

地

目次

要旨	5
1 カस्प領域の概略	7
1.1 カस्प領域という概念の形成	7
1.2 地球磁気圏中のカस्प領域	8
2 カस्प領域の構成	13
2.1 磁力線再結合によるカस्प領域の構成	13
2.1.1 磁力線再結合	13
2.1.2 磁気圏での磁力線再結合	14
2.1.3 地方時におけるカस्प領域の変遷	20
2.2 気体力学的効果によるカस्प領域の構成	20
3 磁気圏への太陽風プラズマの侵入	26
3.1 磁気圏境界面で成り立つ圧力バランス	26
3.2 磁気圏境界面でのイオン、電子の存在領域	27
3.3 D型分配関数の形成	32
4 電離圏への太陽風プラズマの侵入	38
4.1 速度フィルター効果	38
4.2 V型エネルギースペクトル	41
4.3 電離圏で観測される粒子の不連続性	45
5 ポインティング理論	50
6 総括	55
Appendix	57
A マクスウェルの方程式	57
A.1 アンペールの法則	57
A.2 ファラデーの法則	59
A.3 エネルギーの保存則	62
B 電磁場中の運動方程式	63
B.1 分布関数	63
B.2 ブラゾフ方程式	65
B.3 クリモントビッチ方程式	66
B.4 電磁流体方程式	68

C	電磁流体力学	70
C.1	磁力線凍結	70
C.2	力学的エネルギーの保存則	72
C.3	エネルギー流束と運動量流束	74
C.4	回転不連続面	75
C.5	デバイ遮蔽	76
D	双極子磁場における荷電粒子の運動	77
D.1	双極子磁場	78
D.2	双極子磁場における運動方程式	79
D.3	荷電粒子の軌道面	81
D.4	断熱不変量	82
	謝辞	85
	参考文献	86

目次

1	”カスプ領域”の起源	7
2	磁気圏境界面の3次元表示。	8
3	バウ・ショックと磁気圏境界面の観測と理論値の比較	9
4	夕方側から見た子午線面での磁気圏構造	10
5	ビルケランド型電流とシート型電流	11
6	沿磁力線電流の分布図	11
7	観測によって得られたカスプ周辺の各領域の大きさ	12
8	磁力線再結合を示す模式図	14
9	磁気圏境界域での超音速亜音速境界	15
10	磁気圏境界域での磁束密度、流線、速度、温度、密度	16
11	再結合した磁力線が磁気圏尾部に流されていく概念図	17
12	磁気圏対流を示す概念図	17
13	北向きと南向きの惑星間空間磁場による x-line 付近での比較	19
14	東西方向成分による磁力線再結合の概念図	21
15	太陽風の圧力によるカスプ領域とその周辺領域での大きさの変化	22
16	気体力学モデルによるカスプ粒子の変化	23
17	電子端とイオン端を通過したときの分配関数の変化	28
18	昼側磁気圏境界面の磁力線再結合領域を中心に描いた概念図	29
19	流体移動現象 (FTE) の特徴	30
20	流体移動現象 (FTE) の起きる概念図	31
21	回転不連続面での流速の変化を示す模式図	33
22	D 型分配関数の実証	34
23	磁気圏境界面での磁気圏境界域起源のイオンの侵入シミュレーション	35
24	反射されたヘリウムイオンの観測例	36
25	電離圏で観測される速度フィルター効果の概念図	40
26	マントル領域を作る粒子の流れを示す概念図	41
27	高度 800km、南半球側で DMSP F7 によって観測されたイオン、電子のエネルギースペクトル	43
28	高度 19000km で観測されたイオンと電子のエネルギースペクトル	44
29	Viking 衛星から得られた南向きの太陽風磁場のときのエネルギースペクトル	46
30	Viking 衛星から得られた北向きの惑星間空間磁場のときのエネルギースペクトル	47
31	Viking 衛星から得られた惑星間空間磁場の z 成分がほとんどないときのエネルギースペクトル	48
32	惑星間空間磁場の向きでの Viking 衛星から得られた不連続なスペクトルの特徴の分類	49

33	プラズマ中のポインティングベクトルの流れを示す概念図	51
34	夕方側から子午線面で見えた磁気圏におけるポインティングベクトル の流れを示す概念図	52

要旨

カस्प領域とはその名が示すように、三日月形をした地球磁気圏前面の先端に位置する領域のことである。基本的に地球は磁場を持つ惑星であるために太陽風など外部起源のプラズマの侵入をほとんど妨げているが、この領域に存在する地球磁場は惑星間空間の磁場と結び付いていて、太陽風など外部起源のプラズマの進入を許し、それに伴った運動量やエネルギーが流入されることになってしまう。このように運動量やエネルギーが地球磁気圏に流入されると、現代生活に欠かせない人工衛星に悪影響が出るだけでなく、オーロラや磁気嵐など地球上では様々な電磁気現象が観測され我々の生活に大きな影響を及ぼす。こうした電磁気現象を理解するためカस्प領域の構造や性質を理解し、この領域を含めた磁気圏の観測をし続けることは非常に重要で、必要不可欠なことである。

また、近年、産業構造の変化、過剰な森林伐採等々の影響から地球環境の問題が提起されることが多い。その際に「宇宙船地球号」という言葉がしばしば用いられるが、磁気圏の外郭を見るとこの言葉がいかに相応しいかがよく判る。その「宇宙船」状の外郭にちょうど「へそ」のように構成されたカस्प領域が磁気圏へ侵入する外部起源の粒子、エネルギーにとって「入口」であるならば、地球磁気圏に存在する荷電粒子にとっては「出口」であり、例えばイオンエスケープ (Ion escape) と呼ばれる水素イオンの散逸などが確認されている。このようにカस्प領域は地球の大気組成を決める重要な領域の1つであるため、地球科学としてだけでなく惑星科学としても重要な側面も併せ持つ領域となっている。

この磁気圏という領域は対流圏、成層圏など他の大気層とは全く異なった歴史を持つ領域である。というのは地球大気中の各大気層がその温度勾配やそこに存在する大気の性質をもとに、地上からの観測によって決められていった歴史を持つものに対して、磁気圏は地球外部の気体との相互関係において地球磁場が優先的にその影響を与え得るという概念から発達したという歴史を背景にもつからである。カस्प領域はこの磁気圏という概念とともに始まり、ともに発達してきた。非常に単純、かつ大胆に考え出されたこのカस्प領域は磁気圏内の他の領域と比べても、非常に複雑で変化に富んだ領域の1つである。その「カस्प」という領域の構成、発達、減衰の過程は現在のところ、主に磁力線再結合と気体力学的効果という2つの過程から説明されている。

この磁気圏の「外郭」からカस्प領域に侵入する一部の太陽風粒子は惑星間空間のエネルギーを得て、加速されながら磁気圏に侵入して行く。この加速されたカस्प領域の粒子は磁力線方向の速度やそのときの惑星間空間磁場の向きで、電離圏、磁気圏のどの領域に進入するかが決まり、この性質によって磁気圏内の各領域は構成されることになる。本論文ではこの物理過程を非常に丁寧に解説して

いる。また、磁気圏に関する論文の中でも少々特異な Cowley の”Acceleration and heating of space plasmas: Basic concepts”の内、カusp領域に関する部分をここでは紹介している。Cowleyによるこの「ポインティング理論」は磁気圏と惑星間空間とのエネルギーのやりとりを概念的に説明したもので、その重要性は普遍的で、非常に価値のあるものだと考えられる。

1 カस्प領域の概略

カस्प領域は Chapman and Ferraro[1931a,b] 以来 70 年間にも及ぶ長い歴史を持つ領域である。当初 Chapman and Ferraro はこのカस्प領域のことを”horns”と名付けたが、長い歴史の中でその定義が明確になったのはここ 10 数年のことである。というのはカस्प領域を始めとした磁気圏内にある各領域の観測が非常に難しいという物理的な理由だけでなく、その構成、構造が観測されるたびに变化してしまうという幾何学的な問題があるためである。

1.1 カस्प領域という概念の形成

地球磁場と太陽風の存在を仮定すれば太陽風が地球に侵入し得ることを最初に示したのは Chapman and Ferraro[1931a,b] であった。彼らは双極子磁場と見なした地球磁場の右側に高い伝導性を持つ太陽風プラズマ(参照, 図1)を仮定すると地球磁場と太陽風の境界面上に非常に大きな電流が流れると考え、その結果図1のように地球磁場が有限な空間に閉じ込められることを示した。境界面の 2 点 Q 間では

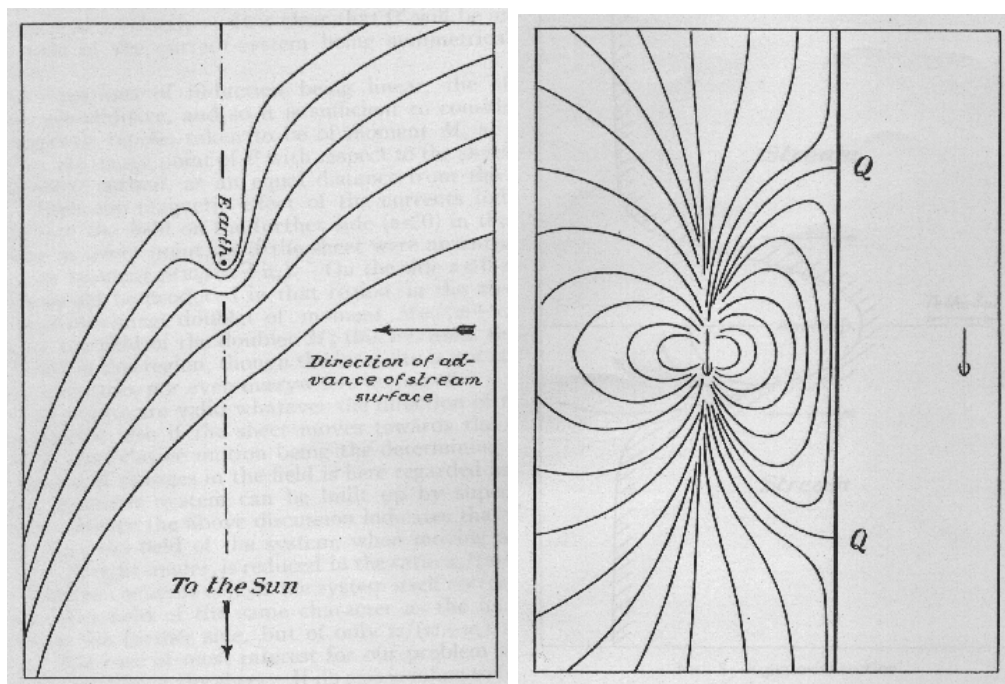


図 1: 平面と見なされた太陽風の概念図 (左) と”horns”と呼ばれた磁気中性点 Q (右)[Chapman and Ferraro, 1931a,b]

磁力線は北向き、その外側では磁力線は南向きとなっている。点 Q が磁気的な中性点 (magnetic null point) といわれる所以はここにあり、この点 Q から太陽風粒

子は進入できる。この形状が地球を頭と考えたときに2本の角に見えることからChapman and Ferraroは”horns”と名付けた。この”horns”が太陽風の進入を許す「カusp (cusp)」という概念の起源で、後にカusp領域と呼ばれることとなった。また、北向きの磁力線付近にある太陽風中では手前から紙面を貫く向きに、南向きの磁力線付近にある太陽風中には手前に紙面を貫く向きに電流が流れる。この電流はChapman-Ferraro currentと呼ばれ、 Q を中心に磁気圏境界面 (magnetopause, 太陽風と磁気圏の境界面) を取り巻くように流れる。この流れは一般に磁気圏境界面電流 (magnetopause current) とも呼ばれ、磁気圏を駆動する電流のうちでも最も重要なものの1つである。

しかし、実際に観測してみるとカusp領域はChapman and Ferraroの示したような点ではなく高度にも緯度にも広がった領域であった。このようにカusp領域が広がりを持つことはHeikkila[1972]によって磁力線凍結 (参照, Appendix C.1) の条件をもとに導かれ、クレフトと名付けられた。しかし、HEOSによる観測からカusp領域 (クレフト) はさらに煙突状の形状をした領域であることが分かってきた [参照, Walters, 1966]。そこで、Formisano はカusp領域を”cusp proper”が太陽風プラズマがもっともカusp領域に近づく領域、”cleft”が磁気圏内部に深く入り込んで鉛直方向に広がった領域と分類したが、この分類は長い間混同して使われることとなった。そこでNewell and Meng[1988,1992] と Newell et al.[1991] はカusp領域を太陽風に起源をもつ磁気圏境界域内のプラズマがその特徴を残したまま進入する磁気圏内の領域、クレフトを昼側高緯度電離圏に太陽風起源のプラズマが独特の特徴を持って進入する領域として定義し、現在では主にこの定義が用いられている。

1.2 地球磁気圏中のカusp領域

前節で述べたようにChapman and Ferraroによって太陽風中にできる空洞として磁気圏という概念が導入された。この図1(右)における2点 Q 間にある磁気圏の

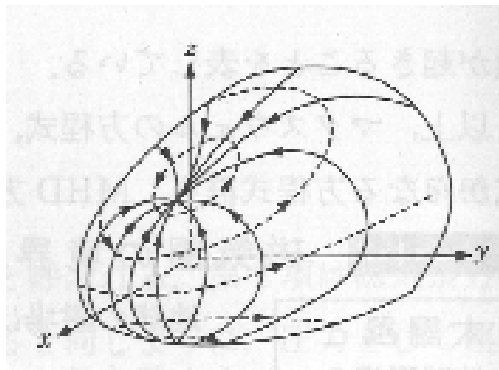


図 2: 磁気圏境界面の3次元表示 [Migely, 1963]。実線は磁力線を、点線は境界面を流れる電流を表す。

境界層は低緯度境界層 (Low latitude boundary layer, LLBL)、2点 Q の外側の境界層はマントルと呼ばれる。また、彼らによって導入された磁気圏境界面は後に Spreiter and Briggs[1962] や Midgely[1963] によって3次元的に求められた (参照、図2)。

太陽風は超音速 (300~600km/s) で吹いているため地球磁気圏前面には衝撃波面が構成される [Kellogg, 1962; Axford, 1962; Obayashi, 1964]。この衝撃波面はバウ・ショック (Bow shock) と呼ばれ、Ness et al.[1964] らによって確認された (参照、図3)。このバウ・ショックを通過したプラズマは減速されると同時に加熱され、こ

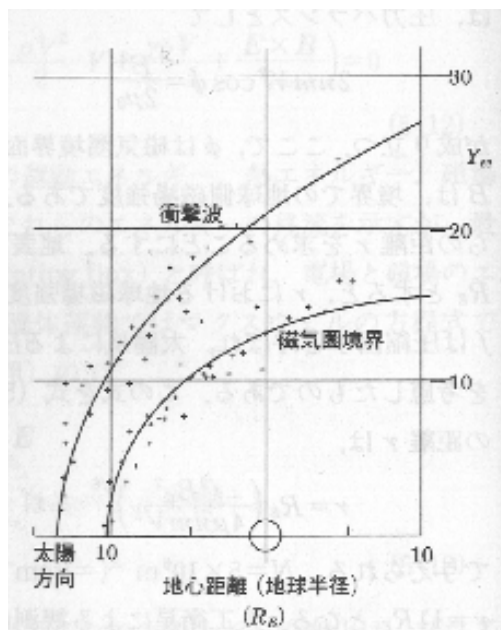


図3: 赤道面での磁気圏境界およびショック域の観測と計算値 [Ness, 1964]

