電子工学概論

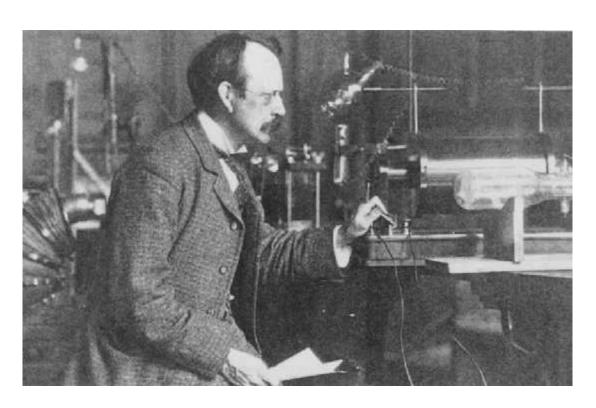
渡部重十

(わたなべ しげと)

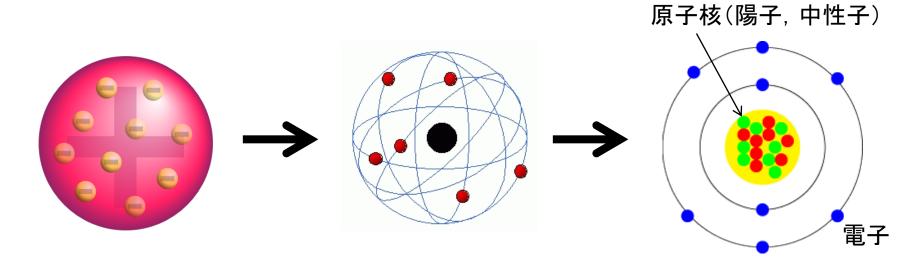
http://www.ep.sci.hokudai.ac.jp/~shw/densi.pdf shw@ep.sci.hokudai.ac.jp 1897年 ガラスの真空管の中の電極に数千ボルトの電圧をかけ、陰極から出てくる"陰極線"が電気を帯びた小さな粒子の流れであることを発見

電場や磁場をかけたときの曲がる様子からマイナスの電気を持った粒子

原子の中から外に飛び出してきた電子の流れが陰極線であることがJ. J. トムソン(J. J. Thomson)によってつきとめられた.



原子の概念



1904年3月にトムソン が発表した原子モデル

1911年ラザフォードが行った原子核の存在を示す実験(ラザフォード散乱)

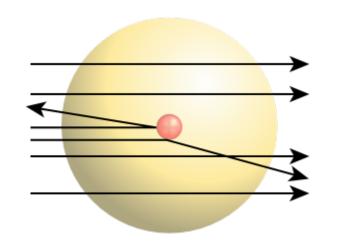
長岡半太郎

1913年ボーアの原子模型

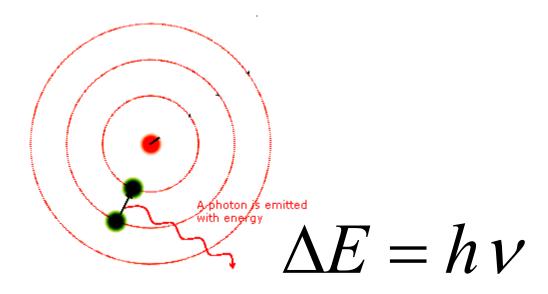
ラザフォード散乱実験 (原子核の発見)

1911年にアーネスト・ラ ザフォードが金のうすい 箔にアルファ線(正の電 荷をもったヘリウムの原 子核)をあてる実験を 行った.

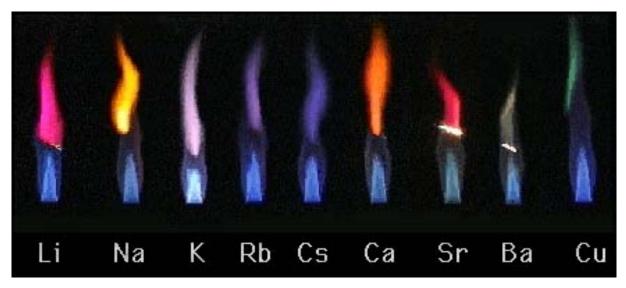
アルファ線の大部分は 金箔を透過するが,一部 が大きな角度で散乱され る現象を発見.



ボーアの原子模型



炎色反応



紀元前600年頃 ターレス: 摩擦電気を発見

12世紀頃 航海に磁針を使用

1746年 ライデン瓶の発明

1749年フランクリン: 避雷針を発明

1752年フランクリン: たこ上げ実験

1780年ガルバーニ: 動物電気の発見

1785年クーロン: クーロンの法則の発見

1799年ボルタ: ボルタの電池発明

1822年アンペア: アンペアの法則

1833年ファラデー: ファラデーの法則の発見

1864年マクスウェル: マクスウェルの方程式の発見

1876年ベル: 電話の発明

1878年エジソン: 炭素フィラメント電灯を発明

1888年ヘルツ: 電波の発生. Maxwellの式が正しいことを実験的に証明

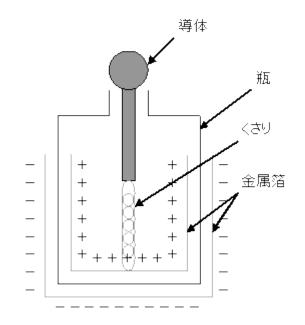
1897年トムソン: 電子を発見

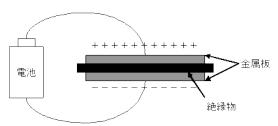
1899年マルコニー: 無線電信に成功

1901年マルコニー: 大西洋横断無線電信に成功

1911年ラザフォード: 原子核を発見

1947年ブラッテン, バディーン, ショックレ: トランジスタを発明





電子回路 電気回路

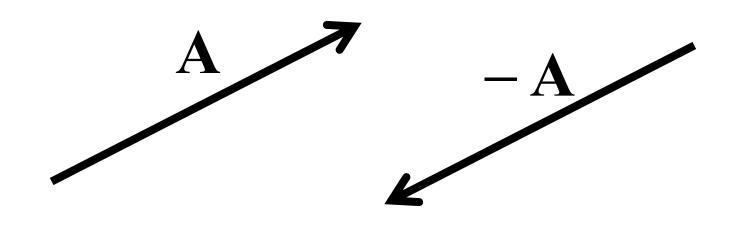
- ・電子回路は、電子素子などを電気伝導体で接続し電流の通り道をつくり、目的の動作を 行わせる電気回路
- ・電気回路は、抵抗、インダクタ、コンデンサ、 スイッチなどの電気的素子が電気伝導体で つながった電流のループ
- · 電気回路は、電流の流れのための閉ループを持っていて、2つ以上の電気的素子が接続

