

## 地形と重力場の全球アドミッタンスからみた月の弾性体厚さ

三枝 優輝・日置 幸介

北海道大学理学院自然史科学専攻

(2015 年 7 月 15 日受付, 2015 年 11 月 26 日改訂, 2016 年 1 月 8 日受理)

## Elastic Thickness of the Moon Estimated from the Global Admittance of Gravity and Topography

Yuki Saegusa and Kosuke Heki

Dept. Natural History Sciences, Hokkaido University

N10 W8, Kita-ku, Sapporo, Hokkaido 060-0810, Japan

(Received, Jul. 15, 2015; Revised, Nov. 26, 2015; Accepted, Jan. 8, 2016)

### Abstract

Here we compare the free-air gravity anomaly model by the GRAIL (Gravity Recovery and Interior Laboratory) mission and the topographic model from the LRO (Lunar Reconnaissance Orbiter) laser altimetry. They showed a high correlation up to degree/order  $\sim 400$ . The gravity-topography admittance showed typical behaviors, i.e. it is low for degree/order below 50 (i.e. wavelengths longer than  $\sim 220$  km), increased sharply, and kept constant at  $\sim 110$  mgal/km. Such a wavelength dependence provides the information on the thickness of the surface elastic layer floating on ductile lower layer. We estimated the elastic thickness of the Moon to be  $\sim 14$  km. This thickness is not significantly different from those found in the present Earth in spite of the smaller dimension of the Moon. This may suggest that the significant portion of the topographic features on the Moon was formed in the early ages of the Moon, when the heat flow was comparable to the present Earth.

## 1. はじめに

月周回衛星の追尾によって得られる重力場データと、衛星搭載高度計から得られる地形データを比較することによって、月の比較的浅部の地下構造に関して有用な情報が得られる。両者が空間的に高い相関を持つ波長の範囲を特定し、その中で両者の振幅比（アドミッタンス）を計算することによって、月表面の弾性層の厚さ（Elastic thickness,  $T_e$ ）の全球平均を求めることができる。さらに  $T_e$  から、重力異常をもたらす地形が形成された当時の熱的状态等を推定することができる。

重力と地形の比較から  $T_e$  を推定するためには、双方のデータに比較的高い空間解像度が要求される。月の全球的なアドミッタンスを最初に求めたのは、1994年に打ち上げられた米国の月周回衛星 Clementine のデータを用いて行われた Zuber et al. (1994) の研究である。ここでは Clementine 衛星をはじめとする過去の月周回衛星のドップラー追尾によって作成された月の全球重力モデルと、Clementine 衛星に搭載されたレーザ高度計データから作成された地形モデルが比較されたが、両者は次数 10 次程度までしか相関しておらず、アドミッタンスから月の  $T_e$  を拘束することはできなかった。

月の重力場の観測は、米国の探査機 Lunar Prospector (1998-1999) によって、月の表側の重力分布を詳細に示すことができ、飛躍的に進展した (Konopliv et al., 2009)。しかしその重力モデルは、地球上に設置された観測局と月周回衛星の間の視線速度に基づいており、同期自転している月の表と裏の重力モデルの精度には大きな差があった。その問題を解消するべく、日本の月探査周回衛星計画 (SELENE 「かぐや」, 2007-2009) では、高高度のリレー衛星を介して主衛星のドップラー偏移を計測することによって、月の裏側の重力場を初めて直接計測した (Namiki et al., 2009)。しかし周回衛星の高度が約 100 km と比較的高かったため、地形と重力の相関は次数 60 次程度までしか確保されておらず、第三章で述べるように全球的な  $T_e$  を高い信頼性で拘束することは出来なかった。

一方、2011年に米国は、重力計測に特化した月探査船 GRAIL (Gravity Recovery and Interior Laboratory) を打ち上げた。低高度(20-50 km)を周回する 2 衛星間を測距することで、月の重力モデルを全球に渡って均一にかつ高精度に求めることに成功した (Zuber et al., 2013)。すなわち、GRAIL によって得られた重力モデルを用いることで、月の  $T_e$  を高精度に見積もることができると期待される。そこで本研究では、GRAIL による月の重力場を用いて、より高精度に月の全球的な  $T_e$  を推定した。また、その際には、Lunar Reconnaissance Orbiter (LRO) に搭載されたレーザ高度計データで作成された、最新の高精度な月地形モデルを用いた。