のバウ・ショックと磁気圏境界面との領域を磁気圏境界域 (magnetosheath)¹ と呼ぶ。また、太陽風が直接に進入しているため存在するプラズマの性質は惑星間 (Interplanetary) 空間の太陽風プラズマの性質と非常に近い。

このバウ・ショック、磁気圏境界面、低緯度境界層、マントルを含めた磁気圏の構造は図4のようになっている。この他の磁気圏内部の領域としてカスプ領域に直接関係するところとしては極冠 (polar cap)、ローブ (Lobe)、プラズマシート (Plasmasheet)、オーロラオーバル (Aurora oval) がある。極冠は詳しくは述べないが、非常に速度の高い電子のみ磁気圏中の対流が非常に弱い時にだけ観測される他には、ほとんど太陽風起源粒子が観測されない領域である。ローブはプラズママントルからプラズマが徐々に侵入する領域で赤道面に行くにしたがって密度は下がっていく。それに対してプラズマシートでは磁力線が反並行になっているために

¹磁気圏シース [恩藤忠典、丸橋克英, 2000]、マグネットシース [国立極地研究所, 1983] という訳もある。なお本論文は宇宙空間物理学 [大林辰蔵, 1971] に拠っている。

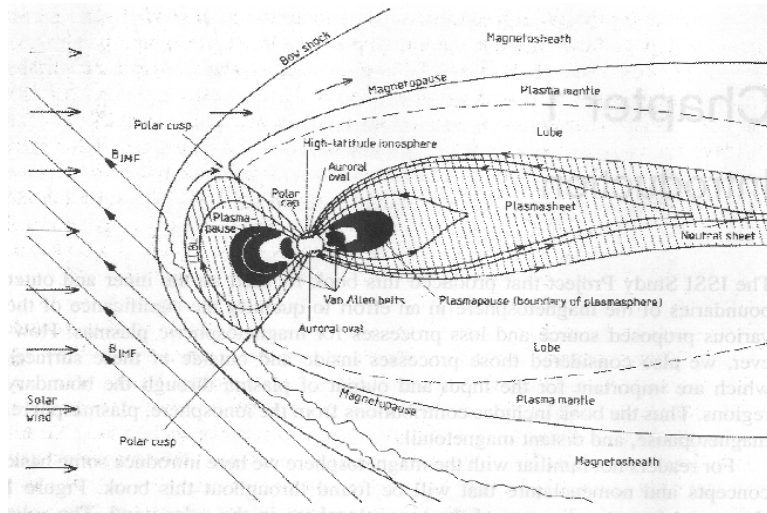


図 4: 夕方側から見た子午線面での磁気圏構造 [Hultqvist, 1999]

磁場が非常に弱く、高温のプラズマが蓄積される。このプラズマシートは 2.1.2 節で述べる磁力線再結合によって磁気圏尾部の磁気中性点で反太陽方向に加速され、磁場や圧力の勾配によって磁気圏前部に移動していくので磁気圏前面にも形成される。このプラズマシートには惑星間空間磁場に対応した電場が存在し、朝方側から夕方側へ電流を流す。この電流は夕方側で磁力線に沿って地球向きに、朝方側で反地球向きに流れ閉じた電流系を成す (参照, 図 5(a))。実際に観測されるようになるこの電流系はこのような単純なものではなく、この図 5(b) のようなシート型の電流も加わった形で構成されていることが判った (参照, 図 6)。また、この電流系を沿磁力線電流 (Field-aligned-current, FAC) と呼び、プラズマシートと結ばれた電離圏内の領域のことをオーロラオーバルという。ここでは詳しく述べないが、ほとんどのオーロラ現象はこの沿磁力線電流に沿って加速されながら落下する太陽風起源の粒子によって起こされることが判っており、そのためにこのオーロラオーバルは地球上において最もオーロラ現象が観測されやすい領域となっているためにこう呼ばれる。この極冠、プラズマシート (オーロラオーバル)、そしてカusp 領域に着目して極方向から眺めたカusp 領域の構成は図 7 のようになっている。この図が示しているようにカusp 領域は緯度方向だけでなく、地方時方向にもかなりの広がりを持っている。この広がりには惑星間空間磁場 (Interplanetary magnetic field, IMF) の向きや大きさはもちろん太陽風の動圧にも関係しているこ

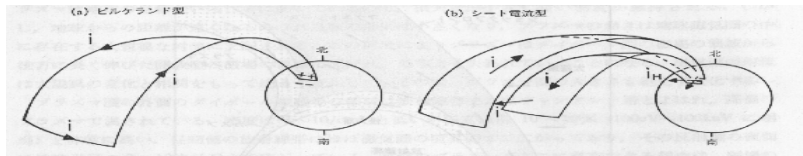


図 5: (a)Birkeland[1908]によって提案されアルフベンが発展させた磁気圏と電離圏を結ぶ電流系のモデルと (b)TRAIID 衛星から観測された結果考えられたシート型の電流モデル。[Borstrom, 1964]

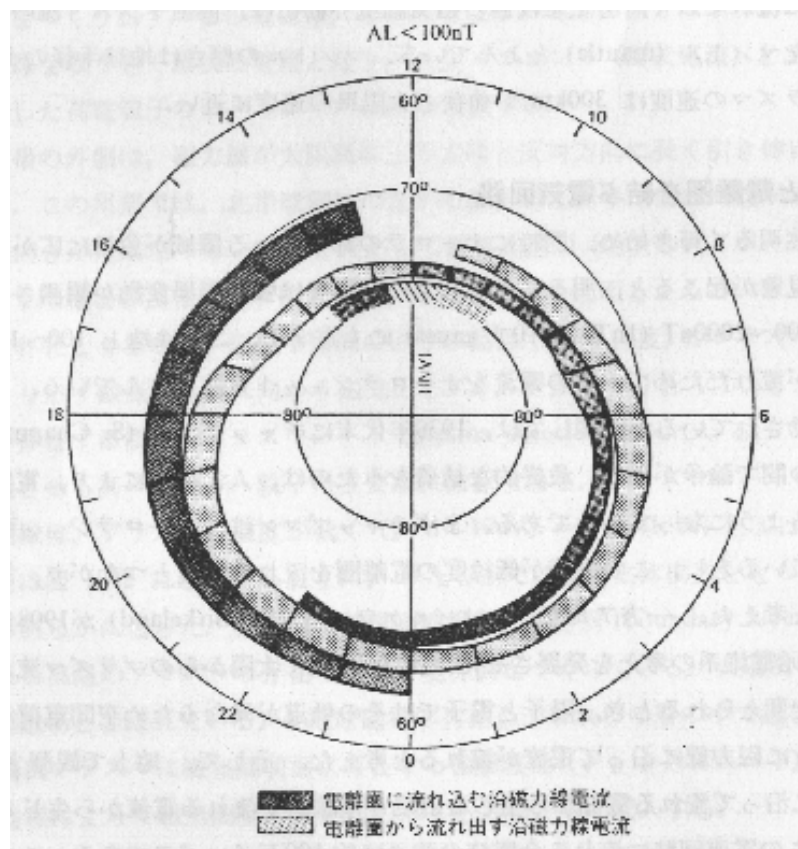


図 6: TRAIID 衛星のデータから得られた沿磁力線電流 [Iigima and Potemura, 1976]。経度方向は地方時を示している。

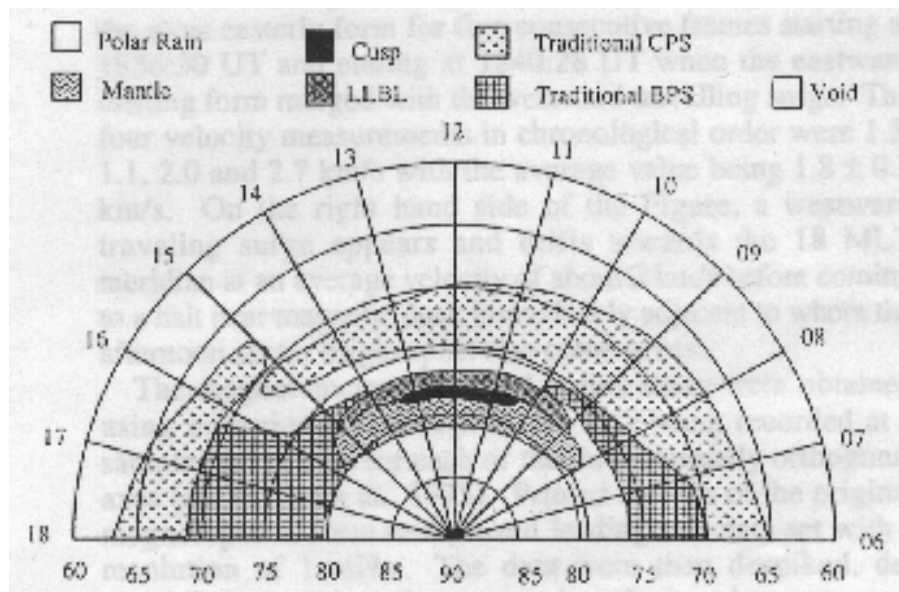


図 7: 衛星によって観測されたプラズマの特徴から推定された磁気圏の構造 [Newell and Meng, 1992]。各領域は存在確率で表現されている。

とが判っており、この詳細は 2 節で紹介する。

2 カスプ領域の構成

Chapman and Ferraro[1931a,b] が点として示したカスプ領域は非常に広い領域であることが判ってきた。しかし、このカスプ領域の位置や広がりや惑星間空間磁場の向きや大きさ、太陽風の動圧の大きさなどによって大きく変化する。ここで紹介するのはカスプ領域が惑星間空間磁場の向きによって位置や大きさを変化させるといふ磁力線再結合による説明 (2.1 節) と太陽風の動圧によっても大きく形を変えるという気体力学モデルによる説明 (2.2 節) である。

2.1 磁力線再結合によるカスプ領域の構成

地球の磁気圏は通常、閉じている。閉じているというのは地球磁場が惑星間空間磁場と結びつかず、双極子磁場として存在したままであるということである。しかし、変動する惑星間空間磁場が南向きの成分を持ったときに磁力線再結合という現象で惑星間空間磁場と地球磁場は結びつき、地球磁気圏の一部は閉じた状態でなくなってしまう。このように開いた地球磁場は太陽風プラズマの侵入を許し、地球磁気圏にその運動量、エネルギーが流入されることになってしまう。

2.1.1 磁力線再結合

超音速で地球へと接近してくる太陽風粒子はその太陽風粒子自身が荷電しているため、地球のように磁場をもつ惑星に Chapman and Ferraro の示した点 Q を除いて、直接落下することはできない。これはアルフベンによって示された「異なる磁力線に凍結したプラズマは決して交じり合うことはない」 [Axford, 1984] というプラズマの磁力線凍結 (frozen-in) (参照, Appendix C.1) という性質のためで、この場合惑星間空間磁場 (Interplanetary Magnetic Field) に凍結した太陽風プラズマは地球磁場に捕捉されないということになる。この磁力線凍結の条件

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{V} \times \mathbf{B}) \quad (2.1)$$

は”理想的な MHD (Magnetohydro Dynamics)” が成り立つときに導かれる。通常、磁気圏においては電気伝導度 σ がほとんど無限大と考えられるため理想的な MHD が適用できると考えられている。この惑星間空間磁場に凍結したプラズマは地球をかすめて吹き抜けていき、地球は惑星間空間に尾をもった非常に大きな太陽風の空洞領域を作り、この空間が磁気圏と呼ばれている。

しかし、理想的な MHD 方程式は成り立たない場合もある。つまり、

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{V} \times \mathbf{B}) + \frac{1}{\mu_0 \sigma} \nabla^2 \mathbf{B} \quad (2.2)$$

において確かに有限な大きさをもつ電流に対しては電気伝導度が無限大であると見なせるが、非常に大きい電流に対しては電気伝導度は有限な値であるために2.2式の拡散項が確かに存在し、磁力線凍結の原理が完全に成り立たない。磁力線凍結の原理が破られる最も重要な例として、ここではDungy[1958, 1961]が提唱した磁力線再結合を挙げる。そのプロセスは

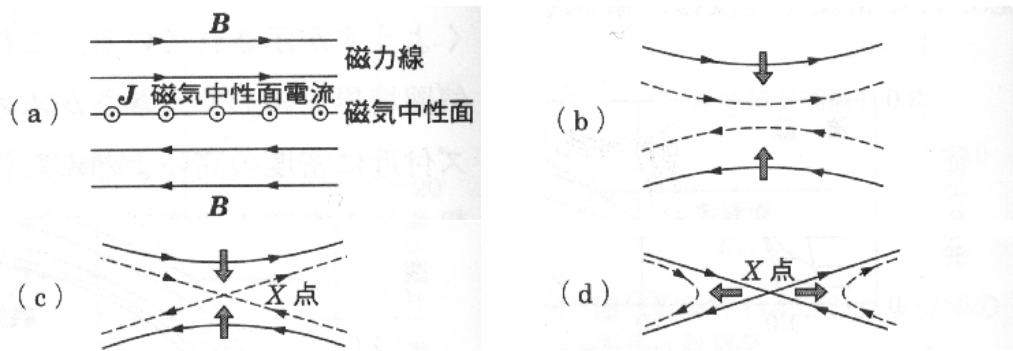


図 8: 磁力線再結合を示す模式図 [恩藤忠典, 丸橋克英, 2000]。

- (a). 反平行な磁力線によって磁気中性面で電流が誘起される。
- (b). 磁気中性面で抵抗が生じると2.2式の拡散項のために磁場のエネルギーが熱エネルギーに変換され、失われた磁場のエネルギーを補完するように反平行な磁力線が接近する。
- (c). 2.2式の拡散項によってさらに磁場のエネルギーが失われた結果、X点で回転不連続な磁力線が構成される。
- (d). 磁場のエネルギーが失われ続けることで磁力線の組換えが起こり、それぞれの磁力線は磁気張力によって離れていく。

というものである(参照. 図8)。こうして磁力線凍結の原理が破られると回転不連続と呼ばれる「く」の字型の磁力線が構成され、それぞれの磁力線に凍結していたプラズマが交じり合う。

2.1.2 磁気圏での磁力線再結合

バウ・ショックと磁気圏境界面の間にある磁気圏境界域のノーズ(nose)部分²ではバウ・ショックで弱められた太陽風が沈滞している。惑星間空間磁場は太陽風に凍結しているために惑星間空間磁場も磁気圏境界域に磁気圏を覆うように沈滞

