

修士論文

木星型惑星を想定した  
水素大気の放射対流平衡構造  
The Radiative Convective  
Equilibrium Structure of  
Hydrogen Atmosphere  
Supposed for Gas Giant Planets

徳永 義哉

Tokunaga Yoshiya

北海道大学大学院理学院宇宙理学専攻  
惑星宇宙グループ

Department of Cosmo Sciences,  
Division of Science, Hokkaido University.  
Planetary and Space Group

2010 月 2 月 5 日



## 要旨

### 背景と目的

木星大気には地球大気と同様に顕著な対流運動が存在することが観測的に知られている。現在までにこの対流運動を再現する数値モデルが複数構築されてきた。しかし、対流運動を支配する重要なパラメータの一つである大気の加熱率分布は簡略化された形で仮定されてきた。しかし、大気の加熱率分布は大気の放射過程を厳密に解くことによって得ることのできる物理量である。そこで本研究では、鉛直一次元放射対流平衡モデルを作成し大気の加熱率分布が下部熱源の強度によってどのように変化するかを明らかにすることを試みた。

### 研究手法と数値モデル

モデル大気は水平一様で静水圧平衡にあり、水素のみで構成されていると仮定した。吸収係数の波長依存性を考慮し、波長  $10 \mu\text{m} - 100 \mu\text{m}$  に対して、局所熱力学平衡下における、 $\text{H}_2 - \text{H}_2$  の衝突誘起吸収を与えた (Borysow, 2002)。放射伝達方程式は二方向近似を仮定したものをを用いた (Appleby and Hogan, 1984)。大気上端では、宇宙空間からの赤外放射の入射は無視し、惑星大気から宇宙空間へ自由に射出できるものとする。また、モデルの計算領域の下端では温度を固定し、また、その温度における黒体放射フラックスが上向きに入射すると仮定する。下端を除く大気層の温度は放射計算から求まる加熱率にしたがって、時間発展させる。ただし、温度勾配が乾燥断熱減率よりも急になった層ではただちに対流が起きると仮定し、乾燥断熱減率にしたがう温度分布に調整する。数値計算においては、温度の時間変化率の最大値が  $10^{-10} \text{ K/s}$  を下回ったときに大気が放射対流平衡状態に達したと判定する。

下部境界 ( $2.0 \times 10^5 \text{ Pa}$  面) における温度を変えてパラメータスタディを行った。そして各条件下で、大気上端から射出される赤外放射のスペクトルとその等価黒体温度、温度分布がパラメータによってどのように変化するか求めた。

## 結果と考察

モデル下端の温度を 160 K から 180 K まで 10 K ごとに大きくして、それぞれ放射対流平衡構造を求めたところ、大気上端から射出される赤外放射の等価黒体温度はおよそ 5 K の幅で大きくなった。これは吸収係数が温度とともに大きくなり、モデル下端の温度が高くなるほど宇宙空間への放射がより高高度の大気層から起こるためである。

大気上端から射出される赤外放射のスペクトルは黒体放射のスペクトルから大きく歪んでいる。これは吸収係数の波長依存性が大きいからである。

観測値と等しい  $1.0 \times 10^5$  Pa 面の温度を再現した場合の大気上端から射出される赤外放射スペクトルは、木星大気の観測スペクトルとほぼ相似である。しかし、その絶対値は観測値よりもモデルの方が小さい。これは実際の木星大気よりもモデル大気の方が赤外放射をより強く吸収するということを意味する。これは水素以外の吸収物質を取り入れていない分、モデル大気の不透明度が小さくなるという予想に一見反する。しかし水素のみの大気を仮定しているため、モデル大気では実際の木星大気よりも水素分圧が 1 割程度高く、吸収係数は水素分圧の二乗に比例するため、大気の不透明度が高くなったと考えられる。また、このときのモデルの対流圏における加熱率は、圧力が  $1.5 \times 10^5$  Pa 付近で  $-0.013$  K/day となった。この値はガリレオ大気観測プローブによる木星大気の一地点における加熱率の観測値  $-0.02$  K/day と比べて半分程度である。地球の対流圏における加熱率の典型的な値  $-1$  K/day と比較すると、木星大気における値は非常に小さい。

# 目次

第 1 章	研究の背景	1
1.1	はじめに	1
1.2	木星大気に関する先行研究	2
1.2.1	探査機や望遠鏡による観測	2
1.2.2	モデリング	3
1.3	研究の目的	4
1.4	本論文の構成	5
第 2 章	モデルと計算方法の概要	6
2.1	はじめに	6
2.1.1	モデルで用いる仮定	6
2.1.2	放射対流平衡状態	7
2.1.3	計算手順	7
2.2	放射伝達方程式	9
2.3	計算のための式変形	11
2.3.1	放射伝達方程式	11
2.3.2	指数積分 (exponential integral)	13
2.4	計算手法	13
2.4.1	モデルパラメータ	13
2.4.2	境界条件と格子点	14
第 3 章	計算結果	16
3.1	下部境界の温度と平衡構造の関係	16
3.2	モデル大気上端の赤外放射スペクトル	21
3.3	ガス吸収係数	24
3.3.1	水素の衝突誘起吸収	24
第 4 章	結論	26
4.1	モデル大気におけるパラメータスタディの考察	26
第 5 章	謝辞	28
付録 A	放射冷却の時間スケール	29
A	大気の熱容量	29
A-1	気体定数	29
A-2	大気の比熱と熱容量	30

---

B	平衡に達する時間スケール . . . . .	30
付録 B	光学的厚さ	<b>33</b>
A	定義 . . . . .	33
B	amagat 単位での数密度を用いた光学的深さ . . . . .	33
C	様々な気体が混合している場合の光学的厚さ . . . . .	36
付録 C	静水圧平衡	<b>38</b>
付録 D	指数積分 E	<b>39</b>
A	置換法を用いる . . . . .	39
B	近似式を用いる . . . . .	40
付録 E	(2.1)~(2.4) 式の導出	<b>42</b>
A	(2.1)~(2.3) 式の導出 . . . . .	42
B	太陽放射のフラックス . . . . .	47
参考文献		<b>48</b>

## 図目次

1.1	太陽系のガス惑星 . . . . .	1
1.2	ガリレオ探査衛星が観測した放射フラックス . . . . .	2
1.3	木星大気の雲対流の数値計算 . . . . .	4
2.1	計算手順 . . . . .	8
2.2	大気に入射する放射フラックス . . . . .	10
2.3	大気モデルの概念図 . . . . .	15
3.1	放射対流平衡状態における温度分布 . . . . .	16
3.2	放射対流平衡状態における温度分布 . . . . .	17
3.3	大気上端からの上向き赤外放射フラックス . . . . .	18
3.4	放射対流平衡状態における加熱率 . . . . .	19
3.5	光学的厚さが 1 になる温度 . . . . .	20
3.6	木星大気の放射スペクトル . . . . .	22
3.7	水素大気のモデルから計算した惑星表面のスペクトルと木星の遠赤外観測 . . . . .	23
3.8	水素の吸収係数 . . . . .	25
A-1	平衡温度に近づく時間スケール . . . . .	32
C-1	静水圧平衡 . . . . .	38
E-1	大気の層構造 . . . . .	43



# 第1章 研究の背景

## 1.1 はじめに

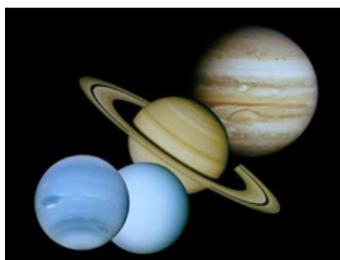


図 1.1: 太陽系のガス惑星.  
左から海王星, 天王星, 土星,  
木星 (NASA).

太陽系には木星, 土星, 天王星, 海王星の 4 つの巨大惑星がある. これらは木星型惑星と呼ばれ, その大気の八割以上を水素が占めている<sup>1)</sup>. 近年では, 太陽系外でも多くの木星型惑星が発見され, 注目を集めている. 本論文では水素を主成分とする木星型惑星の大気について考察するために, 太陽系最大の惑星であり我々に最も身近なガス惑星である木星をとりあげる<sup>2)</sup>. 木星の地球にはない特徴の最たるものは地表面がないことである. 我々が普段写真などで目にする惑星表面は雲層の上部なのだ. 木星大気には地球大気と同様に顕著な対流運動が存在することが確認されている. この対流運動を解明するために, 大気モデルを作成し, 雲層の運動をシミュレーションすることやガリレオ探査機の大気プローブの直接観測などの多くの研究が行われている.

<sup>1)</sup>それぞれの水素の存在度は容積比で  $89.8 \pm 2.0 \%$ ,  $96.3 \pm 2.4 \%$ ,  $85 \%$ ,  $81 \pm 3.2 \%$  である (松田, 惑星気象学; 2000).

<sup>2)</sup>これ以降に述べることは木星に関するものであり, 必ずしも全ての木星型惑星にあてはまらないことを了承いただきたい.

## 1.2 木星大気に関する先行研究

### 1.2.1 探査機や望遠鏡による観測

木星に関して、地上望遠鏡やハッブル宇宙望遠鏡を用いた分光観測、探査機による観測が行われてきた。

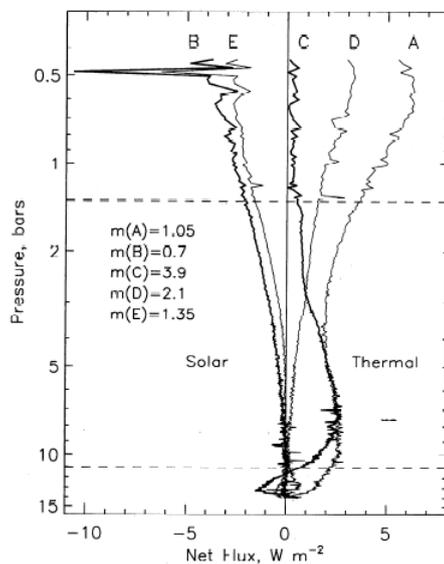


図 1.2: ガリレオ探査衛星の大気観測プローブが観測した正味下向き短波放射と正味上向き長波放射 (Sromovsky et al., 1998).

0.75±0.2×10<sup>5</sup> Paであることを示した。さらに、その高度に存在し得る雲を大気の平衡雲凝結モデルより特定することでNH<sub>3</sub>の雲の存在を推測した。Irwin et al.(2005)はNIMS(Near-Infrared Mapping Spectrometer)観測より雲の高度を測定して、平衡雲凝結モデルからNH<sub>4</sub>SHやH<sub>2</sub>Oの雲の存在を推測した。しかし、これらの観測は局部的であ

1979年、ヴォイジャー1号、2号は電波掩蔽観測によって木星の成層圏の温度分布を計測した(Lindal et al., 1981)。1995年には、ガリレオ探査衛星は大気観測プローブを木星の大気に突入させて初めて大気の直接観測をおこなった。その結果、木星の雲は3つ層をなしていることが明らかになった。また、大気観測プローブはNet Flux Radiometerによって大気の下向き短波放射と上向き長波放射を観測した(図 1.2)。しかし、この観測は木星のホットスポットと呼ばれる、特に乾燥した場所であるといわれており、正味の放射についても未だわからないことが多い。

放射特性を決めるのに必要な情報である、雲の分布についても観測や解析が行われてきた。Banfield et al.(1998)は可視光や近赤外領域でのSSI(Solid State Imager)観測から雲層の高度が

り、詳しい木星の雲の分布、木星の凝結核の存在度や成層圏の組成、加熱率など、まだ不明瞭な点がある。

### 1.2.2 モデリング

観測だけでなく木星の放射モデルにおいても多くの探索がなされてきた。その主な例を記す。

最初に木星大気のモデルを作ったのは、Kuiper(1952) や Lasker(1963) であった。彼らは木星の大気が対流平衡であると仮定して、モデルを作った。彼らは放射伝達を考慮しなかった。Trafton(1967) は放射が大気の熱輸送に重要な役割を果たしていると考え、灰色でない大気—吸収係数が波長や温度によって変化する大気—による放射を考慮して計算を行った。彼は彼のモデルの範囲において、木星大気中の雲の成分である  $\text{NH}_3$  による木星大気の温度分布への影響が無視できる程小さいことを示した。Hogan et al. (1969) は木星大気に逆転層があることを示した。Cess and Chen(1975) は、彼らのモデル以前のモデルで考慮されていた、 $\text{H}_2$ 、 $\text{He}$ 、 $\text{CH}_4$  に加え、 $\text{C}_2\text{H}_6$ 、 $\text{C}_2\text{H}_2$  による吸収と射出により木星の成層圏で約 20 K の放射冷却が起きていることを発見した。Appleby and Hogan (1984) は上記の吸収物質に加えエアロゾルの加熱の効果を検討し、エアロゾルが木星の成層圏で大気を加熱していることを示した。しかし、これらのモデルでは対流や凝結による温度の変化は考慮していないため、木星大気の熱輸送を記述するには不十分である。

杉山 (2006) は木星大気の雲の凝結過程を計算し、3 種類の雲の鉛直分布を示した (図 1.3)。しかし、杉山の計算では放射の効果は高度  $2.0 \times 10^5$  Pa から  $1.0 \times 10^4$  Pa までの領域で -1 K/day といった一様な冷却の効果をいれたのみであった。

大気の熱輸送には放射、対流、伝導が寄与している。光学的に厚いところでは対流が支配的であり、大気の光学的厚さが小さいときの熱輸送には放射が支配的である<sup>3)</sup>。ただし、それ

---

<sup>3)</sup>伝導は主に惑星表面において支配的であるが、本論文では、ガス惑星—地表面のない惑星—のみを扱っているため地表面の熱輸送については議論しない。

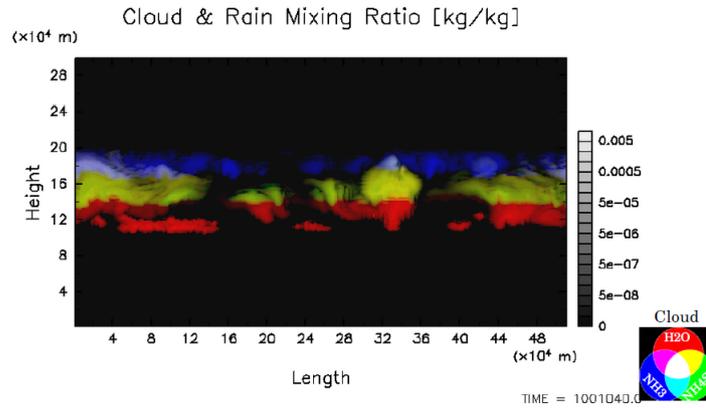


図 1.3: 木星大気雲対流の数値計算. 木星大気の 3 種類の雲を色分けして混合比を示している (杉山, 2006).

