

**周惑星ガス円盤からの
規則衛星の形成過程**
Formation process of
regular satellites
on the circumplanetary disk

岡田 英誉

Hidetaka Okada

北海道大学 理学部 地球科学科

惑星宇宙グループ 22060172

Department of Earth Sciences, Undergraduate school of Science,

Hokkaido University

Planetary and Space Group

指導教官：倉本 圭

2010年2月26日

要旨

太陽系のガス惑星はそれぞれ多数の衛星をもっている。例えば、木星や土星の周りには 60 を超える衛星の存在が確認されている。さらに火山活動が活発なイオ、表面下が海洋であるエウロパ、濃い大気で包まれているタイタンなどその姿は実にさまざまである。これら代表的な衛星は規則衛星と呼ばれ、中心のガス惑星から比較的距離が近く、惑星の赤道面とほぼ同じ面内を惑星の自転と同じ向きに公転している。特に、中心の天体の赤道面とほぼ同じ面上を中心の天体の自転と同じ向きに公転しているという特徴は、地球および太陽系のほかの惑星にも見られる。このことから、惑星が原始惑星系円盤で形成されたように、規則衛星も円盤面上で形成されたと予想される。現在では規則衛星は周惑星円盤で形成されたと考えることが主流となっている。

本論文の目的は規則衛星の形成過程を学び、今後の衛星の多様性の起源の研究のための礎とすることである。規則衛星の形成過程については近年発展を遂げてきたが、その中で有力なモデルとされる「欠乏降着円盤モデル」(gas-starved accretion disk model) を提唱している Canup and Ward (2006) “A common mass scaling for satellite systems of gaseous planets” のレビューを今回行い、規則衛星の形成過程を学ぶ。

本論文ではまず、Canup and Ward (2006) に沿って規則衛星の形成の概要をまず述べる。次に Canup and Ward (2006) で示されている式の導出および、概要で触れた何点かについて、式を導出しながら定量的な説明を加える。最後に Canup and Ward (2006) の和訳を掲載する。

目次

1	序論	1
1.1	背景と目的	1
1.2	本論文の構成	2
2	欠乏降着円盤モデルによる衛星形成過程の概要	3
2.1	ガス惑星へのガス流入	3
2.2	周惑星円盤の形成	4
2.3	衛星の成長と落下	6
2.4	周惑星円盤の消失後の最終世代の衛星の形成	7
2.5	トリトンの起源	7
3	詳説ノート	9
3.1	音速とスケールハイト	9
3.2	臨界コア質量	11
3.3	粘性による拡散と面密度変化	14
3.4	周惑星円盤の温度分布	18
3.5	成長と落下のタイムスケール	21

3.6	衛星の臨界質量	22
3.7	衛星系の総質量とガス惑星の質量比	23
4	まとめ	25
5	Canup and Ward 2006 全訳	26
5.1	要旨	26
5.2	序論	26
5.3	減衰する流入の円盤モデル	27
5.4	衛星の成長と消失	30
5.5	シミュレーション結果	32
5.6	観測された衛星系との比較	36
5.7	一般的な推測	38
	謝辞	40
	参考文献	41

図目次

1	原始惑星系円盤からのガス流入 (Lubow et al., 1999)	5
2	周惑星円盤を横から見た図 (Canup and Ward, 2002)	14

3	円盤の有効温度, 赤道面での温度 (Canup and Ward, 2002)	20
4	周惑星円盤からの流入物	29
5	流入を一定と考えたときの衛星の集積タイムスケールの結果	33
6	シミュレーションと比較した衛星の観測値の性質	34
7	時間依存した流入における集積シミュレーションの結果	35

1 序論

1.1 背景と目的

規則衛星形成の研究の中でとりわけ問題視されてきたことは、木星の衛星系を例に挙げると、エウロパ、イオ、ガニメデのコアとマントルが分化しているのに対し、カリストのコアとマントルが未分化であることつまり、カリストの形成時間が周りの衛星に比べて遅いという問題がある。さらにガニメデやカリストなどの氷衛星とイオやエウロパなどの岩石衛星の作り分けをどう行うかが主な問題であった。これらの問題に対し、Mosqueira and Estrada (2003) で提唱されている「最小質量モデル」では、まずカリストの未分化問題に対して、周惑星円盤の面密度分布を内側から外側に向けて急勾配にしてある。このようにすることにより、カリストが位置している外側の領域では内側に比べて固体成分に乏しく、さらに外側ほど固体成分を掃き集める領域が広がるために形成に時間がかかり、内側の衛星と比べてゆっくりと形成される。また周惑星円盤の温度を $T \propto 1/r$ とすることによって温度が下がる外側では衛星が氷を含むことができるようにしている。以上のように考え、初期条件として現在知られている衛星系の総質量分の固体成分と、ある割合のガスを惑星の周りに分布させ周惑星円盤とし置き、さらに周惑星円盤には周りからのガスやダストの流入はないとして、そこでの衛星の形成を考えた。しかし後に観測により明らかになった値で再計算すると、ほとんどの衛星が最終的に惑星に落下してしまい、惑星の周りに衛星が存在しなくなったという問題が生じた。さらには初期条件として周惑星円盤を置いてあるために周惑星円盤の形成過程が不明であった。

上記のような問題を考慮し、Canup and Ward (2006) では、次のような欠乏降着円盤モデル (gas-starved accretion disk model) が提唱されている。このモデルでは最小質量モデルにはなかった、原始惑星系円盤から周惑星円盤へのガスと塵 (ダスト) の流入を認めている。このように考えることにより、衛星が形成され、中心の惑星に落下しても、周りからダストとガスの流入があるために、また新たな衛星が形成されるので、衛星がすべて中心の惑星に落下してしまい、空っぽになってしまうという問題は回避できる。原始惑星系円盤が存在していれば衛星は成長と落下を繰り返す。原始惑星系円盤が消失してしまえば、周惑星円盤へのガスとダストの流入はなくなるので、成長と落下の繰り返しが終わり、残

されたダストを素にして衛星が形成される。また周惑星円盤の温度 T は周惑星円盤への流入率に依存していると考えているため ($T \propto F_{in}^{1/4}$, F_{in} は単位時間, 単位面積あたりの流入率), 流入が減衰するにつれて周惑星円盤の温度は下がり, 衛星形成の最終段階では氷を含むことができる。この欠乏降着円盤モデルに基づいて彼らが行った数値シミュレーションでは, 現在の衛星系の位置, 質量がおおよそ再現された。したがってこのモデルは衛星の形成を説明する有望な理論であると考えられている。以上のような背景の下, 本論文では, 衛星の形成の有力なモデルを提唱している Canup and Ward (2006) のレビューを行い, 規則衛星の形成過程について学ぶことを目的とする。

1.2 本論文の構成

本論文ではまず, 周惑星円盤の形成, 規則衛星の成長と落下, 周惑星円盤の消失, 最終世代の規則衛星の形成について概説する (第 2 章)。そのあとに Canup and Ward (2006) 中で記述された数式の導出や何点かについて定量的な説明を加え (第 3 章), その後に本論文のまとめを記述する (第 4 章)。最後に Canup and Ward (2006) の和訳を掲載する (第 5 章)。

2 欠乏降着円盤モデルによる衛星形成過程の概要

本章では欠乏降着円盤モデルによる衛星形成過程の概要について述べる。規則衛星は周惑星円盤で形成されるため、まず周惑星円盤の形成過程について概説する。Canup and Ward (2006) では周惑星円盤はガス惑星形成の最終段階で形成されるとされているが、ガス惑星の形成過程については詳しく述べられていない。そこでガス惑星形成の有力なモデルであるコア集積モデル (Hayashi et al., 1985) に沿って周惑星円盤の形成過程を述べる。その後、周惑星円盤で規則衛星が形成される過程について Canup and Ward (2006) に沿って概説する。

2.1 ガス惑星へのガス流入

惑星はガスとダストで構成される原始惑星系円盤から形成される。原始惑星系円盤でダストは衝突合体し、微惑星を経て原始惑星へと成長する。原始惑星はその重力によって原始惑星系円盤からガスを引きつけ、静水圧平衡によって原始惑星系円盤と連続的につながっている原始大気を持つようになる。原始惑星の固体部分 (コア) の質量増加に伴い、原始大気の質量は増加する。原始惑星のコア質量がある値を超える場合、原始大気の重力の寄与が無視できなくなり、原始大気の質量増加によってさらに多くのガスを引きつける正のフィードバック過程が発生する。この結果、惑星へのガス流入が暴走的に起こり、ガス惑星が形成される。この過程の発生は原始惑星系円盤に連続的につながった原始大気が静水圧平衡を満たすことができなくなるコア質量の条件から記述することができる。このコア質量を臨界コア質量という。標準的な木星形成モデルでは、その大きさはおよそ 10 地球質量である。このように固体のコアが種となって、ガス惑星が形成されるモデルをコア集積モデルと呼ぶ (Hayashi et al., 1985)。

原始惑星系円盤では、太陽から遠ざかった領域ほど低温であるために、あるところを境にその外側の領域では H_2O が凝結し、氷として存在できる。この境界のことを氷境界という。現在ガス惑星が存在している領域は氷境界よりも外側に存在しているため、氷が存在する分、氷境界の内側よりも固体成分の面密度が高く、惑星のコアを作る固体物質が多い。

そのため氷境界の外側に位置していた原始惑星は臨界質量を超えるほどのコアをもつことができ、最終的にガス惑星へ成長することができたと考えられる。

また外側の惑星ほど固体物質を掃き集める領域が広いため、惑星の成長時間は基本的には太陽からの距離が遠いほど長い。海王星など太陽から遠い距離にある天体はコア形成に時間がかかったため、コアが十分成長する前に原始惑星系円盤が消失してしまっており、ガス流入があまり起こらず、巨大なガス惑星にはなれなかったと考えられている。

2.2 周惑星円盤の形成

臨界コア質量に達した原始惑星は原始惑星系円盤から暴走的にガスを集積する。Lubow et al. (1999) でガス流入の 2 次元シミュレーションが行われている。図 1 で彼らのシミュレーションの結果の一例を示す。座標の原点は惑星を、矢印はガスの流れを表している。これによると惑星の周りに螺旋状の密度波ができていくことがわかる。さらに密度波の中では密度の高い領域と密度の低い領域との境界で衝撃波が発生している。

原始惑星系円盤から流れ込んだガスは惑星の重力により惑星に引き寄せられる。重力に引き寄せられたガスは図 1 の矢印のように流入し、衝撃波に衝突し、角運動量が減少する。このとき惑星のヒル圏内に落下したガスが周惑星円盤を形成する。ヒル圏とは、太陽の重力よりも惑星の重力の方が支配的である領域を指す。このヒル圏に落下したガスは、惑星の周りを回転しているので角運動量を持っている。惑星の重力が大きくなると、ガスは惑星にさらに引きつけられ、回転半径が小さくなる。回転半径が小さくなると角運動量保存式より、回転角速度が増す。これにより遠心力が大きくなるために、惑星に落下できずに、惑星の赤道面に落下する。一方、回転軸方向に存在するガスは遠心力を受けないので、惑星に落下する。これによりガスは惑星の周りに円盤状に分布し、周惑星円盤が形成される。

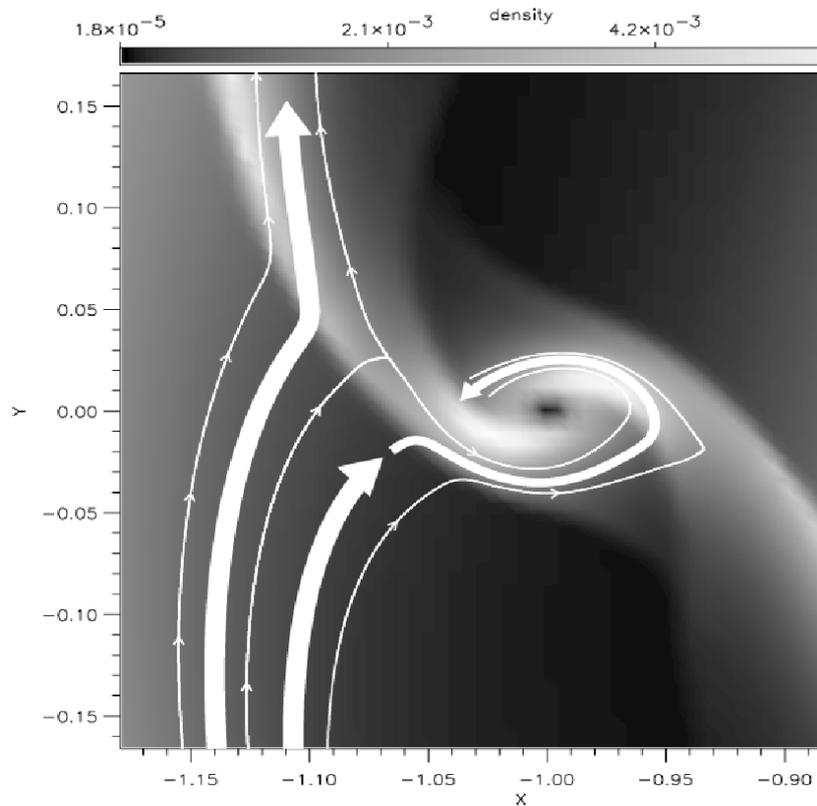


図1 原始惑星系円盤からのガス流入 (Lubow et al., 1999)