²磁気圏境界域のもっとも太陽側に近づいた領域のこと。地球磁気圏が尾をもった形をしていることからその尾に対して鼻(nose)と呼ばれている。

し、圧縮される (参照. 図 9,10) [Crooker et al., 1985]。この太陽風に運ばれてく

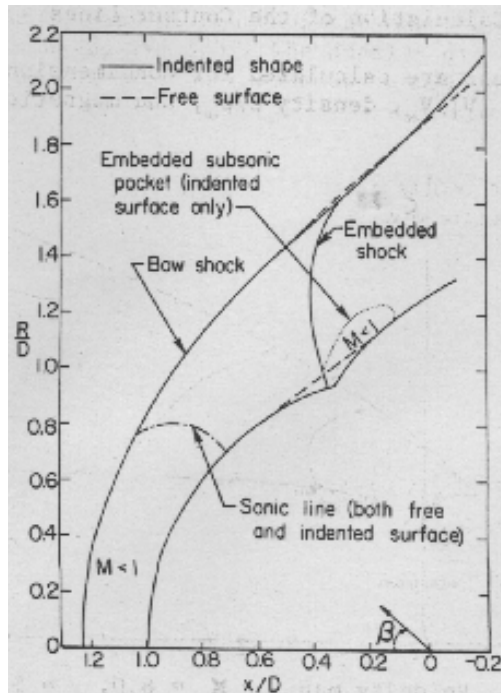


図 9: Spreiter and Stahara[1980] による磁気圏境界域での太陽風進入シミュレーション。 $M_\infty = 5$ 、 $\gamma = 5/3$ を仮定したときのバウ・ショック、磁気圏境界面、超音速・亜音速境界。図中央あたりに位置する三角状の領域が外側のカusp領域 (exterior cusp) である。

る惑星間空間磁場³ は非常に複雑な構造をしていて、地球から太陽方向 (x 軸)、朝方側から夕方側 (y 方向)、南から北 (z 方向) にそれぞれ成分を持ち、常に変動している。一方、平面と見なされた太陽風が地球磁場と接する点での地球磁場の向きは $+z$ 方向 (北向き) である。すると、惑星間空間磁場が $-z$ 方向 (南向き) の成分を持てば 2 つの磁力線同士は反平行となる。反平行の磁力線はその間に強い磁気中性面 (x -line) 電流を作る。電気伝導度はこのような大きな電流に対しては有限の大きさとなるので、ノーズ付近に構成された磁気中性面において抵抗が生じ 2.1.1 節で示した磁力線再結合が起きる。

図 11 を見れば判るように磁力線再結合によって開いた磁力線は太陽に向かって腹を突き出すように湾曲しているので 磁気張力を受け真っ直ぐになろうとする。さらに、バウショックの外側にある開いた磁力線は太陽風プラズマに凍結されているため、地球をかすめていく太陽風プラズマの動きに引きずられ夜側に流されていく。この磁気張力と太陽風プラズマの運動のために、この開いた磁力線に沿って流れたプラズマは尾の部分にためられる。すると磁気圏の尾部領域には反平行な磁力線が密に存在するようになり、赤道面上にローブを 2 つの部分に分けるプラズマシートが発達する。このプラズマシートで反平行な磁力線が十分密に構成

³ 惑星間空間、磁気圏境界域では普通、磁気圧に比べ太陽風の動圧のほうが大きい。このために Appendix C.1 で述べるハイペータの状態となっており、太陽風が惑星間空間磁場を引きずるように運動している。

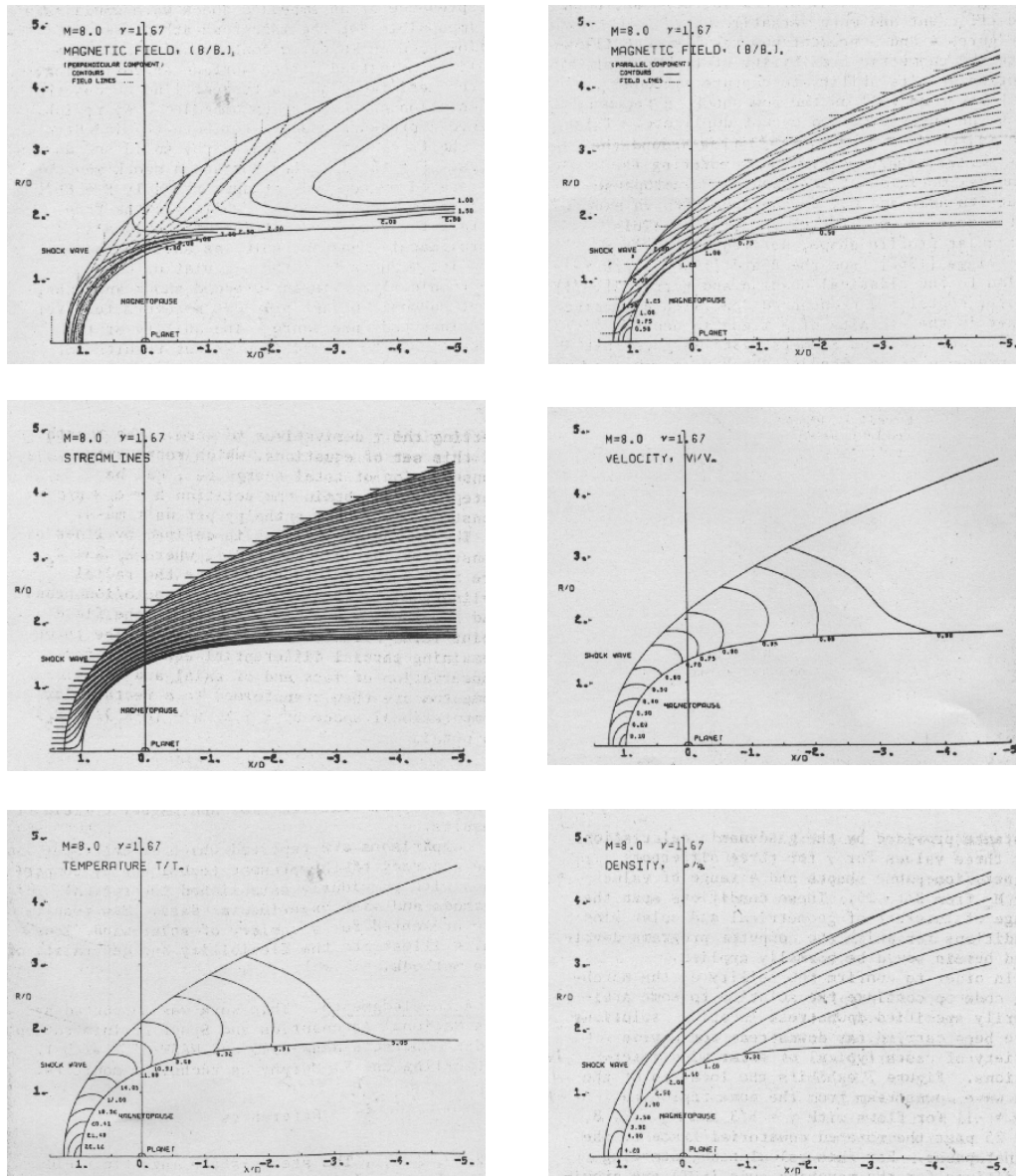


図 10: $M_\infty = 8$ 、 $\gamma = 5/3$ を仮定したときの(左上)磁気境界面に対して垂直な方向の磁束密度、(右上)磁気圏境界面に平行な方向の磁束密度、(左中央)太陽風粒子の流線、(右中央)速度、(左下)温度、(右下)密度。それぞれは太陽起源を基準にした比で表している。

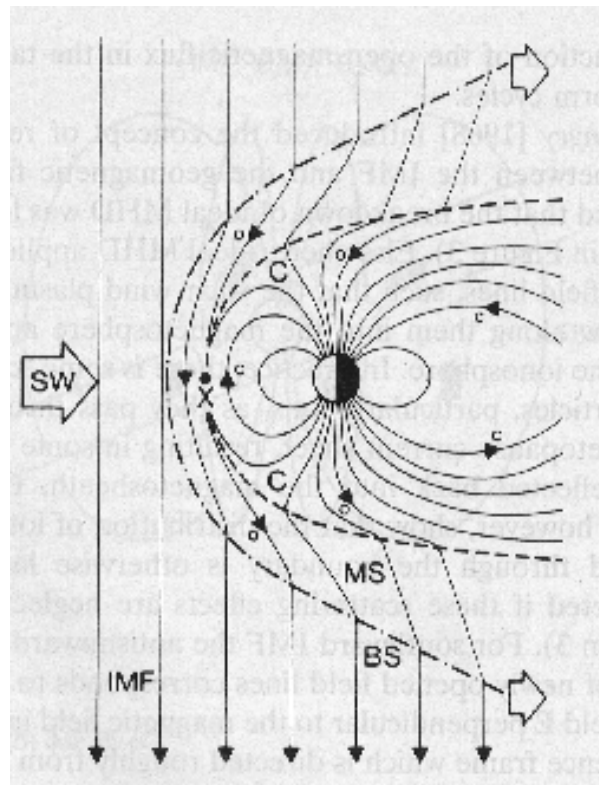


図 11: 再結合した磁力線が磁気圏尾部に流される概念図 [Smith and Lockwood, 1995]。c と書かれている磁力線は閉じた (closed) 磁力線、C はカusp (Cusp) 領域、o は開いた磁力線 (open magnetosphere)、MS は磁気圏境界域 (magnetosheath)、BS はバウ・ショック (bow shock)、IMF は惑星間空間磁場 (Interplanetary Magnetic Field) を表している。

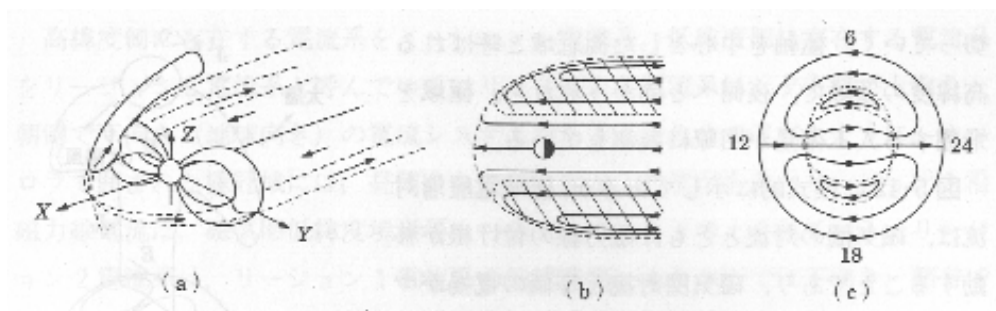


図 12: 磁気圏対流を示す概念図 [Cowley, 1982]。(a) は開いた磁力線によって磁気圏対流が起きる概念図。(b) は子午線面で見た磁気圏対流の図。(c) は赤道面で見た磁気圏対流の図。

されるとこのプラズマシートで磁気中性面電流が生じ磁力線再結合が起こる。尾部でこのような磁力線再結合が起きると、地球側の閉じた磁力線には磁気張力が働き太陽側に戻されていくが、もう一方の惑星間空間に開いた磁力線は惑星間空間にプラズマとともに流される。また、この領域では磁力線が反平行に存在するので磁気圧が非常に弱い反面、磁力線再結合の結果太陽風起源の非常に熱いプラズマが存在する。また、南向きの惑星間空間磁場は東向きの電場に相当するのでこの電場と地球磁場による電場ドリフトが存在する。このドリフトによってプラズマシートのプラズマは太陽方向、つまり地球に向かって運動する。地球付近では先に述べたように密度や磁場が強くなるため、磁場勾配や圧力勾配によるドリフトがプラズマにかかりプラズマは地球前面に回りこんでくる。結果、プラズマシートは地球前面にも形成されることになる。このプラズマシートの形成に伴って磁気圏内部に構成される磁気圏対流を示したのが図 2.1.2 である。

また 2.2 式を見れば判るように磁気圏境界域において磁場が大きくなればなるほど 2.2 式の拡散項は無視できなくなり、磁場のエネルギーがより拡散され、磁気中性面でより磁力線再結合が起きやすくなる。磁場がこのように強くなると開いた磁力線の運動速度は磁気圧によって決まるので磁力線の運動もより速くなっていく。低緯度境界層にあるこの開いた磁力線の運動が磁気圏尾部領域から磁気圏前面に向かう磁気圏対流よりも速ければ、再結合した開いた磁力線がマントル領域に溜められることになる。つまり、低緯度境界層の磁力線がマントル領域に溜められることになり、低緯度境界層が薄くなりマントル領域が厚くなる。このように低緯度境界層が薄くなる現象のことを”侵食 (erosion)”現象と呼び、カस्प領域に着目して考えると極方向の端はマントル領域が厚くなっていくので変化しないが、カस्प領域の赤道方向の端がより赤道方向に移動していくように見えるはずである。このことは Burch[1973] や Carbery and Meng[1988] によって衛星を用いて観測された。また、次節以降に述べるようにカस्प領域からは磁気圏境界域起源の粒子が侵入するため、昼間側で観測される赤い線状のオーロラの位置によってもこの”侵食”現象は確認されている。

カस्प領域から進入した太陽風起源のプラズマは磁気圏対流によって磁気圏内の非常に広い領域に拡散されるだけでなく、カस्प領域の変化に伴い磁気圏内の他領域も大きく変化する。カस्प領域が磁気圏対流のドライバになっていると言われるのはまさにこのためである。また、図 1 を見ればマントル領域の境界面では磁力線は南向きとなっていることがよく判る。3 次元的にはカस्प領域の極側に位置する領域である。この領域でも惑星間空間磁場が北方向を向いたとき ($B_z < 0$) に磁力線再結合が起こるはずである [Dungey, 1963; Russel, 1972](参照. 図 13)。実際に Gosling et al.[1991]、Pashmann et al.[1990]、Kessel et al.[1996] らによってこの北向きの惑星間空間磁場による磁力線再結合が起きることが確認されている。

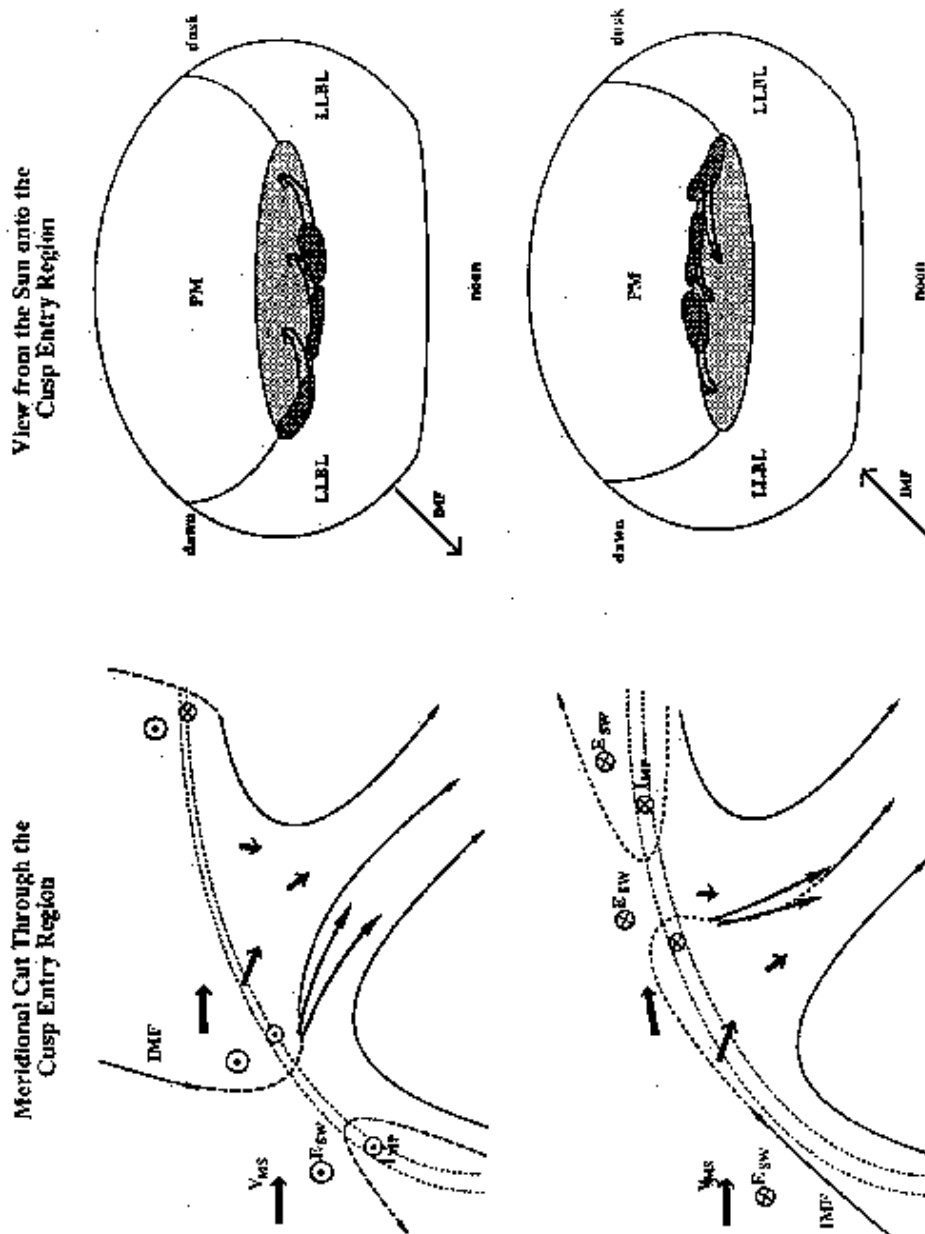


図 13: [左](上) 南向きと(下) 北向きの惑星間空間磁場のときに起こる磁力線再結合の概念図。[右] 濃い領域が磁気圏境界域のプラズマが加速されるような領域、薄い領域が磁気圏境界面のプラズマが加速されないような領域(参照. 2.2 節)[Woch and Lundin, 1992]。⊗は紙面を貫く手前向きの電流を表し、⊙は紙面を貫く向こう向きの電流を表す。