それぞれの現象は独立ではなく、相互に作用して熱輸送を行っている。例えば放射冷却は対流の強度に大きな影響を及ぼしている。大気の上層の温度が放射冷却によって下がると大気は不安定になり、対流の強度が増す。このように雲層よりも上層の大気(惑星大気の成層圏)での放射はそれだけで大気の熱輸送に効果があるだけでなく対流の強度を決定する鍵になっている。つまり、より現実に近い木星大気を表現するには放射と対流の両方を計算するモデルが必要になる。そのためには放射による大気加熱や冷却の効果を検討し、対流にともなう大気組成の変化や下部熱源からの熱流入の変化に対応させたモデルが必要がある。

### 1.3 研究の目的

本研究では、対流モデルに組み込み可能な放射モデルの構築を行い、木星を想定した、水素大気放射特性を明らかにすることを目的とする。具体的には、鉛直次元放射対流平衡モデルを構築し、純粋な水素大気におけるモデルを基本として、対流圏の加熱率を見積る。また、2 気圧面の温度を変化させた場合の有効放射温度、加熱率の変化やメタンの吸収が放射平衡状態の温度分布や大気表面でのスペクトルに及ぼす効果を考察する。本論文ではそのモデルの計算手法と共に計算から得られた結果と考察を紹介する。

## 1.4 本論文の構成

第 2 章では放射対流平衡モデル構築のための計算の概要をしるす。ここでは放射モデルの支配方程式とその式の離散化の方法, そしてモデルで用いた境界条件やパラメータの説明をする。第 3 章ではモデルの計算結果を示す。第 4 章ではモデルの結果をうけての考察を記す。

## 第2章 モデルと計算方法の概要

### 2.1 はじめに

#### 2.1.1 モデルで用いる仮定

この章では、計算に用いた仮定、計算式、計算手法について述べる。

座標軸は鉛直上向きに  $z$  軸をとる。モデル大気は水素のみで構成されている理想気体と仮定する。また、大気は局所熱力学平衡にある。局所熱力学平衡とは、大気の光学的厚さが大きいところで高度毎に熱力学平衡が成り立っていることをいう。また、大気は静水圧平衡にあり以下の式が成り立つ (詳細は付録 C を参照)。

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g. \quad (2.1)$$

吸収係数は波長依存を考慮し、波長  $10 \mu\text{m}$  から  $100 \mu\text{m}$  までの領域において、 $\text{H}_2 - \text{H}_2$  の衝突誘起吸収を与えた (Borysow, 2002)。熱輸送は放射と対流によって行われているとする。また、大気による光の散乱は無視する。

木星は自転も公転もしているので、温度構造には日変化や年変化があるはずである。しかしこれらは無視する。なぜならば惑星日が放射冷却時間に比べて十分に小さいからである。惑星日は、9.9 時間、それに対して木星の放射冷却時間は 1600 地球年であるから (詳細は付録 A を参照)、日変化は無視できる。年変化については無視する。これは本論文のモデルには太陽放射が考慮されていないからである。

宇宙空間からの入射フラックスは無視する。ただし惑星大気から宇宙空間へは自由に射出できるものとする。

### 2.1.2 放射対流平衡状態

微小厚さ  $dz$  をもった大気層にはその大気層の上部または下部にある大気から放射過程や対流過程によってエネルギーが輸送される。ここで、ある大気層への正味のエネルギー流入量を  $E_{tot}$  [ $\text{W m}^{-3} = \text{J m}^{-3} \text{s}^{-1}$ ] とする。 $E_{tot}$  を単位体積あたりの熱容量 [ $\text{J m}^{-3} \text{K}^{-1}$ ] で割ることで、大気層の加熱率  $\frac{dT}{dt}$  [ $\text{K/s}$ ]

$$\frac{dT}{dt} = \frac{E_{tot}}{\rho c_p} + C \quad (2.2)$$

が得られる。ここで  $\rho$  は大気の密度、 $c_p$  は理想気体における定圧比熱である。また、 $C$  は対流による加熱の効果である。これは放射冷却によって大気の温度勾配が乾燥断熱温度減率よりも急になったとき、ただちに対流が起きると仮定し、乾燥断熱温度減率に沿うように調節する項である。

大気層が熱力学平衡に達したとき、その大気層に入射するエネルギーと大気から射出されるエネルギーは等しくなるため、大気の温度変化がなくなる。モデルでは収束条件として、大気層の温度変化率が  $10^{-10} \text{K s}^{-1}$  以下とし、この条件を満たしたら大気層が熱力学平衡に達したと判断する。そして、すべての大気層が熱力学平衡に達したときに大気は放射対流平衡状態に達したとする。

### 2.1.3 計算手順

モデルの計算は以下の手順に従う。モデル計算の手順の模式図を図 2.1 に示す。

まず、初期の温度分布を与える。このとき与える温度分布は最終的な温度分布には影響しないのでどのように与えてもよい。本論文では、どの高度でも一様に、表 2.1 にある木星の

$T_B$  に近い値である 120 K の等温に設定した.

各大気層毎に  $E_{tot}$  を計算して, 加熱率を求める.

加熱率と時間ステップをかけた値を大気層の温度に足し合わせる. すると新しい温度分布が得られる. 時間ステップは 10 地球日を 1 ステップとした.

大気温度勾配が乾燥断熱温度減率よりも急になったら対流調節を行なう.

この温度分布からもう一度各大気層における  $E_{tot}$  を計算し, 加熱率を求める作業を繰り返す.

全ての大気層が, 収束条件を満たしたら繰り返しを止め, その時の温度分布を放射対流平衡にある大気温度分布とする.

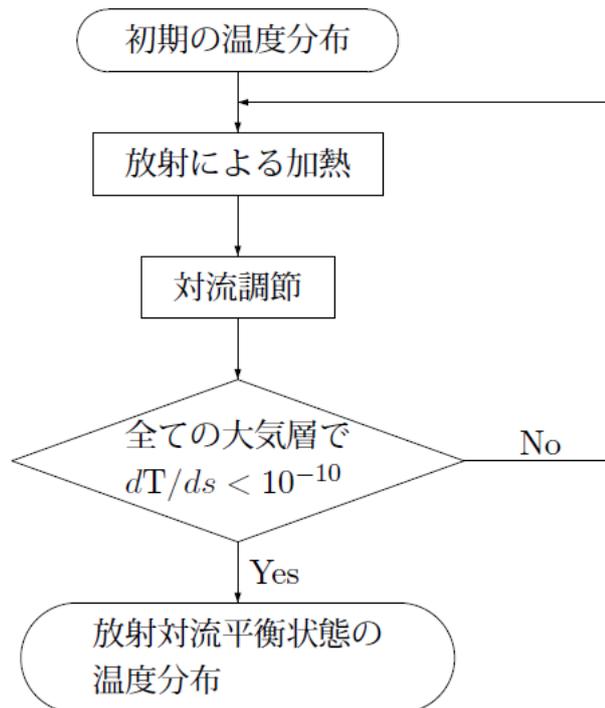


図 2.1: モデルでの計算の流れ.

## 2.2 放射伝達方程式

モデル大気における大気層には大気層上部にある大気からの下向き放射フラックス  $F_\lambda^\downarrow$ , 大気層下部にある大気からの上向き放射フラックス  $F_\lambda^\uparrow$ , 下部境界からの放射フラックス  $F_\lambda^s$  がそれぞれ入射している (図 2.2). これらの入射フラックス  $F_\lambda^\downarrow$ ,  $F_\lambda^\uparrow$ ,  $F_\lambda^s$  は以下のように表される (付録 E 参照).

$$F_\lambda^\downarrow(\tau) = -2\pi \int_0^\tau dt B_\lambda(t) E_2(\tau - t), \quad (2.3)$$

$$F_\lambda^\uparrow(\tau) = 2\pi \int_\tau^{\tau_s} B_\lambda(t) E_2(t - \tau) dt, \quad (2.4)$$

$$F_\lambda^s(\tau) = 2\pi B_\lambda(T_s) E_3(\tau_s - \tau). \quad (2.5)$$

大気層に入射する単位体積あたりの正味のエネルギーは放射フラックスの発散で表される (Houghton, 2002). そこで, (2.3) 式, (2.4) 式の放射フラックスの発散を求めると,

$$\frac{dF_\lambda^\downarrow(\tau)}{dz} = -2\pi \frac{d\tau}{dz} \left[ B_\lambda(\tau) - \int_0^\tau dt B_\lambda(t) E_1(\tau - t) \right] \quad (2.6)$$

$$\frac{dF_\lambda^\uparrow(\tau)}{dz} = -2\pi \frac{d\tau}{dz} \left[ B_\lambda(\tau) - \int_\tau^{\tau_s} dt B_\lambda(t) E_1(t - \tau) \right] \quad (2.7)$$

となる. ただし, 関数  $f, g$  に関して,

$$\frac{d}{dx} \int_0^x f(t) \cdot g(x - t) dt = f(x)g(0) + \int_0^x f(t) \frac{d}{dx} g(x - t) dt$$

が成り立つ. ここで  $\tau$  は波長  $\lambda$  の光に対する光学的厚さで,  $\tau_s$  はモデルの下部境界における光学的厚さである.

また, 下部境界から大気層に入射する放射フラックスの発散は

$$\frac{dF_\lambda^s(\tau)}{dz} = 2\pi B_\lambda(T_s) E_2(\tau_s - \tau) \frac{d\tau}{dz} \quad (2.8)$$

となる.

$E_n$  は  $n$  次の指数積分で

$$E_n(x) = \int_1^\infty \frac{e^{-wx}}{w^n} dw \quad (2.9)$$

と表される.

$B_\lambda$  はプランク関数で,

$$B_\lambda = \frac{c_1}{\lambda^5 (\exp(c_2/\lambda T) - 1)} \quad (2.10)$$

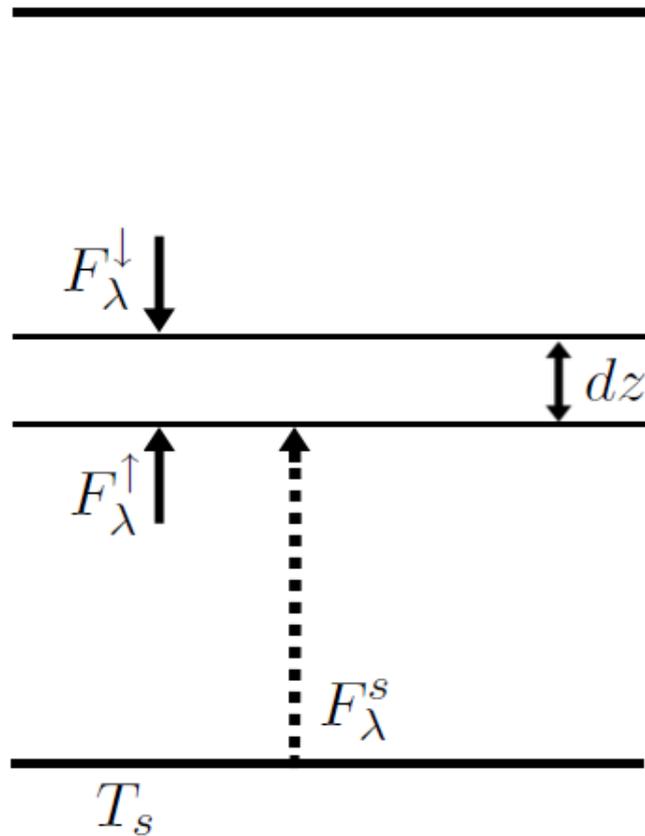


図 2.2: 大気に入射する放射フラックス. 厚さ  $dz$  をもつ大気層に下向きに大気層のすぐ上にある大気から  $F_\lambda^\downarrow$ , また, 大気層のすぐ下にある大気から  $F_\lambda^\uparrow$  が入射する. またモデル下端の温度は  $T_s$  に固定されていて, そこからの黒体放射  $F_\lambda^s$  が大気層に入射する (図中の破線の矢印).

と表される. ここで,

$$\begin{aligned} c_1 &= 1.1911 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{sr}^{-1}(\text{cm}^{-1})^{-4}, \\ c_2 &= 1.439 \text{ K}(\text{cm}^{-1})^{-1} \end{aligned} \quad (2.11)$$

である.

(2.6) 式と (2.7) 式の右辺第一項は大気層が射出するエネルギーであり, 右辺第二項は大気層が吸収するエネルギーである.

大気層に入射する正味のエネルギー流入量  $E_{tot}$  は (2.6) 式, (2.7) 式, (2.8) 式を足し合わせて波長積分すると得られる.

$$E_{tot} = \int_{\lambda} \left\{ \frac{dF_{\lambda}^{\downarrow}(\tau)}{dz} + \frac{dF_{\lambda}^{\uparrow}(\tau)}{dz} + \frac{dF_{\lambda}^s(\tau)}{dz} \right\} d\lambda. \quad (2.12)$$

$E_{tot}$  の値が 0 になるとき, 大気層は放射平衡状態にあるといえる.

## 2.3 計算のための式変形

実際の計算をするにあたって, 支配方程式を数値的に解くにあたって放射伝達方程式を変形する. この節ではその式変形について解説する.