図は原始惑星系円盤から流入したガスの運動を矢印で表している。濃淡はガス密度を表しており、濃いほど密度が高く、薄いほど密度が低い。この図から惑星の周りに螺旋状の密度波が形成されていることがわかる。この濃淡の堺目に衝撃波が生じており、衝撃波に衝突し、ヒル圏に落下したガスが周惑星円盤を形成する。

2.3 衛星の成長と落下

原始惑星系円盤からのガス流入の際に、衛星の素となるダストもガスに引きずられて周惑星円盤に流入する。周惑星円盤でダストは衝突合体により成長し、微衛星を経て原始衛星が形成される。

原始惑星系円盤から流入したダストは惑星方向に重力、円運動をしているために動径方向に遠心力を受けている。そのため、鉛直方向には重力の鉛直成分により惑星の赤道面に向かって移動するが、動径方向では遠心力と重力の動径方向成分がほぼ釣り合っているために、惑星の周りをケプラー運動をする。一方ガスは、重力、遠心力に加え、自分自身の圧力傾度力が働いているためにケプラー運動よりも少し遅い速度で回っている。ダストの軌道の上にダストよりも少し遅い速度で回っているガスが存在するため、ダストはガスからの抵抗を受ける。ダストはガスからの抵抗を受け、ガスに角運動量を奪われ軌道が内側に移動し、ほかのダストと軌道交差し衝突合体する。このガスの抵抗はダストのサイズによっており、ダストのサイズが小さいときに効果的に効き、メートルサイズの際に最もよく効く。つまりメートルサイズを超えるほど成長しないと、ガス抵抗により軌道が内側に変化し続け、最終的に惑星に落下してしまう。メートルサイズを超え、キロメートルサイズの微衛星まで成長すると、ガス抵抗による効果は小さくなり、中心の惑星に落下しづらくなるため、メートルサイズを超えることができるかどうかの一つの大きな問題となる。

この問題を回避するため、惑星の赤道面に沈降してできたダスト層の自己重力不安定を考える。ダストの赤道面への沈降が進むと、赤道面のダスト密度は上昇し、ダストが層状に分布するようになる。ある臨界密度を超えると、ダスト層は自己重力によって収縮を起こし、即座にキロメートルサイズの微衛星へと成長できる。

微衛星まで成長すると、ガスによる抵抗は小さくなる。微衛星の軌道を変化させるほかの要因としては、その軌道を楕円軌道に変化させる微衛星同士の重力相互作用がある。これにより、ほかの微衛星と軌道が交差可能となり、衝突合体により成長して原始衛星となる。

さらに成長した原始衛星はその重力により周惑星円盤ガスに密度波を立てる。この密度

波は原始衛星の軌道の内側と外側に発生し、その重力によって原始衛星にトルクを及ぼす。この密度波のトルクは衛星の質量の 2 乗に比例する。現在までの研究によると内側のトルクより外側のトルクの方が強く働くことがわかっており、正味のトルクは原始衛星を中心の惑星に落下させる向きに働く (Type I migration)。

衛星の成長が進むと、Type I migration の効果がより顕著になるため、やがて中心の惑星に落下してしまう。しかし原始惑星系円盤からのガス流入が継続する間は、別の新たな衛星が形成される。さらに新たに形成された衛星も Type I migration の効果により惑星に落下する。このように衛星は周惑星円盤で成長と落下を繰り返す、この繰り返しは原始惑星系円盤からのガス流入が止まるまで続く。

2.4 周惑星円盤の消失後の最終世代の衛星の形成

原始惑星系円盤の消失により、原始惑星系円盤からのガス流入が止まる。さらに原始惑星系円盤と同様に周惑星円盤にも何らかの乱流が生じていたと考えられ、この乱流による粘性が存在するために、周惑星円盤ガスの角運動量が外側に運ばれ、周惑星円盤ガスのかなりの部分は角運動量を失ってより内側に移動し、中心の惑星に降着して消失してしまう。

周惑星円盤が消失すると、衛星の成長と中心の惑星への落下という繰り返しは止まり、周惑星円盤の消失時に残存した衛星が最終世代の衛星となる。これらの衛星が現在我々が認識できる衛星であるとしている。

Canup and Ward (2006) では最終世代の衛星系の総質量 M_T と中心の惑星の質量 M_P との間に $M_T/M_P \approx 10^{-4}$ という関係が存在することを発見している。この関係性はガス流入率にほとんど依存しない。よってガス流入が豊富であった木星でも、ガス流入が乏しかった天王星でもこの関係は成り立つ。この関係の導出については後に詳細を記載する (3.7 参照)。

さらに氷衛星についても見解を示している。後述するが (3.4 章)、周惑星円盤の温度はガス流入率が大きければ、より高いことがわかっている ($T \propto F_{in}^{1/4}$ Canup and Ward, 2002)。このために、流入が激しく起こる初期段階に比べて流入が減衰する最終段階のほうが円盤の温度は低い。さらに円盤の温度は惑星から遠ざかるほど温度が低くなるため、現

在のガニメデやカリストの位置で氷を含むことができる。

2.5 トリトンの起源

Canup and Ward (2006) で行われた N 体シミュレーションによってできた衛星はガス惑星 (木星, 土星) や氷巨大惑星の天王星の衛星の分布とおおよそ一致している。しかし海王星の衛星系についてはまだわかっていないことが多い。海王星の中でもっとも巨大な衛星はトリトンであり、トリトンは不規則衛星である。不規則衛星とは規則衛星よりも遠くを回り、大きな赤道傾斜角をもち、多くが惑星の自転と逆向きの逆行軌道を持つ。不規則衛星はもともと別の場所で生成した天体が、ガス惑星の重力により運動を変え捕らえられたと考えられている。トリトンがいつ海王星の衛星系に飛来してきたのか、天王星の衛星系がどのように形成されたのかは今はまだよくわかっておらず、今後追加研究が必要である。

3 詳説ノート

本章では、臨界コア質量、周惑星円盤の面密度、また Canup and Ward (2006) で使用している式の導出を行い、もう少し定量的な説明を加える。

3.1 音速とスケールハイト

本章で導出する式のために、まずは音速とスケールハイトの導出を行う。

音速を連続の式、ナビエ-ストークスの方程式、状態方程式の 3 つの式より導出する。3 つの式はそれぞれ、

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p, \quad (2)$$

$$p = \frac{\rho k_B T}{\mu m_u}. \quad (3)$$

で表される。ここで、 k_B はボルツマン定数、 μ は平均分子量、 m_u は原子質量単位、 v は流速、 ρ は分子雲中の密度、 p は分子雲中の圧力である。

簡単のために $v = v(x, t)$, $\rho = \rho(x, t)$, $p = p(x, t)$ とする。はじめ分子雲は一様で静止しているとして、 $v_0 = 0$, $\rho = \rho_0$, $p = p_0$ とおく。微小な擾乱 $v = v_1(x, t)$, $\rho = \rho_1(x, t)$, $p = p_1(x, t)$ を考えると、それぞれ $v = v_0 + v_1$, $\rho = \rho_0 + \rho_1$, $p = p_0 + p_1$ と表される。これらを式 (1),(2) に代入すると、

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_0 + \rho_1) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_1 v_1 + \rho_0 v_1) = 0, \quad (4)$$

$$(\rho_0 + \rho_1) \frac{\partial v_1}{\partial t} + \left(v_1 \cdot \frac{\partial}{\partial x} \right) v_1 = -\frac{\partial}{\partial x} (\rho_0 + \rho_1). \quad (5)$$

ここで 2 次の微少量は無視する。また $\partial \rho_0 / \partial t = 0$, 一様であると仮定したので、 $\partial \rho_0 / \partial x =$

0 である. よって上式は,

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial v_1}{\partial x} = 0, \quad (6)$$

$$\rho_0 \frac{\partial v_1}{\partial t} = -\frac{\partial p_1}{\partial x}. \quad (7)$$

さらに式 (6)、(7) をそれぞれ t, x で微分すると、

$$\frac{\partial^2 \rho_1}{\partial t^2} + \rho_0 \frac{\partial^2 v_1}{\partial t \partial x} = 0, \quad (8)$$

$$\rho_0 \frac{\partial^2 v_1}{\partial x \partial t} = -\frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2}. \quad (9)$$

よって,

$$\frac{\partial^2 \rho_1}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2}. \quad (10)$$

さらに等温変化であると仮定する. 式 (10) に理想気体の状態方程式 (3) を代入して,

$$\frac{\partial^2 \rho_1}{\partial t^2} = \frac{k_B T}{\mu m_u} \frac{\partial^2 \rho_1}{\partial x^2}. \quad (11)$$

ここで,

$$c_s = \left(\frac{k_B T}{\mu m_u} \right)^{1/2}. \quad (12)$$

とおくと, 式 (11) は,

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} = c_s^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2}. \quad (13)$$

と置き換えることができる. ここで c_s はこの波の速度である.

次にスケールハイトを導出する. 周惑星円盤のガスが z 方向に対して釣り合いであると仮定して, 圧力勾配と太陽重力の z 方向の力釣り合いによりスケールハイトを導出する.

z 方向の釣り合いの式より,

$$-\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{GM_{Sun} \rho}{r^2} \frac{z}{r}. \quad (14)$$

ここで, M_{Sun} は太陽の質量, G は万有引力定数, ρ はガス密度である. この式に状態方程式 $P = \frac{\rho k_B T}{\mu m_u}$ を使って書き直すと,

$$-\frac{\partial \rho}{\partial z} = \frac{GM_{Sun} \rho}{r^2} \frac{z}{r} \frac{\mu m_u}{k_B T}, \quad (15)$$

$$-\frac{\partial \rho}{\rho} = \frac{GM_{Sun}}{r^3} \frac{\mu m_u}{k_B T} z \partial z. \quad (16)$$

ここで z 方向に等温であると仮定する. $z = 0$ で $\rho = \rho(0)$ とし, 両辺を積分すると,

$$\rho(z) = \rho(0) \exp\left(-\frac{GM_{Sun} \mu m_u}{a^3} \frac{z^2}{k_B T}\right). \quad (17)$$

この式よりスケールハイト H を定義する.

$$H = \sqrt{\frac{2k_B T a^3}{\mu m_u GM_{Sun}}} = \sqrt{\frac{k_B T}{2\mu m_u} \frac{\tau_K}{\pi}}. \quad (18)$$

ここで τ_K はケプラー周期である. これにより式 (17) は

$$\rho = \rho(0) \exp\left(\frac{-z^2}{H^2}\right). \quad (19)$$

と変形できる. $z = H$ のとき, $\rho = \frac{\rho(0)}{e}$ となる. つまりスケールハイトとは密度が中心面より $1/e$ 倍になるときの高さである.

3.2 臨界コア質量

原始大気を持った原始惑星がさらに成長し, 原始惑星の固体コアがある質量に達すると, 原始大気が平衡状態を保つことができず, ガス流入が起こる. このときのコアの質量を臨界コア質量という. 一般的に, この臨界コア質量は地球質量の約 10 倍であると考えられている. この臨界コア質量を放射平衡の式, 静水圧平衡の式, 理想気体の状態方程式を使って導出する (形外惑星, 井田 茂, 2007 参考).

まずは放射平衡の式を導く. 質量 M_c の固体コアの周りに存在する圧力 P , 温度 T , 密度 ρ の平衡大気を考える. 大気が放射平衡であることを考え, 放射平衡の式を導出する. ある地点 r での正味の放射エネルギーフラックス F は, r から正の方向への放射エネルギーフラックスと, r からある距離 l 離れた地点での負の方向への放射エネルギーフラックスの引き算から導くことができる. よって正味の放射エネルギーフラックスは,

$$F \approx \sigma_{SB}[T^4(r) - T^4(r+l)] \approx -4\sigma_{SB}T^3 \frac{dT}{dr}l. \quad (20)$$

ここで, σ_{SB} はステファンボルツマン定数である. つぎに, 単位質量あたりの衝突断面積 κ , 密度 ρ を導入すると, $l \approx 1/\kappa\rho$ と表されるので, 式 (20) は次式のように変形できる.

$$F \approx -\frac{4\sigma_{SB}T^3}{\kappa\rho} \frac{dT}{dr}. \quad (21)$$

以上のように放射エネルギーフラックス F を求めたが、ここでの見積もりはおおざっぱなので、厳密に求めると、係数が $4/3$ だけ変わって、次式のようなになる。

$$F \approx -\frac{16\sigma_{SB}T^3}{3\kappa\rho} \frac{dT}{dr}. \quad (22)$$

これより、放射平衡の式は、

$$\frac{16\sigma_{SB}T^3}{3\kappa\rho} \frac{dT}{dr} = -\frac{L}{4\pi r^2}. \quad (23)$$

