熱伝導方程式

非常にざっくりと熱伝導方程式を導出する. ある閉じた領域 C を考える. 領域境界の熱フラックスを \mathbf{q} , 領域中の温度を T とする. C の体積を V , 表面積を S とすると,

$$[\text{領域中の熱量変化}] = [\text{領域を出入りする熱の総量}]$$

が成り立つ. これを数式で表すと,

$$\begin{aligned} \rho c_p \frac{\partial}{\partial t} \int_V T dV &= - \int_S \mathbf{q} \cdot d\mathbf{S} \\ &= - \int_V \text{div} \cdot \mathbf{q} dV. \end{aligned}$$

ここで、ガウスの定理を用いた。また、 c_p は領域中の比熱、 ρ は領域中の密度である。さらに、フーリエの法則¹⁾

$$\mathbf{q} = -k\nabla T$$

より、

$$\rho c_p \frac{\partial}{\partial t} \int_V T dV = \int_V k \nabla^2 T dV.$$

すべての積分領域で成り立つためには、

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} &= \frac{k}{\rho c_p} \nabla^2 T \\ &= \kappa \nabla^2 T. \end{aligned}$$

ここで、

$$\kappa = \frac{k}{\rho c_p}$$

であり、これを熱拡散係数という。

体積膨張率

体積 $V(T, p)$ を考える。体積を全微分すると、

$$\Delta V = \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \Delta T + \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T \Delta P$$

であるから、

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \Delta T + \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T \Delta P$$

となる。ブシネスク近似であれば右辺第2項はゼロとなる。故に体積膨張率を α とすると、

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \\ &= \frac{1}{V} \frac{R}{p} \\ &= \frac{1}{T}. \end{aligned}$$

¹⁾物体内に温度差があって、温度の高い方から低い方へと熱が流れるときに、熱の流れに垂直な面を考えると、この面を通過する熱の量 (q) は、その温度勾配 (dT/dx) と面積 (S) に比例するという法則。すなわち、

$$q = -kS \frac{dT}{dx}.$$

フラックスは単位面積あたりの流量を考えるので、今は $S = 1$.

最大内部加熱レイリー数の計算

BS1998 に出てきた最大内部加熱レイリー数 (maximam internally heated Rayleigh numbers) の値を確かめる. まず, 境界領域に温度差を与えた場合のレイリー数 (10) を, 境界での熱フラックスを考えた場合の表現に書き換える. 乾燥断熱減率の式から

$$\Delta T = \Gamma d.$$

また, フーリエの法則から

$$\Delta T = \frac{q_0 d}{k}.$$

これらの式から,

$$\Gamma d = \frac{dq_0}{\rho_0 c_p \kappa}.$$

これをレイリー数 (10) に代入すると,

$$Ra_q = \frac{g q_0 d^4}{T_0 \rho_0 c_p \nu \kappa^2}$$

となる. BS1998 では単位体積あたりの熱量を考えているので,

$$Ra_q = \frac{g q_0 d^5}{T_0 \rho_0 c_p \nu \kappa^2} \quad (13)$$

としておく. ただし, (13) の q_0 は単位面積ではなく, 単位体積あたりの熱量であることに注意されたい. さらに, BS1998 では厚さ d の値を対流のスケール 7 km とした実効レイリー数 Ra_q^* を定義し用いている.

それでは, 実際に Ra_q^* に値を代入し, 太陽直下点での最大内部加熱レイリー数の値が, 太陽放射 100% の場合に 6.8×10^6 になることを確かめる. 各パラメータの値は表の通りである²⁾.

²⁾とりあえず,

$$\nu = \kappa_m$$

$$\kappa = \kappa_\theta$$

だと思っている. その他の記号については後述.

記号	意味	値
g	重力加速度	8.87 m s^{-2}
R	金星大気の気体定数	$191.4 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
c_p	定圧比熱	$891 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
κ_m	粘性係数	$155 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$
κ_θ	熱拡散係数	$155 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$
d	大気の厚さ	20.0 km
ρ_0	大気密度	0.4291 kg m^{-3}
T_0	地表大気温度	268 K
q_0	内部熱フラックス (60%)	$1.06 \times 10^{-2} \text{ W m}^{-3}$
	内部熱フラックス (80%)	$1.40 \times 10^{-2} \text{ W m}^{-3}$
	内部熱フラックス (100%)	$1.76 \times 10^{-2} \text{ W m}^{-3}$
Pr	プラントル数	1.00
γ	比熱比	1.27
C_g		3.46
C_k		3.42×10^{-5}
C_q		9.12×10^{-6}
		1.21×10^{-5}
		1.52×10^{-5}

すると、太陽直下点での最大内部加熱レイリー数、太陽放射 100% の場合、

$$\begin{aligned}
 Ra_q &= \frac{gq_0d^5}{T_0\rho_0c_p\nu\kappa^2} \\
 &= \frac{8.87 \times 1.76 \times 10^{-2} \times 7000^5}{268 \times 0.4291 \times 891 \times 155^2 \times 155} \\
 &= 6.8 \times 10^6
 \end{aligned}$$

となり、確かめられた。

混合距離理論

分子の運動に依って熱や運動量などの物理量が輸送されて熱伝導や分子拡散が生じるのと同様に、乱流の不規則運動によって諸々の物理量がある層から別の層に輸送される。乱流も分子運動のアナロジー（相似）で記述する。例えば表の通りである。

分子運動	表記	乱流	表記
動粘性係数	ν	渦粘性係数	κ_m
分子拡散係数	κ	渦拡散係数	κ_θ
運動量輸送	$\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$	運動量輸送	$-\overline{u'_i u'_j} = \kappa_m \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$
熱輸送	$\kappa \frac{\partial \theta}{\partial x_j}$	熱輸送	$-\overline{\theta' u'_j} = \kappa_\theta \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j}$

乱流ではこの様にすることで、方程式系が閉じない問題(クロージャ問題)を解決する。上記の表での渦粘性係数や渦拡散係数を、ある仮定をおいて定めるのが混合距離理論である。分子の平均自由行程が混合距離理論に相当すると考える。

平均温度分布 $\bar{\theta}$ が z のみの関数だとする。 z 方向の乱れの速度を w' とし、座標 z の位置に垂直な単位面積を考える。この単位面積を通過して単位時間に z 方向へ輸送される熱フラックスは、

$$\overline{(\bar{\theta} + \theta' w')} = \overline{\theta' w'} \quad (14)$$

である。単位面積を下から上を通り抜ける流れと、上から下に向かう流れとに分けて考える。両者の速度の大きさは平均的に等しいので、速度の大きさを $|w'|$ とおく。また、混合距離を l' とする。このとき、単位面積を下から上に通過する空気塊は平均的にはこの面より $l'/2$ ほど下の層の流体の性質を保持したままこの面にやってくると考えられる³⁾。着目している面よりも $l'/2$ だけ下の場所での流体の温度は、

$$\bar{\theta} - \frac{l'}{2} \frac{d\bar{\theta}}{dz}$$

であると考えられるので、この面を下から上に向かう熱フラックスは、

$$\left[\bar{\theta}(z) - \frac{l'}{2} \frac{d\bar{\theta}}{dz} \right] |w'|$$

となる。同様にして、この面を上から下へ通過する熱フラックスは、

$$\left[\bar{\theta}(z) + \frac{l'}{2} \frac{d\bar{\theta}}{dz} \right] |w'|$$

と書ける。故に、この単位面積を単位時間あたり z 方向に輸送される熱量は、両者の差として、

$$\begin{aligned} \overline{\theta' w'} &= -l' \frac{d\bar{\theta}}{dz} |w'| \\ &\sim -l' \sqrt{\overline{w'^2}} \frac{d\bar{\theta}}{dz} \end{aligned}$$

³⁾この辺に怪しさ満点。

と表される. 乱れによる熱フラックス $\overline{\theta'w'}$ は平均温度勾配に比例し, 比例係数は $-l'\sqrt{w'^2}$ となっている. これは渦拡散係数 κ_θ を $-l'\sqrt{w'^2}$ で置き換えたものと等しくなっている. 同様の議論を x 方向の運動量 ρu の z 方向への輸送 $-\rho\overline{u'w'}$ について行くと,

$$\overline{\rho u'w'} \sim -\rho l' \sqrt{w'^2} \frac{d\bar{u}}{dz}$$

となり, 形式的には渦粘性係数 κ_m を $l'\sqrt{w'^2}$ で置き換えたものとなる. さらに, 流体塊が本来保持していた平均的な速度 $\bar{u} \pm l'd\bar{u}/dz$ が, 現在いる位置での平均速度 \bar{u} からずれることにより u' が生じたと考えれば, 乱れ強度 $\sqrt{u'^2}$ や $\sqrt{w'^2}$ はおよそ,

$$\sqrt{u'^2} \sim \sqrt{w'^2} \sim l' \left| \frac{d\bar{u}}{dz} \right|$$

と評価できると考えられる. 故に上の式をもう一個うえの式に代入すると,

$$-\rho\overline{u'w'} = \rho l'^2 \left| \frac{d\bar{u}}{dz} \right| \frac{d\bar{u}}{dz}$$

となる. レイノルズ応力を上式の形で表して運動方程式を閉じさせるというプランドルによるこの考えを混合距離理論という.