### 2.3.1 放射伝達方程式

ここでは, (2.6), (2.7) の式変形について記す. 図 2.3 に数値計算するための大気モデルの概念図を示す. それぞれの大気層に光学的厚さ  $\tau_i$  を設定している. (2.6) の右辺第二項は,

以下のように変形する.

$$\begin{aligned}
\int_0^\tau B_\lambda(t) E_1(\tau - t) dt &= \int_0^\tau \int_1^\infty B_\lambda(t) \frac{e^{-w(\tau-t)}}{w} dw dt \\
&\simeq \sum_{i=1}^n B_\lambda(\bar{T}_i) \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} \int_1^\infty \frac{e^{-w(\tau-t)}}{w} dw dt \\
&= \sum_{i=1}^n B_\lambda(\bar{T}_i) \int_1^\infty \left[ \frac{e^{-w(\tau-t)}}{w^2} \right]_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} dw \\
&= \sum_{i=1}^n B_\lambda(\bar{T}_i) \int_1^\infty \left( \frac{e^{-w(\tau-\tau_i)}}{w^2} - \frac{e^{-w(\tau-\tau_{i-1})}}{w^2} \right) dw \\
&= \sum_{i=1}^n B_\lambda(\bar{T}_i) \{E_2(\tau - \tau_i) - E_2(\tau - \tau_{i-1})\}.
\end{aligned} \tag{2.13}$$

ここで,  $\tau_0 = 0, \tau_n = \tau$  である. また, (2.7) の右辺第二項は,

$$\begin{aligned}
\int_\tau^{\tau_s} B_\lambda(t) E_1(t - \tau) dt &= \int_\tau^{\tau_s} \int_1^\infty B_\lambda(t) \frac{e^{-w(t-\tau)}}{w} dw dt \\
&\simeq \sum_{i=1}^n B_\lambda(\bar{T}_i) \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} \int_1^\infty \frac{e^{-w(t-\tau)}}{w} dw dt \\
&= \sum_{i=1}^n B_\lambda(\bar{T}_i) \int_1^\infty \left[ -\frac{e^{-w(t-\tau)}}{w^2} \right]_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} dw \\
&= \sum_{i=1}^n B_\lambda(\bar{T}_i) \int_1^\infty - \left( \frac{e^{-w(\tau_i-\tau)}}{w^2} - \frac{e^{-w(\tau_{i-1}-\tau)}}{w^2} \right) dw \\
&= \sum_{i=1}^n B_\lambda(\bar{T}_i) \{E_2(\tau_{i-1} - \tau) - E_2(\tau_i - \tau)\}.
\end{aligned} \tag{2.14}$$

ここで,  $\tau_0 = \tau, \tau_n = \tau_s$  である.  $B_\lambda(t)$  は光学的厚さが  $t$  の層の温度におけるプランク関数である. モデルにおいては, 光学的厚さが  $\tau_i$  である大気層の温度  $T|_{\tau=\tau_i}$  と  $\tau_{i-1}$  である大気層の温度  $T|_{\tau=\tau_{i-1}}$  の平均値

$$\bar{T}_i = \frac{T|_{\tau=\tau_i} + T|_{\tau=\tau_{i-1}}}{2} \tag{2.15}$$

を用いて,  $B_\lambda(t) \simeq B_\lambda(\bar{T}_i)$  としている. そのため (2.13) 式と (2.14) 式の 2 行目の変形で  $B_\lambda$  を  $dt$  の積分の外に出している.

### 2.3.2 指数積分 (exponential integral)

前節より, 指数積分  $E_2$  の計算が出来れば放射伝達方程式 (2.6) 式, (2.7) 式, (2.8) 式が数値的に解ける.

$E_2$  については近似式を用いて計算を行っている. (2.9) 式より,  $E_2$  は

$$E_2(x) = \int_1^{\infty} \frac{e^{-wx}}{w^2} dw \quad (2.16)$$

と表される. この式は  $x$  の大小によって以下のように近似できる.

$$E_2 \sim \begin{cases} e^{-x} + x\gamma + x \ln|x| + \sum_{k=1}^n (-1)^k \frac{x^{k+1}}{kk!} & (0 < x < 1), \\ \frac{1.430913+0.995924x}{1.681534+3.330657x+x^2} \exp(-x) & (x \geq 1). \end{cases} \quad (2.17)$$

ここで (2.17) 式の上式の  $n$  は任意の値である. 厳密には  $n \rightarrow \infty$  とする必要があるが, 計算上無限大には設定できないので本論文では,  $n = 5$  にして計算を行っている.  $n = 5$  の場合, 最大で  $10^{-4}$  の誤差がある.

## 2.4 計算手法

### 2.4.1 モデルパラメータ

モデルの構築のために決めるべきパラメータは木星の重力加速度  $g$  である. これは,  $g = GM/R^2$  の式を元に計算している.  $GM$  に関しては,  $GM = 1.267 \times 10^8 \text{km}^3 \text{s}^{-2}$  を用いている (Null, 1976). 木星の半径は赤道域では, ヴォイジャー 1 号の掩蔽観測から  $R = 71,450 \text{m}$  という値がわかっているので,  $g = 24.82 \text{m s}^{-2}$  である. 一方, 高緯度域では, ヴォイジャー 2 号の掩蔽観測から  $R = 67,370 \text{km}$  であり,  $g = 27.97 \text{m s}^{-2}$  となる.

数値計算によって得られた温度分布の整合性を確かめるために, 木星の観測から得られた,

表 2.1: モデルのパラメータ. 各々の値には木星の観測値を引用している.

記号	説明	観測値	参考文献
$g$	重力加速度 (赤道域) (極域)	24.82 m s <sup>-2</sup> 27.97 m s <sup>-2</sup>	Null (1976) and Lindal et al. (1981)
$T_B$	Bolometric Temperature: 惑星 が宇宙空間へ射出する放射と同 じ強度の放射をする黒体の温度.	124 K	Irwin (2003)
$T_{1bar}$	1 気圧面での平均の温度	167 K	Irwin (2003)
$T_e$	有効放射温度	110 K	Irwin (2003)

木星大気の表面から射出される赤外放射の等価黒体温度  $T_B$ , 1 気圧面の温度  $T_{1bar}$  を用いた. 詳細は第 3 章を参照されたい. 今回使用したパラメータとして, 重力加速度,  $T_{1bar}$  などを表 2.1 にまとめた. 表中のそれぞれの値については同表にある参考文献を参照されたい.

#### 2.4.2 境界条件と格子点

モデルの境界条件を以下のように定める.

モデルの計算領域の下端の圧力は  $2.0 \times 10^5$  Pa とする. 下端の温度は固定する. 下端の温度は 160 K, 170 K, 180 K の 3 つの値を使って計算した. 木星には内部熱源があるといわれており, その効果を入れるために下部境界から上向きに下部境界の温度における黒体放射が入射しているとする<sup>1)</sup>.

大気は 300 層に分けた. 具体的には,  $0-3.0 \times 10^3$  Pa までを 5 層,  $3.0 \times 10^3 - 3.0 \times 10^4$  Pa までを 10 層,  $3.0 \times 10^4 - 2.0 \times 10^5$  Pa までを 285 層に分けた. . これより少なく分けると大気層一層当たりの光学的厚さが大きくなりすぎてしまい, 正確な計算結果が得られない. また, これより多く分けると計算により多くの時間がかかってしまう. 大気層の分け方は圧力の 2 乗が等間隔になるように分けている. この分け方だと光学的厚さがほぼ等間隔になる. 図 2.3 にモデル大気概念図を示す.

<sup>1)</sup>モデル下端ではどの波長においても光学的厚さが 1 よりも大きいいためこの仮定を置くことができる.

表 2.2: 物理定数表. (理科年表, 2009)

物理量	記号	値	備考
ステファンボルツマン定数	$\sigma$	$5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$	
光速	$c$	$2.997 \times 10^8 \text{ m sec}^{-1}$	
一般気体定数	$R$	$8.31 \times 10^3 \text{ J K}^{-1} \text{ kmol}^{-1}$	
H <sub>2</sub> 分子質量	$M_{\text{H}_2}$	$3.32 \times 10^{-27} \text{ kg}$	
CH <sub>4</sub> 分子質量	$M_{\text{CH}_4}$	$2.66 \times 10^{-26} \text{ kg}$	

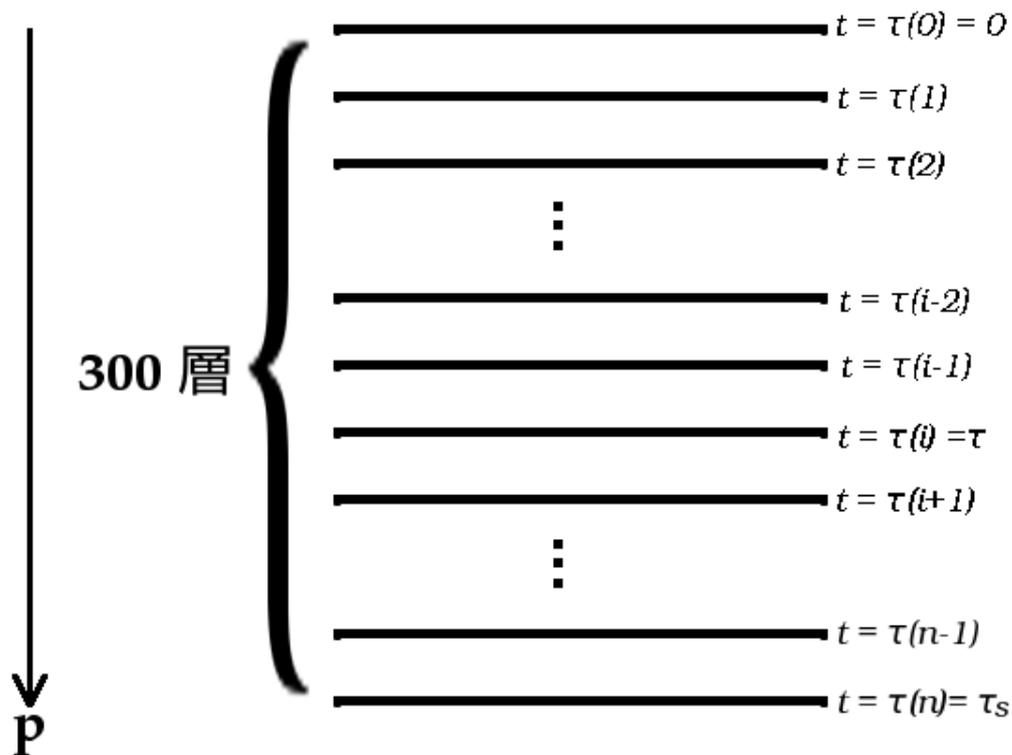


図 2.3: 大気モデルの概念図. 大気を 300 層に分け, それぞれの大気層に光学的厚さ  $\tau$  を設定している. 大気上端は  $\tau = 0$ , 大気下端は  $\tau = \tau_s$  である. 大気下端では圧力が  $2.0 \times 10^5$  Pa で, 温度は固定されていて時間変化しない.

## 第3章 計算結果

### 3.1 下部境界の温度と平衡構造の関係

モデルの下部境界である、圧力が  $2.0 \times 10^5$  Pa 面の温度を変えて放射対流平衡状態における温度分布、赤外放射フラックス、加熱率がどのように変化するか調べた。以下にその詳細を記す。木星には地表面が存在しないので、木星の大気の高さを表すには圧力を用いる。

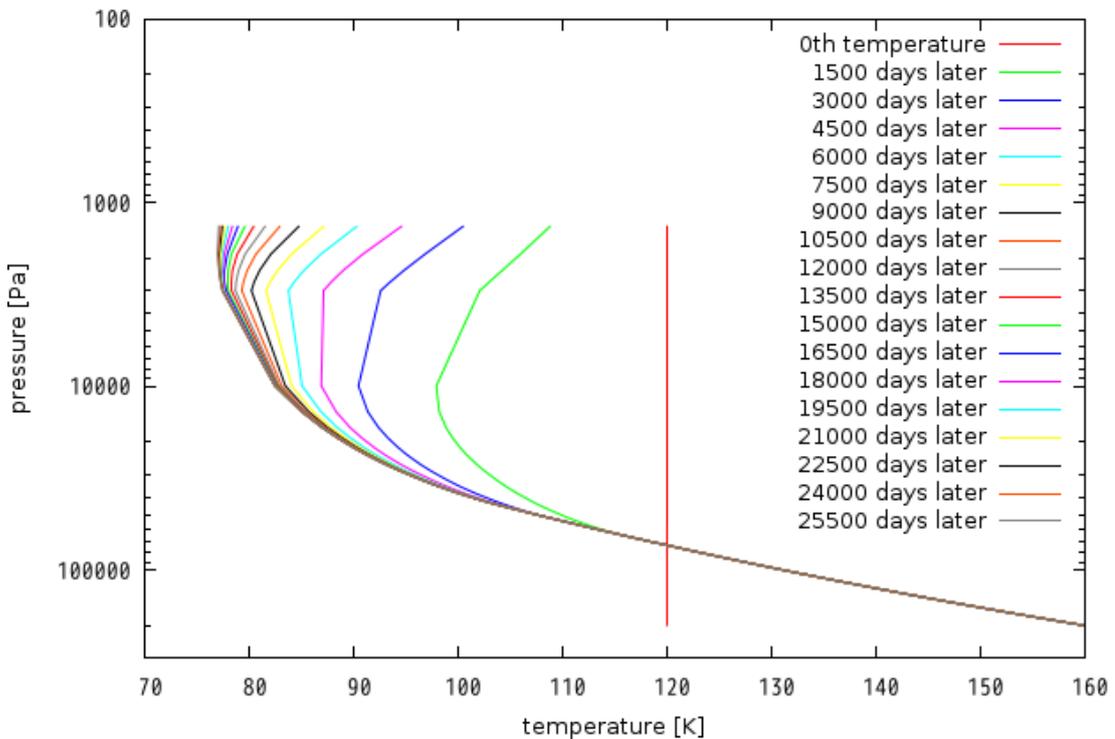


図 3.1: 放射対流平衡状態に達するまでの温度分布の変化。最下層の圧力を  $2.0 \times 10^5$  Pa, 下部境界の温度を 160 K にした。25740 日間分計算し、加熱率が  $10^{-10}$  未満になったときの温度構造。

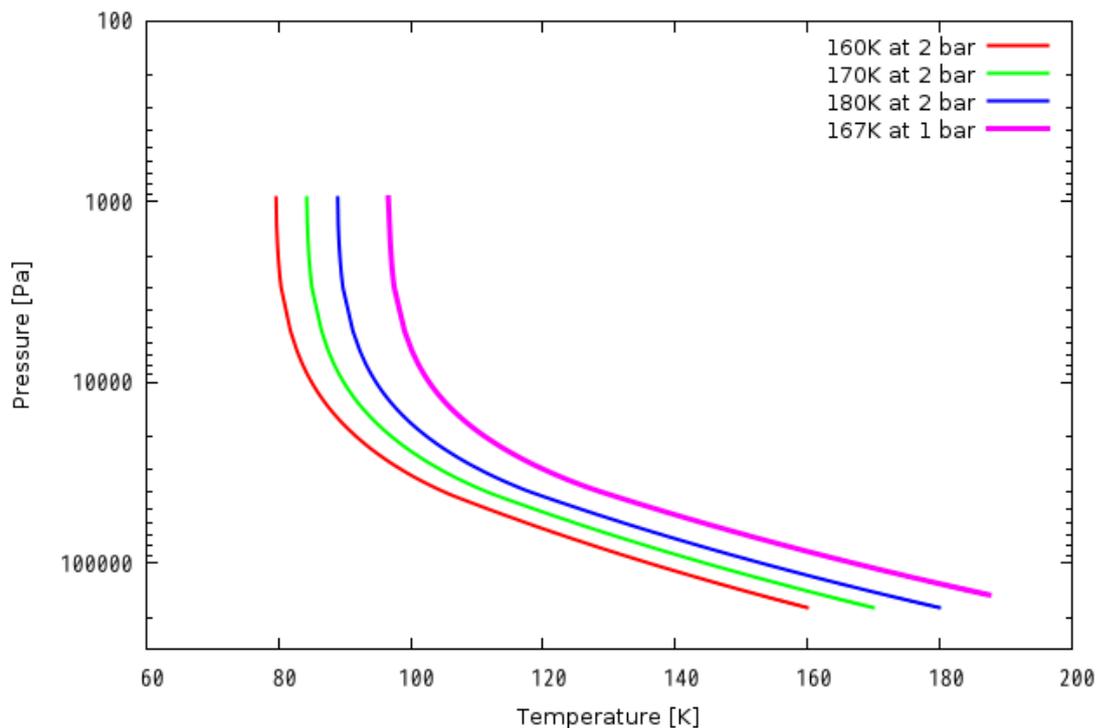


図 3.2: 放射対流平衡状態における温度分布. 縦軸は圧力 [Pa], 横軸は温度 [K]. 赤, 緑, 青の線は,  $2.0 \times 10^5$  Pa 面の温度を 160K, 170K, 180K に変えたときの計算結果. ピンクの線はガリレオプローブによる観測値である  $1.0 \times 10^5$  Pa 面の温度を 167K にして計算したときの計算結果.