## 2. 重力と地形の相関

天体の全球的な重力場や地形は、しばしば球面調和関数の展開係数としてモデル化される。例えば重力ポテンシャルは、様々な次数  $\ell$  と位数  $m$  の球面調和関数の和として表され、その係数である  $Cg_{\ell,m}$  や  $Sg_{\ell,m}$  はストークス係数と呼ばれる。同様に地形（高度）も球面調和展開することができ、その係数を  $Ct_{\ell,m}$  や  $St_{\ell,m}$  と表すこととする。ここで、次数  $\ell (\geq 1)$  における天体全体の地形に対するフリーエア重力異常のアドミッタンス  $Z_\ell$  は 式(1)で与えられる。また両者の次数  $\ell$  における相関  $R_\ell$  は(2)式のように計算される(e.g. Simons et al. 1997)。

$$Z_\ell = \sum_{m=0}^{\ell} (Cg_{\ell,m}Ct_{\ell,m} + Sg_{\ell,m}St_{\ell,m}) / \sum_{m=0}^{\ell} (Ct_{\ell,m}^2 + St_{\ell,m}^2) \quad (1)$$

$$R_\ell = \sum_{m=0}^{\ell} (Cg_{\ell,m}Ct_{\ell,m} + Sg_{\ell,m}St_{\ell,m}) / \sqrt{\sum_{m=0}^{\ell} (Cg_{\ell,m}^2 + Sg_{\ell,m}^2)} \times \sqrt{\sum_{m=0}^{\ell} (Ct_{\ell,m}^2 + St_{\ell,m}^2)} \quad (2)$$

(2)式を用いて求めた月の重力場と地形の相関係数を次数の関数として Figure 1 に示す。なお、(1)式の球関数の次数  $\ell$  は、 $R$  を月の半径として、以下のように波長  $\lambda$  と関係付けられる。

$$\ell \cdot \lambda = 2\pi R \quad (3)$$

図から、50-60 次程度以下の長波長成分（領域 A）で相関が低く、より短波長（60-360 次程度）の成分（領域 B）では相関が高いことが分かる。領域 A で相関が低いのは、波長の長い地形ほどアイソスタシー補償が高度に成り立っていることを反映しており、領域 B で相関が高まるのは、短波長の地形でアイソスタシーが成り立っておらず、地形の凹凸がそのまま重力異常として現れていることを示唆している。さらに高次（領域 C）になると再び相関が落ちるのは、重力場の短波長成分の推定精度が悪化するためである。また、SELENE の重力場では、分解能が低いため 60 次よりも高い次数では地形との相関が低下するのに比べ、GRAIL の重力場は領域 B に相当する 400 次程度まで高い相関を保っていることが分かる。

