

地球惑星状態物理学 1

学年 _____ 番号 _____ 氏名 _____

1. 惑星探査

20XX年、人類はとある恒星 A に探査船団を派遣して地球と似たサイズで周期 30 時間で自転する惑星 B を発見した。この星の内部を知るために様々な観測を計画している。

(a) 軌道からの測地観測

この惑星 B を周回する軌道に探査船を投入した。この探査船には地形図を作製するための高度計が搭載されており、またこの星の上に展開した追跡局を用いて探査船の軌道を精密決定することによってこの星の重力異常図を作成できる。得られた地形図と重力異常図を用いて惑星 B の内部に関してどのようなことがわかるだろうか。

(b) 地上からの回轉變動の観測

この惑星 B に観測網を展開して、自転の様々な変動を計測してみた。自由極運動(地球のチャンドラー運動に相当するもの)が発見され、その周期は地球の時間で2年に相当する長さであった。惑星 B の力学的扁平率は地球のそれより大きいか、小さいか、またその理由を述べよ。

(c) 磁場の存在

惑星 B には双極子磁場が観測された。このことからこの惑星 B の内部に関してどのようなことが言えるか。

(d) ケプラー運動

恒星 A と惑星 B の距離は太陽系における 1 天文単位とほぼ同じであったが、惑星 B の公転周期は二割ほど長かった。恒星 A の質量は太陽に比べてどの程度大きいまたは小さいか。

2. 粘性と剛性

地球のマントルは粘性流体と弾性体の両方の性質を持つマクスウェル物質として近似できる。その弾性定数と粘性係数をそれぞれ k および η とすると、粘性流動による変形と弾性変形の大きさは時間とともにどのように変わるか。グラフや式等を用いて説明せよ。

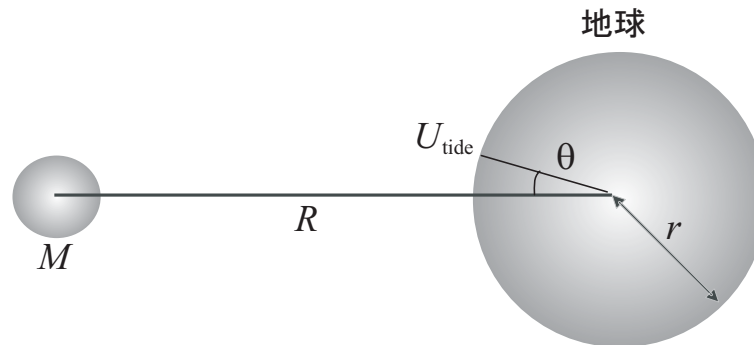
あるデータによるとアイスランドの上部マントルの粘性係数が 10^{19} Pa·s、弾性定数が 40GPa であった。その場合マクスウェル時間はどの程度か。その地域の地下の状態は平均的な値と比較してどのようなか。

3. 潮汐

質量 M の天体の引力によって地球上に起潮力ポテンシャルが生じる。地球とその天体を結ぶ直線から角度 θ のところにある地表の点におけるポテンシャル U_{tide} は

$$U_{tide} = \frac{GMr^2}{R^3} P_{20}(\cos \theta)$$

である。ただし、 R と r はそれぞれ地球とその天体の距離、および地球の半径であり、 $R \gg r$ と仮定した。このポテンシャルによって地球上の様々な点で生じる潮汐力の水平成分と鉛直成分を上記のポテンシャルの式から求め、潮汐力の方向とおおまかな大きさを矢印で下図に描け。また潮汐力の水平成分が最も大きくなるのは θ が何度か場所か。



4. 地震

地球には大きな地震がしばしば起こるが、月では地球からの起潮力に起因するごく小さな地震や隕石の衝突に伴う地震を除いて地震活動は不活発である。なぜ地球と月にこのような違いが生じたと考えられるか。

1. 惑星探査

(a) 軌道からの測地観測

解答例

地表の地形そのものがその上空での重力の違いをもたらすが、アイソスタシー（地殻均衡）が成り立つ場合はモホ面の起伏によって表面の地形の質量の分布が打ち消されるために重力異常（フリーエア異常）はほとんど生じない。アイソスタシーが成り立つためには上部マントルに十分な流動性がある、すなわち温度がある程度高いことが必須である。流動性が十分でない場合はアイソスタシーが不十分なため重力異常が幾分残る。

従ってアイソスタシーの成り立つ度合いから惑星 B の内部温度が推定できる。

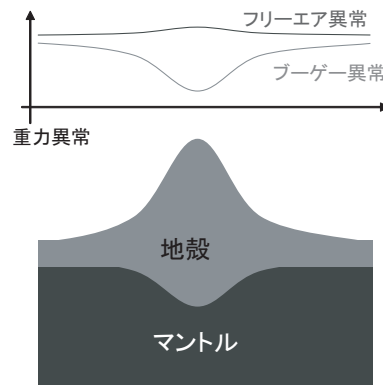


図 1. 凸地形（山）の下のモホ面（地殻とマントルの境界面）は下にたわんでアイソスタシーの状態が達成される。山の過剰な質量は、地下で軽い地殻がマントルを押し上げることによって相殺され、フリーエア重力異常はほとんどゼロとなる。

(b) 地上からの回轉變動の観測

解答例

オイラー周期は、自転周期を力学的扁平率で割ったものになる。地球の場合自転周期である 24 時間を力学的扁平率約 1/300 で割って、オイラー周期はおよそ 300 日となる。これに、地球が剛体でなく柔らかいことを反映して自由極運動のチャンドラー周期が 14 ヶ月となっているのである。