図 3.1 はモデルの数値計算において, 放射対流平衡状態達するまでの温度分布を 1500 日ずつに区切って描いた図である. モデルのなかで, 25740 日経過した時に平衡状態に達した. この計算では初期の温度を 120 K で等温としたが, 80 K で等温に設定した場合でも最終的な温度分布は同じものが得られた. これは, 2.1.3 節で述べた, 初期の温度分布は最終的な温度分布には影響しないことが正しいことを示している. またこの図において圧力が約  $4.0 \times 10^4$  Pa より大きいところでは対流調節が行われているため温度分布が乾燥断熱減率に沿っている. つまりここがこの計算における対流圏界面となる. モデル下端を高度 0 と仮定したとき対流圏界面の高度はおよそ 40 km である.

この図を見ると, 成層圏において, 圧力が低いところほど平衡解に達するまでに時間がかかっていることがわかる. これは吸収係数が密度の二乗に比例するため, 圧力が低くなるほど, 大気密度が下がり, 大気による光の吸収量や射出量が減るためである.

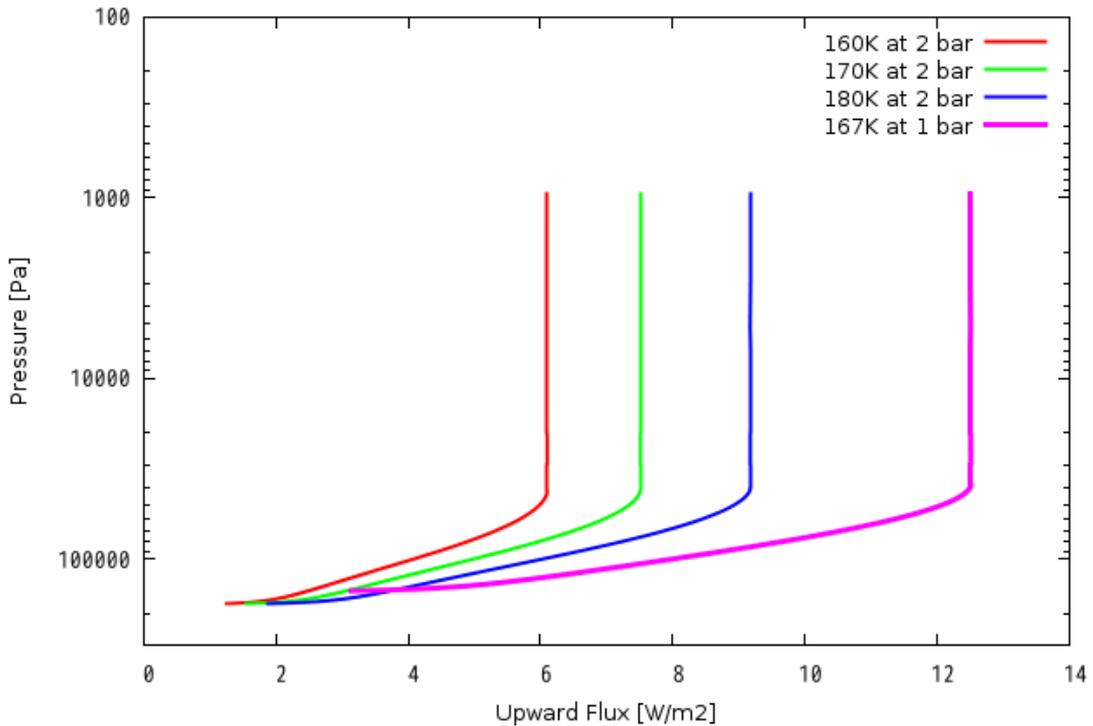


図 3.3: 大気上端からの上向き赤外放射フラックス. 縦軸は圧力 [Pa], 横軸はフラックス [ $\text{W m}^{-2}$ ]. 赤, 緑, 青の線は,  $2.0 \times 10^5$  Pa 面の温度を 160K, 170K, 180K に変えた計算結果. ピンクの線はガリレオプローブによる観測結果から  $1.0 \times 10^5$  Pa 面の温度を 167K にしたときの計算結果. 放射平衡状態にある高度では上向きフラックスが一定になっている.

図 3.2, 3.3, 3.4 はそれぞれ, 放射対流平衡状態での, 温度分布, 大気層から射出される正味上向き赤外放射フラックス, 加熱率の図である. 赤, 緑, 青の線は, モデル下端 (圧力が  $2.0 \times 10^5$  Pa の面) での温度を それぞれ, 160 K, 170 K, 180 K に設定したものである. また, ピンクの線は圧力が  $1.0 \times 10^5$  Pa での温度  $T_{1bar}$  を表 2.1 にある通り, 観測値である 167 K と等しくなるようにした. 図 3.2 の赤, 緑, 青の線に注目すると, モデル下端での温度は 10 K ずつの差があるが, 高度が上がるほどに 3 つの温度分布の同圧面での温度差は小さくなり, 大気上端では  $4.66 \pm 0.02$  K の差になっている. 図 3.3 は, それぞれの高度にある大気層から射出される正味上向き赤外放射フラックスの値を描いたものである. この図より, 大気上端から宇宙空間に放射される正味上向き赤外放射フラックスの値がわかる. この放射フラックスの値と同じ強度の放射をする黒体の温度である  $T_B$  を計算したところ, モデル下端での温度が 160 K, 170 K, 180 K のときの  $T_B$  はそれぞれ, 101.8 K, 107.3 K, 112.8 K となった. ピンクの線では  $T_B$  は 121.9 K となった. この値は表 2.1 に示してい

る木星の観測から得られた  $T_B$  の値 124 K よりも小さい。

モデル下端の温度を変えても、その差に比べ大気上端の温度や  $T_B$  の差が小さくなるのは、大気が光学的に厚いからである。このため、大気下端の温度差が大きくても、大気下端からの放射は大気によってほとんど吸収され、大気によって再放射された光が大気上端で見える。大気は下端よりも温度が低いため、大気からの再放射は下端からの放射よりも放射強度が小さくなる。よってモデル下端の温度差よりも上層の大気の温度差や  $T_B$  の差は小さくなるのである。

図 3.4 には、圧力毎の大気層の加熱率 [K/地球日] を記している。加熱率が負の値のときは大気が冷却されていることを意味する。この図において、大気は放射平衡状態にあるので成層圏での加熱率は 0 になっている。対流圏は対流平衡にあるが放射による加熱率は 0

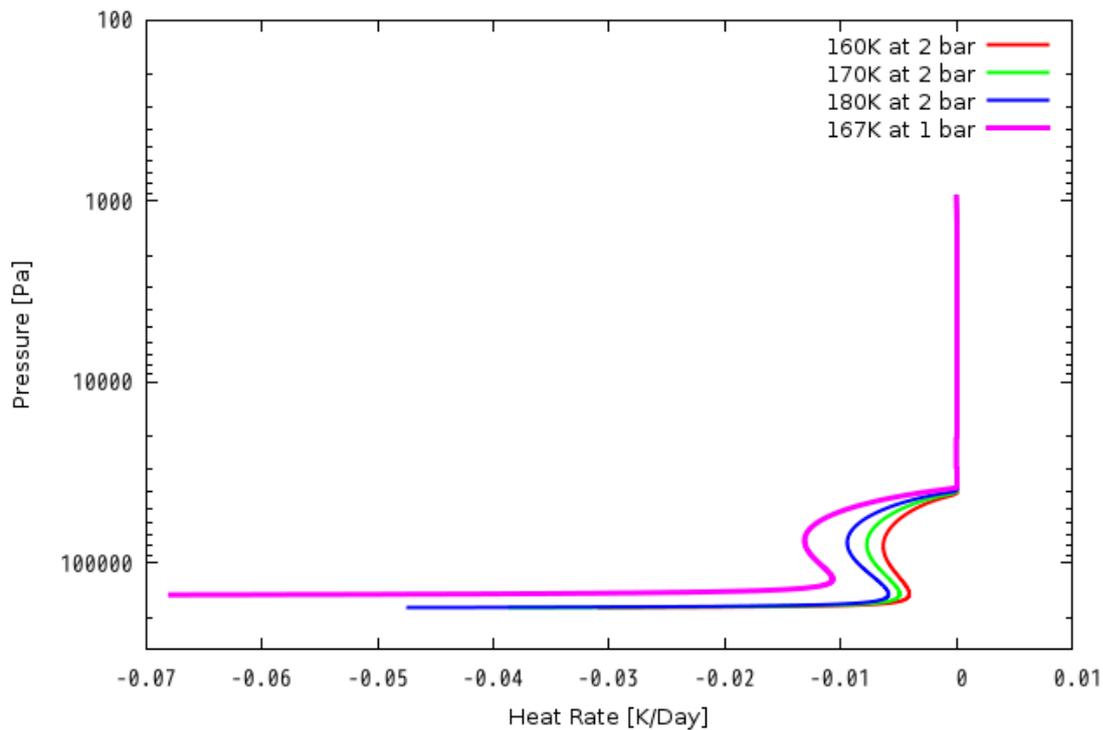


図 3.4: 放射対流平衡状態における加熱率。縦軸は圧力 [Pa], 横軸は加熱率 [K/日]。赤, 緑, 青の線は,  $2.0 \times 10^5$  Pa 面の温度を 160K, 170K, 180K に変えたときの計算結果。ピンクの線はガリレオプローブによる観測結果から  $1.0 \times 10^5$  Pa 面の温度を 167K にしたときの計算結果。

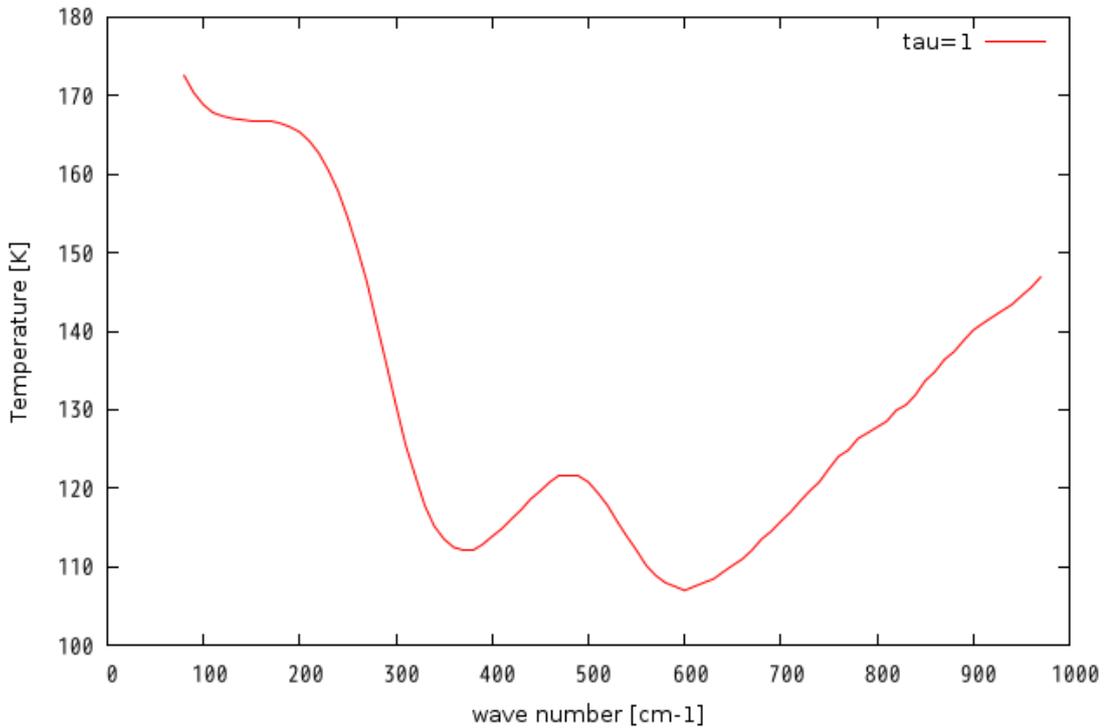


図 3.5: 光学的厚さが 1 になる温度. 放射対流平衡状態において光学的厚さが 1 になる温度を波数ごとにプロットした. 光学的厚さが 1 になる温度はもっとも吸収の強いところでは温度が 110 K 前後, もっとも吸収の弱いところではモデル下端に近い 170 K 程度である.

ではなく, 負の値を持っているので放射によって大気が冷却されていることになる. 対流圏における加熱率分布は高度が低くなるにつれ一旦冷却率が大きくなり  $7.5 \times 10^4$  Pa 付近で極大となり, その後冷却率は下る. そして, 再び冷却率が大きくなっていく構造をしている. それは以下の効果による.

