

# 物理学 I (力学) 学期末試験

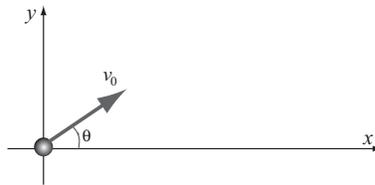
担当：日置幸介 (理・地球惑星ダイナミクス)

## 1. ニュートンの運動の法則

ニュートンの運動に関する三法則を書き、その内容を言葉または式で説明せよ。式を用いる場合は文字が何を表すか明記すること (例えば「物体の質量を  $m$  とする」といった具合に)。

## 2. 放物線

質量  $m$  (単位 kg) のボールを水平方向から上に  $\theta$  (単位 radian) の角度で投げ上げた。ボールの初速を  $v_0$  (単位 m/sec)、重力の加速度を  $g$  (単位 m/sec<sup>2</sup>) とする。以下の問に答えよ。



### (a) 力

ボールに働く水平方向の力と上下方向の力を書け。

### (b) 運動方程式

この物体の水平、上下方向の運動方程式をそれぞれ書け。

### (c) 速度

運動方程式を積分して水平、上下それぞれの速度  $v_x$ 、 $v_y$  を時間  $t$  の関数として求めよ。

### (d) 位置

速度をさらに積分して水平位置  $x$ 、上下位置  $y$  を時間  $t$  の関数として求めよ。

### (e) 軌跡

水平位置、上下位置の式から時間  $t$  を消去して軌跡の方程式 ( $x$  と  $y$  の関係を表す式) を求めよ。

### (f) 到達距離

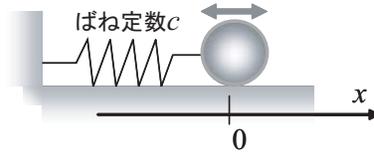
ボールが着地する位置の  $x$  座標を求めよ。最も飛距離の長い ( $x$  が大きい) のは投げ上げ角度が何度  
の時か。

## 3. ベクトルの積

二つのベクトル、 $\mathbf{a} = (a_x, a_y, a_z)$  と  $\mathbf{b} = (b_x, b_y, b_z)$  の外積 (ベクトル積)  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$  の三成分を、それぞれのベクトルの成分を用いて表せ。またベクトル  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$  の向きと長さはもとのベクトル  $\mathbf{a}$  と  $\mathbf{b}$  とどのような関係にあるか述べよ。

## 4. 減衰振動

下の図のように、ばね定数  $c$  のばねに繋がれた質量  $m$  の物体の振動を考える。振動の方向に  $x$  軸を取り、もとの物体の位置の座標を原点とする。



- (a) 抵抗がない場合  
物体に抵抗がない場合は、物体の運動は単振動（調和振動）となる。その場合の角振動数  $\omega$  を  $c$  や  $m$  を用いて表せ。
- (b) 速度に比例する抵抗がある場合  
物体に、速度に比例する抵抗が働く場合の運動を求める。その比例定数を仮に  $2mk$  とすると、この抵抗は  $-2mk\dot{x}$  と表される。その場合の物体の運動方程式を書け。
- (c) 指数関数を代入して運動方程式を代数方程式にする  
指数関数を用いて解を仮に  $x = Ae^{\lambda t}$  として運動方程式に代入し、微分方程式が  $\lambda$  の代数方程式になることを示せ。なお  $t$  は時間を表す。
- (d) 運動方程式を解く: 過減衰  
抵抗が比較的大きい ( $k > \omega$ ) 場合の  $\lambda$  の解を求め、 $x$  が時間とともにどう変わるかグラフで示せ。
- (e) 運動方程式を解く: 減衰振動  
抵抗が比較的小さい ( $k < \omega$ ) 場合に振動解が得られることを示せ。また  $x$  の時間変化を図示せよ。

## 5. ケプラー運動

- (a) ケプラーの三法則  
ケプラーの第一、第二、第三法則を書け。
- (b) ケプラーの第二法則  
ケプラーの第二法則が角運動量の保存則と同様の意味を持つことを示せ。
- (c) ケプラーの第三法則  
ケプラーの第三法則で示される軌道長半径と周期の関係について、円軌道の場合にそれが成り立つことを示せ。
- (d) 楕円軌道  
極座標  $(r, \theta)$  による楕円（双曲線、放物線）の方程式を書け。またその中に含まれる離心率  $e$  と、惑星が持つ力学的エネルギーの総量との関係を言葉で説明せよ。

## 6. 波動

式  $\psi(x, t) = A \sin(kx + \omega t)$  で表される  $x$  軸方向の正弦波の波動（振幅  $A$ 、波数  $k$ 、角速度  $\omega$ ）について考える。

- (a) 波動方程式  
この正弦波の式が波動方程式を満たしていることを示せ。
- (b) 波の伝播速度等  
この正弦波の進行方向はどちら向きか。またこの正弦波の伝播速度  $v$ 、波長  $\lambda$ 、周期  $T$  を  $k$  や  $\omega$  を用いて表せ。

単位が心配な者は優先的に採点するので heki@mail.sci.hokudai.ac.jp に連絡されたし