電気と電子回路で使う 基礎数学

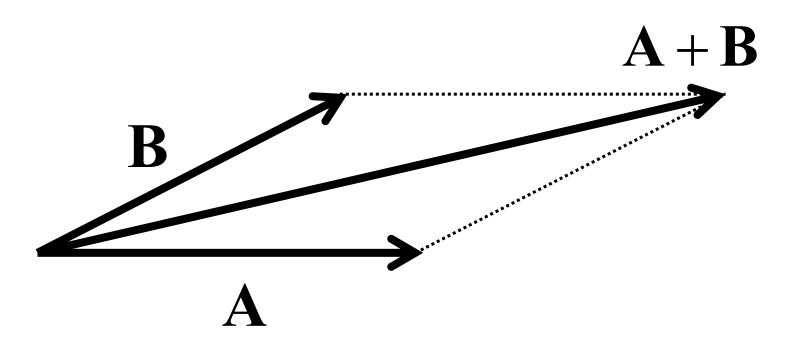
- ・ベクトル
- 三角関数
- 微分
- 積分
- 複素数

ベクトル

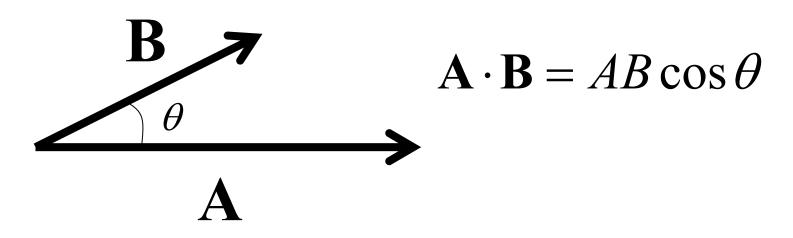
位置,速度,加速度,力,電場,磁場,電流など, 大きさと方向をもつものをベクトルという。



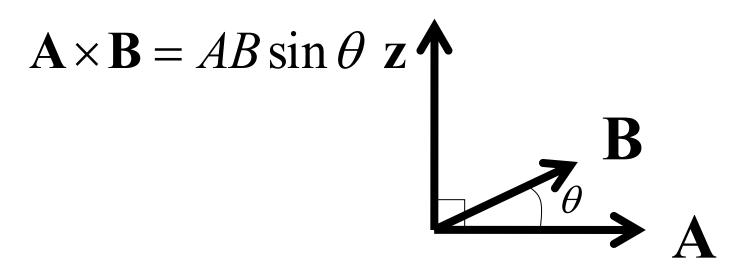
ベクトルの加法



ベクトルの内積



ベクトルの外積

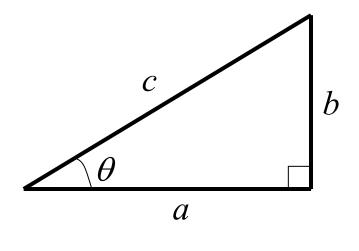


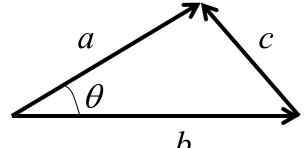
$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$\sin\theta = \frac{b}{c}$$

$$\cos\theta = \frac{a}{c}$$

$$\tan \theta = \frac{b}{a}$$





$$c = a - b$$
, $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\theta$$

$$A = \sin \theta, \qquad \theta = \sin^{-1} A$$

$$A = \cos \theta, \qquad \theta = \cos^{-1} A$$

$$A = \tan \theta, \qquad \theta = \tan^{-1} A$$

$$\frac{1}{\sin \theta} = \csc \theta$$

$$\frac{1}{\cos \theta} = \sec \theta$$

$$\frac{1}{\cos \theta} = \cot \theta$$

$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$$

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$$

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$$

加法定理の導出

$$\cos(A \pm B) + i\sin(A \pm B) = e^{i(A \pm B)} = e^{iA}e^{\pm iB}$$

$$e^{iA}e^{\pm iB} = (\cos A + i\sin A)(\cos B \pm i\sin B)$$

$$= (\cos A\cos B \mp \sin A\sin B) + i(\sin A\cos B \pm \cos A\sin B)$$

$$\cos(A \pm B) = \cos A\cos B \mp \sin A\sin B$$

$$\sin(A \pm B) = \sin A\cos B \pm \cos A\sin B$$

合成公式の導出

$$\sin \phi = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \quad \cos \phi = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\sin(A + \phi) = \sin A \cos \phi + \cos A \sin \phi$$

$$= \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin A + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos A$$

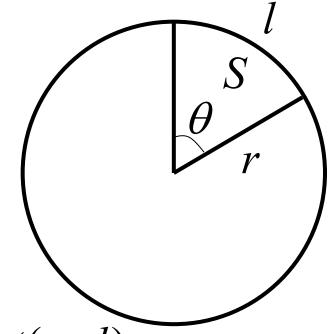
$$\sqrt{a^2 + b^2} \sin(A + \phi) = a \sin A + b \cos A$$

ラジアン:角度の単位 rad

定義: 円の半径に等しい長さの弧の中心に対する角度

$$l = r\theta$$

$$S = \frac{1}{2}r^2\theta = \frac{1}{2}rl$$



360度は 2π ラジアン(rad)

微分

$$\frac{dau}{dx} = a\frac{du}{dx}$$

$$\frac{d(uv)}{dx} = \frac{du}{dx}v + u\frac{dv}{dx}$$

$$\frac{du^k}{dx} = ku^{k-1}\frac{du}{dx}$$

$$a, k$$
は定数、 u は x の関数

初等関数の微分

f(x)	f'(x)
$\boldsymbol{\mathcal{X}}^{k}$	kx^{k-1}
e^{ax}	aeax
sin ax	a cos ax
cosax	$-a\sin ax$

不定積分

f(x)	$\int f(x)dx$
\boldsymbol{x}^k	$\frac{1}{k+1}x^{k+1}$
e^{ax}	$\frac{1}{a}e^{ax}$
sin ax	$-\frac{1}{a}\cos ax$
cosax	$\frac{1}{a}\sin ax$

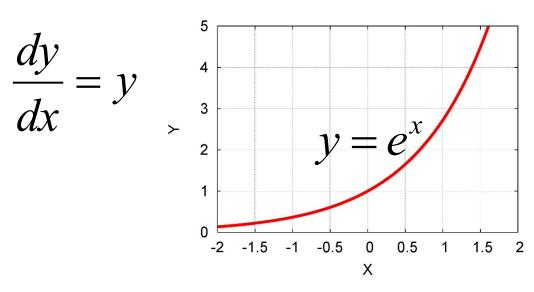
複素数

$$x^2+1=0$$
, の解を i

$$i^2 = -1, i = \sqrt{-1}$$

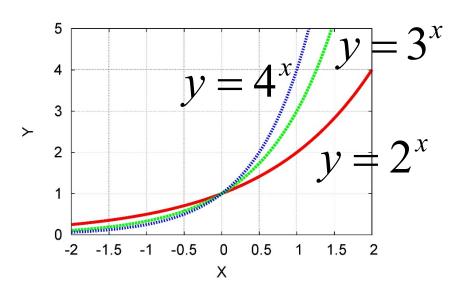
$$z=a+bi$$
 を虚数という. a,b は実数

指数関数



ネイピア数 e = 2.718281828...

無理数



オイラーの公式

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$$

オイラーの等式

$$e^{i\pi} = -1$$

マクローリン展開

$$e^{ix} = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \dots$$

$$e^0 = 1 = a_0$$

$$(de^{ix})$$

$$\left(\frac{de^{ix}}{dx}\right)_0 = ie^0 = i = a_1$$

$$\left(\frac{d^2 e^{ix}}{dx^2}\right)_0 = -e^0 = -1 = 2a_2$$

• • •

$$e^{ix} = 1 + ix - \frac{1}{2}x^2 - i\frac{1}{2 \cdot 3}x^3 + \dots = 1 + i\frac{1}{1!}x - \frac{1}{2!}x^2 - i\frac{1}{3!}x^3 + \dots$$

$$\sin x = \frac{1}{1!}x - \frac{1}{3!}x^3 + \frac{1}{5!}x^5 - \dots$$

$$\cos x = 1 - \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{4!}x^4 - \frac{1}{6!}x^6 - \dots$$

抵抗(電気抵抗)

電気抵抗(レジスタンス: electrical resistance) は電流の流れにくさを表す. 国際単位系(SI) における単位はオーム(記号: Ω). 逆数はコンダクタンス (conductance)で電流の流れやすさを表す. コンダクタンスのSIにおける単位はジーメンス(記号:S).