イントロまとめ

セル対流の観測

Mariner10, PioneerVenus, Galileo 衛星の紫外線画像から, 地表 60 – 70 km の赤道領域に水平スケール 200 – 1000 km の多角形構造を発見 (Belton et al. 1976, 1991; Rossow et al. 1980; Covey and Schubert 1981; Baker and Schubert 1992; Murray et al. 1974; Toigo et al. 1994). セルの寿命はおよそ 2 地球日.

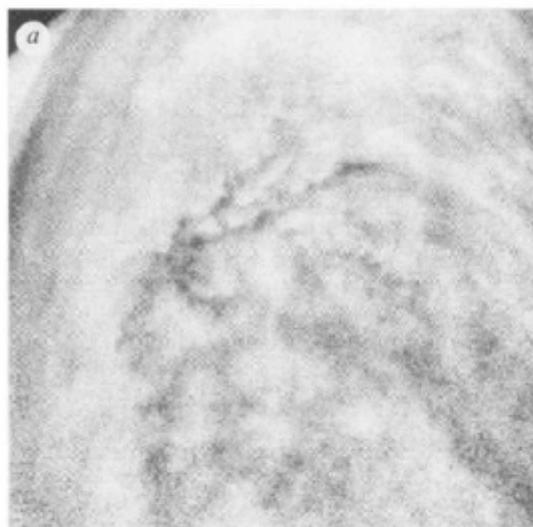


図 2: 金星赤道領域のセル対流の紫外線画像 (Baker and Schubert 1992).

Mariner10, Magellan

Mariner10 (Howard et al. 1974) と Magellan (Jenkins et al. 1994) の宇宙探査衛星を用いた電波掩蔽観測⁴⁾ から, それぞれ高度 45 – 55 km, 50 – 55 km に中立安定領域の存在が確認された.

Pioneer Venus

Pioneer から得られた温度と圧力の観測データから, 高度 18 – 30 km, 48 – 55 km の雲層に温度勾配が乾燥断熱減率と一致する層を示唆 (Seiff et al. 1980). のちに Vega によって確認 (Young et al. 1987).

Vega

48 – 55 km の断熱層に $1 - 3 \text{ km s}^{-1}$ の鉛直速度を観測 (Linkin et al. 1986).

⁴⁾電波掩蔽観測とは, 人工衛星が惑星によって掩蔽されたときに, 衛星からの電波が惑星大気によってどの程度屈折するかを調べるもの. 屈折の度合いによって惑星の大気構造を推定する.

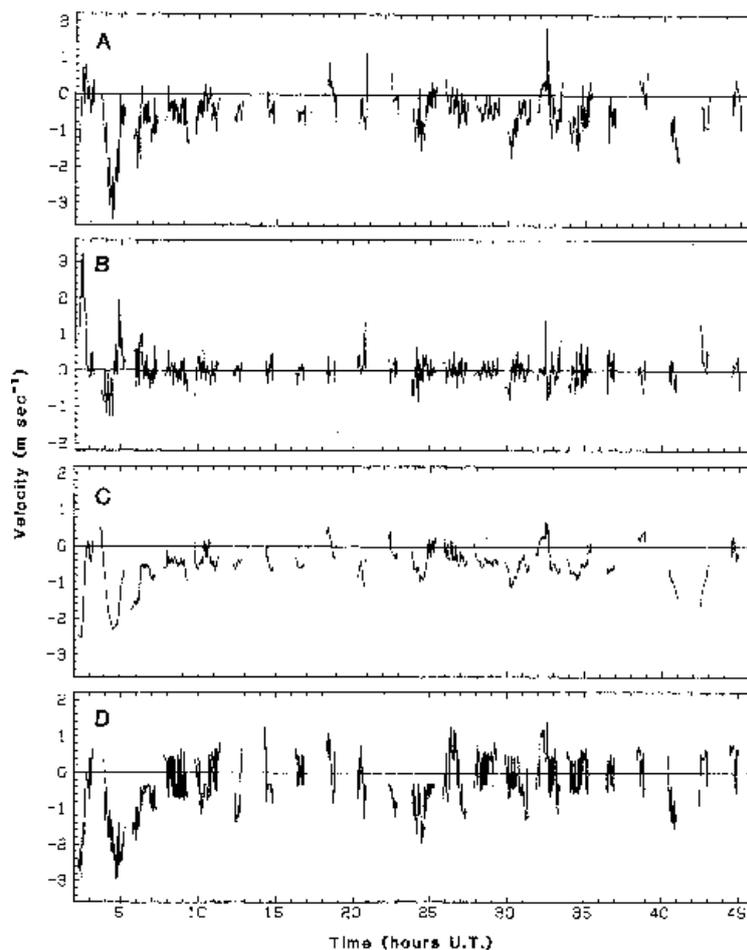


Fig. 2. Atmospheric vertical velocity w_a (A), balloon vertical velocity w_b (B), relative vertical velocity w_r derived from the equation of terminal velocity balance (C), and w_{ab} , which is the relative velocity derived from the anemometer (D) for the entire VEGA-1 mission.

図 3: Vega1 の観測で得られた金星対流層の鉛直速度 (Linkin et al. 1992). それぞれ, (A) 大気の大鉛直速度, (B) バルーンの大鉛直速度, (C) 熱運動平衡の式から得られた相対鉛直速度, (D) 風速計で観測した相対鉛直速度である.

セル対流の特性

セルのアスペクト比 (幅 / 高さ) は 10^2 のオーダーで, 地球のメソスケール対流より 1 オーダー大きい (Agee 1987). 室内実験の値よりも 2 オーダー大きい (Tritton 1975). 大きいアスペクト比を生じる原因に関してはよくわかっておらず, さまざまな仮説が立てられている.

室内実験

Tritton は底面加熱よりも内部加熱のほうが大きなアスペクト比を生じることを室内実験で発見.

異方性の渦の伝搬

金星大気の線形安定性解析によれば, 異方性が 100 程度でなければならない (Covey and Schubert 1981).

貫入対流仮説

雲中の対流は下層の安定領域に貫入し, 低高度の wave-convection が結合して生じる上昇対流と相互作用した結果大きなアスペクト比の対流を生じるかもしれない (Baker and Schubert 1992).

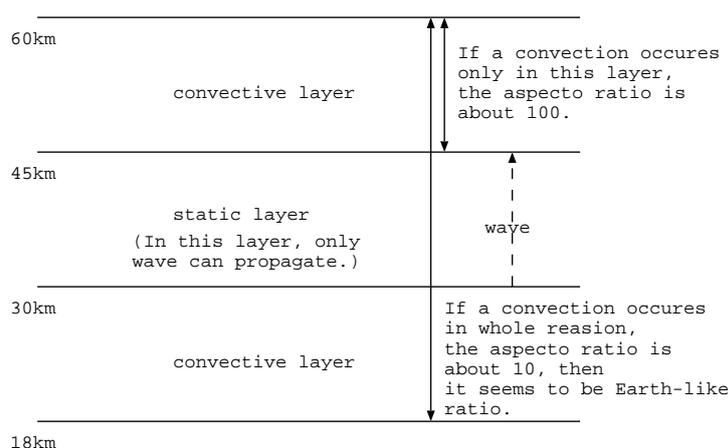


図 4: 金星貫入対流仮説の構造. 観測のとおり対流が表層のみで生じていればそのアス比は 100 程度となる. しかし, 上部の対流が下部対流層と安定層を通じて対流構造を成しているとするれば, 対流全体のアス比は 10 程度となり, 地球で観測される対流と似たアス比となる.

貫入対流の原因

雲レベルの貫入対流はスケールの小さい重力波で作られるように見える (Schubert 1983; Schubert and Walterscheid 1984; Schinder et al. 1990; Baker and Schubert 1992; Seiff et al. 1992; Leroy 1994; Leroy and Ingersoll 1995, 1996). Pioneer のプローブ (Seiff et al. 1980) と Magellan の電波掩蔽観測 (Jenkins et al. 1994; Hinson and Jenkins 1995) は対流層の下部に重力波振動があることを発見.

これまでの金星対流のモデル

多数の単純化がもちいられてきた. 混合距離理論は対流の時間スケールを見積もるためと, 重力波によって生じる対流の速度を規定するためにもちいられてきた. しかし, 混合距離理論で用いられるブシネスク近似は金星大気には不適切である. なぜなら対流の深さがスケールハイトよりも十分に小さくな

ければならないからである⁵⁾. 実際, 金星の雲層での対流は2スケールハイト程度に及ぶ.