- 対流圏において, 高度が低く (圧力が高く) になると光学的厚さが大きくなり, ある高度の大気層に下向きに入射するエネルギー量はあまり変化しなくなる.
- 大気層の温度は下にいくほど高くなるので, 大気層から放射されるエネルギー量は大きくなる.
- 大気層の下にある大気的光学的厚さが十分に大きいときは, この大気から大気層に上向きに入射するエネルギー量は温度とともに大きくなり, 大気層から上向きに射

出されるエネルギー量を上回る.

- 大気層の高度が十分に低く, その下にある大気の光学的厚さが小さいと, 大気からの入射エネルギーは減り, 大気層から射出されるエネルギー量は入射する量よりも多くなる.

モデル下端の温度の変化による加熱率の変化を見ると, 温度が高いほど, 強く冷却されることがわかる.  $T_{1bar}$  に木星の観測値を用いて計算したピンクの線の加熱率は  $7.5 \times 10^4$  Pa 付近で極大になりその値は  $-0.013$  K/day であった. 実際の木星大気の加熱率は  $0.7 \times 10^5 - 1.0 \times 10^5$  Pa 付近でおよそ  $-0.02$  K/day 程度である (Sromovsky et al., 1998) から実際の木星にの加熱率の半分程度の値である. 地球大気の典型的な加熱率は  $-1$  K/day 程であるので地球と比べて木星大気の加熱率は非常に小さい.

図 3.5 は放射対流平衡状態にある大気において, 光学的厚さが 1 になる温度を波数ごとに描いたものである. 光学的厚さが 1 の高度における温度の黒体放射強度が大気上端から射出される放射のおよその強度と考えると, 吸収の弱い波数域では比較的高温の大気層からの放射がでていることがわかる. 図 3.6 と比較すると, この図において温度が極小値になっている, 波数  $600 \text{ cm}^{-1}$  付近つまり波長  $17 \mu\text{m}$  付近が図 3.6 においても極小値になっている.

## 3.2 モデル大気上端の赤外放射スペクトル

水素を主成分とする惑星のスペクトルに大気組成がどれくらい影響するのか調べるために放射スペクトルを計算した (図 3.6). このときのモデル大気の温度分布は図 3.2 の赤線で示されている.

純粋な水素大気ではスペクトルは水素の吸収が少ないところほど強くでている. これは下部境界からの放射が大気に吸収されずに宇宙空間へ放射されているためである.

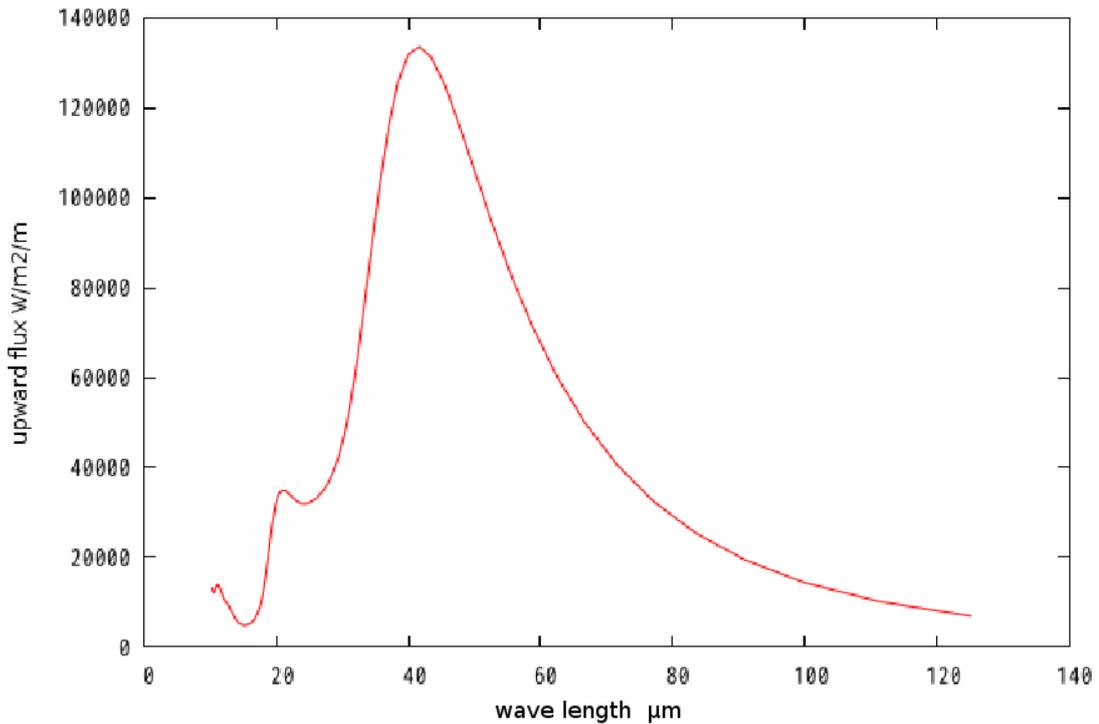


図 3.6: 木星大気のスpektral. 横軸は波長 [ $\mu\text{m}$ ], 縦軸は大気上端からぬけてゆくフラックス [ $\text{Wm}^{-2}\text{m}^{-1}$ ].

図 3.7 には本論文で計算した水素大気での赤外放射スペクトルと木星の遠赤外観測から得られた赤外放射スペクトルとを比較している. 図中の赤線は図 3.6 に示した緑線と同じデータを用いて単位を変えてプロットしたものである. 黒線が ISO(Infrared Space Observatory) によって観測されたものである (Burgdorf et al., 2001).  $50 \mu\text{m}$  より波長が長い領域は, LWS(Long Wavelength Spectrometers) による分光観測の値. それより短い波長領域は SWS(Short Wavelength Spectrometer) による分光観測の値である. 観測値は波長が  $40 \mu\text{m}$ – $140 \mu\text{m}$  の範囲で描かれている. 黒線に沿って描いてある濃い赤の線は Burgdorf et al. が作成した放射輸送モデルによる計算の値である. モデルの計算結果と観測値とを比較すると, スペクトルの波形はよく似ている. フラックスの差は波長が  $50 \mu\text{m}$  付近で最大となり,  $3.0 \text{ W cm}^{-2} \mu\text{m}^{-1} \text{ sr}^{-1}$  ほどモデルの方が小さい. このことは, 本論文のモデルの方が赤外放射の吸収率が高くなっていることを意味する. 観測値とよく一致している Burgdorf et al. のモデルでは  $\text{H}_2 - \text{H}_2, \text{H}_2 - \text{He}$  の衝突誘起吸収 (3.3 節参照) と  $\text{NH}_3, \text{PH}_3$  の吸収を考えている. 一方で本論文のモデルでは  $\text{H}_2 - \text{H}_2$  の衝突誘起吸収しか

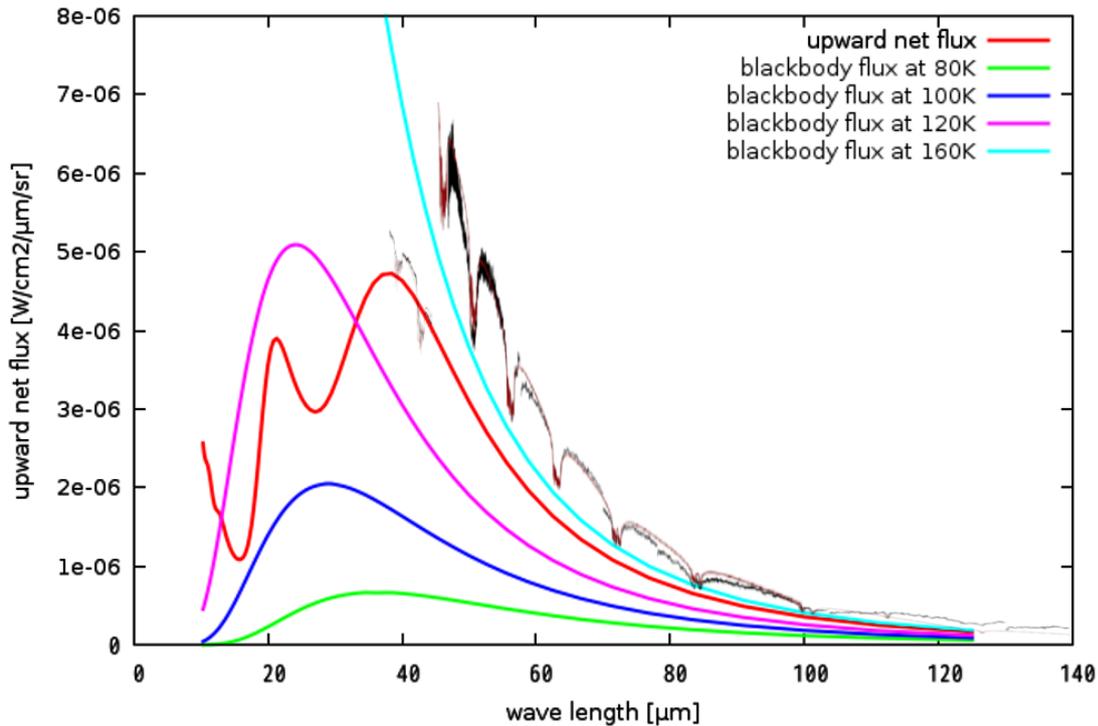


図 3.7: 水素大気のモデルから計算した惑星表面のスペクトルと木星の遠赤外観測. 赤線がモデルの計算の値. 黒線が ISO(Infrared Space Observatory) の観測値である (Burgdorf et al., 2001).  $50 \mu\text{m}$  より波長が長い領域は, LWS(Long Wavelength Spectrometers) による分光観測の値. それより短い波長領域は SWS(Short Wavelength Spectrometer) による分光観測の値である. 濃い赤の線は Burgdorf et al. によるモデルの計算結果. Burgdorf et al. は雲なしで  $\text{H}_2 - \text{H}_2$ ,  $\text{H}_2 - \text{He}$  の衝突誘起吸収 (3.3 節参照) と  $\text{NH}_3$ ,  $\text{PH}_3$  の吸収を考慮して放射輸送モデルを作っている. 参考のために 80 K(緑), 100 K(青), 120 K(ピンク), 160 K(水色) における黒体放射のスペクトルも記してある.

考えていないので本論文のモデルの方が光学的厚さが小さく, すなわち赤外放射吸収率も低くなるはずである. この予想と図 3.7 に示されている結果とは矛盾する. これは水素のみの大気を仮定しているため, 水素の分圧が高くなったことが原因と考えられる. 大気が水素のみの場合, 木星大気とくらべるとモデル大気の方が水素分圧は 1 割程度高い. 大気の光学的厚さは圧力の二乗に比例するので, モデル大気の不透明度が高くなったためである. 図 3.7 の緑, 青, ピンク, 水色 の線はそれぞれ温度が 80 K, 100 K, 120 K, 160 K における黒体放射フラックスの値である. 木星の  $T_B$  は 124 K であるが, モデル大気の上端から射出される赤外放射のスペクトルや観測から得られたスペクトルは 120 K の黒体放射スペクトルから大きく歪んでいる. これは大気の吸収係数が波長に大きく依存しているか

らである.

### 3.3 ガス吸収係数

#### 3.3.1 水素の衝突誘起吸収

水素の吸収は衝突誘起吸収を考えている. 水素分子には極性がないので, 普通水素分子が光を吸収することはないが, 水素分子同士が衝突したときに水素分子の配置が僅かに変化し, 水素分子が極性を持つことによって水素分子による光の吸収が起きる. メタンなどの分子の吸収線の吸収に比べればこの吸収による効果は小さいが第 1 章でも述べたようにガス惑星の場合, 水素が多量に存在するのでガス惑星大気による光の吸収を考えると重要な要素である.

モデルで使用した吸収係数の値は A. Borysow 氏が作成した計算プログラム (Borysow, 2002) から算出している. 図 3.8 にこのプログラムを使って計算した, 水素の温度ごとの吸収係数を示す.

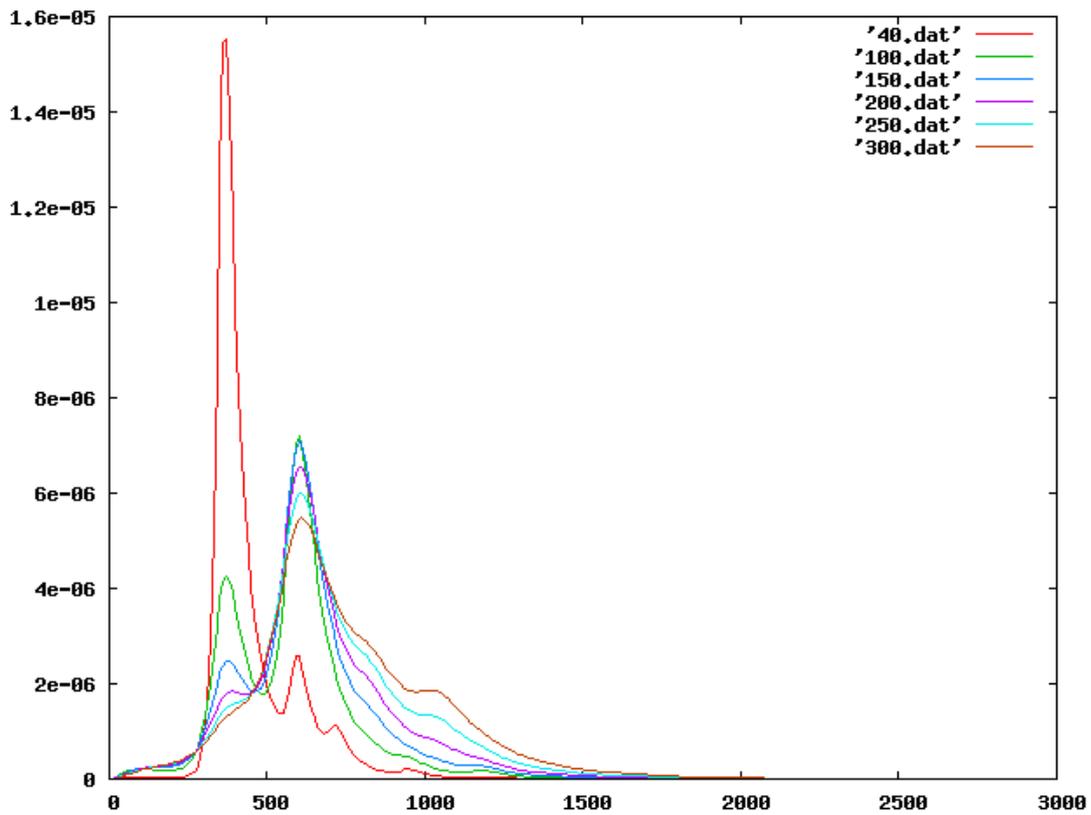


図 3.8: 水素の吸収係数. 横軸は波数 [ $\text{cm}^{-1}$ ], 縦軸は吸収係数 [ $\text{cm}^{-1} \text{ amagat}^{-2}$ ]. 温度毎に線をひいている. Borysow (2002) 参照.