惑星 B では自転周期が 30 時間と地球の一日の 1.2 倍ほどなので、他の条件が同じでもそれだけでチャンドラー周期は 1.2 倍になるであろう。実際には、自由極運動の周期は 2 年とのことなので地球の場合の約 1.5 倍である。これは惑星 B の力学的扁平率が地球よりやや小さめであることを示唆する。これは惑星 B の自転速度が地球より遅いため、遠心力ポテンシャルの影響が小さいためかも知れない。

なおこの解答例では惑星 B の柔らかさは地球と同じ程度（オイラー周期とチャンドラー周期の比率が同じ程度）と考えた。

(c) 磁場の存在

解答例

ダイナモ作用によって磁場が維持されるためには、(1) 流体核の存在、(2) 核内での熱対流の存在、(3) ある程度速い自転、などの条件が必要とされている。このうち惑星 B の自転については地球と

同程度であることが既に述べられている。惑星Bにダイナモ作用が働いているとすると、鉄などの金属でできた流体核があって活発に熱対流が行われていることが想像される。

(d) ケプラー運動

解答例

ケプラーの第三法則によると軌道半径 r と公転角速度 n の間には $r^3 n^2 = GM$ の関係がある。ここで G は万有引力定数、 M は中心天体の質量である。いま惑星Bは軌道半径 r が地球と同じで公転周期が1.2倍とのことなので、公転角速度 n が $1/1.2$ 倍、すなわち恒星Aの質量 M は太陽の $1/1.44$ 倍程度である。

2. 粘性と剛性

解答例

弾性体は、応力 σ と歪 ϵ が比例する。弾性定数を k とすると、 $\epsilon = \sigma/k$ 、

粘性流体では歪速度が応力に比例する。すなわち、 $\dot{\epsilon} = \sigma/\eta$ 、 η は粘性を表す。両者が直列で結ばれた物体（マックスウェル物質）が地球の粘弾性を良く説明することが知られている。両者を併せた歪速度は

$$\dot{\epsilon} = \frac{\sigma}{\eta} + \frac{\dot{\sigma}}{k}$$

となる。これを時間で積分すると

$$\epsilon = \left(\frac{\sigma}{\eta}\right)t + \frac{\sigma}{k}$$

と表される。したがって弾性項と粘性項が同じ大きさとなる時間 $\tau_M = \eta/k$ を境に、長い時間スケールでは粘性項（第一項）が卓越し、短い時間スケールでは弾性項（第二項）が卓越する。 τ_M はマックスウェル時間と呼ばれる。アイスランドの上部マントルの k を 4×10^{10} Pa (40Gpa)、 η を 10^{19} Pa s とすると、 τ_M は約8年となる。上部マントルの粘性は 10^{21} Pa s 程度であることが多いので、アイスランドの下は通常より熱い（岩石の粘性が低い）と思われる。

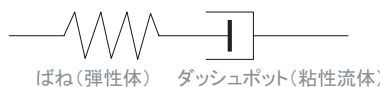


図2. マックスウェル物質は直列に繋がれたばね（弾性体）とダッシュポット（粘性流体）で説明される。

3. 潮汐

解答例

潮汐力ポテンシャル U_{tide}

$$U_{tide} = \frac{GMr^2}{R^3} P_{20}(\cos \theta)$$

を空間座標で偏微分すると地球天頂向きの力 Z と水平線向きの力 X が得られる。

$$X \equiv \frac{\partial U_{tide}}{r \partial \theta} = -\frac{3}{2} \frac{GMr}{R^3} \sin 2\theta$$

$$Z \equiv \frac{\partial U_{tide}}{\partial r} = \frac{GM}{R^3} r (3 \cos^2 \theta - 1)$$

これをプロットすると下図のような力の分布となり、 θ が 45 度や 135 度の場所で X の絶対値は最大となる。

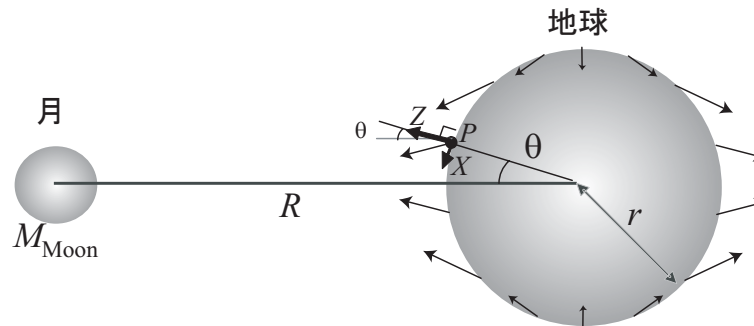


図 3. 質量 M の天体（この図では月になっている）が地球に及ぼす潮汐力。 R と r はそれぞれ地球と天体間の距離および地球の半径である。矢印で示す潮汐力の水平、鉛直成分がそれぞれ X, Z である。 X は $\sin 2\theta$ に比例するため、 θ が 45 度、および 135 度の場所で最大になる。

4. 地震

解答例

サイズ効果による熱史の違いが本質的な原因である。地球に比べて小型の月では微惑星集積時の熱、放射性壊変による熱の量がともに小さく、現在熱対流が不活発である。また月では低い熱流量を反映してリソスフェアが厚く、地球のようにプレートに分かれて相対運動することができない。これらの理由により月の地震活動は地球に比べて不活発なのだと考えられる。