Baker and Schubert 1998 では

2次元非線形完全圧縮モデルを用い, 安定層に貫入するような金星雲層の対流を計算してみる. 太陽放射プロファイルは, 吸収量の異なる3つの場合を考える. すなわち, 太陽直下点での太陽放射吸収率が100%, 80%, 60%の場合である.

モデルの方程式系と数値解法

力学的な枠組みは, 2次元非線形完全圧縮モデルである. この方程式系では予報変数 u, w, ρ, θ を基本場と擾乱に分離する. さらに, 層の厚さを d , 参照密度 ρ_0 , 参照温度 T_0 , 単位体積あたりの参照熱量 q_0 , 音波横断時間 $d/(RT_0)^{1/2}$ を用いて, 方程式を無次元化する. ここで R は気体定数であり, 参照高度は60 km としている.

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} = -\frac{\partial \rho u'_i}{\partial x_i}, \quad (15)$$

$$\frac{\partial \rho u'_i}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u'_i u'_j + p' \delta_{ij} - \sigma C_k \tau'_{ij}) - C_g \rho' \delta_{i3}, \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta'}{\partial t} = & -\frac{\partial}{\partial x_i} [(\bar{\theta} + \theta') u'_i] + (\bar{\theta} + \theta') \frac{\partial u'_i}{\partial x_i} + \frac{C_k}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho \kappa \frac{\partial \theta'}{\partial x_i} \right) \\ & + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{\sigma C_k}{\rho} \tau'_{ij} \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} + \frac{C_q}{\rho} Q'. \end{aligned} \quad (17)$$

ここで, u_i は x_i 方向の速度, p は圧力, ρ は密度, θ は温位, t は時間, κ は渦拡散率, Q は太陽エネルギー吸収による単位体積あたりの内部加熱, τ_{ij} は渦応力テンソルである. τ'_{ij} は,

$$\tau'_{ij} = \rho \kappa \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) \quad (18)$$

である. 状態方程式は無次元化された理想気体の法則,

$$p = (\rho \theta)^\gamma \quad (19)$$

を用いる.

⁵⁾対流の深さがスケールハイトと同程度, もしくは大きいと, 対流の下端と上端で密度が変わってしまい, 浮力項以外の密度を一定とするブシネスク近似は不適切.

無次元化

方程式中に現れる各変数に関しては, 次のように無次元化する.

$$\mathbf{x} = d\hat{\mathbf{x}} \quad (20)$$

$$t = \frac{d}{\sqrt{RT_0}}\hat{t} \quad (21)$$

$$\mathbf{u} = \frac{x}{\tau}\hat{\mathbf{u}} = \sqrt{RT_0}\hat{\mathbf{u}} \quad (22)$$

$$p = \rho U^2 \hat{p} = \rho RT_0 \hat{p} \quad (23)$$

ここで $\hat{\cdot}$ は無次元量である. なお, 速度のスケール (音波横断時間) とは音波が距離 d を通過するのにかかる時間である. 式 (19) を ρ で微分すると,

$$\frac{\partial p}{\partial \rho} = \gamma(\rho\theta)^{\gamma-1}\theta. = \gamma RT_0$$

よって, 温度 T_0 における音速は理想気体では

$$\begin{aligned} c_s^2 &= \frac{\partial p}{\partial \rho} \\ &= \gamma RT_0. \end{aligned}$$

γ を大体 1 と考えると, 音波が距離 d を通過するのにかかる時間 τ は

$$\tau = \frac{d}{\sqrt{RT_0}}$$

となる.

方程式の導出

連続の式

連続の式,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho u) = 0 \quad (24)$$

において, $\rho = \bar{\rho} + \rho'$ とすると,

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} = -\frac{\partial \rho u'_i}{\partial x_i} \quad (25)$$

を得る.

運動方程式

運動方程式は,

$$\begin{aligned}\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\rho \kappa \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] - g \delta_{i3} \\ &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij}) - g \delta_{i3}\end{aligned}\quad (26)$$

ただし,

$$\tau_{ij} = \rho \kappa \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (27)$$

(26) $\times \rho$ + (25) $\times u_i$ から

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij}) - \rho g \delta_{i3} \quad (28)$$

すなわち,

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i u_j + p \delta_{ij} - \tau_{ij}) - \rho g \delta_{i3} \quad (29)$$

となる. (29) の各変数を基本場と擾乱場に分けて整理すると,

$$\frac{\partial \rho u'_i}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u'_i u'_j + p' \delta_{ij} - \tau'_{ij}) - \rho' g \delta_{i3}$$

となる⁶⁾. これを無次元化すると,

$$\frac{\rho_0 R T_0}{d} \frac{\partial \hat{\rho} \hat{u}'_i}{\partial \hat{t}} = -\frac{1}{d} \frac{\partial}{\partial \hat{x}_i} \left(\rho_0 \hat{\rho} R T_0 \hat{u}'_i \hat{u}'_j + \rho_0 R T_0 \hat{p}' \delta_{ij} - \frac{\rho_0 \kappa_m \sqrt{R T_0}}{d} \tau'_{ij} \right) - \rho_0 \hat{\rho}' g \delta_{i3}.$$

整理して,

$$\frac{\partial \hat{\rho} \hat{u}'_i}{\partial \hat{t}} = -\frac{\partial}{\partial \hat{x}_i} \left(\hat{\rho} \hat{u}'_i \hat{u}'_j + \hat{p}' \delta_{ij} - \frac{\kappa_m}{d \sqrt{R T_0}} \tau'_{ij} \right) - \frac{dg}{R T_0} \hat{\rho}' \delta_{i3}.$$

ここで,

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{\kappa_m}{\kappa_\theta} \\ C_k &= \frac{\kappa_\theta}{d \sqrt{R T_0}} \\ C_g &= \frac{dg}{R T_0}\end{aligned}$$

とおき, 無次元量の[^]を省略すれば運動方程式 (16) を得る.

⁶⁾ 圧力の基本場成分を静水圧の式で除去すると, 浮力項の密度の基本場成分も除去できる.

熱の式

力学的には分子粘性は寄与が小さいので無視したが, 熱力学的には粘性散逸を無視することはできない⁷⁾. 熱力学の式,

$$c_p \frac{d\theta}{dt} = \frac{\theta}{T} \dot{Q} \quad (30)$$

と連続の式 (24) より,

$$c_p \left(\frac{\partial}{\partial t} (\rho\theta) + \nabla \cdot (\rho\theta\mathbf{u}) \right) = \frac{\theta}{T} \dot{Q}.$$

アンサンブル平均⁸⁾をとると

$$c_p \left(\frac{\partial}{\partial t} (\rho\bar{\theta}) + \nabla \cdot (\rho\bar{\theta}\bar{\mathbf{u}} + \rho\overline{\theta'\mathbf{u}'}) \right) = \frac{\theta}{T} \dot{Q}.$$

左辺の擾乱成分を右辺に移項して,

$$c_p \left(\frac{\partial}{\partial t} (\rho\bar{\theta}) + \nabla \cdot (\rho\bar{\theta}\bar{\mathbf{u}}) \right) = \frac{\theta}{T} \dot{Q} - c_p \overline{\rho\theta'\mathbf{u}'}$$

ここで, 乱流による熱輸送量 $\overline{\rho\theta'\mathbf{u}'}$ を乱流拡散係数 κ を用いて,

$$-\overline{\rho\theta'\mathbf{u}'} = \kappa \frac{\partial \theta'}{\partial x_i}$$

とおくことにする. (2) を再び (24) を用いて変形し, 成分表示で書き下すと,

$$c_p \left(\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j} \right) = \frac{1}{\rho} \left[\frac{\rho \bar{\theta}}{T} \dot{Q} - c_p \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho \kappa \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j} \right) \right] \quad (31)$$

となる. 以下では, アンサンブル平均をとった $\bar{\theta}$ を予報変数とし θ と表す. θ を $\theta = \bar{\theta} + \theta'$ のように基本場と擾乱場にわけ, (31) を整理すると,

$$c_p \left(\frac{\partial \theta'}{\partial t} + u'_j \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\theta} + \theta') \right) = \frac{1}{\rho} \left[c_p \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho \kappa \frac{\partial \theta'}{\partial x_j} \right) + \frac{\rho \theta}{T} \dot{Q} \right].$$

⁷⁾GFD セミナー 2011 の北村さんの話では地表面との熱の交換が分子粘性, 分子拡散項のみを通じて行われるためと言っている.