ここで、 L はある半径 r の球面を単位時間に通過する全エネルギーで、主に落ちてきた微惑星がコア表面で解放する重力エネルギーである。すべての微惑星がコア表面まで達するとすると、

$$L \approx \frac{GM_c \dot{M}_c}{R_c}. \quad (24)$$

ここで、 M_c は惑星のコア質量、 \dot{M}_c は単位時間あたりに落下する微惑星の質量、 R_c はコアの半径である。

次に、上式で求めた放射平衡の式、さらに静水圧平衡の式、理想気体の状態方程式から大気的全質量 M_{atm} を求める。静水圧平衡の式と理想気体の状態方程式は、

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM}{r^2} \rho, \quad (25)$$

$$P = \frac{\rho k_B T}{\mu m_u}. \quad (26)$$

ここで M はコア質量と半径 r までの大気質量の和である。

大気の外側の境界を R_{out} とし、そこでの温度、圧力をそれぞれ T_{out} , P_{out} とする。大気質量がコア質量に比べて十分小さいとき ($M_c \gg M_{atm}$) を考える。 $T \gg T_{out}$, $P \gg P_{out}$, κ は一定であるとする、式 (23) の両辺を積分して、

$$T = \left(\frac{3\kappa\rho L}{64\pi\sigma_{SB}r} \right)^{1/4}. \quad (27)$$

さらに上式を式 (26) に代入すると、

$$P = \frac{\rho k_B}{\mu m_u} \left(\frac{3\kappa\rho L}{64\pi\sigma_{SB}r} \right)^{1/4}. \quad (28)$$

これを式 (25) に代入すると,

$$\frac{dP}{dr} = \frac{d}{dr} \left[\frac{\rho k_B}{\mu m_u} \left(\frac{3\kappa \rho L}{64\pi\sigma_{SB}r} \right)^{1/4} \right] = -\frac{GM}{r^2} \rho. \quad (29)$$

この式から大気の密度は,

$$\rho = \left(\frac{GM\mu m_u}{k_B} \right)^4 \frac{\pi\sigma_{SB}}{12\kappa L}. \quad (30)$$

よって, 大気の質量 M_{atm} は次式で表される.

$$M_{atm} = \int_{R_c}^{R_{out}} 4\pi r^2 \rho dr = \left(\frac{GM\mu m_u}{k_B} \right)^4 \frac{\pi^2 \sigma_{SB}}{3\kappa L} \ln \frac{R_{out}}{R_c}. \quad (31)$$

$M_{atm} \ll M_c$ と考えたために, $M \approx M_c$ とした.

今までは大気質量がコア質量に比べて十分小さいことを仮定した ($M \approx M_c$). しかし実際には, 式 (31) の M は $M = M_c + M_{atm}$ である. M_c が大きくなると重力が大きくなるため M_{atm} も大きくなり, さらに M_{atm} が大きくなったことによりその重力は大きくなり, さらに M_{atm} が大きくなる. つまり, M_c の増加よりも急激に M_{atm} は増加するため, M_c がある値を超えると, M_{atm} が無限大でも平衡状態にはならない. このときの M_c が臨界コア質量である. 臨界コア質量を超えると, 平衡状態を保とうと大気がコアに流入するが, 大気だけの質量だけでは足りず, 原始惑星系円盤からガスが流入する.

次に, $M = M_{atm} + M_c$ を考え, 実際に臨界コア質量を $dM_{atm}/dM_c = \infty$ という条件から求める. 式 (31) を $M = M_{atm} + M_c$ とし, 式 (24) を式 (31) に代入すると,

$$M_{atm} = \left(\frac{G(M_{atm} + M_c)\mu m_u}{k_B} \right)^4 \frac{\pi^2 \sigma_{SB}}{3\kappa} \frac{R_c}{GM_c \dot{M}_c} \ln \frac{R_{out}}{R_c}. \quad (32)$$

ここにコアの密度 $\rho_c = M_c / \frac{4}{3}\pi R_c^3$ を導入すると,

$$M_{atm} = (M_{atm} + M_c)^4 \left(\frac{\mu m_u}{k_B} \right) \frac{\pi^2 \sigma_{SB}}{3\kappa} \left(\frac{3M_c}{4\pi\rho_c} \right)^{1/3} \frac{G^3}{M_c \dot{M}_c} \ln \frac{R_{out}}{R_c}, \quad (33)$$

これより, 大気質量 M_{atm} は次式のように表される.

$$M_{atm} = \beta \frac{(M_{atm} + M_c)^4}{M_c^{2/3}}. \quad (34)$$

ここで, β は次式のように置いた.

$$\beta = \frac{\sigma_{SB}}{\kappa \dot{M}_c} \left(\frac{\mu m_u}{k_B} \right)^4 G^3 \left(\frac{\pi^5}{36 \rho_c} \right)^{1/3} \ln \frac{R_{out}}{R_c}. \quad (35)$$

式 (34) の両辺を M_c で微分し, $dM_{atm}/dM_c = \infty$ とすると, 臨界コア質量 $M_{c,crit}$ は,

$$M_{c,crit} = \left(\frac{27}{256\beta} \right)^{3/7} \approx 25 \left(\frac{\dot{M}_c}{M_{\oplus}/10^6 \text{yr}} \right)^{-3/7} \left(\frac{\kappa}{1 \text{cm}^2 \text{g}^{-1}} \right)^{3/7} M_{\oplus}. \quad (36)$$

ここで, $\ln(R_{out}/R_c) \approx 0.5$ と見積もった.

以上の見積もりでは大気が放射平衡であるとしたが, 実際は対流領域も現れる. そのために実際の臨界コア質量は上記と少し異なる. そのあたりも厳密にあつかった数値計算の結果 (Ikoma et al., 2000) では次式のようになる.

$$M_{c,crit} = 10 \left(\frac{\dot{M}_c}{M_{\oplus}/10^6 \text{yr}} \right)^{0.2-0.3} \left(\frac{f_{d,atm}}{f_{g,atm}} \right)^{0.2-0.3} M_{\oplus}. \quad (37)$$

上式より, 臨界コア質量はおよそ地球質量の 10 倍であることがわかる.

3.3 粘性による拡散と面密度変化

原始惑星系円盤から来たガスは, 図 2 のように, r_c より内側に流入する. 図 2 は周惑星円盤を横から見たものである. r は中心の惑星からの距離, r_d は中心の惑星から周惑星円盤の端までの距離である. 原始惑星系円盤からのガスは, 単位時間, 単位面積あたり F_{in} の割合で流入し, その総量 \dot{M}_* は, $\dot{M}_* = \pi r_c^2 F_{in}$ と表される. 周惑星円盤に降着したガスは, 乱流粘性の存在により, 図 2 の破線矢印のように動径方向に拡散される. この乱流粘性を分子粘性の類推から, $\nu = \alpha c_s H$ と書く (Shakura and Sunyaev, 1973). ν は動粘性係数, α は粘性パラメータである. この ν が大きいほど, 流入したガスはより拡散するために, 周惑星円盤の面密度は低下する.

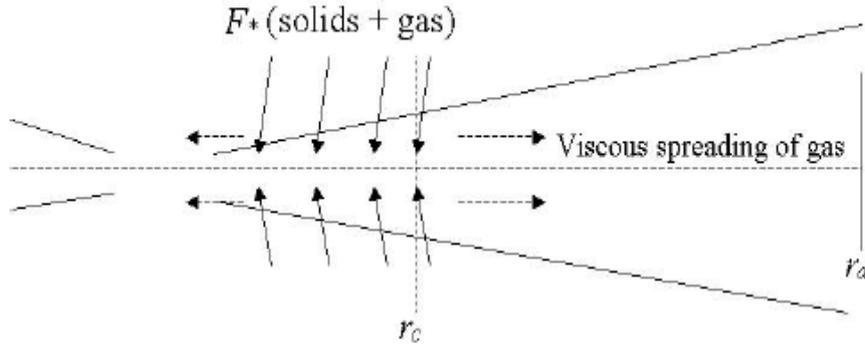


図 2 周惑星円盤を横から見た図 (Canup and Ward, 2002)

次に、周惑星円盤の面密度の式を Canup and Ward (2002) を参考にして導く。原始惑星系円盤からのガス流入と、周惑星円盤での動径方向への粘性による拡散の 2 つ機構により、周惑星円盤の面密度は決定される。この面密度を連続の式、運動方程式から導く。ガスが拡散する時間と比べて、ガス流入率が変化する時間は短いということを仮定する。するとガス流入と拡散との間で、面密度は準定常状態であると見なすことができる。つまり、 $\partial\sigma_G/\partial t = 0$ と考えることができる。よって連続の式は、

$$\frac{\partial\sigma_G}{\partial t} = -\frac{1}{2\pi r} \frac{\partial\dot{M}}{\partial r} + F_{in} = 0, \quad (38)$$

$$\frac{\partial\dot{M}}{\partial r} = 2\pi r F_{in}. \quad (39)$$

ここで、 σ_G は周惑星円盤の面密度、 \dot{M} は単位時間にある幅 r の円環を通過する質量で、 $\dot{M} = 2\pi r \sigma_G v_r$ と書ける。 v_r は動径方向への運動速度である。右辺第 1 項は単位時間、単位面積あたりに粘性により拡散される質量、右辺第 2 項は単位時間、単位面積あたりに周惑星円盤に供給される質量である。

つぎに運動方程式は、ナビエーストークスの方程式より、

$$\frac{\partial v_j}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = -\frac{1}{\rho_g} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho_g} \frac{\partial p_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{GM_*}{r} \right). \quad (40)$$

ここで, M_* は中心の惑星の質量, p_{ij} は次式で与えられる粘性応力テンソルである.

$$p_{ij} = 2\rho_g\nu \left(e_{ij} - \frac{1}{3}e_{kk}\delta_{ij} \right), e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right). \quad (41)$$

右辺第 1 項は圧力傾度力, 第 2 項は粘性項, 第 3 項は重力項を表している. 式 (40) を円筒座標 (r, ϕ, z) に書き直す. その中で ϕ 成分は,

$$\begin{aligned} & \rho \left(v_r \frac{\partial v_\phi}{\partial r} + v_\phi \frac{1}{r} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} + v_z \frac{\partial v_\phi}{\partial z} + \frac{1}{r} v_\phi v_r \right) \\ &= \rho\nu \nabla^2 v_\phi + \rho\nu \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \phi} - \rho\nu \frac{1}{r^2} v_\phi + \nu \frac{\partial \rho}{\partial r} \left(\frac{\partial v_\phi}{\partial r} - \frac{v_\phi}{r} \right). \end{aligned} \quad (42)$$

ここで, v_ϕ は回転速度である. さらにここでは, ∇^2 は $\nabla^2 = \partial^2/\partial r^2 + \partial/\partial r \partial r + \partial^2/r^2 \partial \phi^2 + \partial^2/\partial z^2$ であることに注意する. また, ϕ 方向には重力, 圧力傾度力は働かないので, 重力項と圧力項は無視した. 上式を z 方向の力の釣り合い, さらに軸対称性を仮定する. すると, $v_z = 0, \partial/\partial \phi = 0$ とすることができる. 上式を z 方向に積分すると,

$$\sigma_G v_r r \frac{\partial(r^2 \Omega)}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left(r^3 \sigma_G \nu \frac{\partial \Omega}{\partial r} \right). \quad (43)$$

ここで, Ω は回転角速度であり, $\Omega = v_\phi/r$ と書ける. さらに $\Omega \approx \Omega_K$ と仮定し (Ω_K はケプラー角速度), $\Omega = \sqrt{GM_*/r^3}$ として式 (43) に代入して書き直すと,

$$\frac{\partial g}{\partial r} = -\dot{M} \frac{\partial h}{\partial r}. \quad (44)$$

g は粘性トルクと呼ばれるものであり, $g = 3\pi\sigma_G h\nu$ と書ける. h は単位質量あたりの角運動量で, $h = r\Omega^2$ と書ける. 式 (38), 式 (44) から面密度を求める. $r \leq r_c$ にガスが流入するために, \dot{M} は $r_c < r < r_d, r < r_c, r = r_c$ の場合で変化するので, それぞれの場合を考えて \dot{M} を導出する.

まず, $r_c < r < r_d$ の場合を考える. $r > r_c$ のとき, 流入する領域の外側なので, $F_{in} = 0$ である. ガス流入がないために, \dot{M} を変化させるメカニズムは粘性による拡散のみであり, ガスが拡散する時間と比べて, ガス流入率が変化する時間は短いということを仮定したので, \dot{M} は一定の値をとり, $\dot{M} = \dot{M}_0 = const$ とする. 式 (44) を r_c から r_d まで積分すると,

$$\dot{M}_0(h - h_d) = -(g - g_d) = -g. \quad (45)$$

ここで, $r = r_d$ のとき, $g = g_d$ で, $r = r_d$ では粘性トルクが働かないとし, $g_d = 0$ とした.

つぎに $r < r_c$ の場合を考える. $r < r_c$ のとき, ガス流入と粘性による拡散が存在するため, \dot{M} は r の値によって変化する. $\dot{M}dh/dr = d(\dot{M}h)/dr - h d\dot{M}/dr$ を式 (44) に代入し, $h \propto r^{1/2}$ であることに注意して両辺を積分すると,

$$h\dot{M}(r) + g(r) = \frac{4}{5}\pi F_{in}(r_c^2 h_c - r_p^2 h_p) + A. \quad (46)$$

ここで, $h_c = r_c^2 \Omega_c$, $h_d = r_d^2 \Omega_d$ で, r_p は惑星半径である. A は境界条件を与えると求めることができる. 境界条件は $r = r_p$ で, $g(r_p) = 0$ である. そのとき, $A = \dot{M}_p h_p - \frac{4}{5}\pi F_{in} r_p^2 h_p$ となる. ここで, \dot{M}_p は単位時間に惑星に落下する質量である.