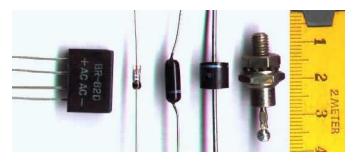
コンデンサ

蓄電器(コンデンサ: capacitor, キャパシタ: capacitor)は電荷を蓄えたり放出したりする素子.

国際単位系(SI)における静電容量の単位はファラド(記号: F). マイクロファラド(μ F = 10-6F), ピコファラド(pF = 10-12F), ナノファラド(nF = 10-9F)を用いる場合が多い.







インダクタ

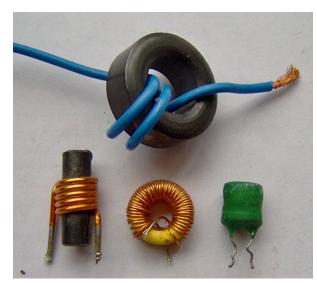
流れる電流によって形成される磁場にエネルギーを蓄えることができる素子(インダクタ:inductor).

一般にコイルによってできている.

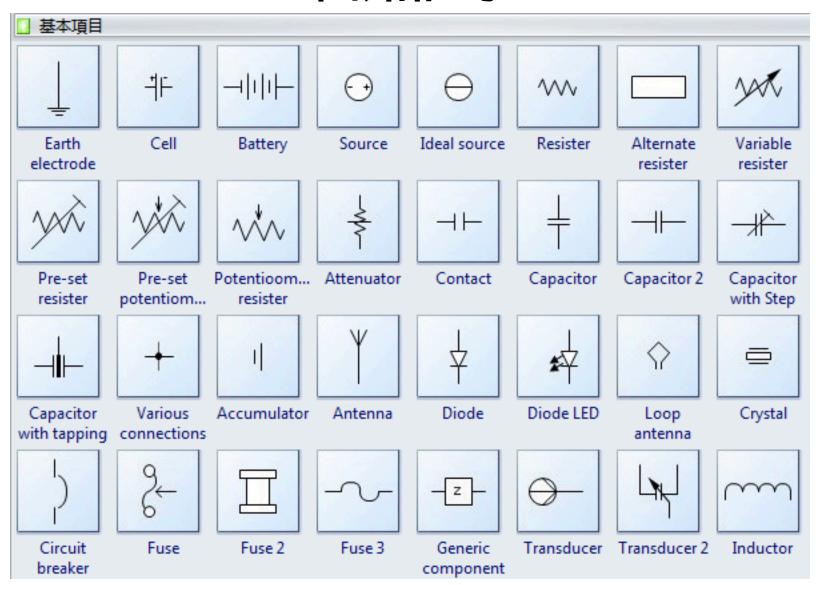
蓄えられる磁気エネルギーの量の単位はヘンリー (H).

電線を何回も巻くことでアンペールの法則に従いコイル内の磁場が強くなる。インダクタは交流電流を遅延させ再形成する能力がある。時間と共に電圧と電流が変化する電気回路の基本的な部品となっている。





回路記号



MKS単位系

• 時間 秒 s

長さ メートル m

質量 キログラム kg

温度 ケルビン K

力 ニュートン N

 $kg m / s^2$

. . .

MKS単位系

電流 アンペア A

電圧 ボルト V

抵抗 オーム Ω

• コンデンサ ファラッド F

• インダクタ ヘンリー H

• 周波数 ヘルツ Hz s⁻¹

• • •

109 G ギガ 10^{6} $M \rightarrow j$ 10^3 k + D 10^{-3} $m \in \mathcal{V}$ μ マイクロ 10^{-6} $n + 1 10^{-9}$

クーロンの法則

シャルル・ド・クーロンが発見した荷電粒子間に働く力. (1785年から1789年にかけて発見)

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

 $F:=\neg-\vdash \nu,N$

 $Q: \mathcal{D} - \square \mathcal{V}, C$

 $r: \mathcal{I} - \mathcal{I} \mathcal{V}, m$

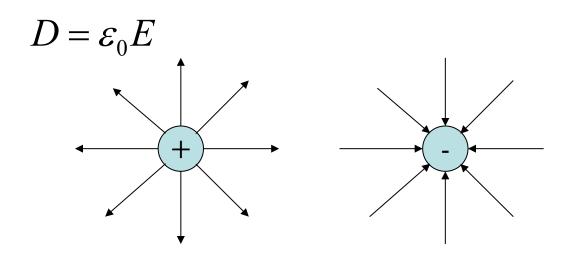
 ε_0 :真空の誘電率, $8.85 \times 10^{-12} C^2 / N \cdot m^2$

電場の強さ

単位電荷あたりの強さ

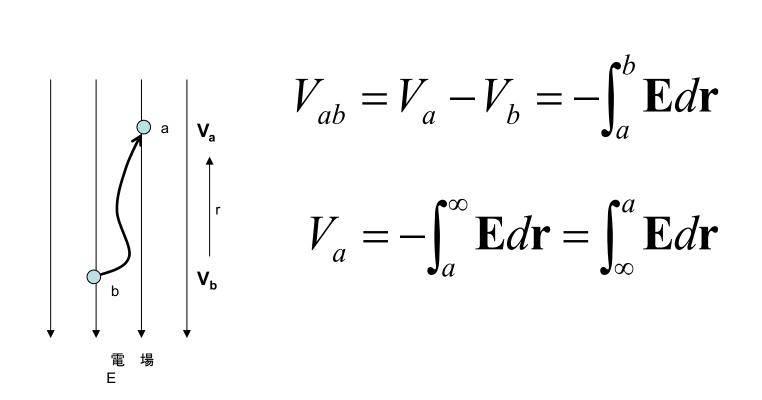
$$E = \frac{F}{Q_1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q_2}{r^2}$$

E の方向に一致する曲線を電気力線 単位面積あたりの電気力線の密度を電束密度



電位

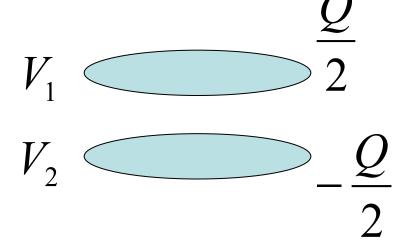
電場内において1クーロンの点電荷を運ぶときの仕事を電位差 無限遠との電位差を電位



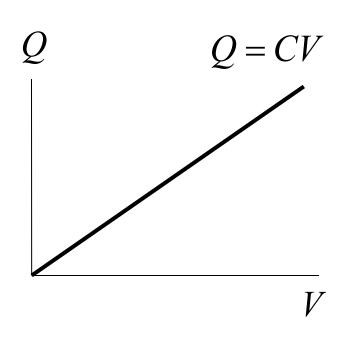
静電容量

導体の電位と電荷には比例関係がある

$$Q = CV$$
 $C:$ 静電容量







$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2}$$

静電エネルギー

孤立した導体に蓄えられているエネルギー

$$v_{ab} = v_a - v_b = \int_b^a \mathbf{E} d\mathbf{r}$$

 $dv = \mathbf{E}d\mathbf{r}$

$$U = \int_{\infty}^{a} \mathbf{F} d\mathbf{r} = \int_{\infty}^{a} Q \mathbf{E} d\mathbf{r} = \int_{0}^{V} Q dv = \int_{0}^{V} Cv dv = \frac{1}{2} CV^{2} = \frac{1}{2} QV$$