2.1.3 地方時におけるカスプ領域の変遷

2.1.2 節では惑星間空間磁場の z 成分だけを考慮して議論した。しかしそこでも述べたように惑星間空間磁場は z 成分だけではないばかりか、惑星間空間磁場は z 方向成分に比べ y 方向成分が、通常かなり大きい。ここではその惑星間空間磁場が y 成分を持ったときに起こる磁気張力の影響について考える。

惑星間空間磁場の z 成分のみを考えている場合と違い、惑星間空間磁場に y 成分が存在すると磁気張力が y 成分も持つようになるため再結合した磁力線は図 14 のようになる。惑星間空間磁場の y 成分が正であるときには北半球で $-y$ 方向 (東から西へ)、南半球では y 方向 (西から東へ)、逆に惑星間空間磁場の y 成分が負であるときには北半球で y 方向に、南半球では $-y$ 方向に磁気張力が加わる。このため y 成分と z 成分を含めた磁気張力は図 14(上) のように斜めに働き、2.1.2 節で示した磁気圏対流は東西方向にも運動することとなる。昼間側磁気圏境界面でのこのような東西方向に磁力線が運動すれば、同じ磁力線の電離圏領域でもそれに伴った東西方向への運動が起こることになる [Jorgensen et al., 1972; Atkinson, 1972; Cowley, 1982; Greenwald et al., 1990]。この東西方向の磁力線の運動は低高度電離圏での磁力線の流れをはじめて考えた科学者の名前を取って Svalgaard-Mansurov 効果と呼ばれ、磁力線は図 14(下) の矢印が示すような運動をする。極域に行くに従って磁力線の東西方向の運動がなくなっているのは磁力線が真直ぐになり、東西方向の磁気張力が弱まるからである。

Svalgaard-Mansurov 効果によって磁気圏対流が変化し磁力線の位置が変化すると、この磁力線にそって流れる沿磁力線電流 (Field aligned current, FAC) もその位置を変化させる (参照, 図 14(下)) だけでなく、カスプ領域の存在位置も東西方向に変化する。つまり、図 7 のように地方時方向に広い範囲でカスプ領域が確認される。惑星間空間磁場の y 成分が非常に強いときに東西方向に流れるフラックス中にカスプ領域を Burch et al.[1985]; Lockwood and Smith [1989] が観測し、惑星間空間磁場の y 成分によってカスプ領域が地方時に移動することを Candidi et al.[1989] と Newell et al.[1989] が観測したことでこのようにカスプ領域が磁力線再結合が起きた磁力線によって運ばれることは証明されていると考えられている。

2.2 気体力学的効果によるカスプ領域の構成

カスプ領域の大きさや位置は惑星間空間磁場の大きさや向きだけに依存しているわけではないことが多くの衛星によって観測されている。例えば、図 15 を見れば、太陽風の動圧が大きいときにはカスプ領域周辺の領域も大きくなり、太陽風の動圧が小さいときにはその大きさも小さくなることが判る [Newell and Meng, 1994]。

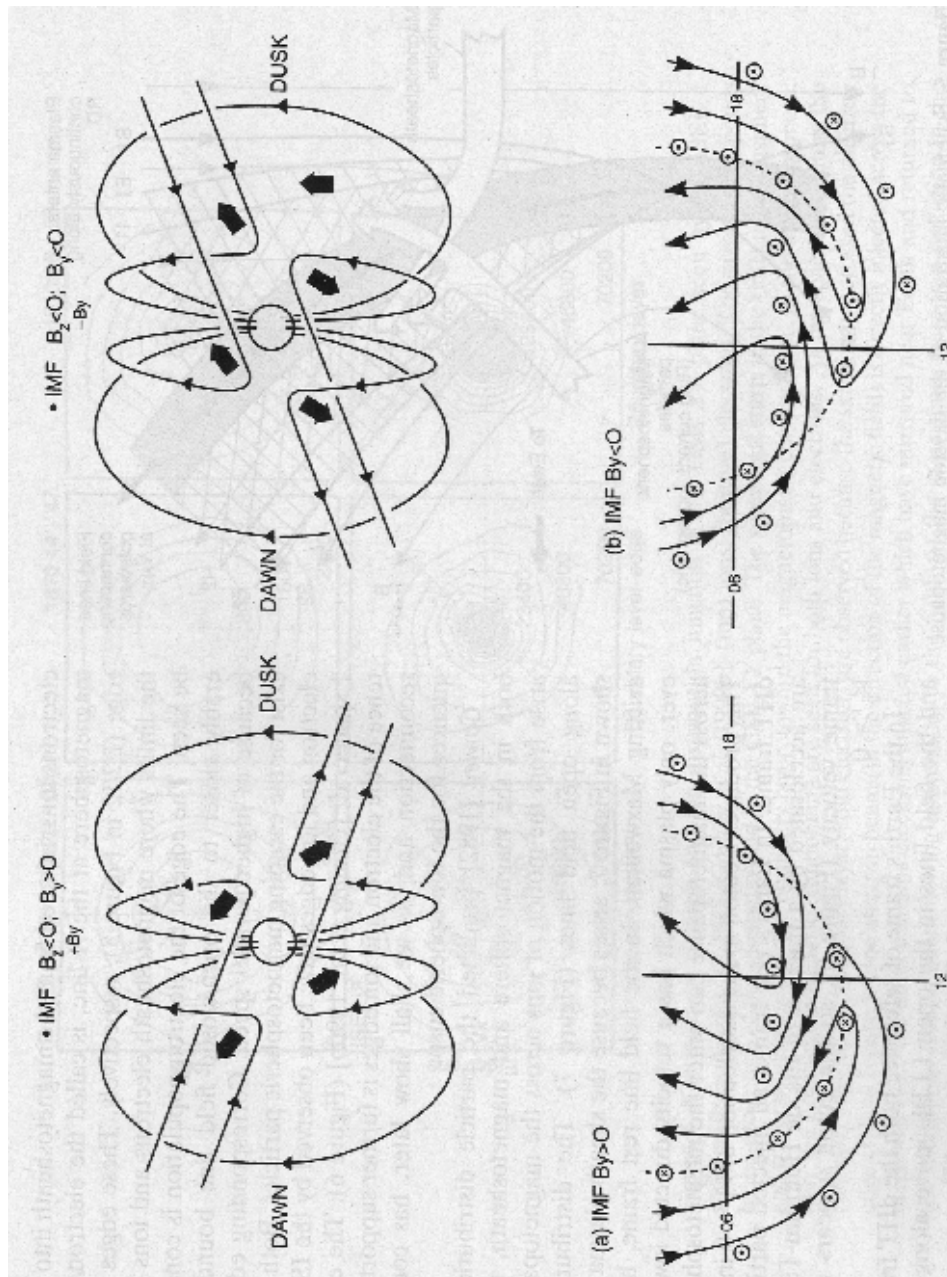


図 14: (上) 磁力線再結合した結果、新しく開いた湾曲した磁力線。(下) 北半球における電離圏中のプラズマの流れ。矢印は磁気圏対流を表し、 \otimes は地球向きの円磁力線電流、 \odot は地球から出て行く向きの沿磁力線電流を表す。(左) IMF が $B_y < 0$ のとき。(右) IMF が $B_y > 0$ のとき。[Cowley et al., 1991]

また、太陽風の向きが東西方向に向けばその位置も東西方向に動くことが確認さ

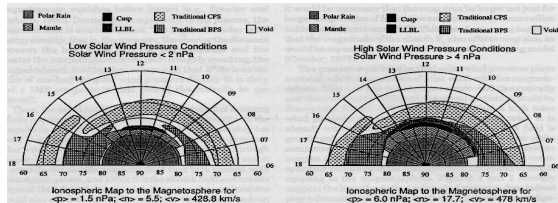


図 15: 太陽風の圧力によるカusp領域とその周辺領域の大きさの変化。[Newell and Meng, 1994](左) 太陽風の動圧が 2nPa 以下のときと (右)4nPa 以上のとき。それぞれの領域は存在確率で示されている。

れている [Lundin, 1997; Newell et al., 1989]。カusp領域のこのような性質は 2.1 節で示した磁力線再結合では説明しきれず、太陽風の動圧の影響を考える必要があると考えられる。ここで紹介するのは Yamauchi and Lundin[1996] による太陽風プラズマの動圧の影響を含めた気体力学モデル (gas dynamic model) である。

ρ を流体の質量密度、 u を流体のバルク速度、 A を有効断面積として運動量方程式は

$$\rho u A = \text{const} \quad (2.3)$$

となる。一方、 C_s を音速、 γ を比熱の比、 H をエンタルピーとすれば、電磁流体におけるベルヌーイの定理は

$$\frac{u^2}{2} + \frac{C_s^2}{\gamma - 1} + V_A^2 = \frac{u^2}{2} + H = \text{const} \quad (2.4)$$

となる。このエンタルピーは圧力 p を用いて $dH = \rho^{-1} dp$ と書けるので圧力は

$$p = \int \frac{\rho}{\gamma - 1} d(C_s^2) + \int \rho d(V_A^2) = \frac{\rho C_s^2}{\gamma} + \frac{\rho V_A^2}{2} \quad (2.5)$$

となる。ここで電磁流体中の音速が

$$a = \sqrt{\frac{\partial p}{\partial \rho}} = \sqrt{C_s^2 + V_A^2} \quad (2.6)$$

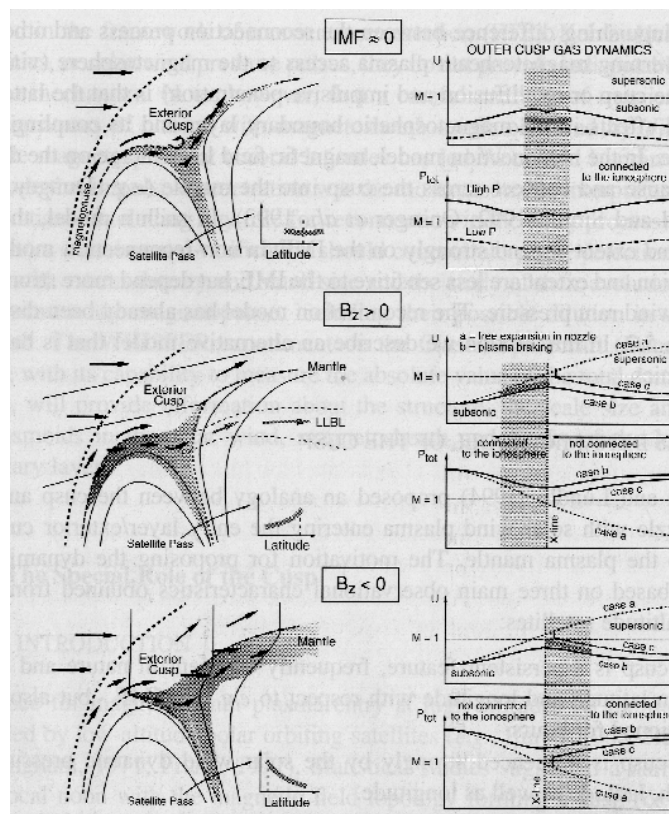


図 16: IMF の向きに応じて考えられたカusp領域の構造の変化 [Yamauchi and Lundin, 1994]

と書けることを用いれば 2.3 式～2.6 式より $M = u/a$ として

$$(M^2 - 1) \frac{du}{u} = \frac{dA}{A} \quad (2.7)$$

と、アルフベン速度が加わっただけで通常の中性流体とほとんど変わらない方程式系が得られる。そこで、彼らはこの方程式を用いて次のように考察した。

磁気圏境界域に侵入する太陽風起源の荷電粒子はバウショックで減速されていて図 9 で示した超音速・亜音速境界で超音速から亜音速に減速される。この荷電粒子はカusp領域に亜音速のまま進入してくる。磁力線再結合が起こらないとき、つまり惑星間空間磁場の z 成分がほとんどないと考えられるときには、ラッパのように開いた外側のカusp領域 (exterior cusp) では磁場 B が弱くなっているために磁気圧 B^2/μ が減少している (図 16(左上))。その結果、2.5 式より圧力 p が減少しそれと同時に 2.4 式からこの領域に到達する速度 u が増加する。一方、2.4 式から太陽風の圧力が大きければ磁気圧 $B^2/2$ は弱くなるのでカusp領域が拡大し、カusp領域が広がった分だけ到来する粒子も速くなるはずである (図 16(右上))。しかしこのカusp領域の中央では急峻な有効断面積 A の増加のために速度 u が減少し、圧力 p が増加するはずである。この領域を通過したほとんどの荷電粒子は再び高まる圧力によって、速度が減少され磁気圏尾部の方に流出していく。その一部の荷電粒子はカusp領域から磁気圏に流入し、低緯度電離圏で観測されるはずで、そのエネルギースペクトルは特徴をもたない平坦な形となるはずである。(図 16(上中央))

太陽風のもつ惑星間空間磁場の z 成分が有限の値で存在するときも磁気圏境界域から来る太陽風起源粒子は磁気圧に比べ非常に大きい動圧を持ち、磁力線を流体が誘導しながら運動するはずであり、通常の流体と同じような運動をするはずである。しかし、惑星間空間磁場の z 成分が十分強く磁力線再結合が起きれば、カusp領域は磁力線再結合の起きた x-line の前後に形成される。南向きの IMF のときには x-line の後部に、北向きの IMF のときには x-line の前部に構成される (参照、図 13)。このようにカusp領域が形を変えるとカusp領域周辺での流体の運動はほとんど惑星間空間磁場の南向き成分が存在しなかったときとは明らかに違ってくる。