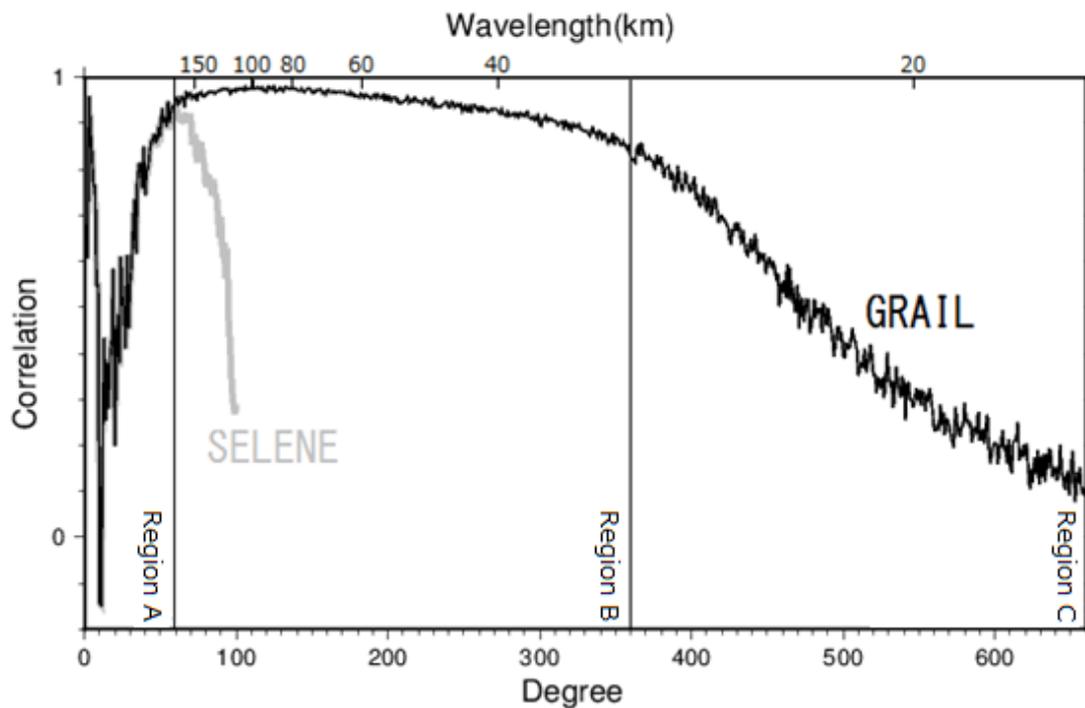


Figure 1. The black curve shows the correlation between the lunar gravity and topography as a function of the degree of spherical harmonics obtained by comparing the GRAIL gravity model (gggrx\_0660pm\_sha.tab) and the LRO topography model (LRO\_LTM01\_PA\_1080\_SHA.TAB). The light gray curve shows the correlation using the SELENE gravity model (GRAV\_COEF\_2.txt) and the topography model (LALT\_SH.TAB). We divide the degree into three ranges, i.e. Range A, B, and C.

### 3. 重力と地形のアドミッタンスと月の弾性体厚

現在最も支持されているアイソスタシーのモデル（弾性板モデル）では、流動する層の上に弾性体として振る舞う低温の層があり、地形の荷重が浮力と表層の弾性の双方によって支えられていると考える(Watts, 2001). 一般に、長波長の地形ほどアイソスタシーが成り立ち易く、地形と相関を持つ重力異常は小さい（アドミッタンスが小さい）. しかし弾性層が厚いほど、より長波長の地形でも弾性で支えることができるため、大きなアドミッタンスを示すようになる. さらに、様々な波長の地形でアドミッタンスを比較することで、弾性層の厚さ  $T_e$  を推定できるのである. 弾性層の厚さは熱流量を反映するため、地形が形成された年代の熱的状態の「化石」として天体の熱史に拘束を与える.

なお、この  $T_e$  は地震波の低速度層の上にあるリソスフェアの厚さとは定義が異なり、地表の凹凸による荷重を弾性体として支える層の厚さである. リソスフェアの下面の温度は

およそ 1400°C とされるが、後者の層の下面の温度は 450-600°C 程度と考えられており (Watts, 1994), 一般的に  $T_e$  はリソスフェアの厚さよりかなり小さい値をとる.

次に, アドミッタンスの波数依存性に, 弾性体の厚さ  $T_e$  がどのように関わるかを考えてみる. 弾性体の曲げ剛性は, 加わる力の空間波長に依存するため, アドミッタンスも波数  $k$  の関数となる. 一般に波数  $k$  に対する地形の凹凸を  $H(k)$ , 重力異常を  $\Delta g(k)$  とすると, アドミッタンス  $Z(k)$  は(4)式で表される.

$$Z(k) = \Delta g(k)/H(k) \quad (4)$$

一方, Watts (2001)によると, アドミッタンスは,  $G$  を万有引力定数,  $t$  を地殻の平均的な厚さ,  $\rho_c$  を地殻の平均密度として(5)式のように表される.

$$Z(k) = 2\pi G \rho_c (1 - \phi e^{-kt}) \quad (5)$$

式(5)中の  $\phi$  は, アドミッタンスの波数  $k$  への依存性を表す.  $\phi$  は式(6)で示すように強い波数依存性を持ち, 同じ波数なら弾性体が硬質で厚いほど  $\phi$  は小さくなり, アドミッタンスは大きくなる.  $\rho_m$  はマンツルの平均密度,  $g$  は月の表面における重力加速度を示す.