さらに $r = r_c$ のときの場合を考える. このとき, $\dot{M} = \dot{M}_0$ であり, $r = r_c$ とおくと,

$$h_c \dot{M}_0 + \dot{M}_0 (h_d h_c) = \frac{4}{5}\pi r_c^2 h_c F_{in} + \dot{M}_p h_p - \frac{4}{5}\pi F_{in} r_p^2 h_p, \quad (47)$$

$$\dot{M}_0 h_d - \dot{M}_p h_p = \frac{4}{5}\pi F_{in} (r_c^2 h_c - r_p^2 h_p). \quad (48)$$

円盤は準定常状態であると仮定したので, 質量保存の式より, 周惑星円盤から消失する質量と, 周惑星円盤に供給する質量は同じである. つまり, 単位時間あたり惑星へと落下する質量と, r_d から外側に拡散する質量の合計は, 単位時間に円盤へ流入する質量と同じである. よって,

$$|\dot{M}_p| + |\dot{M}_0| = \dot{M} - \pi F_{in} r_p^2. \quad (49)$$

式 (48), 式 (49) より,

$$\dot{M}_0 h_d - (\pi F_{in} r_c^2 - \pi F_{in} r_p^2 + \dot{M}_0) h_p = \frac{4}{5}\pi F_{in} (r_c^2 h_c - r_p^2 h_p). \quad (50)$$

上式に, $h_p = r_p^2 \Omega_p$, さらに, $\Omega_d = \sqrt{\frac{GM_*}{r_d^3}}$, $\Omega_c = \sqrt{\frac{GM_*}{r_c^3}}$, $\Omega_p = \sqrt{\frac{GM_*}{r_p^3}}$ を代入すると,

$$\dot{M}_0 (r_d^{1/2} - r_p^{1/2}) = -\pi F_{in} r_c^2 r_p^{1/2} + \frac{1}{5}\pi F_{in} r_p^{5/2} + \frac{5}{4}\pi F_{in} r_c^{5/2}, \quad (51)$$

$$\dot{M}_0 = \pi F_{in} r_c^2 \left[\frac{4}{5} \left(\frac{r_c}{r_p} \right)^{1/2} + \frac{1}{5} \left(\frac{r_p}{r_c} \right)^2 - 1 \right] \left[\left(\frac{r_d}{r_p} \right)^{1/2} - 1 \right]^{-1}. \quad (52)$$

\dot{M}_0 が求まったので、これより $\dot{M}(r > r_c)$, $\dot{M}(r < r_c)$ を求める.

$$\dot{M}(r > r_c) = \dot{M}_0, \quad (53)$$

$$= \pi F_{in} r_c^2 \left[\frac{4}{5} \left(\frac{r_c}{r_p} \right)^{1/2} + \frac{1}{5} \left(\frac{r_p}{r_c} \right)^2 - 1 \right] \left[\left(\frac{r_d}{r_p} \right)^{1/2} - 1 \right]^{-1}.$$

$$-\dot{M}(r < r_c) = \int_r^{r_c} 2\pi r F_{in} dr - \dot{M}_0, \quad (54)$$

$$= -\pi F_{in} r_c^2 \left[1 - \left(\frac{r}{r_c} \right)^2 - \frac{(4/5)(r_c/r_p)^{1/2} + (1/5)(r_p/r_c)^2 - 1}{(r_d/r_p)^{1/2} - 1} \right] \quad (55)$$

つぎに惑星の半径に比べて、周惑星円盤の半径がはるかに大きいと仮定すると、 $(r_p/r_c)^2 \ll 1$, $(r_d/r_p)^{1/2} \gg 1$ とすることができる. よって、

$$\dot{M}(r > r_c) = \dot{M}_0 \approx \dot{M}_* \left[\frac{4}{5} \left(\frac{r_c}{r_d} \right)^{1/2} \right], \quad (56)$$

$$\dot{M}(r < r_c) \approx -\dot{M}_* \left[1 - \left(\frac{r}{r_c} \right)^2 - \frac{4}{5} \left(\frac{r_c}{r_d} \right)^{1/2} \right]. \quad (57)$$

これにより、円盤の面密度が表される.

$(r > r_c)$ の場合は、

$$\sigma_G(r) \approx \frac{4\dot{M}_*}{15\pi\nu} \left[\sqrt{\frac{r_c}{r}} - \sqrt{\frac{r_c}{r_d}} \right]. \quad (58)$$

$(r < r_c)$ の場合は、

$$\sigma_G(r) \approx \frac{4\dot{M}_*}{15\pi\nu} \left[\frac{5}{4} - \sqrt{\frac{r_c}{r_d}} - \frac{1}{4} \left(\frac{r}{r_c} \right)^2 \right]. \quad (59)$$

3.4 周惑星円盤の温度分布

周惑星円盤は、惑星からの放射加熱、さらに周惑星円盤ガスの粘性により惑星に降着し、その重力エネルギーが熱エネルギーに変換され、加熱される。逆に周惑星円盤表面からの放射により、周惑星円盤は冷却される。

まずはこの加熱と冷却のつりあいから、周惑星円盤の有効温度を決定する。加熱源が重力エネルギーから変換された熱エネルギーのみであることを仮定する。ある幅 Δr の円環で、単位時間に解放される重力エネルギーは、

$$-\frac{\partial(GM_P\dot{M}/r)}{\partial r} \approx \frac{GM_P\dot{M}}{r^2}\Delta r. \quad (60)$$

実際にはこの重力エネルギーのおおよそ半分は運動エネルギーに変換されるため、このことを考慮すると、単位時間に放出される熱エネルギー \dot{E}_ν は、

$$\dot{E}_\nu = \frac{9}{4}\nu\Omega^2\sigma_G 2\pi r\Delta r. \quad (61)$$

次に円環からの放射は、黒体放射であるとして、

$$\dot{E}_{rad} = 2\sigma_{SB}T_d^4 2\pi r\Delta r. \quad (62)$$

ここで、 T_d は周惑星円盤の有効温度である。これらのつりあいの式より、有効温度 T_d は、

$$\frac{9}{4}\nu\Omega^2\sigma_G 2\pi r\Delta r = 2\sigma_{SB}T_d^4 2\pi r\Delta r, \quad (63)$$

$$T_d^4 \approx \frac{9\Omega^2}{8\sigma_{SB}}\nu\sigma_G = \frac{3\Omega^2 r_c^2 F_{in}}{8\sigma_{SB}} \left[1 - \frac{4}{5}\sqrt{\frac{r_c}{r_d}} - \frac{1}{5}\left(\frac{r}{r_c}\right)^2 \right]. \quad (64)$$

円盤の有効温度は $T_d \propto F_{in}^{1/4}$ となっており、粘性パラメータ α や面密度 σ_G に依っていないことがわかる。

次に周惑星円盤の赤道面での温度を考える。赤道面での温度は初期のころには光学的に厚く、惑星からの放射が届きにくいため、周惑星円盤の外層部分よりも温度が低い。ダストから微惑星が形成されるころには、周りのダストが微惑星に集積されるために光学的に薄

くなり、赤道面での温度は上昇する。赤道面での温度と有効温度との関係は次のようになる (Canup and Ward, 2002).

$$T_c^4 \approx T_d^4 + \frac{3}{2} \left[1 - \left(\frac{T_{neb}}{T_d} \right)^4 \right] \tau T_d^4. \quad (65)$$

ここで τ は光学的厚さである。末期になると、光学的に薄くなるために、 $T_d \approx T_c$ となる。図 (3) は Canup and Ward (2002) で行われた赤道面での温度と有効温度のプロットである。上は流入が激しいとき、下は流入が減衰しているときである。流入が激しいときは現在のカリストが形成するおよそ $25R_J$ でも温度が $1000K$ を超えるために、氷が存在することができないが、流入が減衰する末期では $r \geq 20R_J$ で温度が $200K$ を下回るため、氷が存在することができる。

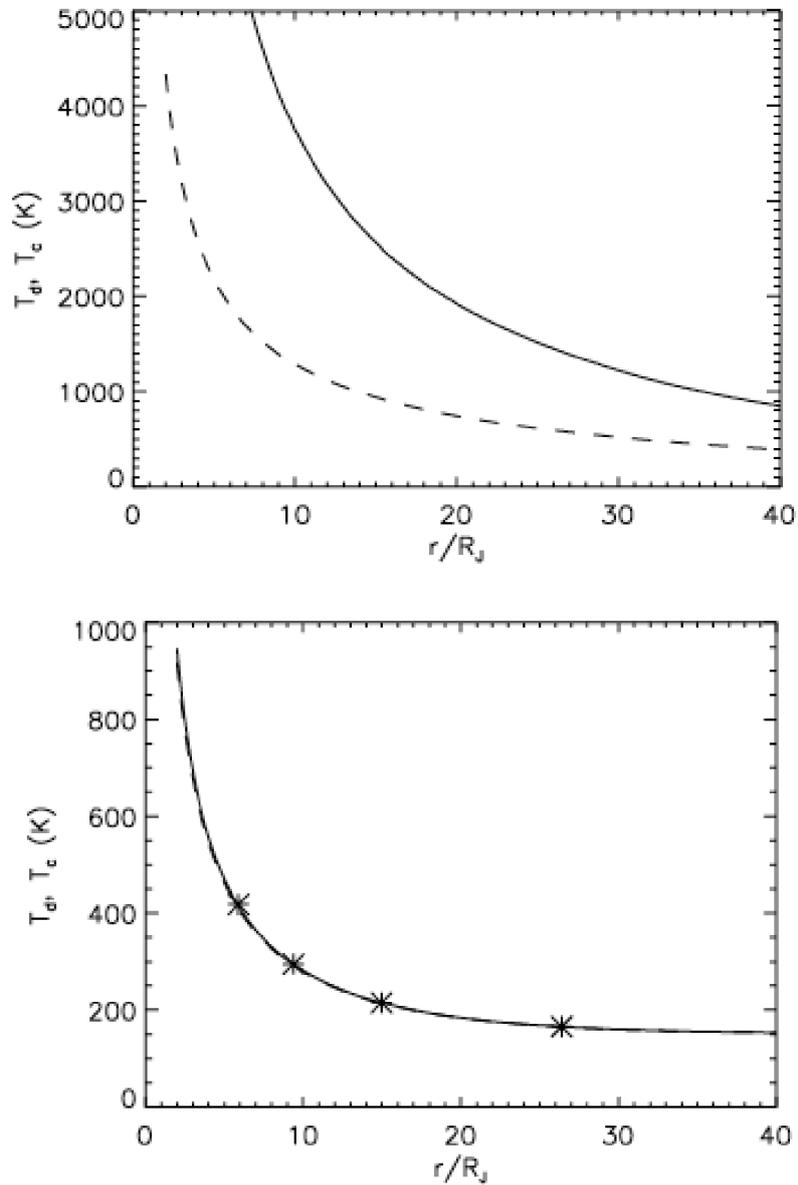


図 3 円盤の有効温度, 赤道面での温度 (Canup and Ward, 2002)

T_d は円盤の有効温度で図の点線, T_c は円盤の赤道面での温度で図の実線である. 下の図の 4 つの点は現在のガリレオ衛星の位置を表している. 上は τ_G (τ_G は惑星の成長タイムスケール) が $\tau_G = 10^4$ yr, 下は $\tau_G = 5 \times 10^6$ yr であるので上は流入が激しく起こっているとき, 下は流入が減衰しているときを表している.