クーロンの法則

$$F = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

 $F:=\neg-\vdash \nu,N$

m:ウェーバ,Wb

 $r: \mathcal{I} - \mathcal{I} \mathcal{V}, m$

 μ_0 :真空の透磁率, $1.2566 \times 10^{-6} kg \cdot m / C^2$

磁場と磁束

$$H = \frac{F}{m_1} = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{m_2}{r^2}$$

単位正磁荷に働く力. 磁力線(大きさと方向を持ったベクトル)

単位面積あたりの磁力線の密度を磁束密度

$$B = \varepsilon_0 H$$

電流

単位時間に移動する電荷の量 = 電流

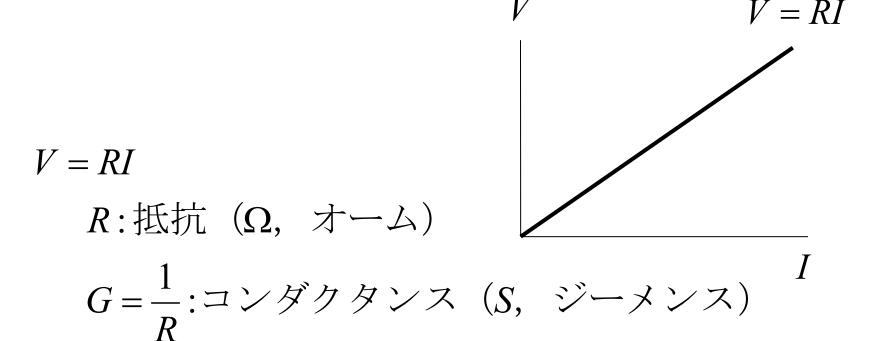
$$I = \frac{dQ}{dt}$$

単位面積あたりの電流の強さ = 電流密度

1秒間に1クーロン流れるとき1アンペア

オームの法則

電流と電位は比例関係にある



1Vの電位差で1Aの電流が流れるような抵抗を1Ω

起電力

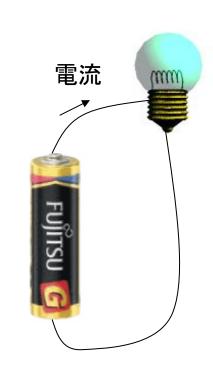
電流を流そうとする電位差 (電流が流れないときの電位差)

電流が流れているときの電池の電位差

$$V = V_0 + rI$$

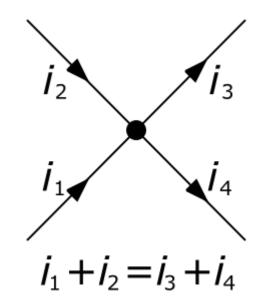
 V_0 :起電力(V)

r:内部抵抗



キルヒホッフの法則

●キルヒホッフの第一法則(電流則) 流れ込む電流と流れ出す電流の和=0



●キルヒホッフの第二法則(電圧則) 任意の閉回路で電圧の総和=0

ジュールの法則

ジェームズ・プレスコット・ジュール(イギリス)が 実験によって発見した法則

$$Q = RI^2t$$

Q:ジュール熱(J)

R:抵抗(Ω)

I:電流(A)

t:時間 (s)

$$P = \frac{Q}{t} = VI = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

P:発熱量,ワット (W)

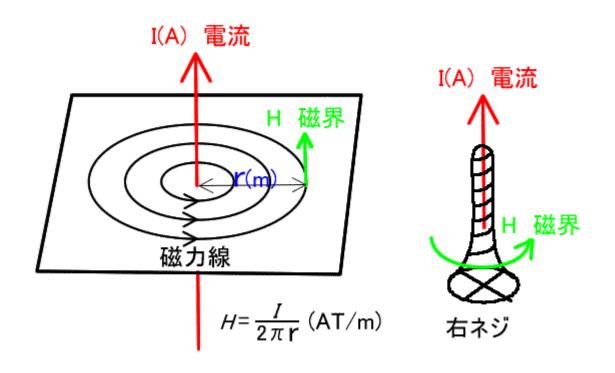
タングステン アルゴンガス



熱を光に変換

アンペアの右ねじの法則

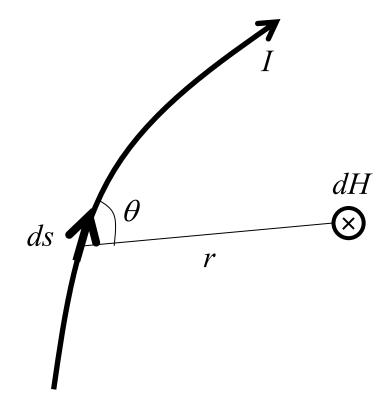
アンドレ・マリー・アンペア(フランス)
(Andre Marie Ampere 1775/1/20-1836/6/10)
が発見した法則



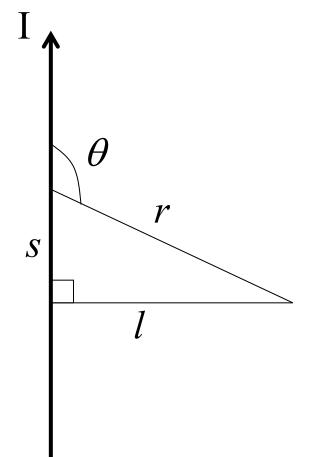
ビオ・サバールの法則

1820年にフランスのジャン=バティスト・ビオと フェリックス・サバールによって発見された.

$$dH = \frac{I}{4\pi} \frac{ds \sin \theta}{r^2}$$



直線電流



$$dH = \frac{I}{4\pi} \frac{ds \sin \theta}{r^2}$$

$$\tan(\pi - \theta) = \frac{l}{s}, \quad s = -l \cot \theta, \quad r = \frac{l}{\sin \theta}$$

$$s = -l \cot \theta,$$

$$r = \frac{l}{\sin \theta}$$

$$ds = \frac{l}{\sin^2 \theta} d\theta$$

$$dH = \frac{I}{4\pi l} \sin\theta d\theta$$

$$H = \frac{I}{4\pi l} \int_{0}^{\pi} \sin\theta d\theta = \frac{I}{2\pi l}$$

円電流

$$dH = \frac{I}{4\pi} \frac{ds}{\left(a^2 + l^2\right)}$$

$$dH_1 = dH \sin \phi, \quad \sin \phi = \frac{a}{r}$$

$$dH_1 = \frac{I}{4\pi} \frac{ds}{(a^2 + l^2)} \frac{a}{r} = \frac{I}{4\pi} \frac{ads}{(a^2 + l^2)^{3/2}}$$

$$H_1 = \frac{I}{4\pi} \frac{a}{\left(a^2 + l^2\right)^{3/2}} \int_0^{2\pi a} ds = \frac{Ia^2}{2\left(a^2 + l^2\right)^{3/2}}$$

磁場が電流に及ぼす力

$$\mathbf{F} = l\mathbf{I} \times \mathbf{B}$$

平行電流間に働く力(単位長さあたり)

$$F_{1} = I_{1}B_{1}$$

$$H_{1} = \frac{I_{2}}{2\pi r} = \frac{B_{1}}{\mu_{0}}$$

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi r} I_1 I_2$$

電磁誘導(ファラデーの法則)

閉じた経路に発生する起電力は、その経路によって囲われた任意の面を通過する磁束の変化率に比例する.

$$e = -\frac{d\phi}{dt}$$

$$e = -n\frac{d\phi}{dt}$$

n:コイルの巻数

自己誘導

コイルに電流を流すと磁束が変化し、電流を変化させない方向に起電力が発生する.