$$\phi = \{[Dk^4/(\rho_m - \rho_c)g] + 1\}^{-1} \quad (6)$$

上式(6)中の  $D$  は弾性体のたわみ剛性(flexural rigidity)を示し,  $T_e$  を用いて式(7)のように表される.  $E$  はヤング率,  $\nu$  はポアソン比を示す.

$$D = ET_e^3/12(1 - \nu^2) \quad (7)$$

(5)-(7)式より,  $\rho_c$  と  $T_e$  を未知とすると, 実際の重力と地形を比較して得られるアドミッタンスから, それらの値を拘束できる.

ここでは, (1)式の球関数の次数  $\ell$  を, 月の半径  $R$  を用いて  $k = \ell/R$  として(4)式の波数  $k$  に変換した. さらに, ヤング率  $E$ , ポアソン比  $\nu$ , 月表面での重力加速度  $g$ , 地殻とマンツルの密度差  $\rho_m - \rho_c$  は, それぞれ 30 GPa, 0.25, 1.623 m/s<sup>2</sup>,  $0.4 \times 10^3$  kg/m<sup>3</sup> とし, 地殻の平均的な厚さ  $t$  には 30 km を仮定した(Lognonné et al., 2003).

ここで, GRAIL の重力場モデルと LRO の地形モデルから得られたアドミッタンスを Figure 2A に示す. アドミッタンスは長波長(低次)で小さな値をとるが, 次数の増加とともに急速に立ち上がり, 次数 50 程度より上(波長が 200 km 程度より短い地形)では 110 mgal/km 程度でほぼ一定値を示す. ここで,  $T_e$  の定義域を 4 - 38 km,  $\rho_c$  の値を 3 種類に仮定し, アドミッタンスの観測値と式(5)に基づく理論値の残差を計算し, 2 次から 400 次

までの範囲で計算した残差自乗和の平方根(RMS, root mean square) の変化の様子を Figure 2B に示す. その結果,  $\rho_c$  を  $2.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ,  $T_e$  を 14 km と仮定した時に RMS が最小となることがわかった. また, Figure 2A 中の黒色の曲線がその時のアドミッタンスの計算値であるが, 淡灰色の線で示す実際のアドミッタンスと良い一致を示していることが分かる.