3.5 成長と落下のタイムスケール

周惑星円盤の中で、幅 Δr の円環にある固体物質をすべて速やかにはき集めて衛星が形成されると考える。この Δr に流入する固体の質量は $2\pi r \Delta r / f$ と表される。ここで f はガス-固体比である。よって、衛星が質量 m_s まで成長するタイムスケールは次式で表される。

$$\tau_{acc} = \frac{f m_s}{2\pi r \Delta r F_{in}}. \quad (66)$$

円環の幅 Δr は最大離心率 e で決定されており、 $\Delta r / r \approx 2e$ と書ける。

軌道離心率は衛星同士の衝突、ガスによる空気力学的抵抗、密度波による抵抗、衛星同士の重力相互作用によって変化する。衛星同士の衝突、ガスによる空気力学的抵抗、密度波による抵抗は軌道離心率を減少させるように、重力相互作用は軌道離心率を増加させるように働く。衛星が小さいときには衛星同士の衝突の効果、ガスによる空気力学的な抵抗が支配的であり、衛星が成長していくにつれて密度波による抵抗の効果のほうが優勢となる。それぞれの効果における e を減少させるタイムスケールを τ_{col} , τ_{drag} , τ_{dw} とおく。さらに、重力相互作用による e を増加させるタイムスケールを τ_{relax} とすると、 e は $\tau_{col} = \tau_{relax}$, $\tau_{drag} = \tau_{relax}$, $\tau_{dw} = \tau_{relax}$ とおくことにより求めることができる。さらに、 e を最大にするのは、 $\tau_{dw} = \tau_{relax}$ のときである。以下では、 $\tau_{dw} = \tau_{relax}$ として e を導出する。

密度波による離心率の減少のタイムスケールは Ward (1988) より、

$$\tau_{dw} = \frac{1}{C_e \Omega} \left(\frac{M_\odot}{M} \right) \left(\frac{M_\odot}{\sigma_G r^2} \right) \left(\frac{c}{r \Omega} \right)^4. \quad (67)$$

さらに、重力散乱による離心率の増加のタイムスケールは、

$$\tau_{relax} = \frac{0.73}{\Omega} \left(\frac{M_\odot}{M} \right) \left(\frac{M_\odot}{\sigma_S r^2} \right) \left(\frac{v}{r \Omega} \right)^4 [\ln 2\Lambda]^{-1}. \quad (68)$$

ここで、 σ_S は周惑星円盤の固体成分の面密度、 v はケプラー運動からのずれの速度であり、ランダム速度と呼ばれる。 $\tau_{dw} = \tau_{relax}$ としたときに、離心率が最大となり、このときの v

を v_{dw} とすると、式 (67) (68) より、

$$\frac{1}{C_e \Omega} \left(\frac{M_\odot}{M} \right) \left(\frac{M_\odot}{\sigma_G r^2} \right) \left(\frac{c}{r \Omega} \right)^4 = \frac{0.73}{\Omega} \left(\frac{M_\odot}{M} \right) \left(\frac{M_\odot}{\sigma_S r^2} \right) \left(\frac{v_{dw}}{r \Omega} \right)^4 [\ln 2\Lambda]^{-1}, \quad (69)$$

$$v_{dw} = c \left(\frac{\sigma_S}{\sigma_G} \right)^{1/4}. \quad (70)$$

以上より、 e は次のように書ける。

$$\frac{v_{dw}}{v_K} \approx \Gamma \left(\frac{\sigma_S}{\sigma_G} \right)^{1/4} \left(\frac{H}{r} \right) \approx e. \quad (71)$$

ここで Γ は 1 桁の定数である。 Δr の円環に存在するすべての固体成分を集めて質量 m_s の衛星ができたとすると、 σ_S は $\sigma_S = m_s / 2\pi r \Delta r$ と表される。これより、

$$\left(\frac{m_s}{2\pi r \Delta r \sigma_G} \right)^{1/4} \left(\frac{H}{r} \right) \approx e, \quad (72)$$

$$\left(\frac{m_s}{4\pi r^2 \sigma_G} \right)^{1/4} \left(\frac{H}{r} \right) \approx e^{5/4}, \quad (73)$$

$$e \approx \frac{H}{r} \left(\frac{m_s}{4\pi r H \sigma_G} \right)^{1/5}. \quad (74)$$

式 (74) を式 (66) に代入して、

$$\tau_{acc} \approx \frac{f \sigma_G}{F_{in}} \left(\frac{m_s}{4\pi r H \sigma_G} \right)^{4/5}. \quad (75)$$

このタイムスケールで成長し、原始衛星は形成される。

原始衛星まで成長すると周惑星円盤に密度波を立てる。この密度波が及ぼすトルクによって衛星の角運動量は奪われ、惑星に落下し消失する。この落下のタイムスケール τ_1 は次式で与えられる。

$$\tau_1 = \frac{1}{C_a \Omega} \left(\frac{M_p}{m_s} \right) \left(\frac{M_p}{r^2 \sigma_G} \right) \left(\frac{H}{r} \right)^2. \quad (76)$$

ここで C_a は 1 桁の定数である。式 (76) の最後の項は、 $(H/r) \approx (c/r\Omega) \approx 0.1$ を満たす。衛星の質量が大きくなれば密度波によるトルクも大きくなるので、より落下しやすくなる。

3.6 衛星の臨界質量

衛星は τ_{acc} のタイムスケールで成長するが, Type I migration の効果で成長するほど落下のタイムスケールは短くなる. 上記のことで, $\tau_{acc} \approx \tau_1$ のときの m_s が衛星の成長できる最大の質量であり, そのときの質量を臨界質量と呼び, m_c と書くことにする. 以下では, この臨界質量と惑星の質量との比 m_{crit}/M_P を導出する.

式 (75) と式 (76) より,

$$\frac{f\sigma_G}{F_{in}} \left(\frac{m_c}{4\pi r H \sigma_G} \right)^{4/5} = \frac{1}{C_a \Omega} \left(\frac{M_p}{m_s} \right) \left(\frac{M_p}{r^2 \sigma_G} \right) \left(\frac{H}{r} \right)^2. \quad (77)$$

つぎに, F_{in} を $F_{in} = M_P/\tau_G \pi r_c^2$ と書き直す. ここで, $\tau_G = M_P(dM/dt)^{-1}$ である. この式を式 (77) に代入して,

$$\frac{f\sigma_G}{M_P} \times \pi r_c^2 \tau_G \left(\frac{m_c}{4\pi r H \sigma_G} \right)^{4/5} = \frac{1}{C_a} \left(\frac{M_P}{m_c} \right) \left(\frac{M_P}{r^2 \sigma_G} \right) \left(\frac{H}{r} \right)^2. \quad (78)$$

さらに, 面密度 σ_G を $r < r_c$ のときの場合を考え, 次式のようにする.

$$\sigma_G = \frac{4F_*}{15\pi\nu} \left[\frac{5}{4} - \sqrt{\frac{r_c}{r_d}} - \frac{1}{4} \left(\frac{r}{r_c} \right)^{1/2} \right], \quad (79)$$

$$\approx \frac{0.2}{\alpha} \left(\frac{F_{in}}{\Omega} \right) \left(\frac{r}{H} \right)^2 \left(\frac{r_c}{r} \right)^2. \quad (80)$$

ここで, $\nu = \alpha c H$, $H/r \approx c/r\Omega$, $r/r_c = 0.5$, $r/r_d = 0.2$ とした. これより, 式 (78) は,

$$\frac{f}{M_P^3} \left(\frac{0.2F_{in}}{\alpha\Omega} \right)^{6/5} \left(\frac{r}{H} \right)^{12/5} \left(\frac{r_c}{r} \right)^{12/5} \pi r_c^2 \tau_G m_c^{9/5} \left(\frac{1}{4\pi r H} \right)^{4/5} = \frac{H^2}{C_a r^4}. \quad (81)$$

上の式を解くと衛星の臨界質量と中心の惑星との質量比は,

$$\left(\frac{m_c}{M_P} \right) \approx 5.4 \left(\frac{\pi}{C_a} \right)^{5/9} \left(\frac{H}{r} \right)^{26/9} \left(\frac{r}{r_c} \right)^{10/9} \left(\frac{\alpha}{f} \right)^{2/3} (\Omega \tau_G f)^{1/9} \quad (82)$$

$$\approx 5.6 \times 10^{-5} \chi \left(\frac{3.5}{C_a} \right)^{5/9} \left(\frac{H/r}{0.1} \right)^{26/9} \left(\frac{r/r_c}{0.5} \right)^{10/9} \left(\frac{\alpha/f}{3 \times 10^{-5}} \right)^{2/3} \quad (83)$$

ここで χ は $\chi \equiv [(1 \text{ week}/(2\pi/\Omega))(f/10^2)(\tau_G/10^7 \text{ yr})]^{1/9}$ であり, m_{crit}/M_P 比にはあまり関与せず, おおよそ 1 桁の値である. 円盤の縦横比 (H/r) は, r とともにゆつくりと

変化する量であり, $(H/r) \approx 0.1$ と見積もられる. r_c は惑星間で潜在的に十分変化しうるが, (r/r_c) は衛星同士で類似した値となり, 最も大きな衛星に対してはおよそ 1 桁の値となる. つまり m_c/M_P では, 右辺最後の項の α, f の値が重要になる. α の値が大きくなれば, 粘性による拡散がより起こりやすくなる. すると円盤のガス面密度が下がる. ガスが少なくなればガス抵抗の効果も小さくなるため, より衛星は成長できる. また同様にガス-固体質量比 f が小さければガスが少なく抵抗が小さくなるために臨界質量は大きくなる.

3.7 衛星系の総質量とガス惑星の質量比

衛星の臨界質量を求めるのに 円環 Δr にある固体成分をすべて集めた場合を考えた. 衛星系の臨界質量は衛星 1 つの臨界質量をガス流入がある範囲 $R_P < r < r_c$ で積分することにより求められる.

$$\left(\frac{M_T}{M_P}\right) = \int_{R_P}^{r_c} \frac{(m_{crit}/M_P)}{\Delta r} dr. \quad (84)$$

Δr は, $\Delta r/r \approx e$ より求める. e は, 式 (74) より, $F_{in} = M_P/\tau_G \pi r_c^2$, σ_G は式 (80) を使って,

$$\Delta r \approx H \left(\frac{m_c}{4\pi r H}\right)^{1/5} \left(\frac{\alpha}{0.2}\right)^{1/5} \left(\frac{\pi r_c^2 \tau_G \Omega}{M_P}\right)^{1/5} \left(\frac{H}{r}\right)^{2/5} \left(\frac{r}{r_c}\right)^{2/5}. \quad (85)$$

上式を式 (84) に代入して,

$$\left(\frac{M_T}{M_P}\right) = \int_{R_P}^{r_c} \frac{m_c}{M_P} \frac{1}{H} \left(\frac{m_c \alpha \pi r_c^2 \tau_G \Omega}{0.8 \pi r H M_P}\right)^{-1/5} \left(\frac{H}{r}\right)^{-2/5} \left(\frac{r}{r_c}\right)^{-2/5} dr, \quad (86)$$

$$\approx \int_{R_P}^{r_c} \frac{1}{r} \left(\frac{1}{C_a}\right)^{4/9} \left(\frac{H}{r}\right)^{10/9} \left(\frac{r}{r_c}\right)^{8/9} \left(\frac{\alpha}{f}\right)^{1/3} \frac{1}{(\Omega \tau_G f)^{1/9}} dr. \quad (87)$$

円盤を通じて, $H/r, f$ は変わらないとして, さらに, $r_c \gg R_P$ として上式を解くことにより, 衛星の総質量とガス惑星の質量比を求めることができる.

$$\left(\frac{M_T}{M_P}\right) \approx 3.5 \left(\frac{1}{C_a}\right)^{4/9} \left(\frac{H}{r}\right)^{10/9} \left(\frac{\alpha}{f}\right)^{1/3} \frac{1}{(\Omega \tau_G f)^{1/9}}. \quad (88)$$

$$\sim 2.5 \times 10^{-4} \frac{1}{\chi} \left(\frac{3.5}{C_a}\right)^{4/9} \left(\frac{H/r}{0.1}\right)^{10/9} \left(\frac{\alpha/f}{3 \times 10^{-5}}\right)^{1/3}. \quad (89)$$

衛星 1 つの臨界質量と同様に, 重要なのは (α/f) の値である.

粘性パラメータ α は不確定要素であるので確かな値を求めるのは難しい。しかし、原始惑星系円盤の粘性パラメータとの類推により、 α の値はおおよそ $10^{-4} < \alpha < 10^{-2}$ であると考えられている。このため、 α の値は 3 桁ほど変化しても、 M_T/M_P 比はおおよそ 1 桁しか変化しない。よって衛星系の総質量とガス惑星の質量比 M_T/M_P には類似が見られる。

4 まとめ

今回規則衛星の形成過程を Canup and Ward (2006) に沿って学んだ。衛星の基となるダストはガスと共に原始惑星系円盤から周惑星円盤に流入する。流入したダストは、周惑星円盤で微衛星、原始衛星へと成長する。この過程で、ガス抵抗、Type I migration によって惑星に落下する。惑星に落下した後も流入があれば、またダストは成長、落下し、流入があればこの繰り返しは続く。原始惑星系円盤消失後、周惑星円盤への流入がなくなると、この繰り返しが止まり、落下せずに残った衛星が現在認識できる衛星である。

衛星の形成過程の研究で問題視されていたカリストの未分化問題は、ガスの面密度を周惑星円盤では外側ほど低くしたこと、さらに外側ほどダストを掃き集める領域が広いことから、形成に時間がかかり、ゆっくり形成されるために解消される。また周惑星円盤の温度を流入率が大きかった初期は高く、流入率が小さくなる最終段階では低くしたことにより、衛星系形成の最終段階では氷を含む衛星が存在できる。

Canup and Ward (2006) で行われたシミュレーションでは、現在の衛星系をおおよそ再現できているため、衛星形成の基礎モデルとして使うことができるであろう。今後はこのモデルを基に、衛星の多様性の起源を研究する予定である。

5 Canup and Ward 2006 全訳

この章では Canup and Ward (2006) “A common mass scaling for satellite systems of gaseous planets” の和訳を掲載する。

5.1 要旨

太陽系の外側にある水素ガスを主成分とする惑星は、とりわけそれぞれの惑星の 10^{-4} の質量比をもつ多くの衛星系をもつ。この質量比は、固体惑星の衛星 (例えば月のような) の一番大きな質量比よりも 2、3 桁小さい。そしてガス惑星の衛星が共通の大きさをもつということが長年問題になっていた。そこで我々は形成途中の巨大惑星が太陽軌道からの岩石や氷、ガスが蓄積されて形成されたとして衛星の成長と消失をモデルした。衛星系の質量比は衛星への物質の流入とガスによっての軌道減衰によって消失した物質との 2 つの競合したプロセスのバランスをとって 10^{-4} の質量比に調整されることを我々は発見した。土星、木星、天王星の衛星系の対極的な性質は自然に発生する。また同等のプロセスは、太陽系外の木星質量の惑星の最も大きな衛星を月から火星サイズの大きさに制限しようと我々は示唆している。