磁東 ϕ は電流Iに比例するので、比例定数をLとすると $nd\phi = LdI$

電気伝導

電場のもとで電荷を帯びた粒子(キャリア: 正イオン, 負イオン, 電子, 正孔)が移動して電流が流れる現象

 $i = \sigma E$

i:電流密度

 σ :電気伝導度

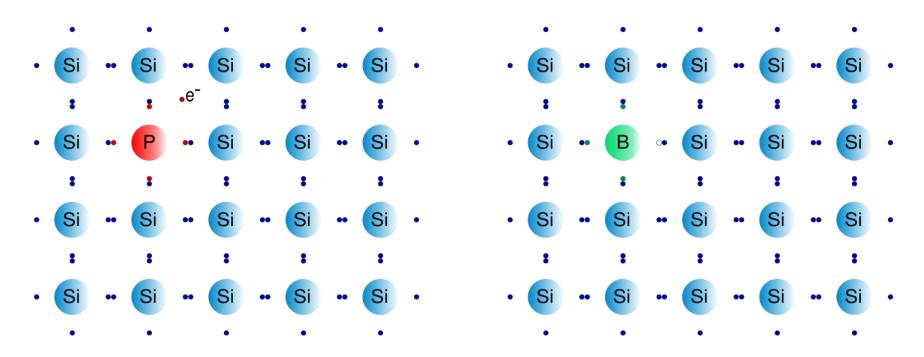
E:電場

超伝導:電気伝導度が無限になる現象

遷移温度:超伝導になる温度

半導体

電気伝導度が温度とともに大きくなる物質



n型半導体 Si(シリコン)にP(リン)をドープした例. 赤い丸がリン由来の価電子. e-(電子)が電荷の運び手(キャリア)となり結晶中を自由に動き回る.

p型半導体 Si(シリコン)にB(ホウ素) をドープした例. 正孔がキャリアとなり 動き回る.

交流

時間とともに大きさと方向が変化する電流

$$i = I_m \cos(\omega t + \theta)$$

 I_m :振幅

 ω :角周波数

 θ : 位相角

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \qquad f: \exists$$

f:周波数, T:周期

RLCの直列回路

$$E = E_m \cos \omega t$$

交流起電力

$$E_R = Ri$$

抵抗での電圧降下

$$E_{L} = L \frac{di}{dt}$$

$$E_{C} = \frac{Q}{C}$$

インダクタンスでの電圧降下

$$E_C = \frac{Q}{C}$$

コンデンサでの電圧降下

$$\frac{dQ}{dt} = i$$

キルヒホッフの第二法則より

$$Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{Q}{C} = E_m \cos \omega t$$

$$L\frac{d^{2}i}{dt^{2}} + R\frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = -E_{m}\omega\sin\omega t$$

RLCの直列回路

$$L\frac{d^{2}i}{dt^{2}} + R\frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = -E_{m}\omega\sin\omega t$$

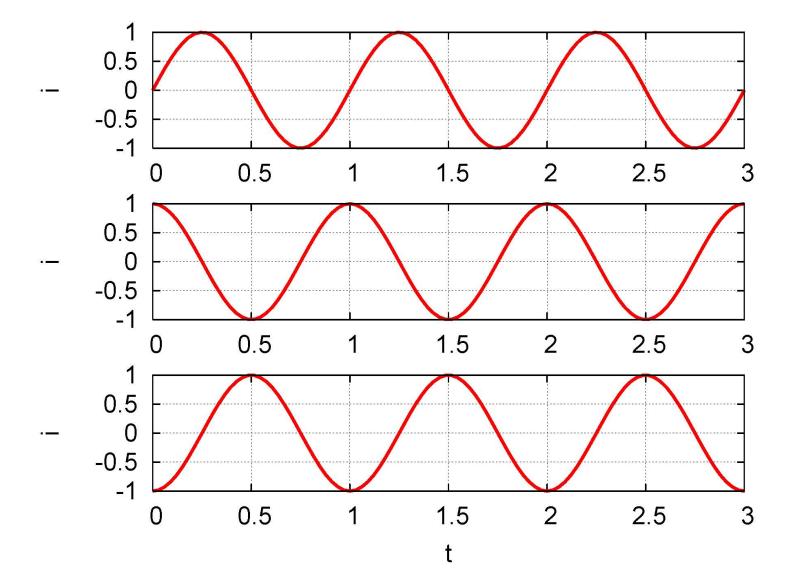
$$i = I_{m}\cos(\omega t - \theta)$$
を解とすると
$$-LI_{m}\omega^{2}\cos(\omega t - \theta) - RI_{m}\omega\sin(\omega t - \theta) + \frac{1}{C}I_{m}\cos(\omega t - \theta) = -E_{m}\omega\sin\omega t$$

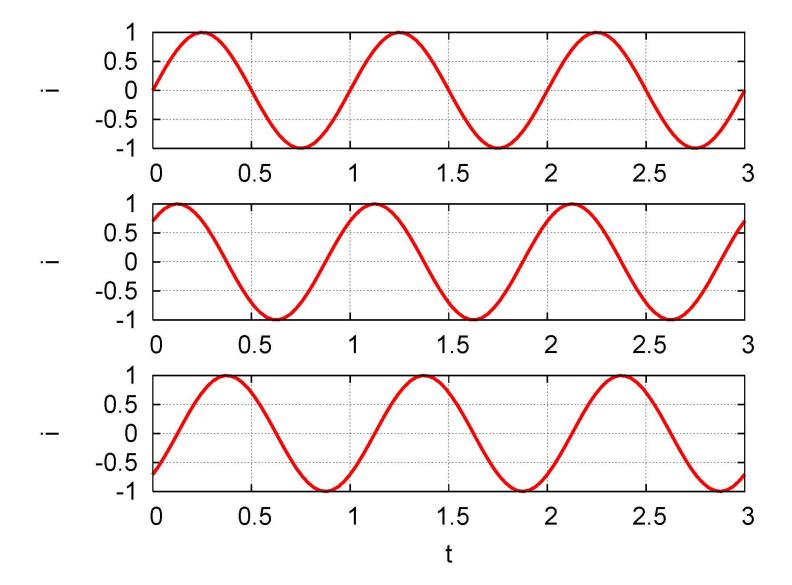
$$\left(L\omega^{2} - \frac{1}{C}\right)\cos(\omega t - \theta) + R\omega\sin(\omega t - \theta) = \frac{E_{m}}{I_{m}}\omega\sin\omega t$$

$$\sqrt{\left(L\omega^2 - \frac{1}{C}\right)^2 + \left(R\omega\right)^2} \sin(\omega t - \theta + \phi) = \frac{E_m}{I_m} \omega \sin \omega t, \qquad \phi = \tan^{-1} \left(\frac{L\omega^2 - \frac{1}{C}}{R\omega}\right)$$

$$I_{m} = \frac{E_{m}\omega}{\sqrt{\left(L\omega^{2} - \frac{1}{C}\right)^{2} + \left(R\omega\right)^{2}}}, \qquad \theta = \phi = \tan^{-1}\left(\frac{L\omega^{2} - \frac{1}{C}}{R\omega}\right)$$

$$I_{m} = \frac{E_{m}}{\sqrt{R^{2} + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^{2}}}, \quad \tan \theta = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$