## 第4章 結論

### 4.1 モデル大気におけるパラメータスタディの考察

本論文では、モデルを用いた計算により、水素大気の放射対流平衡状態における温度分布、加熱率、放射フラックス、放射スペクトルを求めた。パラメータスタディとしては、 $2.0 \times 10^5$  Pa 面の温度を変化させて、それらのパラメータの変化が温度分布や大気上端から射出される赤外放射フラックスに及ぼす影響を調べた。他にも、モデル大気の赤外放射スペクトルと実際の木星の観測とを比較して計算結果の検証を行った。

モデル下端である  $2.0 \times 10^5$  Pa 面の温度を 160 K から 180 K まで 10 K ごとに大きくして、それぞれ放射対流平衡構造を求めたところ、大気上端の温度はおよそ 4.6 K の幅で大きくなった。また、大気上端から射出される赤外放射の等価黒体温度はおよそ 5.5 K の幅で大きくなった。これは水素の吸収係数が温度とともに大きくなり、モデル下端の温度が高くなるほど宇宙空間への放射がより高高度の大気層から起こるためである。

大気上端から射出される赤外放射のスペクトルは黒体放射のスペクトルから大きく歪んでいる。これは吸収係数の波長依存性が大きいからである。

モデル大気において、大気上端から射出される赤外放射スペクトルは遠赤外領域において観測された木星のスペクトルと相似である。しかし、その絶対値はモデルの放射スペクトルの方が観測されたスペクトルよりも小さい。吸収物質を水素しか考慮していないため、モデルの大気の光学的厚さは小さくなると思われるが、そうなるとモデルの大気の放射スペクトルの方が放射強度が大きくなるはずである。このような結果になった要因として、水

素しか考慮しなかったために分子量が実際の木星よりも小さくなり、射出される放射量が低くなったことが考えられる。また、純粋な水素大気を仮定した場合、水素の分圧が木星大気よりも 1 割程度大きくなる。大気の光学的厚さは分圧の二乗に比例するために大気の透明度が大きくなったと考えられる。上記と同様な結果として、モデル大気における  $T_B$  の値が木星の観測から得られた値よりも小さくなったことも同様の要因から来ている結果であると推定される。

## 第5章 謝辞

本論文を執筆するにあたり、多くの方に御力添えを頂きました。この場を借りて感謝の意を表したいと思うものでございます。

私が所属する北海道大学、惑星宇宙グループには多くの教員や諸先輩がいらっしゃり、様々な角度から多くのアドバイスを頂きました。普段のセミナーや休憩中のひとときの会話において不断の激励を頂きました。

特に (especially), 石渡正樹准教授には大気放射の基礎知識をはじめとして研究を進める為の方針を示して頂きました。本論文の作成において、構成と校正をして頂いたおかげで無事にまとめあげることができました。倉本圭教授には本研究の発端となる課題を提起していただきました。また、モデルの作成の過程において科程や手法など多くの提案を頂き、迷走しそうな著者を導いて下さいました。小高正嗣助教には学部生の頃から研究の進展を見守り、時には厳しく間違いを指摘して頂きました。渡部重十教授にはモデル計算の結果を広い視点から考察し、問題点を指摘して下さいました。杉山耕一朗助教には木星大気のモデリングの知識を御教授頂いたり、本論の作成にあたって論文を参考にさせて頂きました。山下達也氏には著者の厚かましい質問にも嫌な顔一つせず答えてくれました。普段の会話からタメ口の著者に対し敬語で丁寧に接してくれて心が洗われる思いでした。また、本論文の修正までしてくれました。

その他、神戸大学の林祥介教授や九州大学の中島健介教授には直接会えずともネットワークを介したテレビ会議において物理的な距離を感じさせない厚い指導を頂きました。地球流体電脳倶楽部の方々には計算機の初歩的な使用法や研究内容のアドバイスを頂きました。本論文の書式には電脳倶楽部のスタイルファイルである電脳スタイル  $\text{\TeX}$  マクロ ([http://www.gfd-dennou.org/arch/cc-env/\TeXmacro/dennou/dennou\\_sty\\_6/DOC/](http://www.gfd-dennou.org/arch/cc-env/\TeXmacro/dennou/dennou_sty_6/DOC/)) を用いています。

吸収係数の計算には、L. Trafton 氏の紹介により、A. Borysow 氏のプログラム (<http://www.astro.ku.dk/~aborysow/programs/>) を用いました。この場を借りて感謝いたします。

## 付録 A 放射冷却の時間スケール

### A 大気の熱容量

#### A-1 気体定数

圧力  $p$ [Pa], 密度  $\rho$ [kg m<sup>-3</sup>], 温度  $T$ [K], 分子量  $m$ [kg mol<sup>-1</sup>] である理想気体の状態方程式は,

$$p = \rho RT \quad (\text{A-1})$$

と表される。ここで  $R$  はいま考えている気体に特有な定数で気体定数と呼ばれる。ただし、アボガドロの法則から同じ圧力、温度で 1 mol の理想気体の体積はすべて同じであるので、(A-1) 式において、1 mol の気体の体積を  $V$  とすると、 $\rho = m/V$  となり、

$$\begin{aligned} pV &= mRT, \\ mR &= pV/T \equiv R^* \end{aligned} \quad (\text{A-2})$$

としたときの  $mR$  はすべての理想気体に対して共通の定数である。ここで、 $R^* = 8.31$  [J mol<sup>-1</sup>K<sup>-1</sup>] である。惑星大気のように様々な分子で構成された気体の場合でも、大気を理想気体の混合気体とみなし、混合気体の平均分子量を  $\bar{m}$  とすると、(A-2) 式と同様に

$$R = \frac{R^*}{\bar{m}} \quad (\text{A-3})$$

が成り立つ。

## A-2 大気の比熱と熱容量

木星大気の組成 (容積比) は,  $\text{H}_2$ : 89.8 %,  $\text{He}$ : 10.2 % である. その他にも微量成分として,  $\text{CH}_4, \text{NH}_4$  などが挙げられる.

木星大気を理想気体の混合気体と考えると, 比熱は

$$c_P \simeq \frac{7}{2}R$$

と近似できる. この比熱を使うと熱容量は

$$c_{atm} = M_{atm} \left( \frac{c_P}{\mu} \right)$$

と表される. ここで,  $M_{atm}$ (1 気圧面での大気の質量):  $2.8 \times 10^{20}$  (kg)  $\mu$ (1 モルの分子の質量):  $2.3 \times 10^{-3}$  (kg) という値を代入すると,  $c_{atm} \simeq 1.5 \times 10^{27}$  (J/K) となる.

## B 平衡に達する時間スケール

有効輻射温度  $T_e$  が平衡温度  $T_{eq}$  からわずかにずれた場合,

(i)  $T_e = T_{eq}$  のとき

太陽からの入射フラックス  $f_s$  は惑星が宇宙空間へ放出するフラックス  $f_p$  に等しいので,

$$f_p = f_s. \tag{A-4}$$

(ii)  $T_e$  がわずかに変化したとき

$$\begin{aligned}
T_e &= T_{eq} + \Delta T \\
f_p &= \sigma T_e^4 \\
&= \sigma (T_{eq} + \Delta T)^4 \\
&\simeq \sigma T_{eq}^4 + 4\sigma T_{eq}^3 \Delta T
\end{aligned} \tag{A-5}$$

惑星の正味の加熱は

$$\begin{aligned}
f &= f_s - f_p \\
&= f_s - (f_s + 4\sigma T_{eq}^3 \Delta T) \\
&= -4\sigma T_{eq}^3 \Delta T
\end{aligned} \tag{A-6}$$

熱平衡からのずれ  $\Delta T$  の時間変化は

$$\begin{aligned}
\frac{d\Delta T}{dt} &= \frac{f}{c_{atm}} \\
&= \frac{-4\sigma T_{eq}^3 \Delta T}{c_{atm}} \\
&= -\alpha \Delta T \\
\alpha &= \frac{4\sigma T_{eq}^3}{c_{atm}} \\
&= \frac{4\sigma T_{eq}^3}{(p_s/g)(c_p/\mu)} \\
&= \frac{4\sigma g \mu T_{eq}^3}{p_s c_p}
\end{aligned} \tag{A-7}$$

$\Delta T = \Delta T_e \exp(-\alpha t)$   $t = 0$  における  $\Delta T$  を  $\Delta T_e$  とした

熱平衡に近づく時間スケールは

$$\tau = \frac{1}{\alpha} \tag{A-8}$$

$$= \frac{p_s c_p}{4\sigma g \mu T_{eq}^3} \tag{A-9}$$

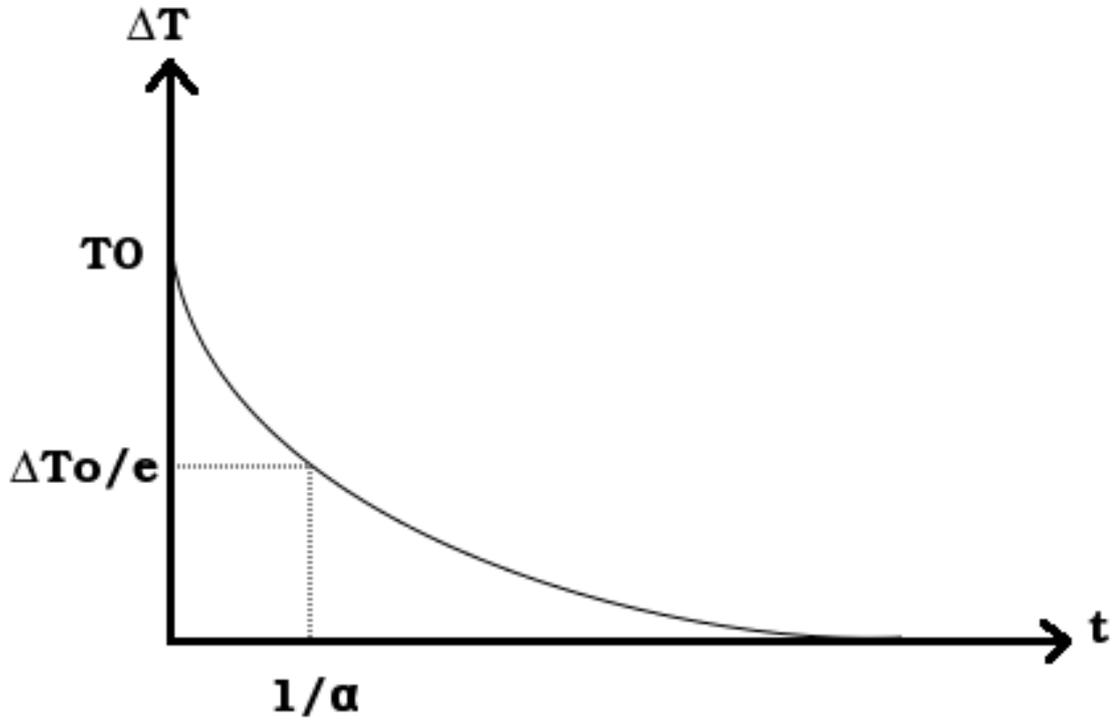


図 A-1: 平衡温度に近づく時間スケール

(A-9) 式に木星大気のパラメータとして以下の値を代入する.

$$\begin{aligned}
 p_s &= 1.0 \times 10^5 \\
 c_P &= 1.2646 \times 10^4 \\
 g &= 24.82 \\
 \mu &= 2.3 \times 10^{-3} \\
 T_{eq} &= 124
 \end{aligned}
 \tag{A-10}$$

すると,  $\tau = 51228950474 \text{ s} \sim 1624 \text{ 年}$ . つまり, 木星なら約 1600 年である.

## 付 録 B 光学的厚さ

### A 定義

任意の波長での光学的厚さ  $\tau$  は以下のように表される.

$$d\tau_\nu = -k_\nu \rho dz. \quad (\text{B-1})$$

ここで静水圧平衡の式は

$$dp = -\rho g dz \quad (\text{B-2})$$

であり,(B-1) 式に代入すると,

$$d\tau_\nu = \frac{k_\nu dp}{g} \quad (\text{B-3})$$

### B amagat 単位での数密度を用いた光学的深さ

Borysow の計算プログラムから出力される吸収係数の値である,  $\alpha$  [ $\text{cm}^{-1}\text{amagat}^{-2}$ ] を SI 単位系で表すための式変形を考える<sup>1)</sup>.  $\alpha$  を用いて, (B-1) を表現したい. そこで, 以下を定義する.

$n_A$ : amagat 単位の数密度

$\alpha$ : Borysow の係数

$z_c$ : cm 単位の距離

---

<sup>1)</sup>吸収係数の計算では amagat 単位が用いられることはしばしばある.