5.2 序論

木星、土星、天王星を周っているものには、惑星の赤道軌道面の中を周り、惑星の自転と同じ向きで、惑星の半径の 10 倍までの軌道を回っている規則衛星とよばれるものや、もっと離れているところを周っていて、傾いた楕円形の軌道を周るずっと小さい不規則衛星と呼ばれるものがある。不規則衛星が惑星に捕らえられたと考えられているということに対して、規則衛星は、惑星がガスと周惑星円盤の中で形成した時の副産物によって生じた信じられている。外側の惑星の衛星の起源はこれらの天体の進化 (火山性のイオや表面下が海洋だと信じられていたエウロパ、有機物に富むタイタンも含む) にとても重要である。なぜならこれらの存在は巨大惑星の起源の鍵を握っているからである。

大きな衛星の個々の質量や数は惑星ごとに異なっている。しかしながら、その系は典型的な特徴を共有している。それらの総質量の M_T は中心の惑星の質量 M_P と比べて類似しており、 M_T/M_P は 1.1×10^{-4} から 2.5×10^{-4} ほどしか変化しない。この類似点は注目すべき点であるが、この原因はわかっていない。ガス惑星のバルク組成は違っており、ガス惑星の衛星系の質量は惑星の固体部分 (岩石+氷) やガス部分 ($H + He$) に対する比は共通ではない。さらに、 $(M_T/M_P) \approx (10^{-4})$ は固体惑星の大きな衛星の質量比よりも数桁小さい。月や冥王星の衛星のカロンはそれぞれ $(M_T/M_P) = 0.012$ 、 $(M_T/M_P) \sim 0.1$ である。例えば土星も木星もこの値をあてはめた場合の地球サイズの巨大な衛星をもっていない。

ガス惑星の衛星の形成モデルは気体や固体の中で我々が認識している衛星を作るのに必要な総質量を含んだ初期条件として周惑星円盤を歴史的に使ってきた。このような初期条件は定義的には、天下载的にあたえると、惑星形成のタイムスケールと比べて急速な周惑星物質の進化と、円盤に供給された大量の物質が惑星によって最終的に集まってしまふことを起こしうる力学的過程という、この二つによって仮定されている。このようにして、惑星の現在の衛星は円盤を通して過程した総質量に、あまり制約を与えていないのかもしれない。

ここで、惑星形成の最終段階の間に日心軌道からのガスと固体の時間依存した流入物によって維持された周惑星円盤の中で成長した衛星のモデルを考える。我々は円盤への物質供給、衛星の成長、ガスによる衛星同士の相互作用によって引き起こる衛星の軌道減衰や消失を説明するために数値シミュレーションと解析的評価を使った。 10^{-4} という共通の衛星系の質量比は円盤から過程してきた総質量の独立性と、モデルパラメータの本当にわずかな依存性の結果生じるということを我々は発見した。また我々は初めて直接シミュレーションを使って、木星、土星、海王星の衛星とおおよそ一致する性質をもった衛星系を作り出した。

5.3 減衰する流入の円盤モデル

木星型惑星の急速な成長の間、とても大きな質量の、ガス大気は現在の木星や土星の $10^2 \approx 10^3$ 倍の大きさに膨張した。成長の最終段階は惑星へのガスの流入率の減少 (例えば、ある場所の物質の流入物は激減するか、太陽の周りのガス星雲は消え始める)、周惑星

円盤の形成に伴う惑星の重力収縮の2つが起きた。おおよそ惑星の表面から惑星の半径の数十倍の距離外側に広がっている領域にわたって、周惑星軌道ガスや固体の流入物が周惑星軌道に供給された円盤の中で衛星の成長をモデルした (Fig 1)。円盤ガスは粘性的に拡散し、そのため円盤ガスの半径方向への拡大を引き起こす。ガスの広がる時間が、流入が変化する特徴的な時間と比べて短い場合、円盤中のガスの総量は、流入の供給と除去との間の準定常状態であると見積もられる。ガスの除去とは、ガスが内側と円盤の外側に向かって広がることである。メートルスケールよりも小さい固体は、空気力学的にガスに結合され、ガスと一緒に日心軌道から円盤に運ばれる。ひとたび周惑星円盤上に入ると、急速な相互の衝突により、粒子は空気抵抗によって移動されうる前に、ガスから分断されるのに十分な大きさに成長ができる。衛星の成長は、固体の流入の割合でコントロールされた基本的な成長速度で生じる。

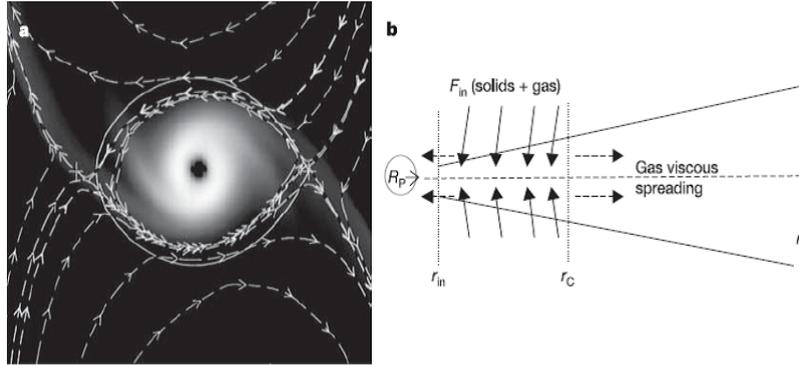


図 4 周惑星円盤からの流入物

a は、木星質量をもつ惑星のヒル領域 (実線) に入るガス流入物の流体力学的なモデルを天上から見たもの。ガス密度の明度スケールつまり層流は破線で示されている。b はここで考えられている円盤モデルで、それを端から見ている。日心軌道から来たガスと小さな固体は単位面積当たりの流入フラックス $F_{in} \propto (1/r)^{\gamma_{in}}$ (ここで r は軌道半径で γ_{in} は入力パラメータ) で、内側の半径 r_{in} から外側の半径 r_c に広がっている領域に渡って円盤 (実線矢印で指し示されている) に流れ込む。ここで F_{in} はガス固体の質量比 f を含んでいる。ひとたび軌道に入ると、ガスは $\tau_\nu \approx r^2/\nu$ のタイムスケール、粘性係数 $\nu = \alpha cH$ で粘性的に拡がる (破線矢印で示されている)。ここで $\alpha < 1$ は音速 c のガス円盤の粘性乱流の強さと垂直スケールハイト H を特徴づけているパラメータである。 $\tau_\nu \ll F_{in}/\dot{F}_{in} \equiv \tau_{in}$ のとき、ガスは表面密度 σ_G の準定常状態を維持する。 $\gamma_{in} = 0$, $r \leq r_c$ の場合、 $\sigma_G \approx (0.3F_{in}r_c^2/\nu)[1.2 - \sqrt{r_c/r_d} - (r/r_c)^2/4] \approx 0.2(1/\alpha) \times (F_{in}\Omega^{-1})(r/H)^2(r_c/r)^2$ 括弧中は $(r/r_c) = 0.5$, $(r_c/r_d) = 0.2$ と推測される (ref.9 より)。 r_d は円盤の端、 Ω は r での軌道周波数。解析的評価は r_c は $10R_P$ の何倍かのオーダーであると推測される。がしかし、惑星の重力がガス密度やその周辺の流れを変化させるので、流体力学的なシミュレーションは改良された計算が必要とされる。原始恒星円盤モデルは、 $10^{-4} < \alpha < 0.1$ と、 $r \approx r_c \approx 30R_P$ の原始衛星円盤の $\tau_\nu \approx (1/\alpha)$ を考える。イオン化されていない円盤中の粘性のもととなるものが議論されている一方、いくつかの過程は、軌道ガスと流入物との間の速度の違い、傾圧不安定性、衛星からの密度波の回転力が原因で起こる乱流を含んでいる原始衛星円盤を与えうる。太陽組成の物質は $f \approx 10^2$ である。一方、木星や土星のバルク組成は $f \approx 3 - 30$ である。衛星形成中、もしほとんどの固体が大きな天体に含まれていたなら、 f は太陽組成のものよりも大きかったかもしれない。そうでなかったら、ガス星雲がすでに消失してしまったり、分裂が小さな物質の流入物を保っていたら、 f はもっと小さかったかもしれない。

5.4 衛星の成長と消失

衛星の軌道は衛星とガスとの重力相互作用によって生じる回転力の影響を受けている。衛星の重力はらせん構造を持った密度波をガス円盤中で引き起こし、衛星とこれらの波の相互作用は、衛星の軌道上で抵抗力として働く負の回転力を生み出す。衛星の軌道角運動量が (m_s/M_p) に比例しているとき、その回転力は $(m_s/M_p)^2$ に比例する。ここで m_s は衛星の質量である。したがって密度波の回転力は衛星の成長により重要になる。密度波との相互作用が衛星の軌道を円形にし、より長いタイムスケールでは、いわゆるタイプ 1 と呼ばれる移動を通じて、軌道半径を減衰させている。その関連している離心率 (e) と長半径 (a) はタイムスケール τ_e, τ_1 を減衰させ、 $\tau_e = e/|\dot{e}|$, $\tau_1 = a/|\dot{a}|$ は次式で表される。

$$\tau_1 = \frac{1}{C_a \Omega} \left(\frac{M_p}{m_s} \right) \left(\frac{M_p}{r^2 \sigma_G} \right) \left(\frac{H}{r} \right)^2 = \frac{C_e}{C_a} \frac{\tau_e}{(H/r)^2}. \quad (5.A.1)$$

ここで C_a と C_e は 1 の桁の定数。 σ_G は円盤ガス表面の密度。 $\Omega = (GM_p/r^3)^{1/2}$ は半径が r のときのケプラー角速度。 H は鉛直方向の厚さで、 c は音速、 $(H/r) \approx (c/r\Omega) \approx 0.1$ を満たす。

流入が続いている円盤上では、衛星は臨界質量に達するまで成長する。臨界質量とは、さらに成長する特徴的な時間とタイプ 1 の軌道減衰の時間尺度がおおよそ等しくなるような衛星質量である。衛星は惑星との衝突により消失する前に臨界質量よりも十分大きく成長することはできない。質量が m_s の衛星の集積タイムスケール τ_{acc} は $\tau_{acc} \approx fm_s/(2\pi r \Delta r F_{in})$ である。ここで F_{in} は単位面積あたりの流入フラックス、 f は流入物のガス-固体質量比、そして $2\pi r \Delta r$ は衛星が物質を集積する円盤の環状領域の面積である。我々は円環の幅が衛星特有の最大離心率 e の関数であることを発見した (補足事項参照)。ここで $\Delta r/r \approx 2e$, $e \approx (H/r)(m_s/4\pi r H \sigma_G)^{1/5}$ であり、密度波による離心率の減衰と、類似した大きさの天体との重力散乱による励起とのバランスにより決まっている。このような Δr の見積もりを使うことで、 $\tau_{acc} \approx (f\sigma_G/F_{in})(m_s/4\pi r H \sigma_G)^{4/5}$ が得られる。

臨界質量 m_{crit} は、(5.A.1) を $\tau_{acc} = \tau_1$ と置き、 $m_s = m_{crit}$ と置いて解くことにより得られる。準定常状態の時、ガスの表面密度 σ_G は流入率に比例しており、ガスが広がる割合に反比例している。後者は無次元の定数 α によってパラメータ化される。

($\sigma_G \propto (F_i n / \alpha)$ となるために Fig.1 の説明文より) われわれは単純化するために円盤の内側から半径 r_c にわたって, 単位面積あたりの流入フラックスを一定と考える. すると, $F_{in} \approx M_P / (\pi r_c^2 \tau_G)$ が得られる. ここで, $\tau_G \equiv M_P dM/dt^{-1}$ は質量 M_P の供給の時間尺度である. 惑星質量を単位とした衛星の臨界質量は (補足事項を見ると),

$$\left(\frac{m_c}{M_P}\right) \approx 5.4 \left(\frac{\pi}{C_a}\right)^{5/9} \left(\frac{H}{r}\right)^{26/9} \left(\frac{r}{r_c}\right)^{10/9} \left(\frac{\alpha}{f}\right)^{2/3} (\Omega \tau_G f)^{1/9}, \quad (5.A.2)$$

$$\approx 5.6 \times 10^{-5} \chi \left(\frac{3.5}{C_a}\right)^{5/9} \left(\frac{H/r}{0.1}\right)^{26/9} \left(\frac{r/r_c}{0.5}\right)^{10/9} \left(\frac{\alpha/f}{3 \times 10^{-5}}\right)^{2/3} \quad (5.A.3)$$

ここで, $\chi \equiv [(1 \text{ week} / (2 \pi / \Omega))(f/10^2)(\tau_G/10^7 \text{ yr})]^{1/9}$ は 1 桁の値である. (m_{crit}/M_P) 比は χ の中の項 (τ_G)^{1/9} を通じて流入率にほとんど依存してない. このようにして, 衛星の最大質量の類似は流入率が広範囲の値をとれるために生じる. 円盤の縦横比 (H/r) は, r とともにゆっくりと変化する量であり, (H/r) ≈ 0.1 を満たす. r_c は惑星間で潜在的に十分変化しうるが, 衛星が流入領域の間で形成する限り, (r/r_c) は類似した値になり, 最も大きな衛星に対してはおよそ 1 桁の値となる. 式 (5.A.3) の最後の項は二つの重要なパラメータの比を含んでいる. それは粘性のパラメータ α と流入物のガス-固体比 f である. ある流入フラックスに対して, より高い粘性はより低い円盤ガスの面密度を生じさせる. そしてそのことにより, タイプ 1 の減衰に対してより大きな質量の衛星は生き残ることができる. 一方, 低い f とはより固体に富んでいる流入のことである. そしてこのことが衛星の成長率を加速させているので, 衛星は消失する前により大きく成長することができる.