RLCの並列回路

$$E = E_m \sin \omega t$$
 $\bar{2}$

$$E = Ri_R$$

$$E = L \frac{di_L}{dt}$$
$$E = \frac{Q}{C}$$

$$E = \frac{Q}{C}$$

コンデンサでの電圧
$$\frac{dQ}{dt} = i_C$$

$$\frac{dQ}{dt} = i_C$$

$$i_R = \frac{E_m \sin \omega t}{R}$$

$$i_{L} = \frac{1}{L} \int_{0}^{t} E_{m} \sin \omega t dt = -\frac{E_{m}}{\omega L} \cos \omega t$$

$$i_C = \omega C E_m \cos \omega t$$

RLCの並列回路

$$\begin{split} i &= i_R + i_L + i_C = \frac{E_m \sin \omega t}{R} - \frac{E_m}{\omega L} \cos \omega t + \omega C E_m \cos \omega t \\ i &= \frac{E_m}{R} \sin \omega t - E_m \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right) \cos \omega t \\ i &= \sqrt{\left(\frac{E_m}{R} \right)^2 + E_m^2 \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right)^2} \sin(\omega t - \theta) \\ i &= i_m \sin(\omega t - \theta) \quad & \text{where } i = E_m \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right)^2}, \qquad \tan \theta = R \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right) \end{split}$$

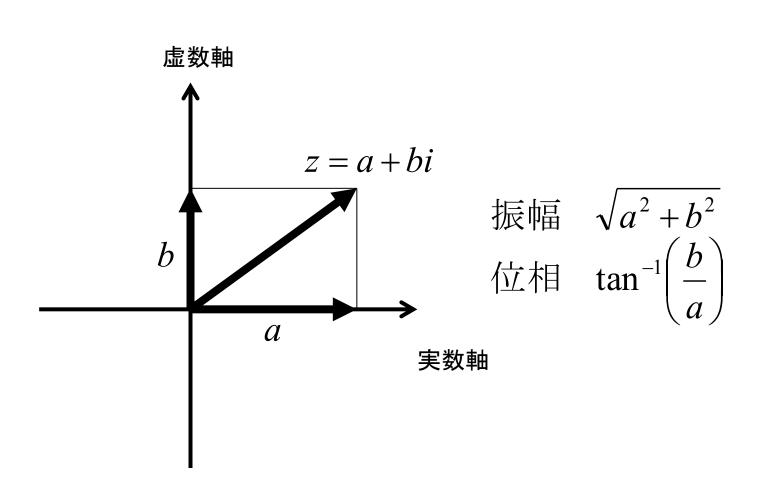
正弦波交流回路の複素数表示

$$E = E_m \cos(\omega t + \theta) + jE_m \sin(\omega t + \theta) = E_m e^{j(\omega t + \theta)}$$
 $i = i_m e^{j(\omega t + \theta)}$
 $E_R = Ri$ 抵抗
 $E_L = j\omega Li$ インダクタンス
 $E_C = \frac{1}{j\omega C}i$ コンデンサ

RLC直列回路の電圧,

$$E = E_R + E_L + E_C = \left(R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}\right)i$$

正弦波交流回路の複素数表示



インピーダンスとアドミッタンス

$$E_R = Ri$$
 抵抗
$$E_L = j\omega Li \qquad \qquad \text{インダクタンス}$$

$$E_C = \frac{1}{i\omega C}i \qquad \qquad \text{コンデンサ}$$

電圧と電流の間に比例関係があるので,

$$E = ZI = \frac{I}{Y} \qquad Z : A \vee \mathbb{C} - \mathcal{J} \vee \mathcal{J}, \quad Y : \mathcal{T} \vdash \mathcal{I} \vee \mathcal{J} \vee \mathcal{J}$$

$$Z = R + jX$$
 R : 抵抗, X : リアクタンス

$$Y = G + jB$$
 $G: \exists \nu \not = \beta \not = \gamma, \quad B: \forall \forall \beta \nu \neq \gamma$

RL直列回路のインピーダンス

$$E = RI + j\omega LI = (R + j\omega L)I$$

RC直列回路のインピーダンス

$$E = RI + \frac{1}{j\omega C}I = \left(R - \frac{j}{\omega C}\right)I$$

RLC直列回路のインピーダンス

$$E = RI + j\omega LI + \frac{1}{j\omega C}I = \left(R + j\omega L - \frac{j}{\omega C}\right)I$$

RL並列回路のアドミッタンス

$$I = \frac{1}{R}E + \frac{1}{i\omega L}E = \left(\frac{1}{R} - \frac{j}{\omega L}\right)E$$

RC並列回路のアドミッタンス

$$I = \frac{1}{R}E + j\omega CE = \left(\frac{1}{R} + j\omega C\right)E$$

RLC並列回路のアドミッタンス

$$I = \frac{1}{R}E + \frac{1}{j\omega L}E + j\omega CE = \left(\frac{1}{R} - \frac{j}{\omega L} + j\omega C\right)E$$

交流の実効値

$$I_{e} = \left(\frac{1}{T} \int_{t}^{t+T} I^{2} dt\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{T} \int_{t}^{t+T} I_{0}^{2} \cos^{2}(\omega t) dt\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{T} \int_{t}^{t+T} I_{0}^{2} \cos^{2}(\omega t) dt\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\cos(A+A) = \cos A \cos A - \sin A \sin A = 2\cos A \cos A - 1$$
$$\cos^2 A = \frac{1}{2}(\cos(2A)+1)$$

$$I_{e} = \left(\frac{I_{0}^{2}}{2T} \int_{t}^{t+T} (\cos(2\omega t) + 1) dt\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{I_{0}^{2}}{2T} \left[\frac{1}{2\omega} \sin(2\omega t) + t\right]_{t}^{t+T}\right)^{\frac{1}{2}}$$

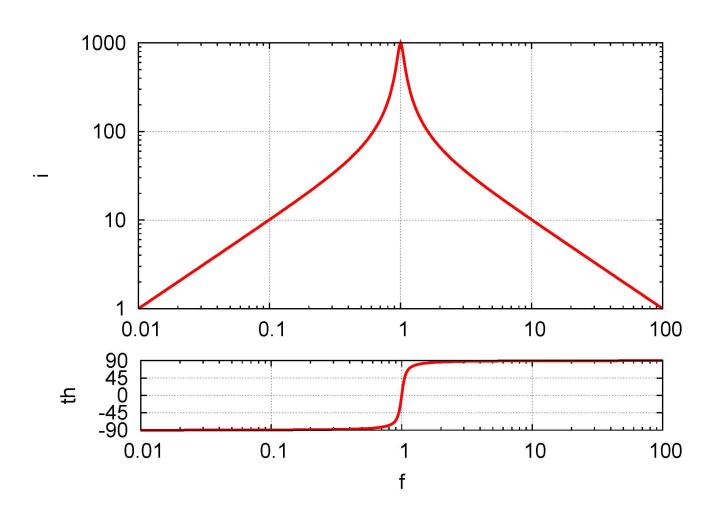
$$I_{e} = \left(\frac{I_{0}^{2}}{2T}\left[\frac{T}{4\pi}\sin\left(\frac{4\pi}{T}(t+T)\right) + t + T - \frac{T}{4\pi}\sin\left(\frac{4\pi}{T}t\right) - t\right]_{t}^{t+T}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{I_{0}}{\sqrt{2}}$$