惑星間空間磁場が南向き成分を持つとき、つまり $B_z < 0$ のとき、磁力線再結合のために磁気圧の最も弱くなった x-line 付近で太陽風起源粒子の圧力 p は減少するので、これに対応して太陽風起源粒子の速度 u は増加していく。太陽風が南を向きカusp領域が拡大されるとカusp領域外部 (exterior cusp) に到来する粒子は 3 通りに分かれる。まず、カusp領域に内部に入っていく粒子 (図 16 下 (a)) はカusp領域外部において地球向きの速度を持った粒子である。カusp領域に入れば入るほどこの粒子にとってはその進行方向に磁気圧が低くなっていくので圧力 p は減

少していく。反対にその速度 u は増加し、再び超音速となる。カusp領域が x-line の後部に形成されるため、この電離圏に到来する粒子は赤道方向にエネルギー Spektrum が高くなるように観測される。一方、カusp領域外部を抜け、磁気圏尾部領域に向かって運動していく粒子 (図 16 下 (b)) は惑星間空間磁場がほとんど z 成分を持たなかったときと同じように再び圧力が高まり、速度が減少していく。最後に磁気圏対流を作る粒子 (図 16 下 (c)) が存在する。この粒子は (a) の粒子と同じようにカusp領域外部に到来したのにも関わらず、地球向きの速度を持たなかった粒子である。これらの粒子は磁力線再結合の結果薄くなった低緯度境界層をすり抜けカusp領域の背後にあるマントル領域に流れ込む。このマントル領域に入れば入るほど磁気圧が高まり圧力 p が増加するので速度 u は減少していく。このように南向きの惑星間空間磁場が形成されるときマントル領域に太陽風起源の粒子が流れ込み、厚くなる一方で、磁力線再結合によって前面の磁力線が取り除かれるため太陽風によって低緯度境界層の粒子は吹き流され、低緯度境界層は薄くなる。

次に惑星間空間磁場が北を向いたとき、つまり $B_z > 0$ のときを考える。カusp領域外部に至る粒子はこのときも磁力線再結合の起きた x-line 付近でその磁気圧が最も減少し、粒子の速度 u は増加する。カusp領域外部を通過した粒子の挙動も南向きのときと同じようにやはり 3 通りに別れ、カusp領域に入っていく粒子 (a)、磁気圏尾部方向に流れていく粒子 (b) が存在する。この (a) のカusp領域に流入し電離圏で観測される粒子はカusp領域が x-line の前部で形成されるため、極方向に行くに従ってエネルギー Spektrum が高くなるように観測される。最後の (c) はカusp領域外部に至るのだが地球向きの速度を持たない粒子である。この粒子は南向きの惑星間空間磁場のときと違い、カusp領域の極端を構成する高い磁気圧を持った磁力線によってその進行方向を東西方向に変え、カusp領域の左右に位置する低緯度境界層に流れ込む。結果として、磁力線再結合によってマントル領域は薄くなるが、このように太陽風起源の粒子が流れ込むため低緯度境界層が厚くなる。

このようにカusp領域の気体力学モデル (gas dynamic model) は磁力線再結合によってカusp領域の形が変化することを前提に、カusp領域が太陽風の動圧によってその大きさを変え、その周辺領域に与える影響を見事に説明している。同時に観測されべきエネルギー Spektrum も先の 2.1 節での磁力線再結合を考えた 4.1 節の速度フィルター効果と一致するものとなっている。しかしこの気体力学モデルはコンピュータシミュレーションなどによる実験がいまだに成されておらず、その実証は未だ不十分なままとなっている。

3 磁気圏への太陽風プラズマの侵入

2.1 節で述べたように太陽風の持つ惑星間空間磁場が南向き成分を持つと昼間側磁気圏境界面で磁力線が再結合し、磁力線は回転不連続と呼ばれる「く」の字型で結び付く。この回転不連続な磁力線を通過できる粒子は一部の速い粒子に限定される。残りの粒子に対してはカットオフと呼ばれる反射が行われ、結果として D 型の分配関数が形成される。

3.1 磁気圏境界面で成り立つ圧力バランス

磁気圏境界面のノーズ近傍で構成された回転不連続面において運動量流束、エネルギー流束が連続であり、理想的な MHD 方程式が適用できるならば

$$\mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_1 = \pm \frac{\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1}{\sqrt{\mu_0 \rho_0}} \quad (3.1)$$

が成り立つ [Landau and Lifshitz, 1960](参照, C.4 回転不連続面)。ここで添え字 1、2 は磁気圏における物理量、マグネットシースにおける物理量を示しており、 \mathbf{V} はプラズマのバルク速度、 \mathbf{B} は磁場の強さ、 ρ_0 は質量密度、 μ_0 は真空における透磁率を表わしている。この方程式をアルフベン速度

$$\mathbf{V}_A = \frac{\mathbf{B}}{\sqrt{\mu_0 \rho_0}} \quad (3.2)$$

を用いて書き換えれば

$$\Delta \mathbf{V} = \pm \Delta \mathbf{V}_A \quad (3.3)$$

と書ける。つまり、この回転不連続面を通してのプラズマの速度変化はその磁力線を伝わる波動の速度変化で与えられ、磁場の強さが変化するような不連続面ではプラズマが加速、または減速されることを示したものである。このように磁気圏境界面に構成される回転不連続面において、マグネットシース起源のプラズマが加速されることは Paschmann et al.[1979] によって初めて報告された。しかし、この方程式ではプラズマの速度変化が与えられるのみでプラズマの速度そのものは与えられない。一方、この回転不連続な磁力線はその磁力線のもつ磁気圧、磁気張力によって x-line から磁気圏尾部に向かって動いていく。そこでこの磁力線の動く速度に乗った系で考えれば、プラズマはこのアルフベン速度でその凍結されている磁力線と運動すると考えられるので 3.3 式は

$$\mathbf{V} = \pm \mathbf{V}_A \quad (3.4)$$

と与えられる。このような系でプラズマの運動を表現することは de Hoffman and Teller[1950]によって考案され、それに因んでこの磁力線に乗った記述系のことを de Hoffman-Teller(dHT)系と呼ぶ。

次に、地球から見た系で考える。地球から見た系では運動する回転不連続な磁力線上のプラズマには、この磁力線自身の運動速度 V_{HT} も加わっているように見える。この速度 V_{HT} は磁力線凍結の条件 $E + V \times B = 0$ から、添え字 t, n をそれぞれ不連続面の接線方向、垂直方向とすれば $V_{HT} = E_t/B_n$ と求められ、結果プラズマの速度 V は

$$V = V_{HT} \pm V_A \quad (3.5)$$

と表現される。この方程式はプラズマの運動速度と磁場強さの間に線形な関係があることを示しており Walen 関係と呼ばれる。物理的には

$$\frac{1}{2}\rho V^2 = \frac{1}{2\mu_0} B^2 \quad (3.6)$$

と圧力形式に書き換えられ、プラズマの動圧と磁気圧との釣り合いを示していることから圧力バランスの式とも呼ばれている。この圧力バランスは磁気圏境界面に成り立っていることが確認されている [Aggson et al., 1983; Paschmann, 1985; Paschmann et al., 1979, 1986, 1990; Sonnerup et al., 1981, 1990; Gosling et al., 1990c; Maynard et al., 1991; Smith and Rodgers, 1991]。また、磁気圏尾部領域においては Sanchez et al.[1990] や Sanchez and Siscoe[1990] が地球から約 $30R_e$ だけ離れたところで成り立っていることを確かめた。

3.2 磁気圏境界面でのイオン、電子の存在領域

3.4式を見れば判るように dHT系で見た場合、回転不連続を通過するイオンと電子ではその質量の違いからアルフベン速度に違いが生じ運動速度が異なってくる。一方、磁気圏境界面を横切る磁力線は湾曲している。その湾曲している磁力線に沿って電子、イオンは運動しようとするが、その運動速度が大きい電子はイオンに比べ運動面が磁力線からずれてくる。このずれからくる電子とイオンの存在領域の限界を電子/イオン端 (electrons/ions edge) と呼び、Gosling et al.[1990]によってその存在が確かめられた。

図 17はその観測結果で低緯度境界層を地球側から通過したときのイオン、電子それぞれの分配関数を示している。図 17(左)の磁気圏内部では2種類のエネルギーをもったイオンと電子が存在している。イオンが約 800km/s 、電子が約 23400km/s 以上の速度で等方的に存在しているのは地球磁場による環電流 (ring-current) を構成するイオン、電子によるものである。一方、中心付近(イオンは約 800km/s 以下、

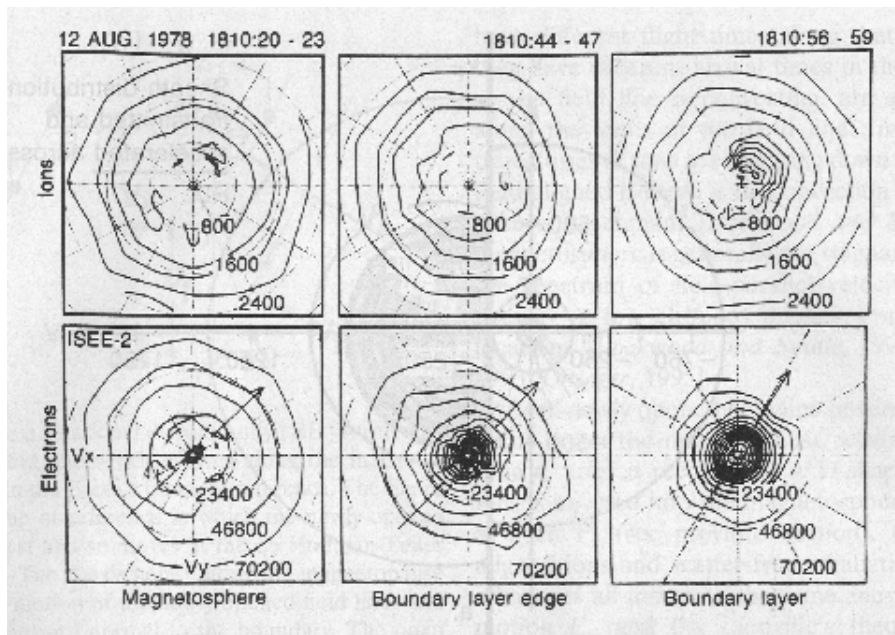


図 17: 電子端とイオン端を通過したときの分配関数の変化。[Gosling et al., 1990b]

電子は約 23400km/s 以下)で磁力線方向と反磁力線方向に存在しているのが地球電離圏から流出しているイオン、電子によるものである。これが境界層端 (boundary layer edge) に入射すると図 17(中央) のようになる。イオンは図 17(左) から変化していないのに対して電子は中心付近 (約 23400km/s) に非常に高い電子密度が磁力線方向、反磁力線方向だけに存在する。磁力線方向に存在するのは磁気圏境界域から進入した電子であり、反磁力線方向に存在するのは地球磁場のミラー点で反射された電子である。磁力線に垂直な方向に欠けているのは磁力線方向の速度成分が乏しい電子は磁気圏境界面を通過できないためである (参照. 3.3 節)。また、この図 17(中央下) では環電流を構成する磁力線方向、反磁力線方向の電子密度が圧縮されている。これはこれらの電子が磁力線方向に非常に高い速度成分をもつために、磁気圏境界面から開いた磁力線に沿って失われていることを示している。次に、境界層内部まで観測衛星が進むと電子だけでなくイオンの分配関数まで変化を見せる。まず、電子については図 17(中央下) で磁力線方向、反磁力線方向に高い速度成分を持つ粒子が失われたのに続き、磁力線に垂直な成分も含めすべての速度成分をもつ電子が新しく開いた磁力線に沿って磁気圏から失われている。 23400km/s 以下の速度を持つ電子についてはイオンを中心としたデバイ遮蔽を形成するために等方的となっている (参照. C.5 節)。一方、イオンはその進行速度が電子に比べ非常に小さいため磁力線方向、反磁力線方向の速度成分が失われず、 800km/s だ

けでその分配関数を変化させる。このイオンの分配関数の変化は3.3節に示すようにD型となっており、磁気圏境界面を通過した際の影響がそのまま残っている。

電子/イオン端は磁気圏から磁気圏境界域に入射する場合も、磁気圏境界域から磁気圏に入射する場合も存在し、この観測結果を考慮して磁気圏境界面付近に存在する電子、イオンの存在領域を描いたのが図18である。また、観測結果を見れ

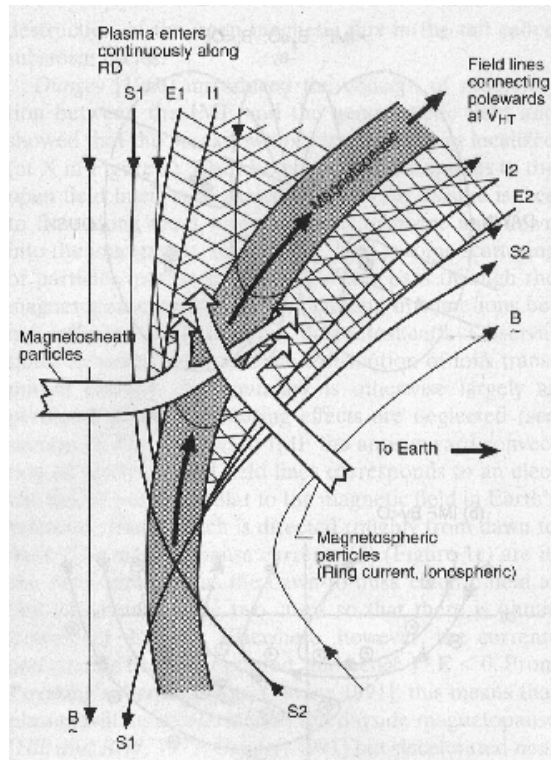


図 18: 昼側磁気圏境界面の磁力線再結合領域を中心に描いた概念図 [Gosling et al., 1990]。I1、I2、E1、E2はそれぞれ磁気圏境界域、磁気圏でのイオン、電子の存在境界、S1、S2は開いた磁力線と閉じた磁力線の境界を示す。中央にある太い矢印は磁気圏境界面電流を表す。

ば判るように最も平行速度の大きい電子、イオンがそれぞれの電子、イオンの端に存在する。つまり、最もエネルギーの高い電子、イオンが存在することになり、このような電子、イオンの端が存在すると流体移動現象 (Flux Transfer Event, FTE) と呼ばれる現象を補完することになる。

この流体移動現象 (FTE) とは Russel and Elphic [1978] によって図 19 のような磁気圏境界面に対する磁場の特徴から定義された言葉である。彼らはこのような対になった磁場の特徴は磁力線再結合の結果、磁気圏と磁気圏境界域の粒子が混ざり合うために生じるものだと考え、この現象を流体移動現象 (Flux Transfer Event, FTE) と名付けた。実際に、この流体移動現象では多くの場合、磁気圏境界面を貫く向きにできた磁力線に沿って、磁気圏と磁気圏境界域のイオンが混ざり合うことが確認されている [Smith and Owen, 1992]。また、磁力線再結合がその原因であるという Russel and Elphic [1979] の説明に対して非常に様々なモデルが考えられてきた [Lemaire, 1977; Heikkila, 1982; Sibeck, 1992, 1993]。しかし、この流体