我々はここで衛星系の総質量に対する臨界質量の意味を考える質量 m_{crit} の衛星を形成するのに必要な時間を超える流入を考える. 与えられた円盤環の中で, タイプ 1 減衰で消失する前に衛星はおよそ m_{crit} まで成長する. しかし, 衛星が消失する時間に相当する時間尺度で別の巨大な衛星がその存在している場所で成長する ($\tau_1 \approx \tau_{acc}$ のために). このようにして, 円盤は流入の領域に渡って, 質量 m_{crit} の天体が分布している場合に相当する衛星の総質量, M_T を含むように調整される. 円盤の全域で (H/r), f はおよそ一定であるために, 衛星系の予測される質量比,

$$\left(\frac{M_T}{M_P}\right) = \int_{R_P}^{r_c} \frac{(m_{crit}/M_P)}{\Delta r} dr, \quad (5.A.4)$$

$$\approx 3.5 \left(\frac{1}{C_a}\right)^{4/9} \left(\frac{H}{r}\right)^{10/9} \left(\frac{\alpha}{f}\right)^{1/3} \frac{1}{(\Omega \tau_G f)^{1/9}}, \quad (5.A.5)$$

$$\sim 2.5 \times 10^{-4} \frac{1}{\chi} \left(\frac{3.5}{C_a}\right)^{4/9} \left(\frac{H/r}{0.1}\right)^{10/9} \left(\frac{\alpha/f}{3 \times 10^{-5}}\right)^{1/3}. \quad (5.A.6)$$

は観測された衛星系と類似している. ここでわれわれは $r_C \gg R_P$ ということ仮定した. R_P は惑星の半径である. (M_T/M_P) の注意は χ を通じているため流入率に敏感ではなく, r_c に依存しておらず, (α/f) にもほとんど依存していない.

5.5 シミュレーション結果

我々は衛星の成長と消失を直接 N 体集積シミュレーションを使うことにより, モデリングした. そのシミュレーションはガス円盤と継続する質量流入との相互作用を含むことにより修正された. 固体の流入は流入領域のランダムな位置に軌道運動する天体を (F_{in}/f) に比例する割合で追加することによって再現されている. 衝突は非弾性衝突として扱う.

図 4 は時間一定のガス流入率と (α/f) に関してさまざまな量をとる 3 つのシミュレーションの結果を表している. タイプ 1 の軌道減衰は衛星系に含まれている総質量が増えるのを妨げる負のフィードバックとして働く. そのために (M_T/M_P) の値は式 (5.A.6) の見積もりに相当する量の周辺で振動する. 図 5 と図 7 は指数関数的に減衰する時間依存した流入の結果を表している. もし円盤に輸送された固体の総質量が M_T に匹敵, もしくはそれよりも大きかったなら, 式 (5.A.3) 式 (5.A.6) で記述される衛星系が一度ないし複数回生じる. 例えば, 太陽組成 ($f = 10^2$) のガスの流入が惑星質量の最後の 10% を供給したとすると, $M_T/M_P = 2 \times 10^{-4}$ を満たす衛星系を 5 回生み出すことができる.

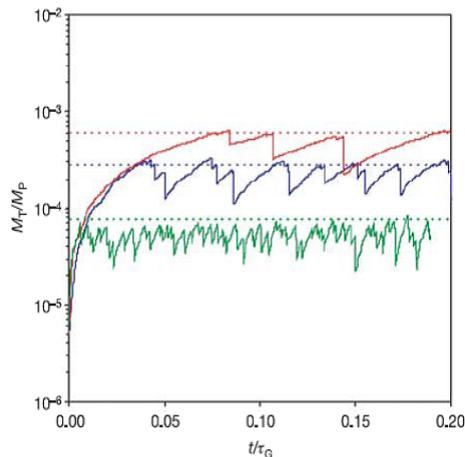


図 5 流入を一定と考えたときの衛星の集積タイムスケールの結果

衛星の総質量 M_T , 惑星の質量 M_P はタイムスケール $\tau_G \equiv M_P/(dM/dt)^{-1}$ に対して表される。ここで, dM/dt は流入率である。3つすべてのケースで流入が $\tau_G = 5 \times 10^6 \text{ yr}$, $r_C = 30R_P$, $\gamma_{in} = 0$ を考えている。それぞれ $(\alpha/f) = 10^{-6}, 5 \times 10^{-5}, 5 \times 10^{-4}$ のシミュレーションと一致するように緑, 青, 赤で表した。 M_T は固体の流入により質量が m_{crit} になるまで増大する (式 (5.A.3) より)。もっとも質量の大きな衛星は内側に軌道減衰し, M_T は惑星との衝突により衛星が消失するごとに減少する。円盤への固体の流入は続き, 別の m_{crit} の天体の発生を導くことにより, この循環は続く。 (M_T/M_P) が $(\alpha/f)^{1/3}$ に依存しているように, このシミュレーションにわたる (α/f) 中の 500 の倍数での変化は, 特徴的な系の質量の割合中で 10 の倍数の広がりを生む。長い期間での (M_T/M_P) の揺れは, 質量 m_{crit} の天体を作るのに必要な質量を輸送するには時間が必要であるということを表している。つまり (α/f) を短くしているこの期間は, 修正された τ_G により減少されている。短期間の変化は個々の天体の消失の結果生じる。点線は (M_T/M_P) を表している。式 (5.A.3) と (5.A.6) は独立に円環をとりあつかっているが, 実際は円盤の外側でできた衛星が内側に移動するにつれて物質を飲み込む。成長により促進した移動は軌道減衰を加速させる。そしてそれらの最初の半径の領域で質量を満たす時間よりも少々早く消失する。このことにより, 式 (5.A.3) に相当する衛星の臨界質量の広がり, 式 (5.A.6) で与えられる (M_T/M_P) に上限を作る。

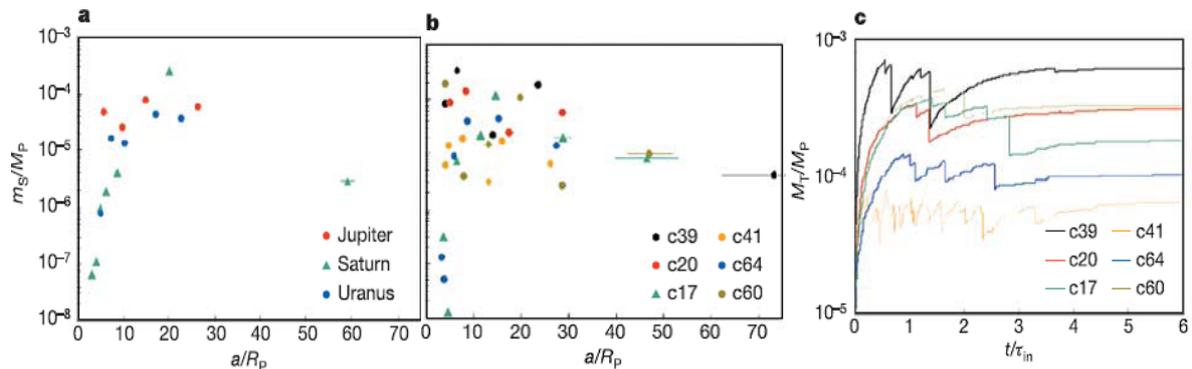


図 6 シミュレーションと比較した衛星の観測値の性質

パネル a は観測された衛星を表している. 一方パネル b と c は時間依存した流入により供給された系を最終的にシミュレートされたものを含んでいる (m_s は衛星の質量、 M_P は惑星の質量). パネル b と c は $\gamma_{in} = 0$, $r_c = 30R_P$, $1.7 < M_{in}/M_T < 10$ (ここで M_{in} は円盤に輸送された固体の総質量) での流入の結果を表し, 流入は指数関数的に τ_G を減衰させ, $2 \times 10^5 \text{yr}$ と $1.5 \times 10^6 \text{yr}$ の間を τ_G はとる. 系は 3×10^6 と 10^7 の間をシミュレートされている. 類似した結果はより高い M_{in}/M_T 値 (より長い減衰時間とより高い最初の流入率の両方もしくは片方に匹敵する) をとるとということが予測される. その値は収縮した惑星や周惑星円盤と一致する流入率に相当する供給である. 水平な線はそれぞれの衛星の近点と遠点を結びつけている. b において、 $(\alpha/f) = 5 \times 10^{-4}$, $\alpha = 0.05$ という高い値は、 $(M_T/M_P) = 6.1 \times 10^{-4}$ という値をとる 5 つの衛星を生む (c39 の黒). 一方、 $(\alpha/f = 10^{-6})$, $\alpha = 10^{-4}$ という低い値は $(M_T/M_P) = 6.6 \times 10^{-5}$ という値を含む 6 つの衛星を生む. $(\alpha/f) = 6.5 \times 10^{-5}$, $\alpha = 0.0065$ という場合は $(M_T/M_P) = 3.0 \times 10^{-4}$ を含むガリレオ衛星に似た系を生む (c20 の赤). 一方、 $(\alpha/f) = 1.3 \times 10^{-5}$, $\alpha = 0.0065$ の場合は $(M_T/M_P) = 10^{-4}$ を含む天王星の衛星に似た系を生む (c64 の青). 土星の衛星に似た系は $(M_T/M_P) = 1.8 \times 10^{-4}$ (c17 の緑), $(\alpha/f) = 6 \times 10^{-5}$, $\alpha = 0.006$ の結果生じる. $14.6R_P$ の位置にあるもっとも巨大な衛星は $1.2 \times 10^{-4}M_P$ を含んでおり, 衛星系の総質量の 70 % を含んでいる. そして $11.3R_P$ に存在する衛星とも軌道的に近い (互いのヒル半径中の C が $C \approx 7$). このことは未来に衝突が起こるかも知れないということを意味している (補足事項参照). $(\alpha/f) = 1.2 \times 10^{-4}$ (c60 の紫) の場合, $(M_T/M_P) = 3.3 \times 10^{-4}$ を生じさせる. そしてこのケースで $0.9M_T$ を含む二つの巨大が存在し, 最も近いものは内側への減衰によ

り消失してしまった. c は b で表されたシミュレーションで見積もられた時間に対する (M_T/M_P) の値を表している.

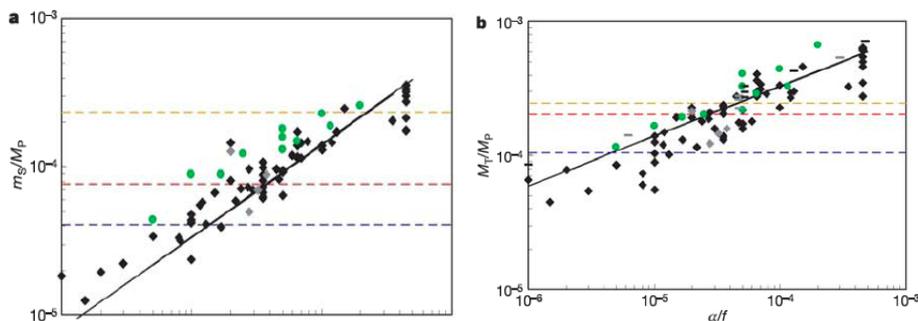


図 7 時間依存した流入における集積シミュレーションの結果

われわれは $F_{in}(t) = F_{in}(0) \exp(-t/\tau_{in})$, $\sigma_G(t) = \sigma_G(0) \exp(-t/\tau_{in})$ を考える. ここで τ_{in} は流入減衰時間 ($10^5 \leq \tau_{in}(\text{years}) \leq 2 \times 10^6$) で $t = 0$ は我々が衛星の進化を調査し始めたときである. 灰, 黒そして緑の点はそれぞれ ($r_C/R_P = 25, 30, 44$) に相当する. 一方, 赤, オレンジそして青の破線は木星, 土星, 天王星の観測された値である. a は (α/f) に対して, 最大最終の衛星の質量である. b は (α/f) に対して, 最大最終の衛星系の質量である. それぞれの破線は (例えば図 4 のように) 時間一定の流入でのシミュレーションからの最大値である. a, b において, 黒線は $(r/r_c) = 0.5$, $(c/r\Omega) = 0.1$, $\tau_{in} = 10^6 \text{ yr}$, $\tau_G = \tau_{G,last} \approx \tau_{in}(M_P/M_T)/f$ のときの式 (5.A.3), (5.A.6) である. そしてこれは最後の衛星の世代を表している. 粘性 α の値は惑星の有効温度 $T_P = 500 \text{ K}$ と不透明度 $K = 0.1$ を使って見積もられている. つまり小さな (大きな) 値は T_P と K の両方あるいはどちらかが高い (低い) ときに生じるであろう. タイプ 1 の移動を考えることにより, 衛星が環の隙間を広げるほど十分に成長することはできないだろうと推測した. そしてそのガスがタイプ 1 の移動を指し示し, 円盤の粘性進化に固定されている. 最初の質量の差の見積もりは $m_{Gap}/M_P \approx C_v \sqrt{\alpha} (H/r)^{5/2}$ である. ここで C_v は 1-10 の定数である. 最終最大の衛星は $C_v = 3$ の時, m_{Gap} よりもより小さく, 平均値 $\langle m_{lgst}/m_{Gap} \rangle = 0.2 \pm 0.1$ である. 流入が供給された円盤では, 衛星は通常 m_{Gap} までに成長する前に, タイプ 1 軌道減衰により消失する. タイプ 1 の振る舞いはタイプ 1 に対して ($\tau_v \ll \tau_{in}$ なので) 軌道減衰を加速させる傾向にあるであろう. タイプ 1 は我々が重要視している M_T と m_s への極限効果を際立たせている.