共振回路 (直列共振)

$$I_{m} = \frac{E_{m}}{\sqrt{R^{2} + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^{2}}}, \qquad \tan \theta = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$
 のとき I_m は最大 $I_m = \frac{E_m}{R}$
$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}, \quad 共振周波数$$

共振回路 (直列共振)



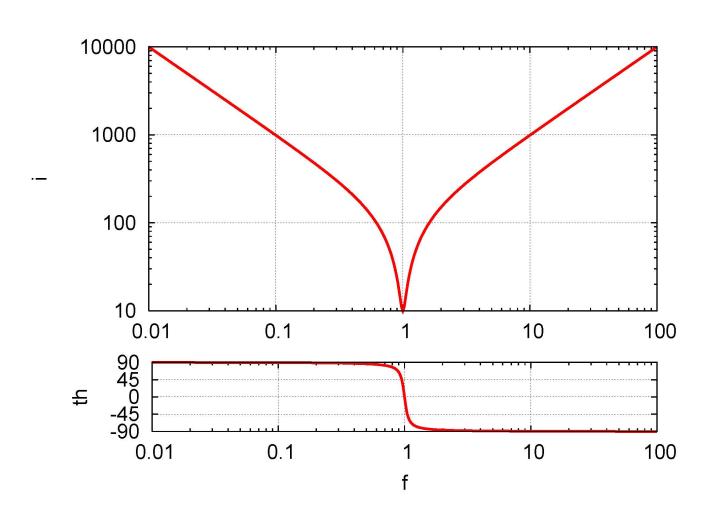
共振回路 (並列共振)

$$i_m = E_m \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}, \quad \tan \theta = R \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)$$

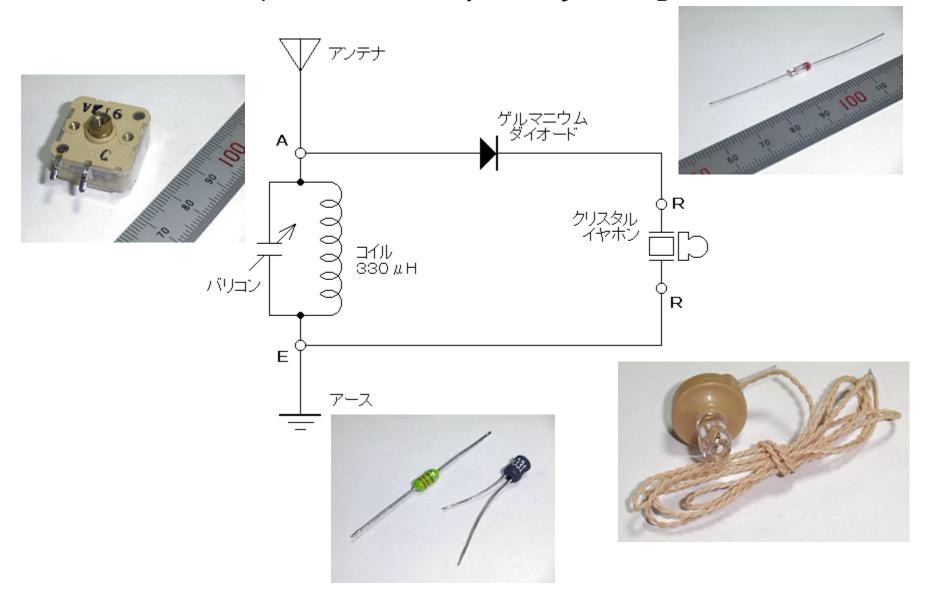
$$\omega C = \frac{1}{\omega L} \qquad \text{のとき} i_m \text{は最小} \qquad i_m = \frac{E_m}{R}$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}, \qquad 共振周波数$$

共振回路 (並列共振)



ゲルマニウムラジオ



電子回路シミュレータで回路を作成してみよう!

http://www.falstad.com/circuit/

http://www.falstad.com/circuit/

RLC共振回路

- (1)スイッチを入れてコンデンサを充電する.
- (2)スイッチを切ると共振が始まる.
- (3)時間とともに共振が小さくなるようにしてください.
- (4)周波数を上げてください.

http://www.falstad.com/circuit/

オームの法則

- (1)Index of Circuit Examplesをクリック.
- (2)Ohm's Lowをクリック.
- (3)右側で10mAの電流が流れるようにしてください.
- (4)左側で20mAの電流が流れるようにしてください.

Voltage Dividerをクリック.

1, 2, 3, 4 Vの電源を取り出す回路に変更してください.

A/C Response of CapacitorとA/C Response of Inductorの違いを述べてください.

教科書の図4.1を作成し式(4.1)と(4.2)が正しいこと を確認してください.

教科書の図4.2を作成し式(4.7)と(4.8)が正しいこと を確認してください.

教科書の図4.7を作成し式(4.36)から求められる共振周波数と一致していることを確認してください.

演習問題(2.1)

$$F_{1} = \frac{Q_{1}Q_{2}}{4\pi\varepsilon_{0}r^{2}} + \frac{Q_{1}Q_{3}}{4\pi\varepsilon_{0}(2r)^{2}} = 0$$

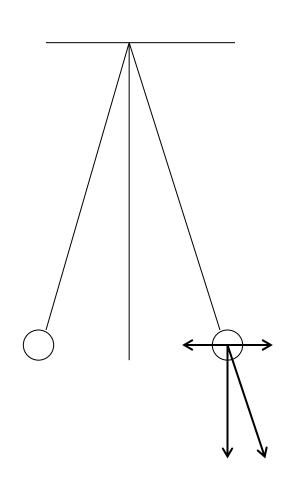
$$F_2 = -\frac{Q_1 Q_2}{4\pi \varepsilon_0 r^2} + \frac{Q_2 Q_3}{4\pi \varepsilon_0 r^2} = 0$$

$$Q_2 + \frac{Q_3}{4} = 0, \qquad -Q_1 + Q_3 = 0$$

$$Q_3 = -4Q_2, \qquad Q_1 = Q_3$$

$$\therefore Q_1:Q_2:Q_3=1:-\frac{1}{4}:1=4:-1:4$$

演習問題(2.2)



$$mg \tan \theta = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 (2l\sin\theta)^2}$$

$$mg\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{Q^2}{16\pi\varepsilon_0 l^2 \sin^2\theta}$$

演習問題(2.4)

$$dE = \frac{\lambda ds}{4\pi\varepsilon_0 \left(l^2 + a^2\right)}$$

$$dE_1 = dE \cos \phi = \frac{\lambda ds}{4\pi\varepsilon_0 (l^2 + a^2)} \frac{l}{(l^2 + a^2)^{1/2}} = \frac{l\lambda ds}{4\pi\varepsilon_0 (l^2 + a^2)^{3/2}}$$

$$E_{1} = \frac{l\lambda}{4\pi\varepsilon_{0}(l^{2} + a^{2})^{3/2}} \int_{0}^{2\pi a} ds = \frac{al\lambda}{2\varepsilon_{0}(l^{2} + a^{2})^{3/2}}$$