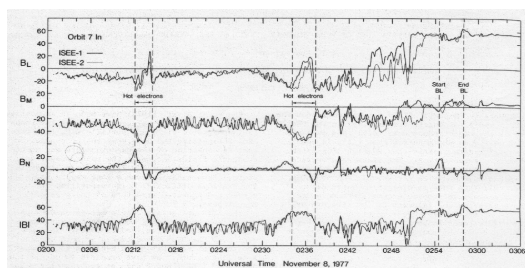


図 19: ISEE1,2 による磁場の測定結果 [Russel and Elphic, 1979]。濃い線が ISEE1 によるもので、薄い線が ISEE2 によるものである。横軸が標準時間、縦軸が磁場の強さ (nT) であり、12 秒間の平均を取ってある。L は北極方向、M は夕方方向、N は磁気圏境界面に垂直な方向に取って、ISEE1 は $(10.16, -1.77, 5.07) R_e$ の位置におり、ISEE2 は $(231, -181, 192)$ km だけ離れていた。Hot electrons と記されているのが Russel and Elphic [1979] が流体移動現象 (FTE) と呼ぶ対となった磁場の変動である。

移動現象 (FTE) の示す数々の証拠は他のモデルではなく、磁力線再結合によるモデルが正しいことを示しているように考えられる [Owen and Cowley, 1991; Smith and Curran, 1990; Lockwood, 1991; Smith and Owen, 1992; Elphic et al., 1994; Hapgood and Lockwood, 1995]。

図 20 はその磁力線再結合を考えた流体移動現象 (FTE) のモデルである。図 20 の左側で磁力線再結合が起こり、この x-line を中心に対象となる開いた磁力線が構成される。図 20 にはそのうち南半球側のものを描いてある。この 2 つの開いた磁力線は 3.1 節で示したように速度 V_{HT} でそれぞれ極方向に運動していく。この運

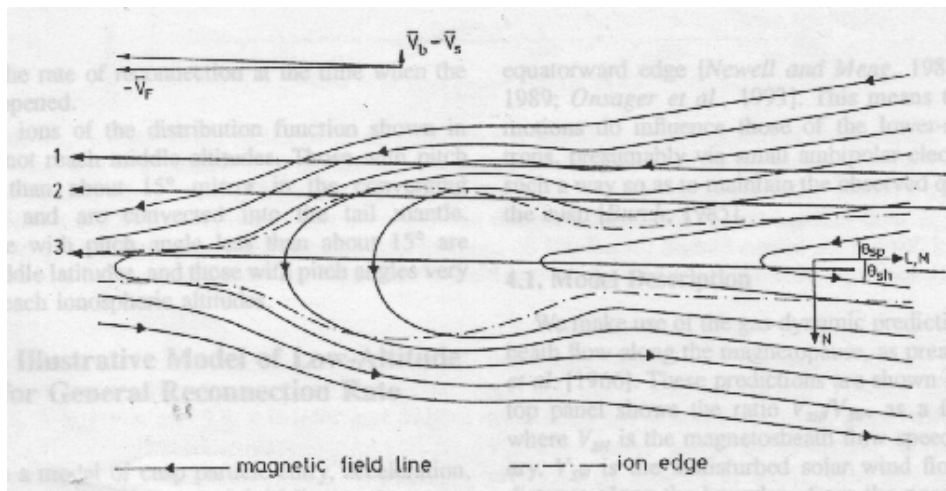


図 20: 磁気圏境界面で時間変動する磁力線再結合の特徴を示す概念図 [Lockwood and Smith, 1994]。磁力線再結合はこの図の左側で起きており、回転不連続となった磁力線を dHT 系において 2 次元で表現している。平面 LM は回転不連続面上の面であり、N は太陽方向に向かってこの回転不連続面に垂直な面となっている。実線で描かれた矢印が磁力線を表し、点線で描かれたのがイオン端 (ion edge) である。この回転不連続面と磁気圏側の磁力線の成す角が θ_{sp} 、磁気圏境界域となす角が θ_{sh} である。また上図に描かれている V_F はこの回転不連続な開いた磁力線が流れる速度であり、この場合、dHT 系の進行速度を示す (参照. 3.1 節)。 V_b は境界面の N 軸方向に進む速度、 V_s は衛星の N 軸方向の速度を表す。1、2、3 は衛星の通過する領域を表している。

動速度 V_{HT} は流入領域 (inflow region)⁴ ではアルフベン速度で決まるので、再結合率 (reconnection rate) E_t とは無関係となる [Semenov et al., 1992]。一方、流出領域 (outflow region) では、この磁力線の進む速度は $V_{HT} = E_t / B_n$ で決まるので、この領域を紙面に手前に貫く電場 (E_t) が増加すれば太陽方向の磁場 (B_n) も増加し

⁴この場合は磁気圏内部で、図 20 の上側である。

なければならない [Lockwood and Smith, 1994]。このように磁気圏境界面に垂直な磁場 B_n が増加すると図 19 のような磁場が観測され、太陽風起源プラズマと磁気圏のプラズマが混ざり合うことが観測される。また、電場が図 20 の紙面を向こうに貫くように増加すれば、この方向にイオンは加速されるはずである。この加速されたイオンは磁気圏境界域と磁気圏内部に構成されたイオン端によってその内部に閉じ込められる。このように加速されたイオンが密に流入するとその領域では非常に大きな電流が流れ、その磁気圧によって周辺の磁力線を外に追いやり、磁力線再結合を補完することになる。

図 20 は磁気圏境界面を通過した観測衛星にどのようにこの流体移動現象 (FTE) が観測されるべきか考えたものである。1 を通過した衛星は、流体移動現象 (FTE) の特徴の 1 つである対になった磁気圏中の磁場の変動を観測することになるが、加速されたイオンの存在は確認できないはずである。一方、3 を通過した衛星は、この加速されたイオンの存在は確認できるが、対になった磁場は観測できないはずである。この対になった磁場の特徴と加速されたイオンの両方を観測できるのが 2 を通過した衛星であるはずである。対になった磁場の変動、もしくは磁気圏内部に加速されたイオンがすべての流体移動現象 (FTE) で観測されていないのはこのためであると考えられる [Lockwood and Smith, 1994]。

3.3 D 型分配関数の形成

Hill and Reiff[1977] はカスプ領域の粒子が磁気圏境界域の粒子に比べて加速されていることを発見した。この物理過程を説明し、磁気圏境界域から入射された磁気圏中のイオンがどのような分配関数が形成されるかを示したのは Cowley[1982] であった。この Cowley[1982] で提案された D 型分配関数は後に Gosling et al.[1990c] や Fuselier et al.[1991]、Smith and Rodgers[1991] らによって観測され、Lin and Lee[1993] によって多次元混成シミュレーションで再現されたのだが、このようにして確認される 10 年近くも前に「予言」されたという意味でこの Cowley[1982] の D 型分配関数は画期的であったと言える。

運動量流速やエネルギー流速が連続となるような定常な場において理想的な MHD 方程式が適用できるならば、3.1 節で導いたようにプラズマのバルク速度はアルフベン速度 V_A と磁力線の運動速度 V_{HT} の和で表現される。dHT 系で考えるならばプラズマのバルク速度はアルフベン速度のみで表現されることになる。今、この dHT 系において磁力線が磁気圏境界面において磁気圏境界側で ϕ 、磁気圏側で θ の角を成すとする (参照、図 21(a))。すると磁気圏に侵入する磁気圏境界域のイオンは速度空間において図 21(b) の点 s の成分を持つ。今、磁気圏境界面の両側で与えられるアルフベン速度が変化しないような場合を考えると、磁気圏境界面に侵

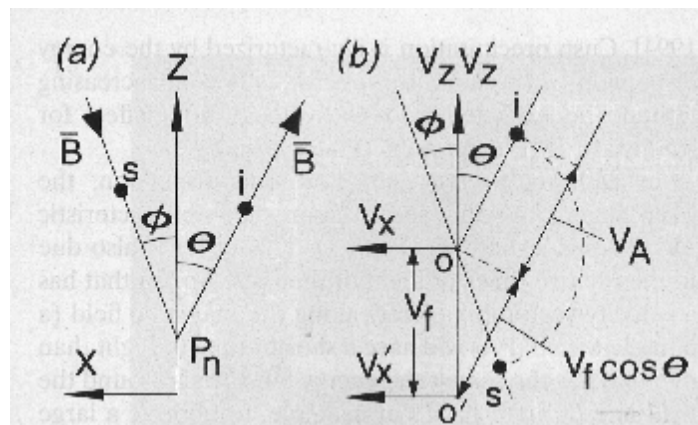


図 21: 回転不連続面での流速の変化を示す模式図。[Cowley, 1982]

入したイオンは磁力線方向にその速度 V_A を変化させるだけになる。つまり、その大きさを変えずに速度空間において $(2\pi - \theta - \phi)$ だけその方向を変化させ、点 s から点 i に移ることになる。この点 i に移ったイオンを地球から見た系で考えると磁力線の動く速度 V_{HT} を考える必要が出てくる。この磁力線の運動速度 V_{HT} は南向きの成分だけを持つ単純な惑星間空間磁場を考えたときには北半球ならば北向き成分だけをもつ。つまり、 V_{HT} は $+z$ 方向でありこの磁気圏内の磁力線方向成分は $V_{HT} \cos \theta$ である。地球から見た系ではこの V_{HT} が加わるので磁力線方向の速度は $V_A + V_{HT} \cos \theta$ となる。

次にこのイオンの分配関数の変化を考える。太陽風起源である磁気圏境界域のイオンは非常にマクスウェル分布に近い分布関数を持つ。磁気圏境界域のマクスウェル分布のイオンは磁力線再結合によって磁力線の運ばれる速度 V_{HT} が加わる。すると地球から見た系では V_{HT} だけずれた形となるが dHT 系ではマクスウェル分布のままである。磁力線凍結の条件のためにこのマクスウェル分布の内、磁気圏境界面に到達できるのは磁力線方向の速度が正のイオンだけである。つまり、磁力線方向の速度をもつ「半月状」のイオンだけが磁気圏内部に入射され得る。図 21(b) で示したように磁気圏内部に流入したイオンは $(2\pi - \theta - \phi)$ だけその速度空間で回転し、磁気圏内部の磁力線方向に運動速度を持つ。図 21 で示したように、この磁力線方向の「半月状の」分布関数は地球から見た系では磁力線方向に $V_{HT} \cos \theta$ だけ増加して見える。磁気圏境界面の x-line 付近では $\theta \rightarrow 0$ であるから $\cos \theta \rightarrow 1$ と考えられる。これを考慮して描いてあるのが図 22 である。濃くなった「半月状の」分布関数が Cowley の D 型分布関数である。一方、この D 型分配関数は磁気圏境界域に流出するイオンにも適用でき、その結果磁気圏のマクスウェル分布は「D」を失った形となる。これを示したのが図 22 の左側である。右側の外側に描いてあ

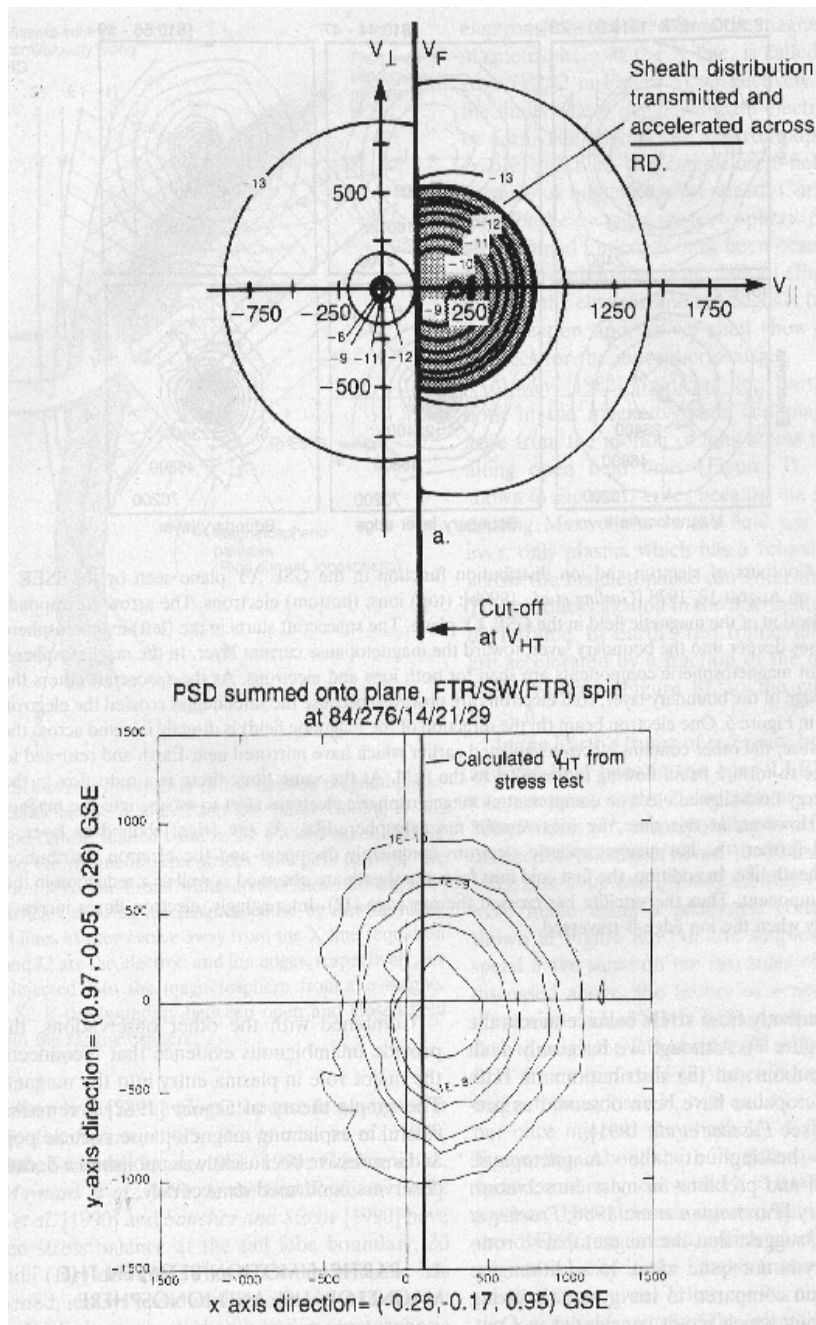


図 22: Cowley[1982] によって予言された D 型分配関数 (上) と Smith and Rodgers[1991] によって観測された D 型分配関数 (下)。縦軸と横軸の単位は速度 (km/s)、分布関数は $\log_{10} f$ で示してある。

