

地球惑星状態物理学 1

学年 _____ 番号 _____ 氏名 _____

1. 地球回転

(a) 地球回転変動

三種類の地球回転変動についてその特徴と原因を簡潔に述べよ。

(b) 回転速度

地球上の車が赤道に集結して一斉にある方向に全速力で動きだすことによって地球の自転速度を遅くして一日の長さを現在より一秒長くしたい。何台の車がどちらの方角に走り出す必要があるか計算せよ。ただし、地球の慣性モーメントを $0.33MR^2$ とし、地球の質量 M を $5.974 \times 10^{24}\text{kg}$ と仮定する。 R は地球の半径である。また車は一台の重さを 1 トンとし、車の全速力は時速 100km、地球を一周する道のりは丁度 40000km とせよ。

2. 潮汐

月と地球の半径を 6400km , 1700km 、それらが太陽と地球を周回する軌道の半径をそれぞれ $1.5 \times 10^8 \text{ km}$ および $3.8 \times 10^5 \text{ km}$ とする。また太陽と地球と月の質量の比を $3.3 \times 10^5 : 1 : 1.2 \times 10^{-2}$ とする。ちなみに地表でみた月および太陽の潮汐力の振幅の比はおよそ $2 : 1$ である。

(a) 月表面での潮汐

月の表面での、太陽と地球による潮汐力のおよその振幅比を求めよ。

(b) 地球上と月面での潮汐の比較

地球表面でみた月の潮汐と月面でみた地球の潮汐のおよその振幅比を求めよ。

3. 熱

熱的に平衡状態にある天体の表面における熱流量は、天体の半径にほぼ比例することを数式で示せ（組成など半径以外の諸条件は同じと仮定する）。

4. 地磁気

地磁気ポテンシャルと地球重力ポテンシャルはいずれも球関数で展開した際の係数でモデル化されるが、重力が全球で一様に下向きであるのに地球磁場の向きや大きさは地球上の場所により大きくことなる。

(a) 球関数展開係数

上記の違いが生じる理由を説明せよ。

(b) 磁場

最大の係数以外をゼロにした単純な地球磁場を仮定する。北緯 45 度の地点における地磁気ベクトルの水平成分と鉛直成分の比、および北極と赤道における全磁力の比を求めよ。

1. 地球回転

(a) 地球回転の変動

解答例

極運動、歳差・章動、自転速度変動があり、前二者はそれぞれ自転軸の方向の地球に対する変動、および天球に対する変動である。極運動は地球上の質量移動に伴うもので一年周期の強制振動とチャンドラー周期(14ヶ月)の自由振動がある。歳差・章動は月や太陽などの他天体の潮汐力が外力トルクとして地球の自転軸を空間に対して様々な周期で動かすものである。自転速度変動は角運動量の保存則に基づくもので、地球上の流体の動きに伴う短い周期の変動や月との角運動量のやりとりによる永年減速などがある。

(b) 回転速度

解答例

自転速度を遅くするには自動車は自転と同じ向きに、つまり東向きに走る必要がある。地球の角運動量は、自転角速度が $2\pi/(60 \times 60 \times 24)$ (rad/秒) であるから $0.33MR^2 \times 2\pi/(60 \times 60 \times 24)$ である。一日を1秒長くするには、この地球の角運動量を $1/(60 \times 60 \times 24)$ だけ減らす必要がある。この減った分の角運動量を車の角運動量の増加分とすればよいわけである。

車の速度が時速100kmであるから、地球を一周する時間は400時間、つまり車の自転軸の回りの角速度の増加分は $2\pi/(60 \times 60 \times 400)$ である。車の台数を n 台とすると車の動きによる角運動量の増加分は $n \times 10^3 \times R^2 \times 2\pi/(60 \times 60 \times 400)$ である。両者を等しいと置くと

$$0.33 \times 5.974 \times 10^{24} \times R^2 \times \frac{2\pi}{(60 \times 60 \times 24)^2} = n \times 10^3 \times R^2 \times \frac{2\pi}{400 \times 60 \times 60}$$

これを n について解くと $n = 3.8 \times 10^{17}$ (台) となる。

2. 潮汐

解答例

潮汐をおよぼす天体の質量を M 、潮汐をおよぼされる天体の半径を r 、両者の距離を R とすると、潮汐力ポテンシャルは Mr^2/R^3 に比例し、潮汐力は Mr/R^3 に比例する。地球表面で月と太陽の潮汐力を比較すると、 r は同一であるから月の潮汐力は太陽のそのの

$$\frac{1.2 \times 10^{-2}}{3.3 \times 10^5} \cdot \left(\frac{1.5 \times 10^8}{3.8 \times 10^5} \right)^3$$

倍、すなわち約 2.2 倍となる。

(a) 月表面での潮汐

解答例

地球の潮汐力は、太陽のそれに比べて

$$\frac{1.0}{3.3 \times 10^5} \cdot \left(\frac{1.5 \times 10^8}{3.8 \times 10^5} \right)^3$$

倍、すなわち約 190 倍となり、月面での潮汐は地球のそれを考えるだけでほぼ問題ないことがわかる。

(b) 地球上と月面での潮汐の比較

解答例

この場合は潮汐をおよぼす天体とおよぼされる天体の距離 R は共通になるので潮汐力の比は Mr の比となる。したがって月面における地球の潮汐力は、地表における月の潮汐力の

$$\frac{1.0}{1.2 \times 10^{-2}} \cdot \frac{1700}{6400}$$

倍、すなわち約 22 倍となる。

3. 熱流量

解答例

単位質量あたりの平均発熱量を H 、天体の半径を R 、平均密度を ρ とすると、天体内部での単位時間あたりの総発熱量は $(4/3)\pi R^3 \rho H$ である。一方表面の熱流量を q とすると、表面から逃げる総熱量は $4\pi R^2 q$ となる。熱平衡（天体が時間とともに熱くなったり冷たくなっていない）を仮定すると両者は等しくなるから、 $q = (1/3)\rho HR$ となり q は R に比例する。

4. 地磁気

(a) 球関数展開係数

解答例

重力ポテンシャルの主要項はゼロ次であるのに対して地磁気ポテンシャルの主要項は 1 次（地球中心に置いた磁気双極子がもたらす磁場）であるから。

(b) 磁場

地磁気ポテンシャルの球関数展開係数（ガウス係数）のうち最大のものは、地球中心に z 軸方向においた双極子による成分 g_{10} である。その成分は緯度を θ 、地球中心からの距離 r の地点で、地球半径を R として $W = (R^3/r^2)g_{10} \sin \theta$ と表される。それを空間微分して得られる地磁気の鉛直成分と水平成分はそれぞれ $F_r = 2(R^3/r^3)g_{10} \sin \theta$ および $F_\theta = -(R^3/r^3)g_{10} \cos \theta$ である。緯度 45 度では $\sin \theta = \cos \theta$ であるから鉛直成分は水平成分の 2 倍となる。また緯度 0 度と 90 度ではそれぞれ水平成分および鉛直成分のみとなり、その大きさの比は 1:2 となる。