$\mu$ : 分子中の原子数

$m_H$ : 水素原子の質量, ( $=1.67 \times 10^{-27}$  kg)

$n_0$ : 1 amagat= $2.6867774 \times 10^{25}$  /m<sup>3</sup>=44.614981 mol/m<sup>3</sup>

光学的厚さは以下のように変換できる.

$$\begin{aligned} d\tau_\nu &= \alpha n_A^2 dz_c, \\ &= k_\nu \rho dz. \end{aligned} \tag{B-4}$$

$n_A, z_c$  についても変換して,

$$\begin{aligned} n_A &= \frac{n}{n_0} \\ &= \frac{\rho/\mu m_H}{n_0} \end{aligned} \tag{B-5}$$

$$dz_c = 10^2 dz \tag{B-6}$$

となる.(B-5) 式と (B-6) 式を (B-4) 式に代入すると,

$$\begin{aligned} d\tau_\nu &= \alpha \left( \frac{\rho/\mu m_H}{n_0} \right)^2 10^2 dz, \\ &= \alpha \frac{10^2 \rho}{(n_0 \mu m_H)^2} \rho dz \end{aligned} \tag{B-7}$$

となる. よって吸収係数  $k_\nu$  は

$$k_\nu = \alpha \frac{10^2 \rho}{(n_0 \mu m_H)^2} \tag{B-8}$$

となる. (B-3) に代入すると,

$$d\tau_\nu = \frac{10^2 \alpha p dp}{n_0^2 \mu m_H g k T} \tag{B-9}$$

となる<sup>2)</sup>. これを圧力が 0 (大気上端) から  $p$  までの領域で積分すると,

$$\int d\tau_\nu = \int_0^p \frac{10^2 \alpha p dp}{n_0^2 \mu m_H g k T} \quad (\text{B-10})$$

$$\tau_\nu = \frac{10^2 \alpha p^2}{2n_0^2 \mu m_H g k T}$$

光学的深さを等間隔にとって計算するには,  $dp$  を  $\tau$  を使って表す.

$$\tau = \frac{10^2 \alpha p^2}{2n_0^2 \mu m_H g k T} \quad (\text{B-11})$$

$$= C(T) p^2 \quad (\text{B-12})$$

とおく. ここで  $C(T)$  は温度に依存する係数であり,

$$C(T) = \frac{10^2 \alpha}{2n_0^2 \mu m_H g k T} \quad (\text{B-13})$$

と表される.

$$\tau = C(T) p^2 \quad (\text{B-14})$$

$$\tau + d\tau = C(T) (p + dp)^2 \quad (\text{B-15})$$

$$(\text{B-16})$$

---

<sup>2)</sup>ここで理想気体の状態方程式から

$$pV = NkT$$

$$p = \frac{MN_A}{Vm} kT$$

$$\rho = \frac{mp}{N_A kT}$$

$$= \frac{mp}{RT}$$

を用いた. ここで  $M$  は系全体の質量,  $N_A$  はアボガドロ数,  $m$  は気体の分子量,  $R$  は一般気体定数 ( $= 8.3143 \times 10^3 \text{ JK}^{-1} \text{ kmol}^{-1}$ ) である. 気体が水素のみで形成されている場合は, 水素分子の質量  $M_{\text{H}_2}$  を用いて,

$$\rho = \frac{pM_{\text{H}_2}}{kT}$$

となる.

ここで (B-15) – (B-14) より,

$$\begin{aligned}
 d\tau &= C(T)\{(p + dp)^2 - p^2\} \\
 &= C(T)(2p dp + dp^2) \\
 &\sim 2C(T)p dp \\
 dp &= \frac{d\tau}{2C(T)p}
 \end{aligned}
 \tag{B-17}$$

となる. ここで  $d\tau$  を任意の幅に設定すればよい.

計算では大気上層における  $p$  と  $dp$  の大きさに大きな違いがないので,

$$d\tau = C(T)\{(p + dp)^2 - p^2\} \tag{B-18}$$

とする.

## C 様々な気体が混合している場合の光学的厚さ

水素以外にも吸収物質がある場合, 光学的厚さを足し合せればよい. いま, 水素とメタンが  $[\text{CH}_4]/[\text{H}_2] = F$  のモル分率で存在している大気があるとする. この時の各分子の分圧は,

$$\begin{aligned}
 p &= p_{\text{H}_2} + p_{\text{CH}_4} \\
 p_{\text{CH}_4} &= F p_{\text{H}_2}
 \end{aligned}
 \tag{B-19}$$

を満す<sup>3)</sup>. よって全圧は

$$\begin{aligned}
 p &= p_{\text{H}_2} + p_{\text{CH}_4} \\
 &= (F + 1)p_{\text{H}_2}
 \end{aligned}
 \tag{B-21}$$

---

<sup>3)</sup> 静水圧平衡が成り立つときには,  
が成り立つ.

$$\rho_{\text{CH}_4} = F \rho_{\text{H}_2} \tag{B-20}$$

となる.

光学的厚さを (B-9) 式と (B-21) 式を使って水素  $H_2$  のみの場合書き換えると,

$$d\tau_{\nu H_2} = \frac{10^2 \alpha_{H_2} p_{H_2} dp_{H_2}}{n_0^2 m_{H_2} g k T} \quad (B-22)$$

$$= \frac{10^2 \alpha_X \left(\frac{1}{F+1}\right)^2 p dp}{n_0^2 m_X g k T} \quad (B-23)$$

となる<sup>4)</sup>.

この式において,  $\alpha, m$  は物質固有の値である. そして  $p, dp$  はモル分率から求められる. よってある物質  $X$  と水素とのモル分率が  $F$  だとすると, 物質  $X$  の光学的厚さは,

$$d\tau_{\nu X} = \frac{10^2 \alpha_X F p_{H_2} F dp_{H_2}}{n_0^2 m_X g k T}$$

$$= \frac{10^2 \alpha_X F^2 p_{H_2} dp_{H_2}}{n_0^2 m_X g k T} \quad (B-24)$$

$$= \frac{10^2 \alpha_X \left(\frac{F}{F+1}\right)^2 p dp}{n_0^2 m_X g k T} \quad (B-25)$$

となる.

---

<sup>4)</sup>(B-9) 式では  $\mu m_H$  となっているところをここでは,  $m_{H_2}$  つまり水素分子の質量に書換えたが同義である.

## 付録C 静水圧平衡

ここでは、大気の静水圧平衡について解説する。静水圧平衡とは、大気の圧力傾度力と重力との釣り合いの状態のことをいう。

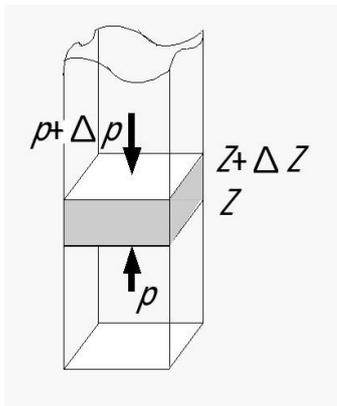


図 C-1: 静水圧平衡にある大気。大気中に仮想的な気柱を考えている。

図 C-1 に示すように大気中に単位底面積の気柱があるとす。その気柱のなかの高さ  $z$  の部分からそれより少し高い  $z + \Delta z$  の間にある直方体を考える。この直方体の底面積は 1 なので、体積は  $\Delta z$  である。よって、気体の密度を  $\rho$  とすると、この直方体の質量は  $\rho \Delta z$  と表される。重力加速度を  $g$  とすると、この直方体に働く重力は  $g \rho \Delta z$  である。

この直方体にかかる圧力を考える。直方体に下からかかる圧力を  $p$  とすると、直方体に上からかかる圧力は  $p + \Delta p$  と表される。ここで  $\Delta p < 0$  である。

この圧力傾度力と重力がつり合っているとき、この大気は静水圧平衡の状態にあるといい、

$$\Delta p = -g \rho \Delta z \quad (\text{C-1})$$

という式が成り立つ。

## 付録D 指数積分 E

ここでは、指数積分 (exponential integral) の数値計算の方法について論ずる。指数積分は以下の定義式によって表される。

$$E_i(x) = \int_{-\infty}^x \frac{e^t}{t} dt. \quad (\text{D-1})$$

一般化して、

$$E_n(x) = \int_1^{\infty} \frac{e^{-xt}}{t^n} dt. \quad (\text{D-2})$$

指数積分の積分を求めるには数値的に解く必要があるが、変形が必要である。

### A 置換法を用いる

ここでは一つの例として置換積分を用いて台形公式にあてはめて解く方法を紹介する。

$E_n(x)$  において、

$$T = \frac{1}{t} \quad (\text{D-3})$$

とおくと、(D-2) は以下のように表される。

$$E_2(x) = \int_0^1 e^{-\frac{x}{T}} dT \quad (\text{D-4})$$

$$\simeq \frac{e^{-nx}}{2n} + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{2} \frac{1}{n} \left[ e^{-\frac{x}{k}} + e^{-\frac{x}{k+1}} \right]. \quad (\text{D-5})$$

また,  $E_1$  についても計算すると,

$$E_1(x) = \int_1^\infty \frac{e^{-tx}}{t} dt \quad (\text{D-6})$$

$$\begin{aligned} &= \int_0^1 \frac{e^{-\frac{x}{T}}}{T} dT \\ &\simeq \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{2n} \left[ \frac{e^{-\frac{x}{k}}}{\frac{k}{n}} + \frac{e^{-\frac{x}{k+1}}}{\frac{k+1}{n}} \right]. \end{aligned} \quad (\text{D-7})$$

さらに,  $E_3$  については,

$$E_3(x) = \int_1^\infty \frac{e^{-tx}}{t^3} dt \quad (\text{D-8})$$

$$\begin{aligned} &= \int_0^1 T e^{-\frac{x}{T}} dT \\ &\simeq \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{2n} \left[ \frac{k}{n} e^{-\frac{x}{k}} + \frac{k+1}{n} e^{-\frac{x}{k+1}} \right]. \end{aligned} \quad (\text{D-9})$$

## B 近似式を用いる

指数関数 (exponential integral) は (D-1) と定義されているが, 以下の様に近似できる.

$$E_i(x) = \gamma + \ln x + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{kk!}. \quad (\text{D-10})$$

また,

$$Ei(-x) = -E_1(x) \quad (\text{D-11})$$

$$nE_{n+1}(x) = e^{-x} - xE_n(x) \quad (\text{D-12})$$

という関係式が成り立つので, (D-10) は以下のように変形できる.

$$E_1 = -\gamma - \ln|x| + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \frac{x^k}{kk!} \quad (\text{D-13})$$

$$E_2 = e^{-x} + x\gamma + x \ln|x| + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{k+1}}{kk!} \quad (\text{D-14})$$

$$E_3 = \frac{1}{2} \left\{ e^{-x}(1-x) - x^2\gamma - x^2 \ln|x| + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \frac{x^{k+2}}{kk!} \right\} \quad (\text{D-15})$$

ここで,  $\gamma$  はオイラー定数 (=0.57721) である.  $0 \leq x \leq 1$  では (D-10) がよい近似となる.  $x > 1$  では以下の近似式を用いて計算する.

$E_n(x)$  の近似式は,

$$\begin{aligned} E_n(x) &= \int_1^{\infty} \frac{e^{-xt}}{t^n} dt \\ &= \frac{\exp(-x)}{x} \left( 1 - \frac{n}{x} + \frac{n(n+1)}{x^2} - \frac{n(n+1)(n+2)}{x^3} + \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{x^4} - \dots \right) \end{aligned} \quad (\text{D-16})$$

$1 \leq x < \infty$  ならば以下の近似式を使うことができる.

$$-xe^x Ei(-x) = \frac{0.250621 + 2.33473x + x^2}{1.681534 + 3.330657x + x^2} \quad (\text{D-17})$$

この近似式は相対誤差が 0.00005 である. この式と (D-11), (D-12) を用いて,

$$E_2 = \frac{1.430913 + 0.995924x}{1.681534 + 3.330657x + x^2} \exp(-x) \quad (\text{D-18})$$

が導かれる.

## 付録E (2.1)~(2.4) 式の導出

(2.1)~(2.4) 式の導出を行う. この付録は Goody and Yung (1989) の p43-p49 を参考にしている.

### A (2.1)~(2.3) 式の導出

いま, 図 E-1 のように高度が  $z$  であるところに大気上端からの光学的深さが  $\tau$  である大気層がある. このとき, この大気層に入射してくる放射を調べたい.

Schwarzschild の方程式は,

$$\frac{dI_\lambda(\tau_\lambda, \xi)}{d\tau_\lambda} = I_\lambda(\tau_\lambda, \xi) - B_\lambda(\tau_\lambda, \xi) \quad (\text{E-1})$$

と表される. ここで,  $I_\lambda$  は任意の波長  $\lambda$  の光の放射強度,  $\tau_\lambda$  は光路に沿った光学的深さ,  $B_\lambda$  はプランク強度であり大気層から放出される放射強度を表す.  $\xi$  は  $\xi = \cos \zeta$  と表され,  $\zeta$  は天頂角である.

高度  $z$  の大気層に入射してくる放射は, 大気中の任意の高度  $z'$  からの放射, 大気下端 (高度  $z''$ ) からの放射, 太陽放射である. 図 E-1 より, それぞれの高度から無限遠までの鉛直

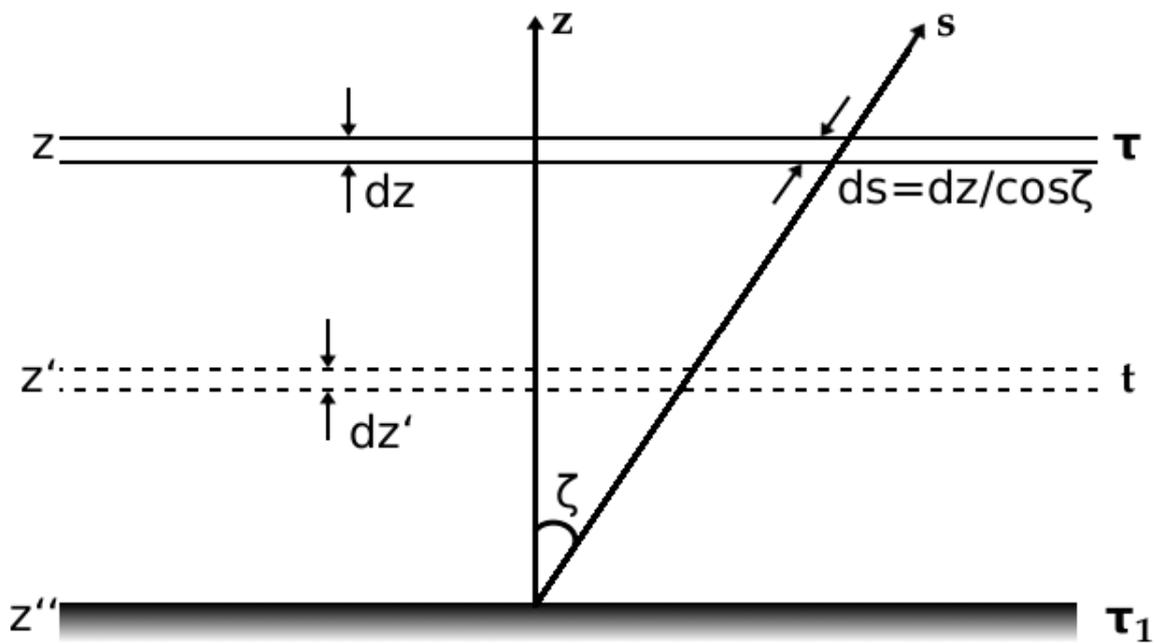


図 E-1: 層状の大気. いま高度が  $z$  で鉛直の光学的深さが  $\tau$  である大気層に入射してくる放射を考える. (Goody and Yung, 1989 Fig.2.7 参考)

の光学的深さ  $\tau_{v,\lambda}$  は,

$$\begin{aligned}\tau_{v,\lambda}(z', \infty) &= t \quad 0 \leq t \leq \tau_s, \\ \tau_{v,\lambda}(z, \infty) &= \tau, \\ \tau_{v,\lambda}(z'', \infty) &= \tau_s\end{aligned}\tag{E-2}$$

である<sup>1)</sup>. 太陽放射の光学的深さは 0 である.