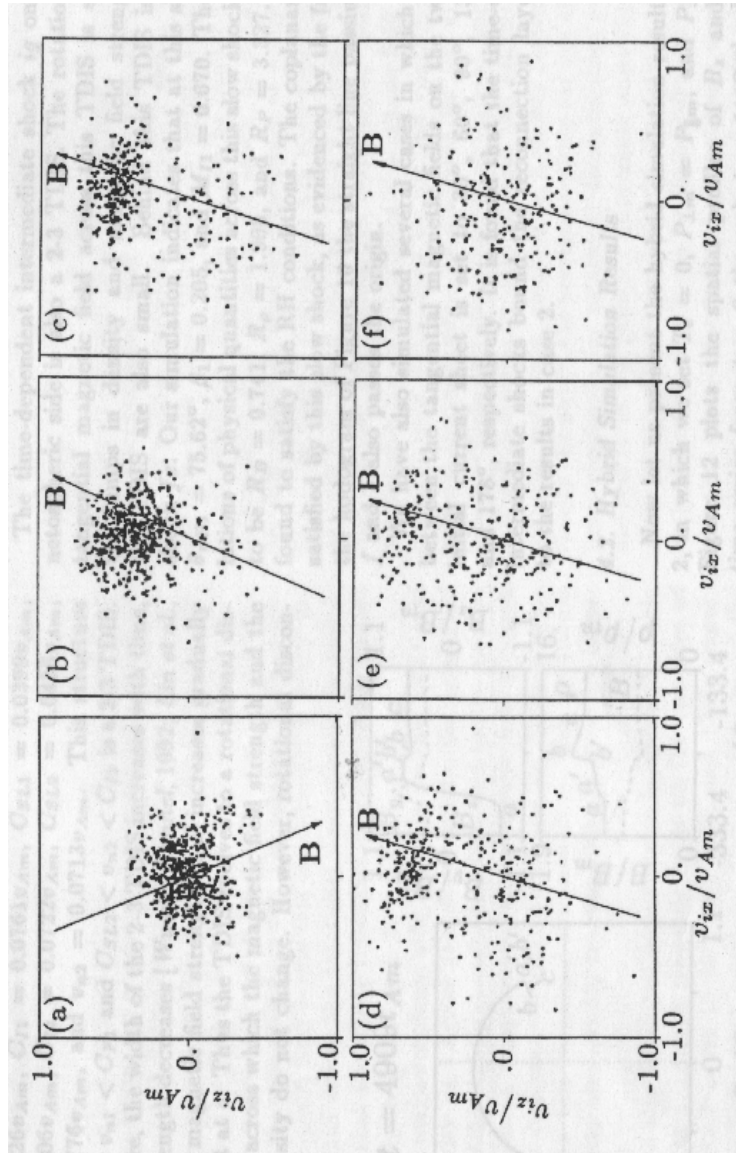


図 23: Lin and Lee[1993]によって得られた磁気圏境界面での磁気圏境界域起源のイオンの侵入シミュレーション。(a) 磁気圏境界域のイオンの分配関数。(b) 磁気圏境界域から磁気圏境界面を通過して磁気圏内部に侵入したイオンと磁気圏内部のイオンの分布関数。(c)~(f) は磁気圏境界面に進入したあとも磁力線凍結されているため、磁力線に沿った方向に粒子が拡散されていく様子を示している。(d) ではすでに磁力線方向の温度が有限の値でなくなっている。また、(b) でははっきりしないが (c) では D 型の分配関数がはっきりと表れている。

るのは磁気中性面電流によって反射されたイオンである。しかし、このイオンの反射は Scholer and Ipavich[1983] や Fuselier[1995] でのみ観測されただけである。

この磁気圏境界面で反射された磁気圏境界域のイオンが磁気圏境界面から出て行く方向にアルフベン速度を持っているのに対して磁気圏境界域のイオンは磁気圏境界面に進入する方向にアルフベン速度を持つ。つまり、磁気圏境界域固有のイオ

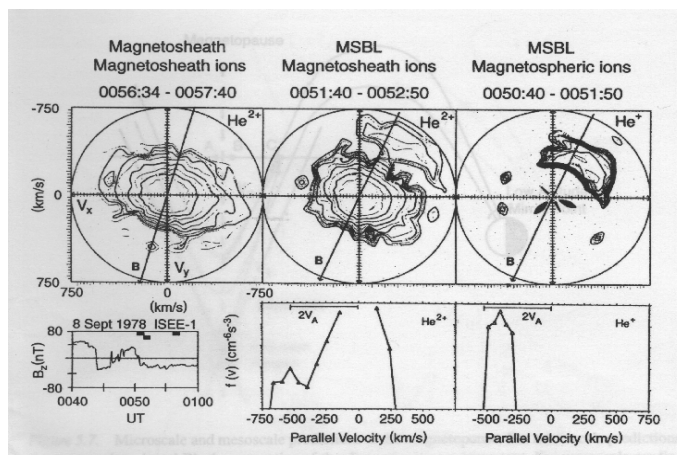


図 24: 反射されたヘリウムイオンの観測例 [Fuselier et al., 1995]。

ンと反射されたイオンではアルフベン速度の2倍の速度 $2V_A$ だけ違ってくる。通常、太陽風の温度は非常に高く、電子に至っては 10000km/s もの熱速度を持っているため、この反射されたイオンと磁気圏境界域特有のイオンは区別が付きづらく観測されにくい。磁場の強さが太陽風の温度に比べ非常に高いときに観測された反射されたイオンを図 24 に示している。上図は左から磁気圏境界域のイオン、磁気圏境界域の境界層のイオン、磁気圏の境界層のイオンの分布関数を示している。左下の図はそのときの惑星間空間磁場の z 成分を示しており、黒い斑点は観測された時間を示している。一方、右下にある2つの図は磁気圏境界域の境界層、磁気圏の境界層のイオンの分布関数を磁力線方向で見たときの断面図である。磁気圏境界域の境界層での分配関数を見れば2つの分配関数が存在する。中央に位置しているのが磁気圏固有の分配関数で、磁気圏境界面に突入する前のものである。一方、この右上にD型で分配しているのが磁気圏境界面で反射されたイオンの分配関数を示している。この反射されたイオンもD型に分配しているのは磁気

圏に侵入するイオンと同じ理由である。

磁気圏境界面での分布関数の変化はこの Cowley[1982]によって十分説明されたが、この磁力線再結合を考えた D 型分配関数からはどのくらいのイオンが反射されどのくらいのイオンが磁気圏に入射されるのかは説明されていない。観測によれば磁気圏境界面に流入したイオンの内 40% が磁気圏に流入していることが判っている [Fuselier et al, 1997]。この磁気圏内への侵入する粒子の量は磁気圏の組成を決める上でも、延いては地球大気の組成を決める上でも重要なこととなっている。

4 電離圏への太陽風プラズマの侵入

磁気圏境界面から磁気圏に流入した粒子は磁力線に沿って電離圏まで到来しようとする。しかし、実際には磁気圏境界面、磁気圏対流によって電離圏内の限られた位置に、限られた粒子しか到達できない。また、磁気圏で観測されているデータはその空間変化と時間変化の両方を含む。ここではこのために衛星にどのように観測され、どのように解釈すべきか考えてみる。

4.1 速度フィルター効果

電離圏(低高度磁気圏)で観測される太陽風起源粒子のスペクトルはかなり複雑なものとなっている。これは磁力線方向に進む粒子の速度が異なるために磁気圏境界面から観測衛星までの粒子の飛来時間が多種多様であることと磁気圏対流が存在し、磁力線が極方向、もしくは赤道方向に流されることによるものである。この磁気圏対流と磁力線方向の速度の違いによって観測される位置が違うためにエネルギースペクトルが変化することを速度フィルター効果(velocity filter effect)と呼び[Rosenbauer et al., 1975; Shelley et al., 1976]、次に示す方程式で関連付けられる。

磁気圏境界面のある点 P_r で再結合した磁力線が磁気圏対流によって磁気圏境界面上の点 P_n を通るようになるまで時間 t_n かかって流されたとする。 P_n で入射する粒子が E_n という磁力線方向の運動エネルギーを持ったとすると、 $(m/2E_n)^{1/2}$ の速度で磁力線に沿って落下することになる。点 P_n から磁力線に沿って d_n の距離だけ離れたところを観測衛星が通過したとすると、この粒子が磁気圏境界面上の点 P_n から観測衛星まで飛来するのにかかる時間は $d_n(m/2E_n)^{1/2}$ となる。時刻 t_o において磁力線の再結合が観測され時刻 t_s においてこの粒子を観測したとすると、これらの時刻、エネルギーは

$$d_n \sqrt{\frac{m}{2E_n}} = t_s - (t_o + t_n) \quad (4.1)$$

という方程式で結ばれることになる。

磁力線が再結合してから観測衛星が磁気圏境界域起源の粒子を観測するまでの経過時間は $(t_s - t_o)$ である。一方、観測衛星の動く速度は磁気圏の対流速度に比べ十分速いので、磁気圏対流によって磁力線が流されている時間 t_n は電離圏にいる観測衛星にとってほとんど変化しないと見なせる。すると X-line に向かって動いていく観測衛星にとっては $(t_s - t_o)$ が増加するため、4.1 式から考えれば、このとき観測される粒子は磁力線方向のエネルギーの低い粒子であることが判る。逆に、観測衛星が X-line から離れる方向に動いていく観測衛星にとっては $(t_s - t_o)$

が減少するために、磁力線方向に高いエネルギーを持った粒子が観測されるようになる。つまり、磁気圏対流のために x-line に近い磁力線上には磁力線方向の高いエネルギーを持った粒子が存在し、x-line から遠い磁力線には磁力線方向の低いエネルギーが存在するということである。惑星間空間磁場の向きを考えれば、北半球では南向きの惑星間空間磁場の時には反太陽方向の磁気圏対流が起きるので、赤道側で磁力線方向に高いエネルギーを持った粒子が観測され、極側で低いエネルギーを持った粒子が観測されることになる。南半球では磁力線の方向が北半球に対して地球から見れば逆方向になるので磁力線方向ではなく反磁力線方向となるが、磁気圏対流の方向は同じ方向なので北半球の場合と同じように観測されることになる。一方、北向きの惑星間空間磁場のときには太陽方向の磁気圏対流が起きるので、赤道側で磁力線方向に低いエネルギーを持った粒子が観測され、極側で高いエネルギーを持った粒子が観測されることになる。このときも南半球では北半球の場合と同じように磁力線方向が反磁力線方向に変わるだけで同じように観測されるはずである。

このように磁力線に沿って荷電粒子は磁気圏境界面から電離圏に侵入するが、地球磁場にはミラー点が存在するため電離圏に流入した粒子は再び高高度磁気圏に跳ね返される。これは地球が双極子で近似されるような磁場を持ち、極に近づけば近づくほど磁場が強くなっているためである。このような磁場中では D.4 節で示すが、粒子の侵入した点での磁場の強さを B' 、その点での磁場の強さを B 、粒子の磁場に対する侵入角を θ とすると

$$\frac{B}{B'} = \sin^2 \theta \quad (4.2)$$

だけ強い磁場の存在する領域で粒子は跳ね返され、磁力線に沿って戻されていく。この結果、電離圏に存在する衛星には地球磁場のミラー点によって跳ね返された北半球では反磁力線方向の(南半球では磁力線方向の)太陽風起源粒子が存在する。図 25 は 磁気圏境界面から侵入した粒子と地球磁場によって跳ね返された粒子が電離圏にいる衛星にどのように観測されるかを示した模式図である。まず、 $t = t_1$ に磁気圏境界面から磁気圏に侵入した粒子速度の比較的速い粒子 1、比較的遅い粒子 2 は磁力線に沿って電離圏に向かって落下しようとする。しかし、磁気圏には磁気圏対流が存在するために $t = t_2$ では磁気圏は左端の磁力線から中央の磁力線へと流されていく。この $t = t_2$ で磁気圏境界面から 1 よりさらに速い粒子 3 と、2 より少しだけ速いが 1 よりも遅い粒子 4 が磁気圏に突入したとする。速い粒子 1 と 3 は磁力線に沿って磁気圏内に侵入しミラー点で反射されたとすると、 $t = t_3$ でもう一度この衛星のいる高度まで戻りあとに入射された粒子 3 が先に入射した粒子 1 に追いつく。一方、 $t = t_3$ で先に入射した一番遅い粒子 2 が 4 つの中では比較的遅い粒子 4 に追いつかれたとするとこの 4 つの別々の場所で違った経路をたどった

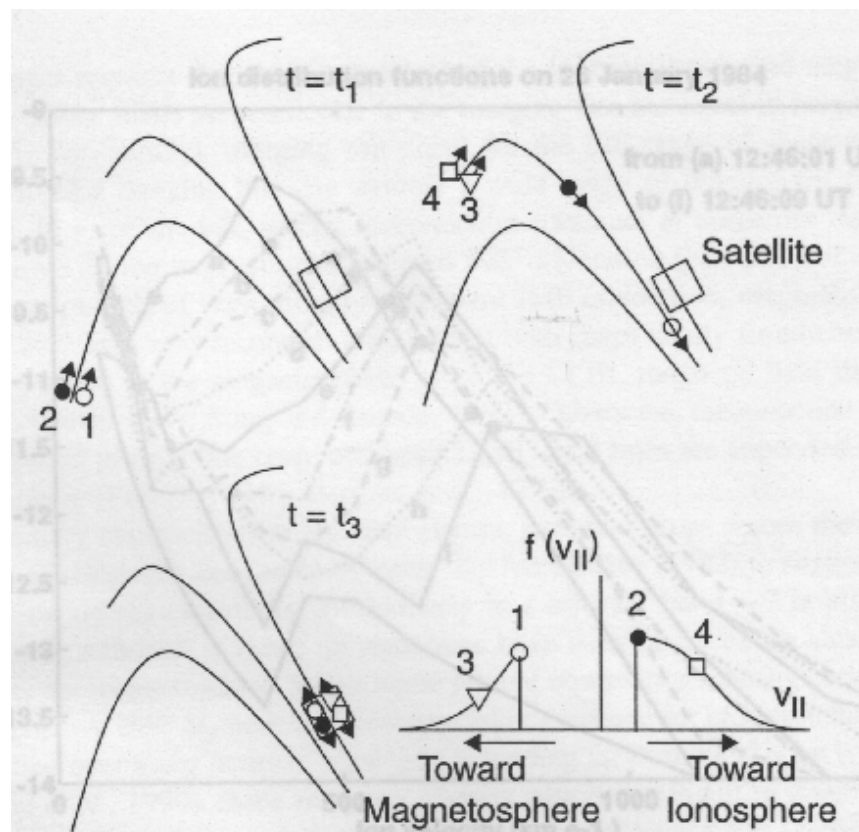


図 25: 電離圏で観測される速度フィルター効果の概念図 [Onsager, 2000]。小さい四角、三角、黒丸、白丸は磁気圏に侵入した粒子を示しており、大きな四角で示しているのが観測衛星を示している。右下図の分布関数は $t = t_3$ のとき観測される分布関数を示し、左側が磁気圏方向、右側が電離圏方向である。

粒子が同時に観測される。そのあるべき分布関数を描いたのが図 25 の右下の簡単な分布関数である。このように磁気圏境界面では磁力線に沿って地球向きの速度しか持たなかった太陽風起源粒子も電離圏付近では磁力線方向、反磁力線方向の速度を持つ。

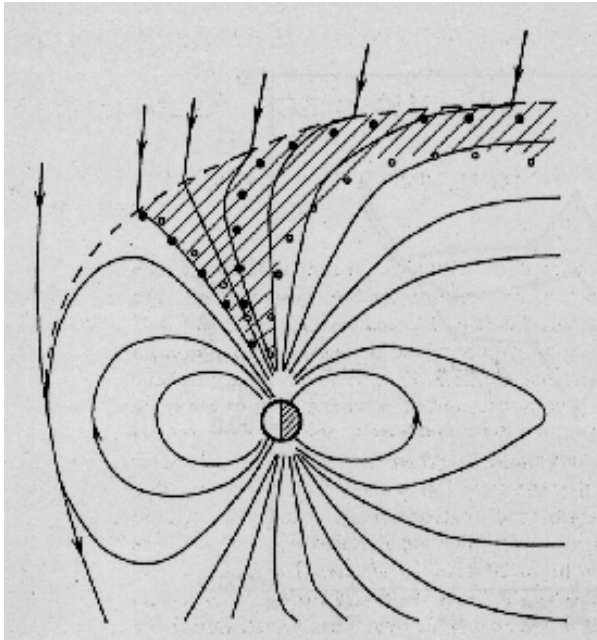


図 26: マントル領域を作る粒子の流れを示す概念図 [Rosenbauer et al., 1975]。夕方側から子午線面について見ている。黒丸が速度の速い粒子を表し、白丸が速度の遅い粒子を表す。矢印は磁気圏対流によって流される磁力線を示している。