演習問題(2.5, 2.6)

$$Q_{1} = C_{1}V_{1}, \quad Q_{2} = C_{2}V_{2}, \quad Q_{1}' = C_{1}V, \quad Q_{2}' = C_{2}V$$

$$Q_{1} + Q_{2} = Q_{1}' + Q_{2}'$$

$$V = \frac{C_{1}V_{1} + C_{2}V_{2}}{C_{1} + C_{2}}$$

$$C_{1}V_{1} + C_{2}V_{2} + C_{2}V_{2$$

$$Q_{1} - Q_{1}' = C_{1}V_{1} - C_{1}V = C_{1}V_{1} - C_{1}\frac{C_{1}V_{1} + C_{2}V_{2}}{C_{1} + C_{2}} = \frac{C_{1}C_{2}(V_{1} - V_{2})}{C_{1} + C_{2}}$$

U₁-U₂ あとで入れておく

演習問題(2.7)

$$Q = C_1 V_0, \qquad Q = (C_1 + C_2) V_1, \qquad V_1 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} V_0$$

$$C_1 V_1 = (C_1 + C_2) V_2, \qquad V_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} V_1 = \left(\frac{C_1}{C_1 + C_2}\right)^2 V_0$$

$$\therefore V_n = \left(\frac{C_1}{C_1 + C_2}\right)^n V_0$$

演習問題

(2.11)と(2.16)を答えなさい

直列回路(図4.1)

キルヒホッフの第一法則より

$$I = I_1 = I_2 = I_3$$

キルヒホッフの第二法則より

$$E = E_1 + E_2$$

回路全体の合成抵抗は,オームの法則から

$$E = RI$$

$$R = R_1 + R_2$$

電力は

$$P = EI$$

並列回路(図4.2)

キルヒホッフの第一法則より

$$I = I_1 + I_2$$

キルヒホッフの第二法則より

$$E = E_1 = E_2$$

回路全体の合成抵抗は,オームの法則から

$$E = RI$$

$$\frac{1}{R} = \frac{I_1 + I_2}{E} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

演習問題

図4.3に示す直並列回路の合成抵抗を求めよ、また、それぞれの抵抗での電流を求めよ、

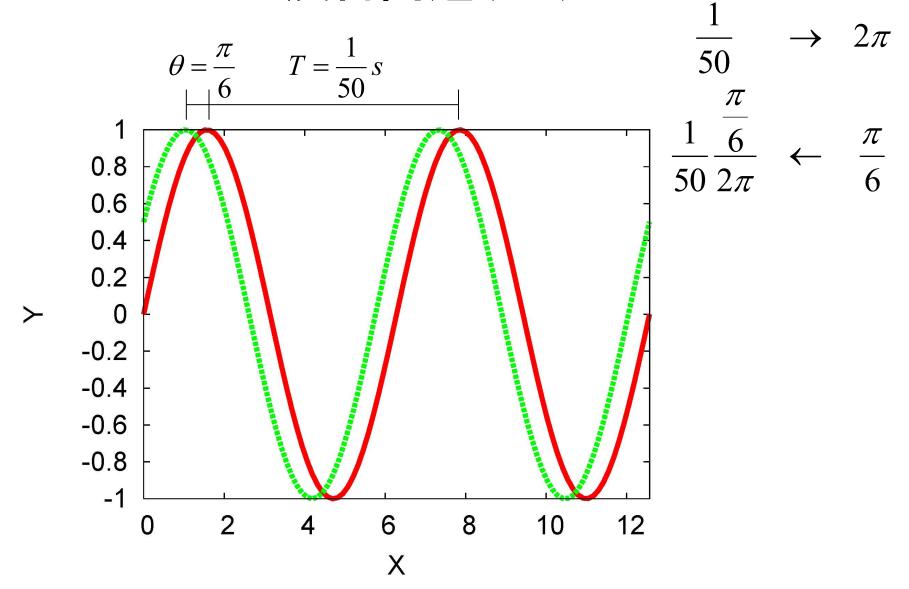
演習問題(4.1)

図4.20の合成抵抗を求めよ.

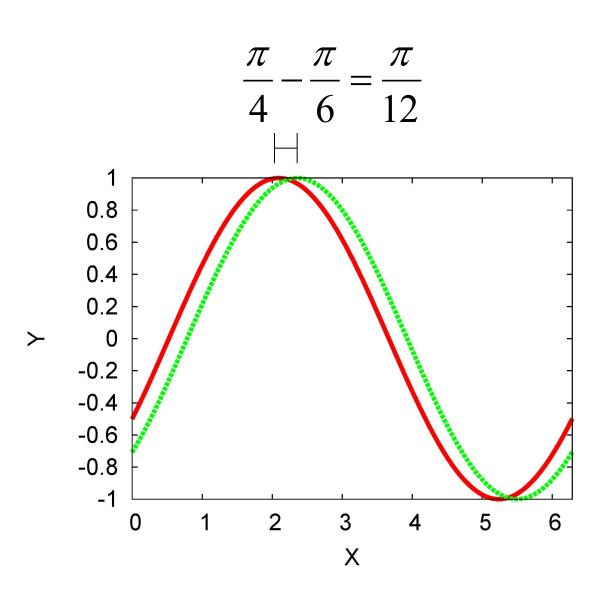
演習問題(4.2)

図4.3において回路全体の電力を求めよ.

演習問題(4.3)



演習問題(4.4)



演習問題(4.5)

$$E = L \frac{di}{dt}$$

$$i = \frac{1}{L} \int_{0}^{t} E_{m} \sin \omega t dt = -\frac{E_{m}}{\omega L} \cos \omega t$$

$$i = -\frac{100}{2\pi \cdot 50 \cdot 0.25} \cos(2\pi 50t) = -1.27 \cos(2\pi 50t) \text{ A}$$

演習問題(4.6)

$$X = -\frac{1}{\omega C}$$

$$X = -\frac{1}{1.0 \times 10^6 \cdot 2\pi \cdot 100.0 \times 10^{-6}} = -1.6 \times 10^{-3} \Omega$$

演習問題(4.7)

$$\tan \theta = \frac{\omega L}{R}$$

$$\tan \theta = \frac{50}{50} = 1 \qquad \to \qquad \theta = 45^{\circ}$$

演習問題(4.8)

$$E = \left(\frac{1}{j\omega C} + R\right)I$$

$$E_R = RI = 5 \times 10^3 I = 80$$
 \rightarrow $I = \frac{80}{5 \times 10^3} = 0.016 A$

$$\frac{|E|}{|I|} = \sqrt{R^2 + \left(-\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$\frac{|E|}{|I|} = \sqrt{(5 \times 10^3)^2 + \left(-\frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot C}\right)^2} = \frac{220}{0.016}$$

$$C = 0.124 \mu F$$
? ? ?

演習問題(4.9)

実効値
$$\frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.7A$$

平均值

$$I_{ave} = \frac{2}{T} \int_{0}^{\frac{T}{2}} I_{m} \sin(\omega t) dt$$

$$I_{ave} = \frac{2I_m}{T} \left[-\frac{1}{\omega} \cos \omega t \right]_0^{\frac{1}{2}} = \frac{2I_m}{T} \frac{T}{2\pi} \left(-\cos \pi + \cos \theta \right) = \frac{2I_m}{\pi}$$

$$\frac{2\cdot 1}{\pi} \approx 0.64$$