図 E-1 より, 光が天頂角  $\zeta$  で入射してくるとすると, 鉛直の光学的深さ  $\tau_{v,\lambda}$  を任意の高度  $z'$  から高度  $z$  までの光路に沿った光学的深さに置き換えると,

$$\tau_\lambda = \frac{t - \tau}{\xi}\tag{E-3}$$

と表される.

(E-1) 式の両辺に透過関数  $e^{-\tau_\lambda}$  を掛けると,

$$\frac{d\{I_\lambda(\tau_\lambda, \xi)e^{-\tau_\lambda}\}}{d\tau_\lambda} = -B_\lambda(\tau_\lambda, \xi)e^{-\tau_\lambda}\tag{E-4}$$

と表される. この式に (E-3) 式を代入すると,

$$\xi \frac{d\{I_\lambda(t, \xi)e^{-(t-\tau)/\xi}\}}{dt} = -B_\lambda(t, \xi)e^{-(t-\tau)/\xi}\tag{E-5}$$

となる.

下部境界条件は, 以下のように与えられる. 大気の下端からの放射  $I_\lambda(\tau_s, \xi)$  は, 木星を黒体と考えて, 下部境界での黒体温度を  $T_s$  とすると,

$$I_\lambda(\tau_s, \xi) = B_\lambda(T_s) \quad 1 \geq \xi > 0\tag{E-6}$$

である. また, 上部境界条件は以下のように与えられる. 大気の上端からの放射  $I_\lambda(0, \xi)$

<sup>1)</sup>図には大気下端の光学的深さは  $\tau_1$  となっているが, AH で記述されている文字と合わせて  $\tau_s$  としている.

は

$$I_\lambda(0, \xi) = 0 \quad -1 \leq \xi < 0. \quad (\text{E-7})$$

高度が  $z$  の大気層に入ってくる上向きの放射は,(E-5) 式を  $\tau$  から  $\tau_s$  まで積分すると求められる. すなわち,

$$\begin{aligned} \int_\tau^{\tau_s} \xi d\{I_\lambda(t, \xi)e^{-(t-\tau)/\xi}\} &= - \int_\tau^{\tau_s} B_\lambda(t, \xi)e^{-(t-\tau)/\xi} dt, \\ \xi I_\lambda(\tau_s, \xi)e^{-(\tau_s-\tau)/\xi} - \xi I_\lambda(\tau, \xi) &= - \int_\tau^{\tau_s} B_\lambda(t, \xi)e^{-(t-\tau)/\xi} dt, \\ I_\lambda(\tau, \xi) &= I_\lambda(\tau_s, \xi)e^{-(\tau_s-\tau)/\xi} + \int_\tau^{\tau_s} B_\lambda(t, \xi)e^{-(t-\tau)/\xi} \frac{dt}{\xi} \end{aligned} \quad (\text{E-8})$$

となる. 境界条件,(E-6) 式より,

$$I_\lambda(\tau, \xi) = B_\lambda(T_s)e^{-(\tau_s-\tau)/\xi} + \int_\tau^{\tau_s} B_\lambda(t, \xi)e^{-(t-\tau)/\xi} \frac{dt}{\xi} \quad (\text{E-9})$$

となる. ただし,  $1 \geq \xi > 0$  である. 同様に大気層に入ってくる下向きの放射は,(E-5) 式を 0 から  $\tau$  まで積分して,

$$\begin{aligned} \int_0^\tau \xi d\{I_\lambda(t, \xi)e^{-(t-\tau)/\xi}\} &= - \int_0^\tau B_\lambda(t, \xi)e^{-(t-\tau)/\xi} dt, \\ \xi I_\lambda(\tau, \xi) - \xi I_\lambda(0, \xi)e^{\tau/\xi} &= - \int_0^\tau B_\lambda(t, \xi)e^{-(t-\tau)/\xi} dt \end{aligned} \quad (\text{E-10})$$

となり, 境界条件,(E-7) 式より,

$$I_\lambda(\tau, \xi) = - \int_0^\tau B_\lambda(t, \xi)e^{-(t-\tau)/\xi} \frac{dt}{\xi} \quad (\text{E-11})$$

となる. ただし,  $-1 \leq \xi < 0$  である.

鉛直方向のフラックスは放射強度  $I_\lambda$  に  $\xi$  を掛け, 全立体角で積分すると得られる. よっ

て, 上向きの放射は,

$$\begin{aligned}
 F_{\lambda}^{\uparrow}(\tau) &= \int I_{\lambda}(\tau, \xi) \xi d\omega, \\
 &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda}(\tau, \xi) \xi \sin \zeta d\zeta d\phi, \\
 &= 2\pi \int_0^1 I_{\lambda}(\tau, \xi) \xi d\xi
 \end{aligned} \tag{E-12}$$

となる. ここで,  $\xi = 1/w$  とおくと,  $d\xi = -dw/w^2$  より,

$$F_{\lambda}^{\uparrow}(\tau) = 2\pi \int_1^{\infty} \left\{ \frac{B_{\lambda}(T_s) e^{-w(\tau_s - \tau)}}{w^3} + \int_{\tau}^{\tau_s} \frac{B_{\lambda}(t, \xi) e^{-w(t - \tau)}}{w^2} dt \right\} dw \tag{E-13}$$

となる.

ここで, 指数積分  $E_n(x)$  を定義する.

$$E_n(x) = \int_1^{\infty} \frac{e^{-wx}}{w^n} dw. \tag{E-14}$$

(E-14) 式より, (E-13) 式の  $w$  に関する積分を  $E_n$  で置き換えることができ,

$$F_{\lambda}^{\uparrow}(\tau) = 2\pi B_{\lambda}(T_s) E_3(\tau_s - \tau) + 2\pi \int_{\tau}^{\tau_s} B_{\lambda}(t, \xi) E_2(t - \tau) dt \tag{E-15}$$

となる. この式の第 1 項が下部境界からのフラックス  $F_{\lambda}^s$ , 第 2 項が上向きのフラックス  $F_{\lambda}^{\uparrow}$  である.

同様に, 下向きの放射は,

$$\begin{aligned}
 F_{\lambda}^{\downarrow}(\tau) &= \int I_{\lambda}(\tau, \xi) \xi d\omega, \\
 &= \int_0^{2\pi} \int_{-\pi/2}^0 I_{\lambda}(\tau, \xi) \xi \sin(\zeta) d\zeta d\phi, \\
 &= 2\pi \int_{-1}^0 I_{\lambda}(\tau, \xi) \xi d\xi
 \end{aligned} \tag{E-16}$$

となり,  $\xi = -1/w$  とおくと,  $d\xi = dw/w^2$  より,

$$F_{\lambda}^{\downarrow}(\tau) = 2\pi \int_1^{\infty} \left\{ - \int_0^{\tau} \frac{B_{\lambda}(t, \xi) e^{-w(\tau-t)}}{w^2} dt \right\} dw \quad (\text{E-17})$$

となる. よって, (E-14) 式より,

$$F_{\lambda}^{\downarrow}(\tau) = -2\pi \int_0^{\tau} B_{\lambda}(t, \xi) E_2(\tau - t) dt \quad (\text{E-18})$$

となる.

## B 太陽放射のフラックス

太陽放射のフラックスは,

$$\begin{aligned} F_{\lambda}^{\odot}(\tau) &\equiv \frac{\int_0^{-1} F_{\lambda}^{\odot}(\tau, \xi) d\xi}{\int_0^{-1} d\xi}, \\ &= \int_0^{-1} d\xi \xi S_{\lambda, \odot} e^{\tau/\xi} \end{aligned} \quad (\text{E-19})$$

となり,  $\xi = 1/w$  とおくと,  $d\xi = -dw/w^2$  より,

$$F_{\lambda}^{\odot}(\tau) = - \int_1^{\infty} S_{\lambda, \odot} \frac{e^{w\tau}}{w^3} dw \quad (\text{E-20})$$

となり,  $E_n$  を用いて,

$$F_{\lambda}^{\odot}(\tau) = -S_{\lambda, \odot} E_3(\tau) \quad (\text{E-21})$$

と表される. ここで,  $S$  は木星での太陽定数である.

## 参考文献

- Appleby, J. S., 1980: Atmospheric Structures of the Giant Planets from Radiative-Convective Equilibrium Models. Ph.D. thesis, *State University of New York at Stony Brook*.
- Appleby, J. S., J. S. Hogan, 1984: Radiative-Convective Equilibrium Models of Jupiter and Saturn. *Icarus*, **59**, 336–366.
- Banfield, D., P. J. Gierasch, M. Bell, E. Ustinov, A. P. Ingersoll, A. R. Vasavada, M. J. S. Belton, 1998: Jupiter's Cloud Structure from Galileo Imaging Data. *Icarus*, **135**, 230–250.
- Borysow, A., 2002: Collision-induced absorption coefficients of H<sub>2</sub> pairs at temperatures from 60 K to 1000 K. *Astronomy and Astrophysics*, **390**, 779–782.
- Borysow, A., L. Frommhold, 1987: Collision-induced rototranslational absorption spectra of ch<sub>4</sub>-ch<sub>4</sub> pairs at temperatures from 50 to 300 K. *Astrphy. J.*, **318** 940–943.
- Burgdorf, M. J., Th. Encrenaz, H. Feuchtgruber, G.R. Davis, Th. Fouchet, D. Gautier, E. Lellouch, G.S. Orton, S.D. Sidher, 2001: ISO Far-Infrared Spectroscopic Observations of Jupiter. *The Promise of the Herschel Space Observatory*. Eds. G.L. Pilbratt, J. Cernicharo, A.M. Heras, T. Prusti, and R. Harris. ESA-SP **460**, 365.
- Burgdorf, M. J., G. S. Orton, T. Encrenaz, G.R. Davis, S.D. Sidher, E. Lellouch, B. M. Swinyard, 2004: The far-infrared spectra of Jupiter and Saturn. *Planetary and Space Science*, **52**, 379–383.
- Burgdorf, M. J., G. S. Orton, T. Encrenaz, G.R. Davis, E. Lellouch, S.D. Sidher, B. M. Swinyard, 2004: Far-infrared spectroscopy of the giant planets: measurements of ammonia and phosphine at Jupiter and Saturn and the continuum of Neptune. *Advances in Space Research*, **34**, 2247–2250.
- Cess, R. D., and S. C. Chen, 1975: The influence of the Jovian atmosphere. *Icarus*, **26**, 444–450.
- Cess, R. D., and S. Khetan, 1973: Radiative transfer within the atmospheres of the major planets. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, **13**, 995–1009.

- Goody, R. M. and Y. L. Yung, 1989: Atmospheric Radiation. Second Edition. *Oxford Univ. Press, New York*.
- Hogan, J. S., S. I. Rasool, and T. Encrenaz, 1969: The thermal structure of the Jovian atmosphere. *J. Atmos. Sci.*, **26**, 898–905.
- Houghton, J., 2002: The Physics of Atmosphere, *Cambridge Univ. Press*.
- Irwin, P. G. J. 2003: GIANT PLANETS OF OUR SOLAR SYSTEM, An Introduction. *Springer-Praxis Books*.
- Irwin, P. G. J., K. Sihra, N. Bowles, F. W. Taylor and S. B. Calcutt, 2005: Methane Absorption in the Atmosphere of Jupiter from 1800 to 9500  $\text{cm}^{-1}$  and Implications for Vertical Cloud Structure. *Icarus*, **176**, 255 – 271.
- Kuiper, G. P., 1952: The Atmospheres of the Earth and Planets. *Univ. of Chicago Press Chicago*.
- Lasker, B. M., 1963: Wet adiabatic model atmospheres for Jupiter. *Astrophys. J.*, **138**, 709–719.
- Lindal, G. F., G. E. Wood, G. S. Levy, J. D. Anderson, D. N. Sweetnam, H. B. Hotz, B. J. Buckles, D. P. Homes and P. E. Doms, 1981: The atmosphere of Jupiter: An analysis of the Voyager radio occultation measurements. *J. Geophys. Res.*, **86**, 8721–8727.
- Niemann, H. B., S. K. Atreya, G. R. Carignan, T. M. Donahue, J. A. Haberman, D. N. Harpold, R. E. Hartle, D. M. Hunten, W. T. Kasprzak, P. R. Mahaffy, T. C. Owen, and S. H. Way, 1998: The composition fo the Jovian atmosphere as determined by the Galileo probe mass spectrometer. *J. Geophys. Res.*, **103**, 22,831 – 22,845.
- Null, G. W., 1976: Gravity field of Jupiter and its satellites from Pioneer 10 and Pioneer 11 tracking data. *Astron. J.*, **81**, 1153–1161.
- Sromovsky, L. A., A. D. Collard, P. M. Fry, G. S. Orton, M. T. Lemmon, M. G. Tomasko and R. S. Freedman, 1998: Galileo probe measurements of thermal and solar radiation fluxes in the Jovian atmosphere. *J. Geo. Res.*, **103**, 22,929 – 22,978.
- Trafton, L. M., 1967: Model atmospheres of the major planets. *Astrophys. J.*, **147**, 765–781.
- 小倉義光, 1999: 一般気象学 第 2 版, 東京大学出版会.
- 杉山耕一朗, 2006:  $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{NH}_3$  の凝結と  $\text{NH}_4\text{SH}$  の生成反応を考慮した木星大気の雲対流ならびにその直接数値計算. 学位論文, 北海道大学.
- 林祥介, 2008: 木星型惑星大気の力学・物質・エネルギー輸送過程に関する理論的ならびに数値的研究. 平成 16 年度～平成 19 年度科学研究費補助金 (基盤研究 (A)) 研究成果報告書.

松田佳久, 2000: 惑星気象学. 東京大学出版会.

森口繁一, 宇田川銈久, 一松信, 1987: 岩波 数学公式 II, 岩波書店.