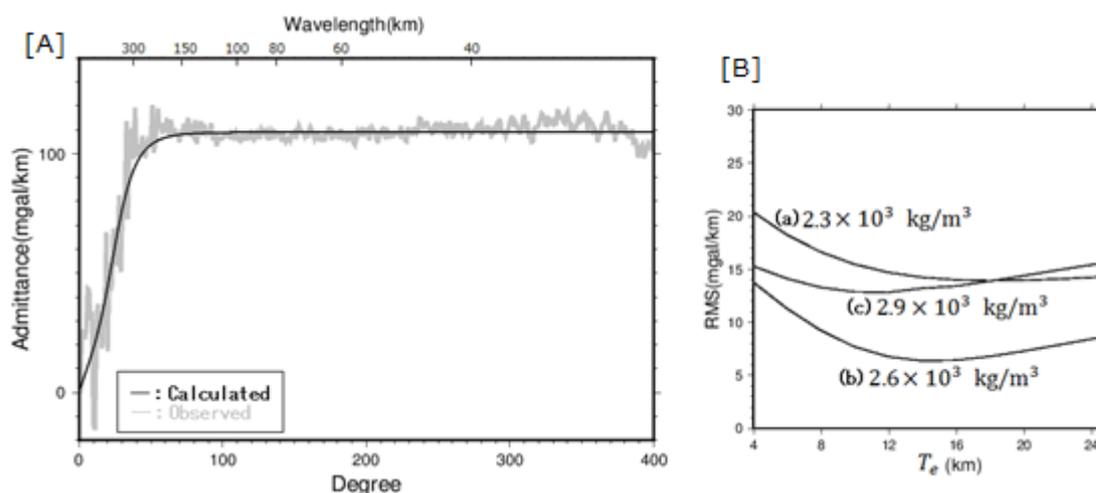


Figure 2. [A] The gravity-topography admittance of the Moon as a function of spherical harmonics degree is shown with the black curve. The gray curve is the admittance calculated using equations (4)-(6) with the crustal density  $\rho_c$  of  $2.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$  and  $T_e$  of 14 km. For the wavelengths shorter than 220 km (degrees more than 50), the admittance remains almost constant at 110 mgal/km. [B] Behavior of the RMS for different combinations of  $\rho_c$  and  $T_e$ . RMS shows the minimum for  $\rho_c = 2.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ , and  $T_e = 14 \text{ km}$ .

Crosby & McKenzie (2005)は, Lunar Prospector の視線方向の速度データを用いて月の表側の  $T_e$  を  $12 \pm 5 \text{ km}$  と推定している. この結果は GRAIL を用いた本研究の結果に比べ, 値は調和的であるが推定結果に幅がある. また, SELENE (かぐや) の重力/地形データを用いて計算したアドミッタンスを Figure 3 に示す. 低次でのアドミッタンスの振る舞いは GRAIL の重力モデルに基づいた Figure 2 と矛盾しないが, 1章で述べたように重力/地形データの相関が次数 60 次程度までしかないため, より高い次数の領域においてアドミッタンスが一定値を取る様子は確認できない. すなわち, 本研究のように, GRAIL の高次重力モデルを用いることで, はじめて  $T_e$  を精度よく見積もることができたと言える.

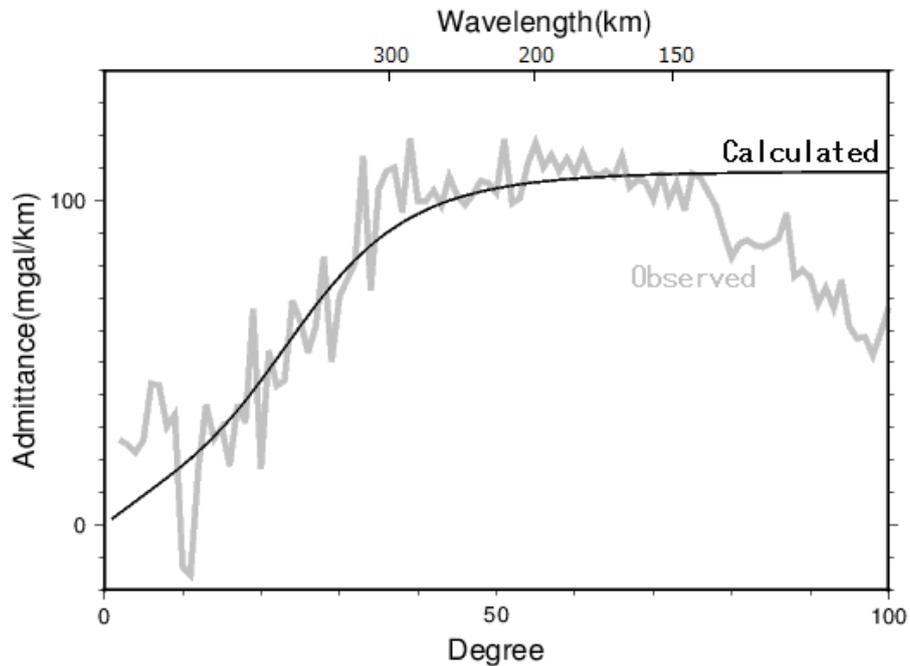


Figure 3. The gravity-topography admittance of the Moon obtained from the models by gravity and topography models by SELENE (Kaguya). The smooth gray curve shows the admittance calculated assuming the same values for  $T_e$  and  $\rho_c$  as Figure 2A. Unlike the case shown in Figure 2 (GRAIL/LRO), the admittance does not show a stable plateau for the degree over 60.