⁸⁾アンサンブル平均には以下のような関係が成り立つ. ただし, \prime は擾乱を, $\bar{}$ は基本場を表す.

$$\begin{aligned} \bar{a'} &= 0, \overline{a+b} = \bar{a} + \bar{b}, \overline{ab} = \bar{a}\bar{b}, \\ \overline{ab'} &= \overline{a'b'}, \overline{ab} = \bar{a}\bar{b} + \overline{a'b'}. \end{aligned}$$

ここで、非断熱加熱として粘性散逸による加熱と太陽放射の吸収による加熱を考える。すなわち、

$$\frac{\rho\theta}{T}\dot{Q} = \tau'_{ij}\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + Q'.$$

ここで、 Q' は太陽放射の吸収による加熱を表す。すると、熱の式は以下のようになる。

$$c_p \left(\frac{\partial \theta'}{\partial t} + u'_j \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\theta} - \theta') \right) = \frac{1}{\rho} \left[c_p \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho \kappa \frac{\partial \theta'}{\partial x_i} \right) + \tau'_{ij} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + Q' \right]. \quad (32)$$

ここで、 Q' は太陽放射加熱による非断熱加熱である。(32) を整理すると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta'}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial x_i} [(\bar{\theta} + \theta')u'_i] + (\bar{\theta} + \theta') \frac{\partial u'_i}{\partial x_i} \\ &+ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho \kappa \frac{\partial \theta'}{\partial x_i} \right) + \frac{1}{c_p \rho} \tau'_{ij} \frac{\partial u'_j}{\partial x_j} + \frac{1}{c_p \rho} Q'. \end{aligned}$$

上式を無次元化すると、

$$\begin{aligned} \frac{T_0 \sqrt{RT_0}}{d} \frac{\partial \hat{\theta}'}{\partial t} &= -\frac{1}{d} T_0 \sqrt{RT_0} \frac{\partial}{\partial x_i} [(\hat{\theta} + \hat{\theta}')\hat{u}'_i] + \frac{T_0 \sqrt{RT_0}}{d} (\hat{\theta} + \hat{\theta}') \frac{\partial \hat{u}'_i}{\partial \hat{x}_i} \\ &+ \frac{\kappa_\theta T_0}{d^2} \frac{1}{\hat{\rho}} \frac{\partial}{\partial \hat{x}_i} \left(\hat{\rho} \hat{\kappa} \frac{\partial \hat{\theta}'}{\partial \hat{x}_i} \right) + \frac{\kappa_m RT_0}{d^2 c_p} \frac{1}{\hat{\rho}} \hat{\tau}'_{ij} \frac{\partial \hat{u}'_j}{\partial \hat{x}_i} + \frac{q_0}{c_p \rho_0} \frac{1}{\hat{\rho}} \hat{Q}'. \end{aligned}$$

整理して、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{\theta}'}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial x_i} [(\hat{\theta} + \hat{\theta}')\hat{u}'_i] + (\hat{\theta} + \hat{\theta}') \frac{\partial \hat{u}'_i}{\partial \hat{x}_i} \\ &+ \frac{\kappa_\theta}{d \sqrt{RT_0}} \frac{1}{\hat{\rho}} \frac{\partial}{\partial \hat{x}_i} \left(\hat{\rho} \hat{\kappa} \frac{\partial \hat{\theta}'}{\partial \hat{x}_i} \right) + \frac{\kappa_m \sqrt{RT_0}}{d c_p T_0} \frac{1}{\hat{\rho}} \hat{\tau}'_{ij} \frac{\partial \hat{u}'_j}{\partial \hat{x}_i} + \frac{dq_0}{\rho_0 c_p T_0 \sqrt{RT_0}} \frac{1}{\hat{\rho}} \hat{Q}' \end{aligned}$$

を得る。

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{c_p}{c_v} \\ C_q &= \frac{dq_0}{\rho_0 c_p T_0 \sqrt{RT_0}} \end{aligned}$$

とおき、無次元量の $\hat{\cdot}$ を省略すれば熱の式(17)を得る⁹⁾。

⁹⁾比熱比を用いると、マイヤーの式 $c_p - c_v = R$ を用いて

$$\frac{R}{c_p} = \frac{\gamma - 1}{\gamma}$$

と表せる。

係数の解釈

プラントル数 σ

熱拡散と比較したときの運動量拡散の相対強弱度¹⁰⁾.

比熱比 γ

断熱的に圧力が変化したときの密度の変化を決める量.

C_g

距離 d を自由落下する時間に対する, 音波が距離 d を通過するのにかかる時間の比.

C_k

音波横断時間に対する熱拡散時間の比.

C_q

音波横断時間に対する特徴的な加熱時間の比.

用いる差分スキーム

式 (15), (16), (17) の各微分項を次のような差分スキームを用いて解く.

時間微分

2 次のリープフロッグスキーム. ただし, 数値不安定を避けるため, 熱の式の拡散項については陰的なクランク - ニコルソンスキームを用い, 運動量の式の拡散項については陽的なタイムラグスキームを用いる.

¹⁰⁾ 拡散方程式

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 A}{\partial x^2}$$

を無次元化すると, 時間のスケール τ は

$$\tau = \frac{L^2}{\kappa}$$

となる. L は長さのスケールである. τ_θ, τ_m をそれぞれ熱拡散, 渦拡散の時間スケールとすると, プラントル数は,

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{\kappa_m}{\kappa_\theta} \\ &= \frac{\tau_\theta}{\tau_m} \end{aligned}$$

となる. すなわち, プラントル数は渦拡散時間に対する熱拡散時間の比を表していると考えることができる. プラントル数が高いことは, 熱拡散にかかる時間が短い, すなわち, 熱拡散が渦拡散よりも卓越していると解釈できる.

空間微分

2次精度中心差分. 格子はスタガード格子を採用.

タイムフィルター

リープフロッグスキームに現れる計算モードを落とすために振動フィルター (Asselin 1972) を用いる. フィルター係数は 0.02 とする¹¹⁾.

金星大気のパラメータ値

放射プロファイル

太陽直下点での太陽加熱は以下の式で表されるガウシアン分布を用いる.

$$Q_{sub}(z) = c_L \exp\left(\frac{-(z - z_L)^2}{2\sigma_L^2}\right) + c_U \exp\left(\frac{-(z - z_U)^2}{2\sigma_U^2}\right) \quad (33)$$

ここで,

$$c_L = 3.6 \times 10^{-3} \text{Wm}^{-3}$$

$$z_L = 27 \text{km}$$

$$\sigma_L = 13 \text{km}$$

$$c_U = 2.7 \times 10^{-2} \text{Wm}^{-3}$$

$$z_U = 67 \text{km}$$

$$\sigma_U = 7.5 \text{km}$$

であり, z は数キロメートルである. この分布は Tomasko 1985 での太陽加熱の見積り, 及び, Hou and Goody 1989 で用いられた金星太陽モデルとよくあう (図 5).

各パラメータ値

各種パラメータの値は下表に示した.

¹¹⁾現在 GFD ワークゼミで勉強中.

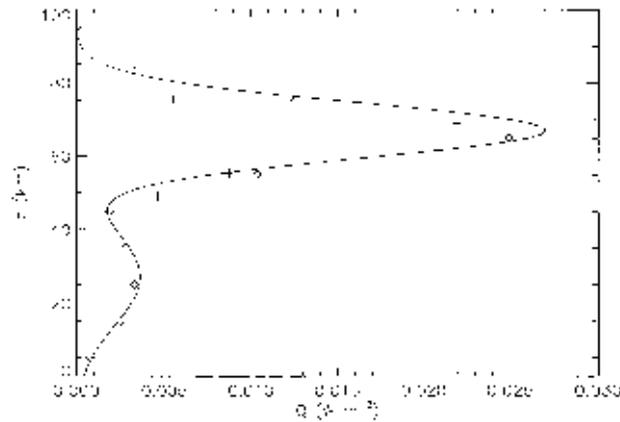


FIG. 2. Model solar heating at the subsolar point from (24). The plus signs are estimated heating rates based on *Pioneer Venus* data (Tomasko et al. 1985). The diamonds are from the Venus solar heating model of Hou and Goody (1989).

図 5: (33) から得られる太陽直下点での太陽放射加熱プロファイル (実線). 「+」は Pioneer Venus のデータに基づき見積もられた値 (Tomasko et al. 1985), 「◇」は Hou and Goody (1989) で用いられた太陽放射プロファイルをそれぞれ表している.