5.6 観測された衛星系との比較

われわれは木星, 土星, 天王星の衛星の分布がモデルから予想される値の範囲内にあるということを示した。さまざまな質量と組成をもつこれらの3つの惑星では, それぞれの原始衛星系円盤を通して, おそらく非常に異なる量の物質が加工された推定される。それにもかかわらず衛星系の質量比はほとんど同じである。ここでの結果からこの共通性が予測される。というのは, 流入により決まる衛星の成長とガスにより駆動される衛星の消失とのバランスにより衛星の総質量比がおよそ一定の値に保たれ, この一定値は, 流入率とその特徴的な単位質量あたりの角運動量(下で示すように, r_c を決めるもの)の両方にはほとんどよらない。このようにして例えば, 強く摂動をうけた円盤からのガス流入を通してほとんどの質量を獲得した木星のような巨大なガス惑星は, それよりもずっと小さい天王星サイズの惑星と共通の衛星の質量比をもつと予想される。天王星サイズの惑星のガス流入の過程と周辺の原始惑星系円盤に及ぼす重力的な効果は大幅に異なるものであっただろう。この共通の比の値は円盤の粘性(α)と流入のガス-固体組成比(f)の二つのパラメータの比によって決定される。この比は $(M_T/M_P) \propto (\alpha/f)^{1/3}$ であるために (α/f) にあまり依存しない。そのことにより, (α/f) が $10^{-6} < (\alpha/f) < 5 \times 10^{-4}$ という3桁の幅があっても木星, 土星, 天王星の衛星系の質量比に類似性が生じる。信頼できる α, f の予測はないが, 一般に使われている値がこの範囲の間に収まる。

木星と天王星の系はそれぞれ4つの同じような大きさの巨大な衛星を持っている。一方土星は1つの巨大な衛星と多数の小さな衛星を持っている。どちらの形態も衛星の形成と消失の循環により生じ、図4で見られる質量比の振動に関する流入の停止のタイミングに左右されている。多数の同様な大きさの衛星(例えば、図5bのc20に表されるように)をもつ衛星系が軌道減衰を経験するとき、消失した衛星によって空いた領域で集積した多数の小さな衛星を伴いつつ、ひとつあるいはふたつの巨大な衛星が残る期間を経ながら進化する。そしてこの循環は流入が停止するまで繰り返される。

われわれが75回シミュレートした中で最後に残った衛星の平均の数は $N = 7$ であった。ここでシミュレートしたよりも長いタイムスケールで, たくさんの場合で今後衝突が起こりうる。そしてその衝突により, だんだん N は減少するだろう。われわれが付加した天体が流入による物理的な予測値よりも大きいため, ほんの数回の合体によって生じた最

後の小さな衛星はきちんと求められているとは言いがたい. $(m_s/M_P) \geq 10^{-5}$ という値をもつ巨大な衛星の平均の数は $N_{lg} = 4$ である. これらの天体は外側の惑星の衛星とわれわれの解析的評価の両方におよそ一致する平均的な軌道間隔 ($\langle C_{lg} \rangle \approx 17$) を持つ.

衛星の最大の軌道半径は流入域の外半径 r_c が $25R_P \leq r_c \leq 44R_P$ のときに観測された系 ($20 < a_{max}/R_P < 60$) と類似することがわかった. それは r_c を固定した場合の a_{max} が散乱と移動により 2 倍程度変化することを伴っている. この r_c の範囲は, 半径 R_H (下に示す) の領域に流入する密度一様の物質の単位質量あたりの正味の角運動量 j を, 惑星の重力を無視して 3 次元的に見積もった値から予測したものに近い. j は $j = \Omega_P R_H^{2/5}$ と与えられ (ここで Ω_P は惑星の日心軌道振動数, $R_H = a_P(M_P/3M_*)^{1/3}$ はヒル半径, a_P は軌道長半径, そして M_* は太陽の質量), ここから特徴的な周惑星軌道半径 r_* は $r_* = j^2/GM_P$ であり, 木星, 土星, 天王星にたいして, r_*/R_P は 10 から 35 の値をとることが示唆される. $r_c \approx 1.6r_*$ のとき, 単位面積あたり一様の流入フラックスは r_c の内側で $\langle j \rangle = \sqrt{GM_P r_*}$ を満たす.

衛星の組成は衛星成長の間の流入の性質を制約する. なぜなら円盤の有効温度が流入率の関数であるためである ($T_{eff} \propto F_{in}^{1/4}$, ref.9 より). したがって, 流入が急速 (小さい τ_G) なときに形成する初期の衛星は, 式 (5.A.3) と (5.A.6) で与えられる質量をとるが, 岩石に富む組成 (f がいくらか大きい) をもつであろう. 流入が減少するにつれて, 氷をだんだんと含むようになる. 例として, $\tau_{in} = 10^6 \text{yr}$ という減衰タイムスケール (太陽星雲の寿命と類似) をもつ太陽組成の流入でできた最終世代の木星の衛星は, およそ $15R_P$ より外側で温度が 200K 以下となる円盤の中で形成することが考えられ ($\alpha \approx 10^3$, 円盤の不透明度は $K = O(10^{-1})\text{cm}^2\text{g}^{-1}$, 惑星の温度はおよそ 500K , ref.9 より), これは木星系の外側に氷衛星が存在することと調和的である. とても低い質量をもち, とても低い温度である惑星の場合, 天王星の衛星の組成に調和的な氷と岩石の混合物が, 円盤のほぼ全域に存在すると予測される.

土星の衛星系にもっともよく似た衛星系では (例えば図 7 の c17 や補足事図 1), ひとつもしくはもっと多くの “タイタン” の仲間が惑星に衝突した. 流入が減衰し内側の巨大な衛星が消失したとき, その場所で形成するより総質量の小さな衛星は, 初期段階で形成した衛星よりも冷えた円盤から物質を得る. $\tau_{in} = 10^6 \text{yr}$ のときの太陽組成の流入の場合, $(M_T/M_P) \approx O(10^{-4})$ をもつ衛星系の最後の 10% の質量は, 氷の安定線が土星のような惑星の半径の 2,3 倍の位置まで内側に動くのに十分ゆっくりな割合でもたらされる. こ

のにより土星の小さな内側の衛星でさらなる氷の取り込みを許したのかもしれない。

われわれの結果は巨大惑星 (例えば木星や土星) の衛星の起源が共通していることを支持しているが, 天王星の衛星の起源は不確かなままである。天王星の衛星の性質はここでシミュレーションされたものと一致しているが, 天王星の自転軸が 98° 傾いていることには追加説明が必要である。巨大な衝突が起き, 現在の衛星がその後成長したかもしれない。衝突の後のガス流入によって逆行の衛星 (つまり逆行自転の天王星を周る規則衛星) ができるかどうかは明らかになっていないが, 逆行の周惑星円盤が天王星サイズの天体へのガス流入のいくつかのシミュレーションの結果できている。実際の土星の 27° の赤道傾斜はおそらく自転軌道共鳴の相互作用の結果生じた。そしてそれは惑星の赤道傾斜をゆっくり変化させるため, 以前から存在する規則衛星は惑星の移動の後を追って惑星の赤道面に一直線に並ぶことができる。最近の研究では徐々に天王星の赤道傾斜が大きくなった可能性が論じられている。われわれの結果は天王星の衛星の形成が衝突でできた円盤というよりも流入でできた円盤で進化したと考えるほうがもっともらしいことを明らかにした。つまり衛星系の質量比が土星や木星の衛星系と類似しているは偶然に起きているのではなく必然的に起きていると考えるほうがもっともらしい。天王星の赤道傾斜の起源を含んだ追加研究には究極的にはこれらの可能性から正しいものを選別する必要がある。

ここで述べられているモデルは規則衛星の形成にあてはまるが、注目すべきことは海王星の巨大不規則衛星のトリトンは、同じような質量比 $M_{Triton}/M_P \approx 2.1 \times 10^{-4}$ をもつことである。トリトンの軌道は逆行で傾いており, 日心軌道から無傷なまま捕えられたと考えられてきた。想定される初代の海王星の衛星系の直接的な証拠を欠いているが, トリトンよりも大きな総質量を含んでいなかったことは明らかのように思われる。さもなければ逆行で傾いた軌道を持つトリトンが規則衛星の領域を周っている間に破壊されてしまうだろう (なぜなら集積してしまうか衝突によって破壊される, あるいは順行物質の大きな質量との相互作用によって起こる軌道角運動量の減衰によって)。捕獲された逆行の衛星が生き残るためには相互作用しあう順行の衛星系と同じ, もしくはそれよりも大きな質量が必要である。より大きな侵入天体は数がすくないと考えられるので (それゆえ捕獲は稀である), もっとも生き残る可能性の高いトリトンのような天体は, 生き残るために必要な最小限の質量をもつ。その質量 M_{Triton} は, 海王星の初期の規則衛星の総質量に類似するか, すなわち $M_T/M_{Neptune} \approx O(10^{-4})$ になると推測される。

5.7 一般的な推測

太陽組成をもったガス惑星の質量の 2,3 % が周惑星円盤を通じて加工されると、1 つもしくはそれ以上の世代の衛星系が流入物から作られることがもっともらしい。初期の衛星は惑星との衝突へと追い込まれたであろう。今日観測される衛星は惑星への流入がなくなったため生き残った最後の世代の衛星であり、それは低圧の“ガスに乏しい”円盤で非常にゆっくり形成されたことを意味している。太陽系外巨大惑星の軌道が恒星のハビタブルゾーン内にある場合、地球サイズの衛星上に居住可能な環境が存在する可能性が想起されてきた。このような惑星が周惑星円盤の形成と矛盾がないタイムスケールで収縮しガスを集めたとすると (原始惑星系円盤の消失タイムスケール 10^6 years よりも長い場合にありうる)、われわれの結果では最大の生き残りの衛星は $10^{-4} M_P$ のオーダーの質量となるので、木星質量の系外惑星は月-火星サイズの衛星しかもてないだろう。

謝辞

本論文の作成においてたくさんの方々にお世話になりました。誠にありがとうございます。

特に指導教官の倉本圭教授には本研究の主題を決めるところから、論文の書き方の指導、惑星科学の面白さを教えていただきました。この場を借りて厚くお礼申し上げます。

また惑星宇宙グループの皆様にも大変お世話になりました。皆様の適切な添削、また皆様が精神的に支えてくださったおかげで本論文を書き上げることができました。併せてお礼申し上げます。

参考文献

- [1] Canup, Robin M., Ward, William R. : A common mass scaling for satellite systems of gaseous planets. *Nature*, Volume 441, Issue 7095, pp. 834-839 (2006).
- [2] Canup, Robin M., Ward, William R. : Formation of the Galilean Satellites: Conditions of Accretion. *The Astronomical Journal*, Volume 124, Issue 6, pp. 3404-3423 (2002).
- [3] Ikoma, Masahiro; Nakazawa, Kiyoshi; Emori, Hiroyuki., Formation of Giant Planets: Dependences on Core Accretion Rate and Grain Opacity., *The Astrophysical Journal*, Volume 537, Issue 2, pp. 1013-1025 (2000) .
- [4] Hayashi, C., Nakazawa, K., Nakagawa, Y. : Formation of the solar system. IN: *Protostars and planets II (A86-12626 03-90)*. Tucson, AZ, University of Arizona Press, pp. 1100-1153 (1985).
- [5] Mosqueira, Ignacio., Estrada, Paul R. : Formation of the regular satellites of giant planets in an extended gaseous nebula I: subnebula model and accretion of satellites. *Icarus*, Volume 163, Issue 1, pp. 198-231 (2003).
- [6] Lubow, S. H., Seibert, M., Artymowicz, P., Disk Accretion onto High-Mass Planets., *The Astrophysical Journal*, Volume 526, Issue 2, pp. 1001-1012 (1999)
- [7] Shakura, N. I., Sunyaev, R. A. : Black holes in binary systems. Observational appearance. *Astron. Astrophys.*, Vol. 24, pp. 337 - 355 (1973)
- [8] 井田茂, : 系外惑星. 東京大学出版会. pp. 53-56 (2007)
- [9] 福井隆, : 惑星系形成論の現状-特に原始惑星系円盤の形成過程について-. 北海道大学理学部卒業論文. (2004)
- [10] 安達俊貴, : 太陽系形成の標準モデル. 北海道大学理学部卒業論文. (2008)