GFD ワーク 第 1 章は伊理正夫・藤野和建著「数値計算の常識」(以下, 伊理テキスト) の第 1 章を主に参考にしている.

誤差の蓄積

足し算と掛け算では誤差の蓄積の仕方が異なる. $z = x \pm y$ のとき,

$$\begin{aligned}\Delta c &= \left|\left(\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}\right)_{x=a,y=b}\right|\Delta a + \left|\left(\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}\right)_{x=a,y=b}\right|\Delta b \\ &= \Delta a + \Delta b \end{aligned} \tag{1.6}$$

となる. つまり, 絶対誤差 Δc は x, y の絶対誤差 $\Delta a, \Delta b$ の和となる. また, $z = xy$ のとき,

$$\begin{aligned}\Delta c &= \left|\left(\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}\right)_{x=a,y=b}\right|\Delta a + \left|\left(\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}\right)_{x=a,y=b}\right|\Delta b \\ &= b\Delta a + a\Delta b \end{aligned}$$

すなわち,

$$\frac{\Delta c}{c} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} \tag{1.7}$$

となり, z の相対誤差 $\dfrac{\Delta c}{c}$ は x, y の相対誤差 $\dfrac{\Delta a}{a}, \dfrac{\Delta b}{b}$ の和となっていることがわかる.