記号	意味	値
g	重力加速度	8.87 m s^{-2}
R	金星大気的气体定数	$191.4 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
c_p	定圧比熱	$891 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
κ_m	粘性係数	$155 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$
κ_θ	熱拡散係数	$155 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$
d	大気の厚さ	20.0 km
ρ_0	大気の密度	0.4291 kg m^{-3}
T_0	地表大気温度	268 K
q_0	内部熱フラックス (60%)	$1.06 \times 10^{-2} \text{ W m}^{-3}$
	内部熱フラックス (80%)	$1.40 \times 10^{-2} \text{ W m}^{-3}$
	内部熱フラックス (100%)	$1.76 \times 10^{-2} \text{ W m}^{-3}$
Pr	プラントル数	1.00
γ	比熱比	1.27
C_g		3.46
C_k		3.42×10^{-5}
C_q		9.12×10^{-6}
		1.21×10^{-5}
		1.52×10^{-5}

$g, R, c_p, \kappa_m, \kappa_\theta$ は参照高度 60 km での値である。 c_p は 350 K での値であり、この温度は金星の高度 50 km での平均温度である (Seiff 1983)。

計算設定

計算領域

高度 40 – 60 km, 水平 180 km. 鉛直解像度は 168 格子点, 水平解像度は 1000 格子点である。狭い下降流を見るため, 水平格子点数を多くとっている。

境界条件

水平方向に周期境界条件を用いる。鉛直境界は応力なし, 熱フラックス固定である。上下の境界での人工的な反射波を抑えるため, 上下それぞれ 5 km のスポンジ層を設ける。

初期条件

太陽放射加熱が 80% の場合は, 低レイノルズ数の解から開始する。60%, 100% の場合は 80% の場合の最終的な解から開始する。

計算時間

本モデルでは音波を含むので, CFL 条件を満たすために時間ステップを 0.125 s とする。太陽放射加熱が 60%, 100% の場合には, それぞれ 15.6, 26.0 時間積分した。80% の場合には 50 時間積分した。これは, 定常状態になったのち, 劇的な変化が起こらないことを確かめるためである。

結果

貫入対流の特徴

図 6 は 100% 太陽放射加熱の場合の残余温度 θ'' を表している。

図 6 に現れている貫入対流は内部加熱対流と, 圧縮性対流の両方の特徴によって支配される。セル対流の水平スケールが 15 – 30 km であるのに対し, 下降プリュームの水平スケールは 1 – 2 km である。下降プリュームは下部安定層へ貫入する。このとき, 力学的に上方へ押し上げられると同時に, 安定層によって圧縮加熱される。

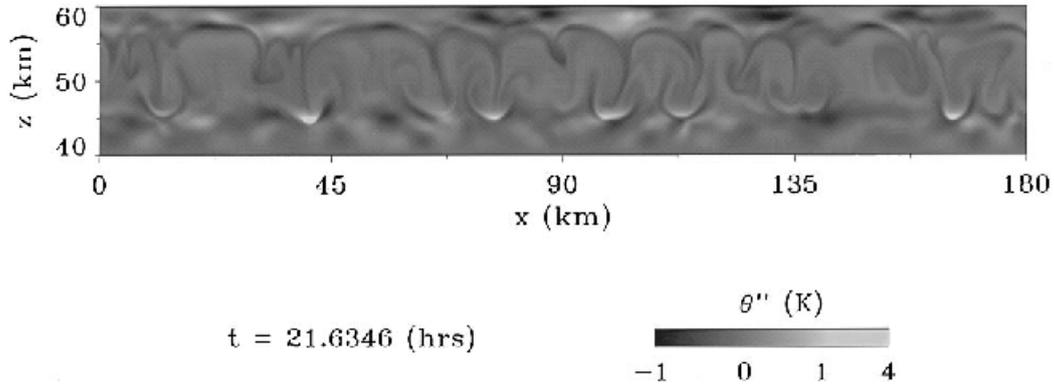


FIG. 3. Residual potential temperature for the 100% subsolar heating case. The underlying stable layer runs from 40 to 47 km, the convection layer from 47 to 56 km, and the overlying stable layer from 56 to 60 km. The penetrative region exists from 43 to 47 km.

図 6: 太陽放射加熱 100% の場合の残余温位. 40 – 47 km が下部安定層, 47 – 56 km が対流層, 56 – 60 km が上部安定層である. 貫入領域は 43 – 47 km に存在する.

エネルギーの式

定常状態における水平平均した無次元の全エネルギーの式は

$$\frac{d}{dz}(F_c + F_e + F_k + F_p + F_v + F_q) - (W_b - W_p) = 0. \quad (34)$$

F_c は対流熱フラックス, F_e は渦拡散熱フラックス, F_k は運動エネルギーフラックス, F_p は圧力変動によるエネルギーフラックス, F_v は粘性フラックス, F_q は太陽エネルギーフラックス, W_b は浮力による仕事率, W_p は体積変化による圧力の仕事率を表す. 定常状態において, (34) は圧力と浮力の仕事の水平平均は, その高度でのエネルギーフラックスの鉛直微分と釣り合うことを意味している. 無次元のフラック

スと仕事は、次のように定義される。

$$F_c = \langle \rho \theta' \rangle \quad (35)$$

$$F_e = -C_k \left\langle \rho \kappa \frac{d\theta'}{dz} \right\rangle \quad (36)$$

$$F_k = \frac{1}{2} \frac{(\gamma - 1)}{\gamma} \langle \rho u'_i u'_i w' \rangle \quad (37)$$

$$F_p = \frac{(\gamma - 1)}{\gamma} \langle p' w' \rangle \quad (38)$$

$$F_v = -\frac{(\gamma - 1)}{\gamma} \sigma C_k \langle u'_i \tau'_{iz} \rangle \quad (39)$$

$$F_q = C_q \langle F'_Q \rangle \quad (40)$$

$$W_b = -\frac{(\gamma - 1)}{\gamma} C_g \langle \rho' w' \rangle \quad (41)$$

$$W_p = -\frac{(\gamma - 1)}{\gamma} \left\langle p' \frac{\partial u'_j}{\partial x_j} \right\rangle \quad (42)$$

ここで、「 $\langle \rangle$ 」は水平平均であることを示し、ダブルプライムは水平平均からのずれを示している。 z は鉛直座標を意味し、 w は鉛直速度を意味している。また、 F'_Q は単位体積あたりの太陽加熱 Q' を鉛直方向に積分した値である。本モデルでは上向きの熱輸送を正にとる慣習を用いる。

同様に、定常状態の力学的なエネルギーの式の水平平均は、次のように無次元化して表せる。

$$\frac{d}{dz} (F_k + F_p) - (W_b + W_p - W_v) = 0. \quad (43)$$

ここで、 W_v は粘性応力で、

$$W_v = \frac{(\gamma - 1)}{\gamma} \sigma C_k \left\langle u'_i \frac{\partial \tau'_{ij}}{\partial x_j} \right\rangle \quad (44)$$

と表される。

図 4: 運動エネルギー密度の時間変化

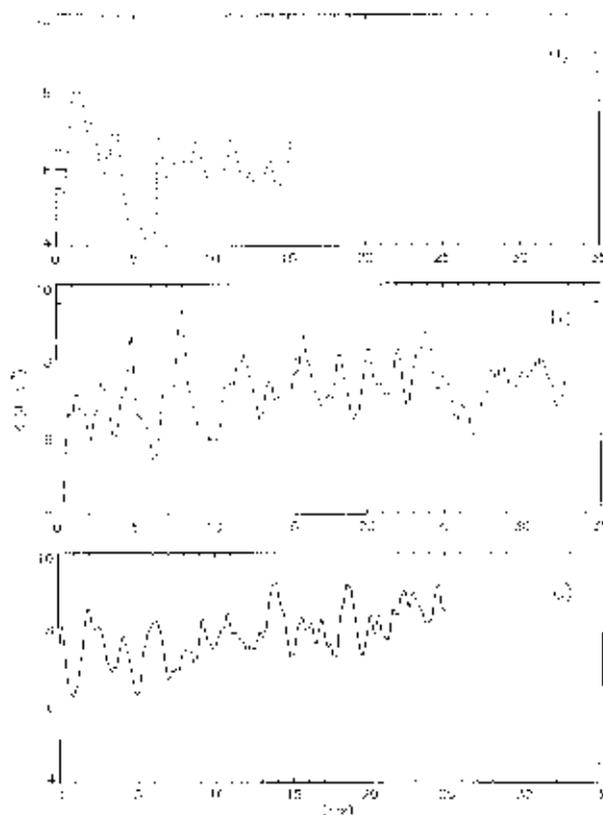


FIG. 4. Time series of kinetic energy density (mean kinetic energy in the entire domain) for (a) 60% subsolar heating, (b) 80% subsolar heating, and (c) 100% subsolar heating.

図 7: 運動エネルギー密度. 太陽放射加熱が a) 60%, b) 80%, c) 100% の場合.

図 7 に運動エネルギー密度の時間変化を示す. 運動エネルギー密度とは, 領域全体の運動エネルギーの平均値である. この図から, 対流の主要周期が 60%, 80%, 100% それぞれの場合で 115, 117, 126 であることがわかる. 45 分程度の短い周期の振動は貫入によるものである. 100% の場合の運動エネルギー密度の時間平均値は 8.16 J m^{-3} であり, 地球の対流の運動エネルギー密度の時間平均値に匹敵する (Emanuel 1994). 貫入領域における運動エネルギー密度の時間平均値は 38.5 J m^{-3} であり, この値は地球の強烈なスーパーセル型ストームに匹敵する¹²⁾.