#### 4. おわりに

最後に、過去の文献に見られる地球表層の弾性体の厚さ  $T_e$  を、月と比較する。McKenzie and Fairhead (1997) は地球上の様々な地域における  $T_e$  を比較しているが、例えば安定陸塊のシベリア卓状地における  $T_e$  は 15.5 km、海洋プレート上で、かつ火山活動が盛んなハワイ-天皇海山列における  $T_e$  は 28.4 km と報告している。従って、本研究で得られた 14 km という月の全球平均的な  $T_e$  は、地球上でもやや小さめな値といえる。

一般に地球型惑星や月では、半径が小さいほど、内部に有する熱源に対する表面積が相対的に大きいため、比較的早い時期に冷却が進む。そのため、地球の 3 分の 1 以下の半径しかない月では、現在の熱流量は小さく  $T_e$  は大きいことが予測される。しかし、月の  $T_e$  が地球と同程度に小さいことは、この予想とは異なる。これは重力異常を作っている月の地形の形成年代が、地球の地形の年代よりはるかに古いことを反映している可能性が高い。当時の月はまだ冷え切っておらず、現在の地球と変わらない高い熱流量を持っており、それが今でも小さな  $T_e$  として保存されていると考えられる。

**謝辞** 本論文は査読者の建設的な意見のおかげで改善された。また、メリーランド大学の Sander J. Goossens 博士には、重力や地形のモデルに関して様々な助言をいただいた。ここに記して感謝する。

## 参考文献

- Araki, H., S. Tazawa, H. Noda, Y. Ishihara, S. Goossens, S. Sasaki, N. Kawano, I. Kamiya, H. Otake, J. Oberst, C. Shum (2009) : Lunar Global Shape and Polar Topography Derived from Kaguya-LALT Laser Altimetry, *Science*, 323, 897-900.
- Crosby, A. and D. McKenzie (2005) : Measurements of the elastic thickness under ancient lunar terrain, *Icarus*, 173, 100-107.
- Konopliv, A. S., A. B. Binder, L. L. Hood, A. B. Kucinskis, W. L. Sjogren, and J. G. Williams (1998) : Improved gravity field of the moon from Lunar Prospector, *Science*, 281, 476-480.
- Lognonné, P., G. B. Jeannine, H. Chenet (2003) : A new seismic model of the Moon: implications for structure, thermal evolution and formation of the Moon, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 211, 27-44.
- McKenzie, D., D. Fairhead (1997) : Estimates of the effective elastic thickness of the continental lithosphere from Bouguer and free air gravity anomalies, *J. Geophys. Res.*, 102, 27,523-27,552.
- Namiki, N., T. Iwata, K. Matsumoto, H. Hanada, H. Noda, S. Goossens, M. Ogawa, N. Kawano, K. Asari, S. Tsuruta, Y. Ishihara, Q. Liu, F. Kikuchi, T. Ishikawa, S. Sasaki, C. Aoshima, K. Kurosawa, S. Sugita, and T. Takano (2009) : Farside Gravity Field of the Moon from Four-Way Doppler Measurements of SELENE (Kaguya), *Science*, 323, 900-905.
- Simons, M., S. C. Solomon, and B. H. Hager (1997) : Localization of gravity and topography, constraints on tectonics and mantle dynamics of Venus, *Geophys. J. Int.*, 131, 24-44.
- Watts, A. B. (1994) : Crustal structure, gravity anomalies and flexure of the lithosphere in the vicinity of the Canary Islands, *Geophys. J. Int.*, 119, 648-666.
- Watts, A. B. (2001) : *Isostasy and lithospheric flexure*, Cambridge University Press, pp. 458.
- Zuber, M., D. E. Smith, F. G. Lemoine, and G. A. Neumann (1994) : The shape and internal structure of the Moon from the Clementine mission, *Science*, 266, 1839-1843.
- Zuber, M., D. E. Smith, M. M. Watkins, S. W. Asmar, A. S. Konopliv, F. G. Lemoine, H. J. Melosh, G. A. Neumann, R. J. Phillips, S. C. Solomon, M. A. Wieczorek, J. G. Williams, S. J. Goossens, G. Kruizinga, E. Mazarico, R. S. Park, and D.-N. Yuan (2013) : Gravity field of the Moon from the Gravity Recovery and Interior Laboratory (GRAIL) mission, *Science*, 339, 668-671.