¹²⁾小倉 [1] p217 を参照.

図 5: 高度 54 km での鉛直速度分布

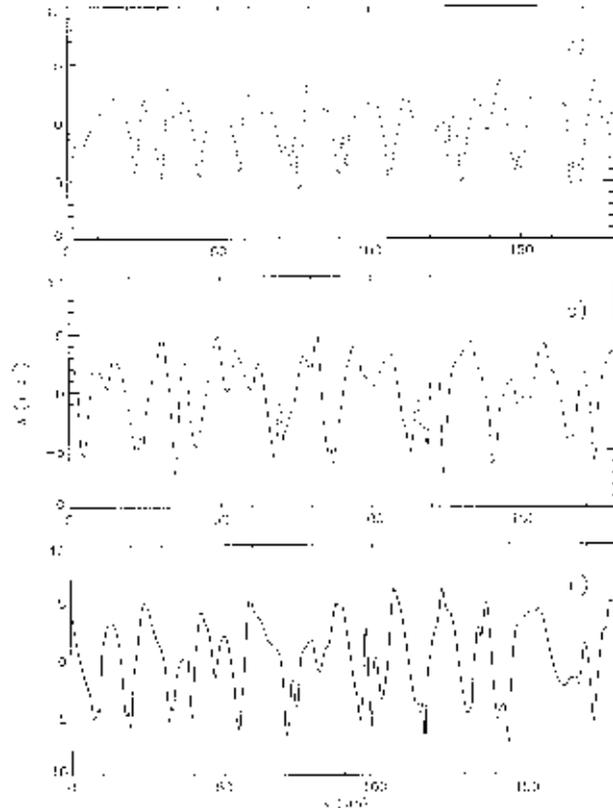


FIG. 5. Vertical velocity at 54-km altitude as a function of horizontal position for (a) 60% subsolar heating, $t = 15.0$ h, (b) 80% subsolar heating, $t = 24.1$ h, and (c) 100% subsolar heating, $t = 13.8$ h. The velocities were sampled at times corresponding to peaks in the kinetic energy density.

図 8: 高度 54 km に置ける鉛直速度分布. (a) $t = 15.0$ h における太陽放射加熱 60% の場合, (b) $t = 24.1$ h における太陽放射加熱 80% の場合, (c) $t = 13.8$ h における太陽放射加熱 100% の場合である. 各放射加熱のサンプリング時間は運動エネルギー密度のピークに相当する時間である.

高度 54 km はベガバルーンの平均高度に相当する. ベガバルーンの鉛直速度の観測結果は $1 - 3 \text{ km s}^{-1}$ である (Linkin et al. 1986). 太陽放射 3 つの場合に相当する特徴的な鉛直速度はそれぞれ下表のとおりである.

太陽放射加熱率	鉛直速度 (km s^{-1})	最大下降流速度 (km s^{-1})
60%	2 - 5	-5.9
80%	4 - 6	-7.1
100%	5 - 7	-7.3

計算の結果はベガバルーンの観測よりも大きい値を示しているが、これは整合的である。というのも、ベガバルーンは金星の早朝での観測値であるが、計算は太陽直下点で行っているからである。

図 6: 100% の場合のエネルギーフラックス

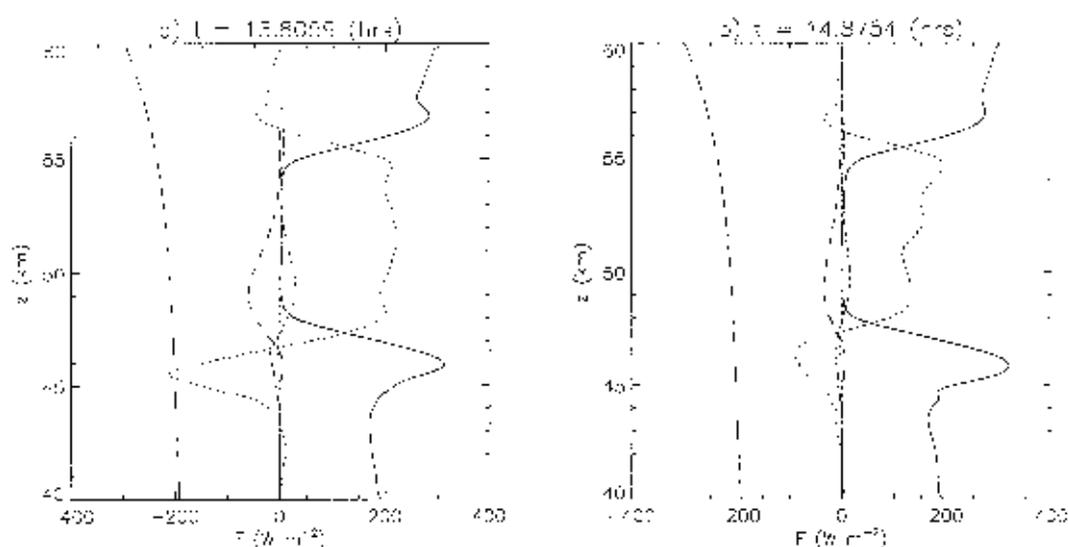


FIG. 6. Energy fluxes through the layer for the 100% subsolar heating case at (a) a kinetic energy peak and (b) a kinetic energy trough. Plotted are the convective energy flux F_c (dot), the eddy diffusive flux F_e (solid), the kinetic energy flux F_k (short dash), pressure work F_p (dash-dot), viscous flux F_v (dash-triple dot), and the solar flux F_q (long dash), all scaled by the solar flux at the top. Positive values indicate upward energy or heat transfer.

図 9: 太陽放射加熱率 100% の場合での対流層を通過するエネルギーフラックス。(a) は運動エネルギーが最大するとき、(b) は最小のときである。対流エネルギーフラックス F_c (点線)、渦拡散フラックス F_e (実線)、運動エネルギーフラックス F_k (短破線)、圧力の仕事 F_p (点破線)、粘性フラックス F_v (2点破線)、太陽フラックス F_q (長破線) でそれぞれ示している。

太陽エネルギーフラックス F_q はまず対流熱フラックス F_c とバランスする。 F_c が負の値である領域では、対流貫入かエントレインメント¹³⁾の領域である。

¹³⁾小倉 [1]p.156 を参照のこと。

混合距離理論との比較

混合距離理論から見積もられる鉛直速度は

$$w = \left(\frac{F_s g l}{\rho c_p T} \right)^{1/3} \quad (45)$$

である。混合距離を $l = 7$ km, 高度を対流層の中間 51.5 km, 太陽放射フラックス $F_s = 216 \text{ W m}^{-2}$, $\rho = 1.29 \text{ kg m}^{-3}$, $T = 335 \text{ K}$ としたとき, 混合距離理論から推定される鉛直速度は太陽放射加熱率 100% の場合 3.27 m s^{-1} である。これはベガバルーンの観測結果と一致するが, この一致は偶然である。理由は前に示したとおりである。

本シミュレーションから得られた鉛直速度は太陽放射加熱率 100% の場合 $4 - 14 \text{ km s}^{-1}$ であり, 典型的な速度は 10 m s^{-1} である。この典型的な鉛直速度の値は混合距離理論で推定された値の約 3 倍である。

混合距離理論の過小評価

混合距離理論は鉛直速度を過小評価する。この過小評価は, 混合距離理論においてブシネスク近似をもちいたことと, 運動エネルギーが浮力の仕事とバランスすると仮定したことに起因する。ブシネスク近似では, 着目する層の厚さをスケールハイトよりも十分小さいことを仮定する。しかし, 金星の雲高度の対流層の厚さは 7 km であり, 圧力スケールハイトは 7.2 km である。さらに, 運動エネルギーは浮力の仕事のみならず, 圧力の仕事と粘性散逸の仕事ともバランスする。混合距離理論を成り立たせるには, 図 10 の実線がいたるところでゼロに近い値でなければならない。図からわかるとおり, 粘性の仕事は貫入領域付近でのエネルギーのバランスに大きく寄与している。これは, 下部安定領域は対流運動を妨げ, 対流領域での強いシアアの発生を抑制しているからである。

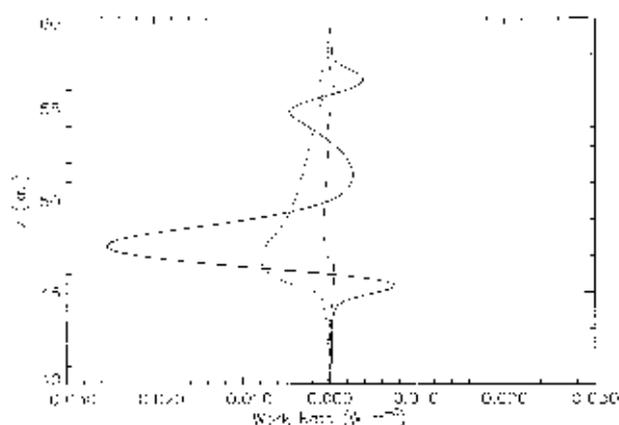


FIG. 7. Time-averaged and horizontally averaged mechanical rates of working for the 100% subsolar heating case. The solid line includes the kinetic energy and buoyancy terms of (21); the dotted line includes the kinetic energy, buoyancy, and pressure terms; and the dashed line includes the kinetic energy, buoyancy, pressure, and viscous terms.

図 10: 太陽加熱率 100% の場合の, 時間平均, 水平平均した力学的仕事率. 実線は運動エネルギーと式 (43) の浮力項を合わせたもの, 点線は運動エネルギーと浮力の仕事と圧力の仕事を合わせたもの, 破線は運動エネルギーと浮力, 圧力, 粘性散逸の仕事を合わせたものである.

貫入対流

図 11, 図 12 は太陽放射加熱率 100% の場合における残余温位の連続した 5 つのクローズアップ画像である. それぞれのフレーム間隔はおよそ 12.4 分である.

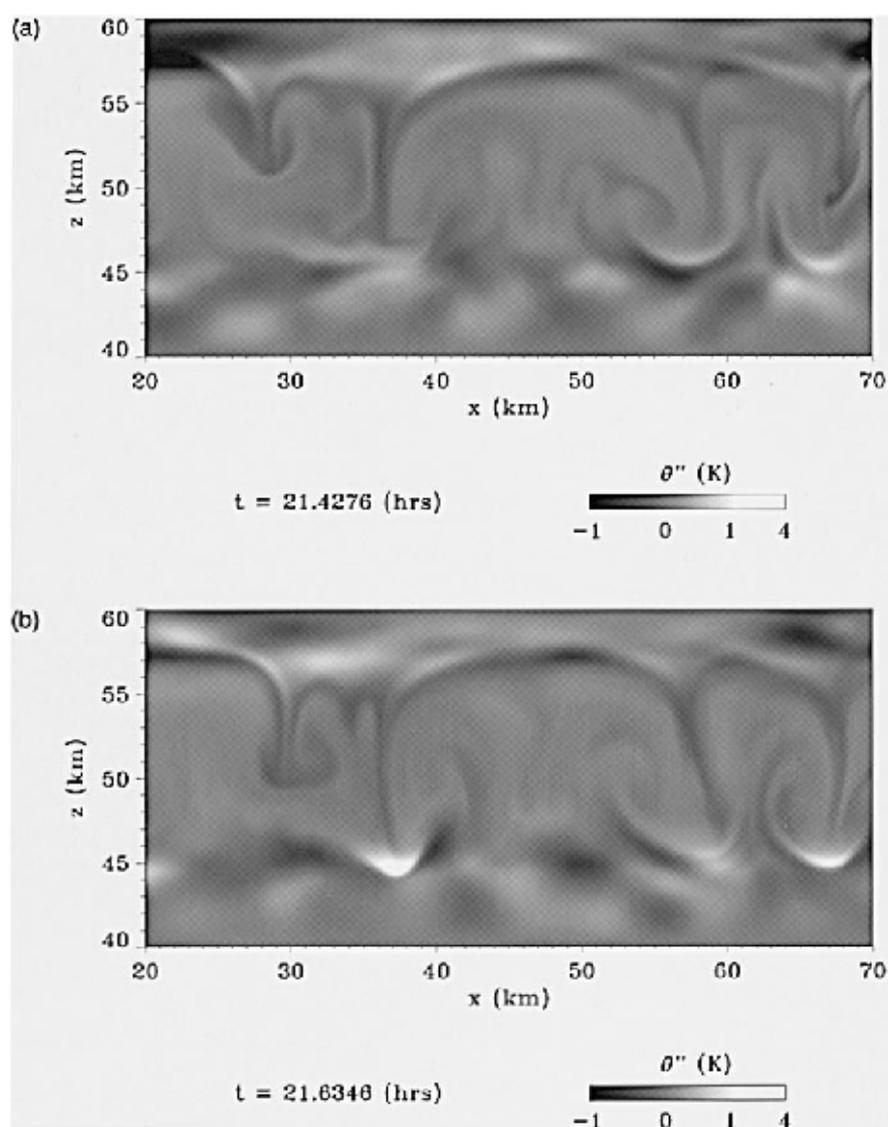


FIG. 8. Residual potential temperature for the 100% subsolar heating case of the region from $x = 20$ km to $x = 70$ km. The images are 12.4 minutes apart.

図 11: 太陽放射加熱率 100% の場合における残余温位分布. 空間方向は $20 \text{ km} < x < 70 \text{ km}$ であり, それぞれの画像の時間間隔は 12.4 分である.

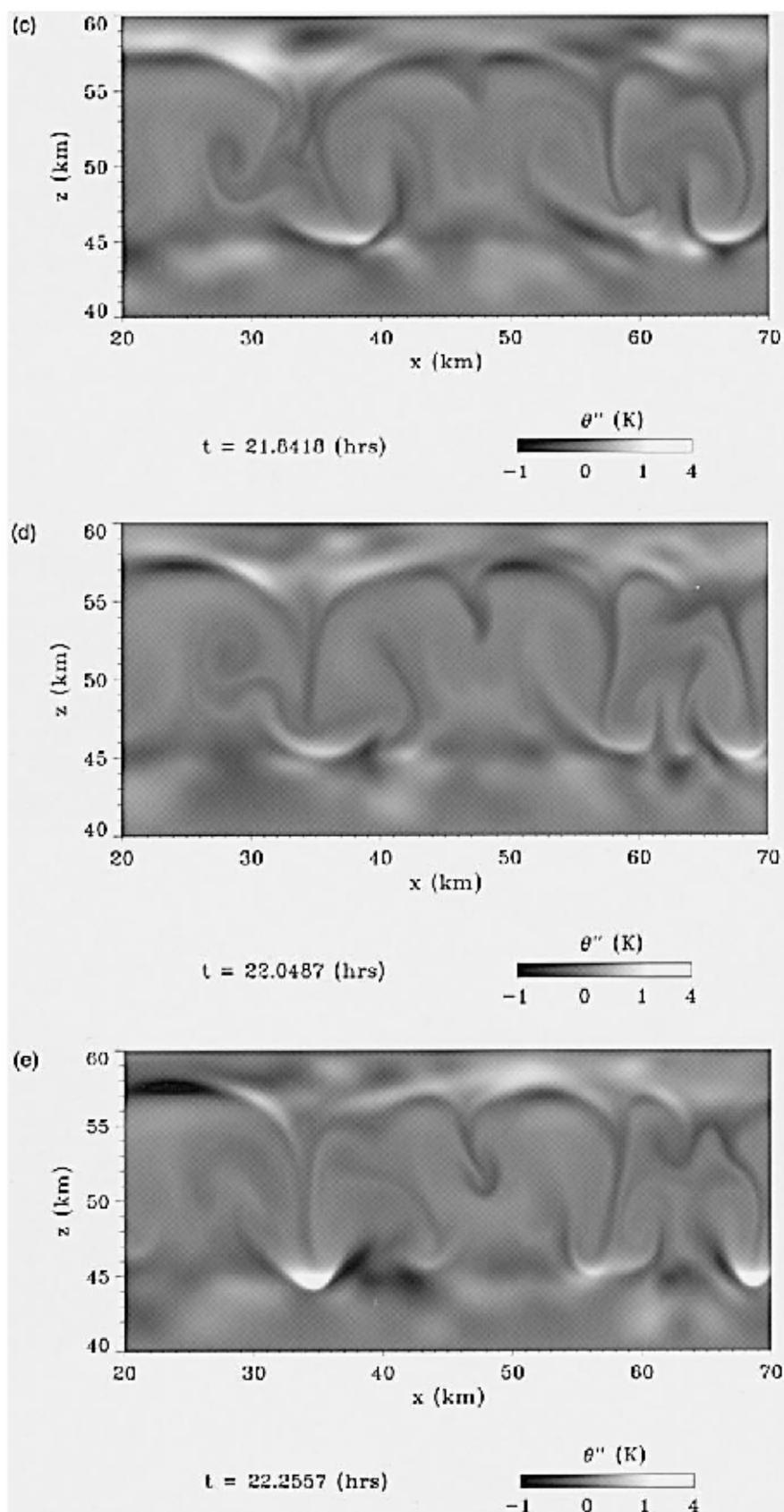


FIG. 8. (Continued)

図番号	解説
図 11(a)	$t = 21.4, x = 36$ km の中央の狭い下降流は $z = 47$ km の下部安定層に貫入している
図 11(b)	約 12 分後, 貫入は $z = 44$ km に達している. 下降流プリュームの頭の一部は安定層によって上方に強く押される ($x = 41$ km, $z = 46$ km に空気の冷たいくぼみがあることに注目). 一方で, 下降流の頭の残された部分は高度 45 km 付近の安定層によって圧縮的に加熱される. 急速に形成されるこの圧縮領域は周囲の環境よりも温位が 4 K ほど高くなっている.
図 12(c)	12 分後, 貫入は高度 43 km に達する. 冷たい下降流プリュームの空気は安定層によって上方へ強制されつづける. 圧縮領域は拡大し, 冷やされる. 貫入性下降流プリュームは下部安定領域に内部重力波を生み出す. 新しい強い下降流が, $x = 35$ km の小さな下降流の濃縮によって対流層のてっぺんに形成される.
図 12(d, e)	この新しい下降流は 12 分のうちに安定層へ到達し (図 12(d)), その後, 強力に加熱された圧縮領域を生み出す (図 12(e)).

本シミュレーションでは, 貫入循環に要する時間は 40 分であった.

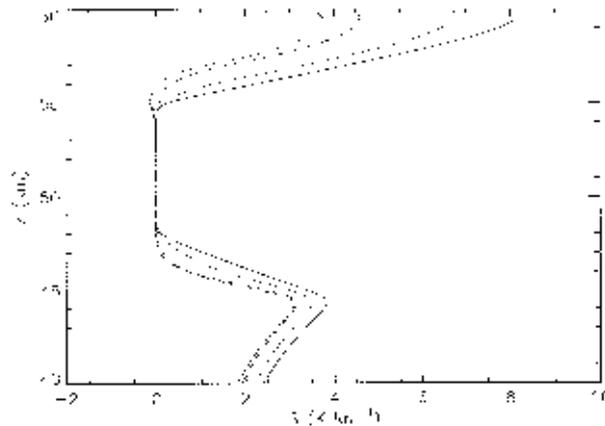


FIG. 9. Altitude profiles of the time-averaged and horizontally averaged static stability for the background state (solid), the 60% subsolar heating case (dot), the 80% subsolar heating case (dash), and the 100% subsolar heating case (dash-triple dot).

図 13: 時間平均, 水平平均した静的安定度の鉛直分布. 基本場 (実線), 太陽放射加熱 60% の場合 (点線), 80% の場合 (破線), 100% の場合 (2 点破線) をそれぞれ示す.

図 13 からわかるとおり, 貫入対流とエントレインメントの作用によって, 雲領域の対流層は深くなる. 太陽加熱が大きくなるごとに, 対流活動が活発になり対流層の

厚さは大きくなる. 太陽放射加熱率 3 つの場合について, 貫入はそれぞれ 43.2 km, 43.1 km 42.7 km まで下がる. 貫入の深さの変動は約 16 分周期で振動する. この振動から, 対流性貫入は下部安定層によって調節されていることがわかる.

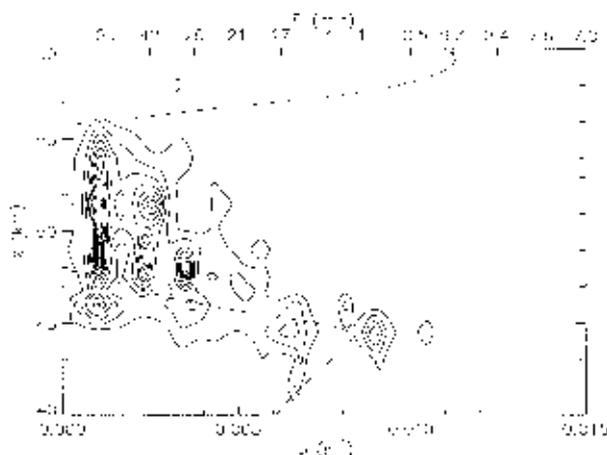


FIG. 10. Power spectral density contours of fluctuations in convective heat flux F_c for the 100% subsolar heating case as a function of angular frequency or period and altitude. The contour interval is $2500 \text{ W}^2 \text{ m}^{-4} \text{ Hz}^{-1}$. The maximum power is $4.4 \times 10^4 \text{ W}^2 \text{ m}^{-4} \text{ Hz}^{-1}$. The dashed line is the time-averaged and horizontally averaged Brunt-Väisälä frequency.

図 14: 太陽放射加熱率 100% の場合における対流熱フラックス F_c の振動のパワースペクトル分布. 横軸に角振動数, 縦軸に高度をとる. コンターの間隔は $2500 \text{ W}^2 \text{ m}^{-4} \text{ Hz}^{-1}$ である. パワースペクトルの最大値は $4.4 \times 10^4 \text{ W}^2 \text{ m}^{-4} \text{ Hz}^{-1}$ である. 点線は時間, 水平平均したプラント - ヴァイサラ振動数である.

図 14 が示すとおり, F_c の界面振動は貫入領域で生じる. 対流層では, F_c の振動のパワースペクトルは 30, 46, 105 という特徴的な周期をみせている. 対照的に, F_c の振動は 11, 13, 16, 105 分の周期で山になる.

重力波

重力波の性質

図 11, 図 12 をみてもわかるとおり, 対流性貫入とエントレインメントは隣接した安定層に内部重力波を生じる. 下部安定層における重力波の特徴的な鉛直速度は $1 - 2 \text{ km s}^{-1}$ である. 高度 42 km での残余温位のスペクトル解析から, 重力波の水平波長は $5 - 30 \text{ km}$ をもつことがわかる. この重力波は上部の対流層と高度 40 km の境界面にて水平方向へ伝搬する. 貫入下降ブリュームによって生じる水平方向への波の伝播は 10 m s^{-1} の特徴的な位相速度をもち, 左右どちらの方向にも進行する. 一方上部安定層には, 鉛直速度 $\sim 0.5 - 1 \text{ m s}^{-1}$ の内部重力波を生じさせる. 下部安定層のときと同様に, 上部安定層で生じる重力波の水平波長は高度 58 km で $10 - 25 \text{ km}$ である.

上記の重力波の性質は高度 40, 60 km に設置された人工的な境界に強く影響されること, また人工的な境界を設置しないシミュレーションでは本シミュレーションとは異なる波長と位相速度をもった重力波を生成する可能性があることに注意が必要である.

波と流れの相互作用

貫入対流で生じた内部重力波は対流と相互作用する. 境界面で水平方向に伝播した重力波は貫入下降流を水平方向に 5 km ほど揺るがせうる. 貫入下降流の水平方向への運動は, 下降流の貫入深度を抑制し, 圧縮加熱領域を消失させる負のフィードバックとして働く.

このモデルでは, 高度 40 km における人工的な境界によって, 鉛直方向への波の伝播と計算領域外へのエネルギーの輸送を許容していない. ゆえに, このモデルにおける波と流れの相互作用は, 金星大気の重力波の相互作用よりも大きく作用する傾向にあることに注意されたい.

スポンジ層

本モデルでは波の反射を妨げるために, 計算領域の上部と下部にスポンジ層を設置している.

図 15 は境界にスポンジ層を設置した場合と応力なし条件を設定した場合における

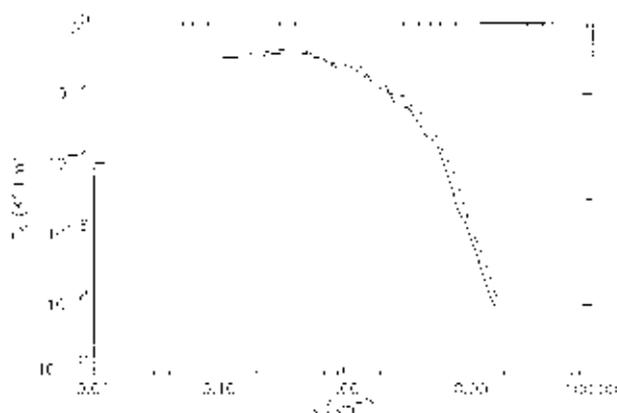


FIG. 11. Power spectral density of potential temperature fluctuations at 52-km altitude as a function of wavenumber. The solid line is for the case with stress-free boundaries and the dashed line is for the case with sponge layer boundaries. The power spectra have been averaged over the last 2.5 hours of simulation time for each run.

図 15: 高度 52 km における温位振動のパワースペクトル密度. 横軸に波数をとっている. 実線と破線はそれぞれ境界条件が応力なしの場合 (実線), スポンジ層の場合 (破線) を示している. どちらの場合もパワースペクトルは直近の 2.5 計算時間を平均してものである.

高度 52 km での温位振動のパワースペクトル密度を波数の関数として表している. パワースペクトルはおよそ 15 – 30 km の主要な水平スケールと類似している. つまり, 応力なし境界によって水平方向へ伝播した重力波は対流の長さスケールにほとんど影響しないことを示している.

関連図書

- [1] 小倉義光, 1984: 一般気象学, 東京大学出版会, 305pp