地球磁場のミラー点によって太陽風起源の粒子が磁力線に沿って跳ね返されると図 26 の示すようにマントル領域に溜められる [Rosenbauer et al., 1975]。このマントル領域が太陽風起源粒子と同じような温度を持ち、通常の磁力線に比べ高い密度を構成しているのはこのためであると考えられる。

4.2 V型エネルギースペクトル

ISIS2 以来、電離圏に到来する太陽風起源の粒子のエネルギースペクトルは数多くの衛星に観測されてきた [Onsager et al., 1993; Lockwood and Smith, 1993; Phillips et al., 1993]。これらの観測結果の内の 1 つが図 27 である。この図ではイオンに関しては確かに 4.1 節で示したように速度フィルター効果が確認され、マントル領域でカスプ領域と似たような太陽風起源と思われるイオンのエネルギースペクトルが確認される [Newell and Meng, 1991]。このように速度フィルター効果が確認され、マントル領域で太陽風起源の粒子が観測されることは逆に考えれば磁力線再結合が起き磁気圏対流が起きている確かな証拠と考えられる [Cowley et al., 1991]。また、太陽風が北向きのときに起きる太陽方向の磁気圏対流によって起きる速度フィルター効果も観測されている [Newell and Meng, 1992; Woch and Lundin, 1992]。

一方、電子に関してはこの速度フィルター効果は見られない。これは電子がイオンに比べその質量が軽く、電気的中性を保とうとする性質が強いのでイオンが最も密度が高く存在するカusp領域に存在するためであると考えられる [Reiff et al., 1977; Burch, 1985]。一方、図 28 は先の図 27 よりも高い高度を持った衛星に観測されたエネルギースペクトルである。これを見れば、高高度のために先の図 27 に比べその変化は少ないが、確かに速度フィルター効果が確認できるが、このスペクトルには速度フィルター効果のほかに V の字型のエネルギースペクトルが観測されている。この V 型のエネルギースペクトルは Burch et al.[1982] や Menietti and Burch[1988] らによって以下のように考察された。

太陽系を構成する惑星がすべて公転しながら自転しているのと同じように、地球をはじめとした惑星を観測する衛星は自転しながらその惑星の周りを回り観測を行っている。カusp領域を観測する衛星もこの例外ではなく、衛星自体が地球の周りを”公転”しながら自転している。この一方でカusp領域に到来する太陽風起源の粒子は磁力線に沿って運動しているため、衛星に観測されるエネルギースペクトルには磁力線方向から反磁力線方向までの粒子が交互に観測されることになる。

4.1 節で示した速度フィルター効果を考えれば、磁力線方向に大きい速度を持った粒子と小さい速度を持った粒子とではその観測される位置が異なってくる。今、エネルギー E を持った粒子が存在するとする。この粒子の速度が磁力線と成すピッチ角 (PA, pitch angle) を θ 、粒子の質量を m 、磁力線方向の粒子の速度 v_{\parallel} をとすると

$$E = \frac{mv_{\parallel}^2}{2 \cos^2 \theta} \quad (4.3)$$

となる。この式を先の 4.1 式に代入すると

$$d_n \sqrt{\frac{2E}{m}} \cos \theta = t_s - (t_o + t_n) \quad (4.4)$$

となる。この式が表しているのは同じ磁力線方向の速度を持つイオンでもピッチ角の大きいイオンはそのエネルギーが大きく、ピッチ角の小さいイオンはそのエネルギーが小さいということであり、このために V 型のエネルギースペクトルが観測される (参照. 図 28 の 07:16~07:17)。この領域で磁力線方向の速度を持った粒子のみが観測されているのは 3.3 節で示したように磁力線方向 ($0^\circ < \theta < 90^\circ$) に速度を持つ粒子だけが磁気圏内部に侵入できるからである。また、4.1 節で示した地球磁場のミラー点で反射されたイオンも図 28 中央から右側 (07:17 以降) で反地球方向 ($90^\circ < \theta < 180^\circ$ 以上) に高いエネルギーを持ったイオンとして観測されており、地球方向のイオンのエネルギースペクトルとともに大きな V を形成している。電子に関してはこの高度磁気圏でも低高度磁気圏のエネルギースペクトルと

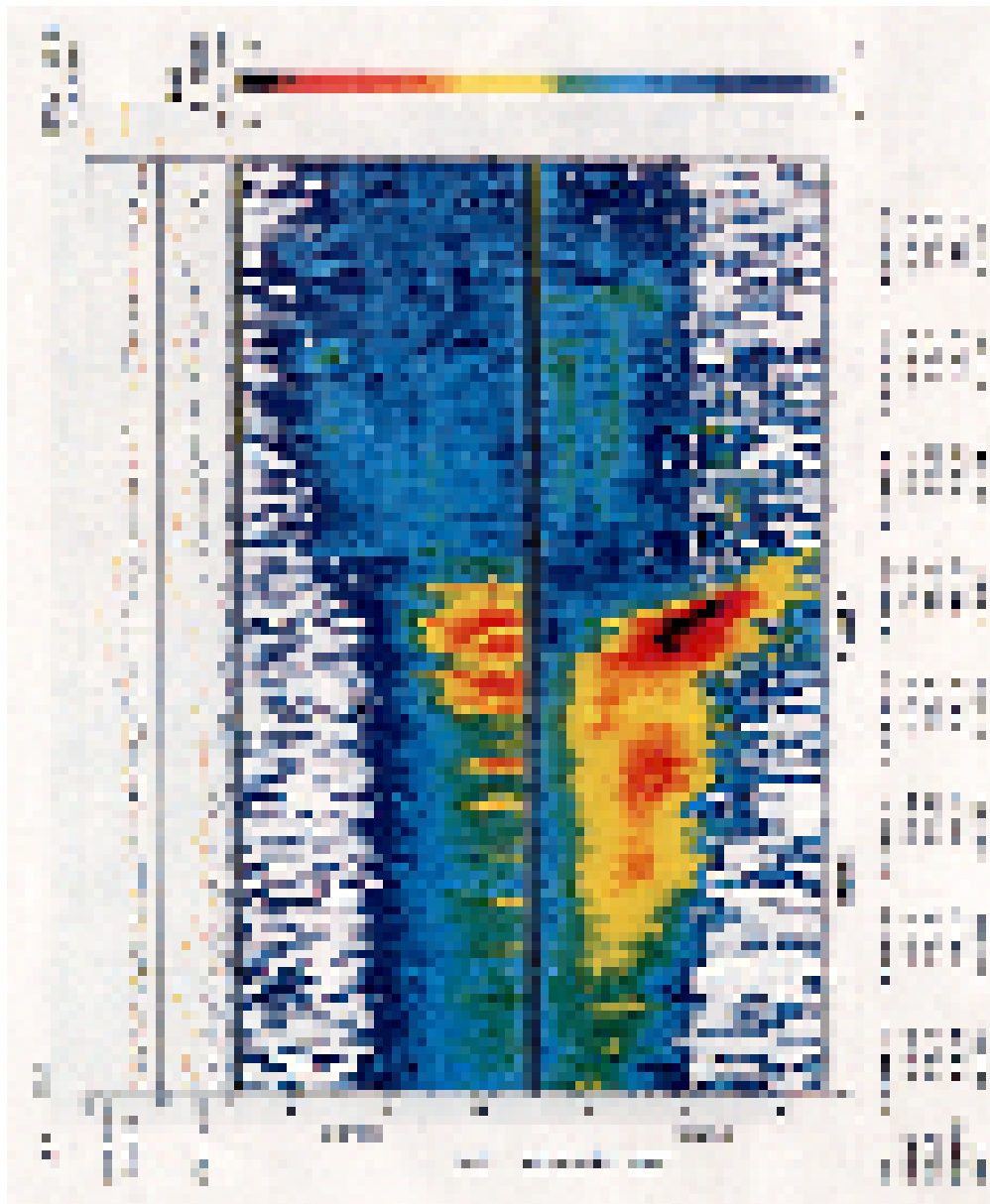


図 27: 高度 800km、南半球側で DMSP F7 によって観測されたイオン、電子のエネルギースペクトル [Newell et al., 1991]。一番上にある点線は合計のエネルギーフラックス ($\text{eV}/\text{cm}^2\text{ssr}$)、次の点線が平均のエネルギー (eV)、下のスペクトルが縦軸が電子、イオンそれぞれのエネルギー、色でそのフラックスの量を示している。また、上図の点線では黄色の点線がイオン、黒の点線が電子となっており、横軸は上から標準時、磁気緯度、緯度、磁気地方時を表している。

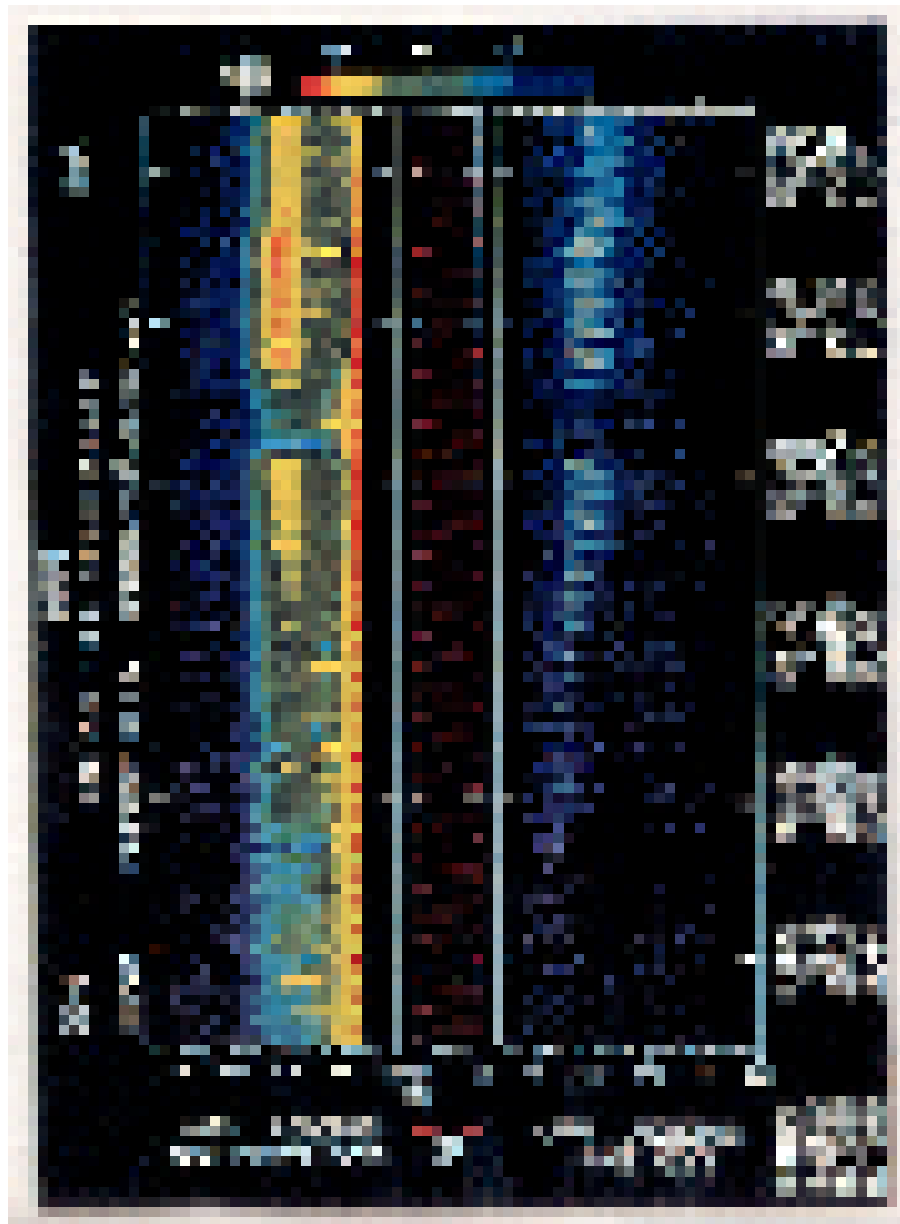


図 28: 高度 19000km で観測されたイオンと電子のエネルギースペクトル [Burch et al., 1986]。縦軸がエネルギー (eV)、横軸が上から標準時、磁気緯度、高度、磁気地方時、色でそのフラックス量を示している。また、中央にあるのが粒子の磁力線に対するピッチ角を表している。

同じようにイオンに伴って観測されているが、一部 (07:16 付近) に V 型エネルギースペクトルが見受けられる [Burch et al., 1986]。これは 3.2 節で示したように、磁気圏境界面付近で電子端とイオン端が形成されるため最もイオンから離れたエネルギーの高い電子が他の電子に比べ、イオンに遮蔽されることなく運動するためである。また、この V 型エネルギースペクトルが図 27 で見受けられないのは低高度磁気圏 (電離圏) に至る前に地球磁場のミラー点が存在するためであり、ピッチ角が大きい粒子ほど反射されやすいため 0° 付近の粒子のみが電離圏に突入できるためであると考えられる。

4.3 電離圏で観測される粒子の不連続性

4.2 節で述べたようにカスプ領域を観測する衛星は地球周回軌道上を”公転”しながら観測している。一方地球の大気と違い、磁気圏を始めとした宇宙空間に存在する大気は地球の自転の影響を受けず、地球の公転に沿って見た系では静止したように見える。この公転している衛星がカスプ領域を観測すると、その時系列データには 4.1 節での速度フィルター効果のような空間変動だけでなく、時間変動までも観測される。

図 29 は惑星間空間磁場が南向きのときに Viking 衛星によって観測されたエネルギースペクトルである。左側に示しているのが極方向に進む衛星によるもの、右側に示しているのが赤道方向に進む衛星によるもので、縦軸は電子、イオンのエネルギーを対数で表し、横軸は標準時、磁気緯度、磁気地方時、高度で表している。この図を見ればどちらの衛星にも赤道方向に高くなっていくエネルギースペクトルとなっており、速度フィルター効果が確認される [Reiff et al, 1977; Burch et al, 1982]。一方、下図にあるのがその一部分を詳細に描いたものであるのだが、極方向に進む衛星、赤道方向に進む衛星の両方の図において、反比例的な減少が見られる。このような減少は複数回存在し不連続になっていることから、多様な入射 (multiple injection) と呼ばれている。この不連続な多様な入射は常に重なっている (overlapping) ようにも見える [Norberg et al., 1994]。また、この左図の左端 (1350:40 付近) には階段状 (stair case) の不連続なエネルギースペクトルも見られる [Escoubet et al., 1992]。これらのエネルギースペクトルの変化はその衛星が極方向に進むか、赤道方向に進むかには依存せず、衛星が観測する方向のみに依存している。つまり、このスペクトルの変動は空間変動ではなく時間変動であると考えられる [Yamauchi and Lundin, 1994]。これらの不連続なエネルギースペクトルは北向きの惑星間空間磁場のときや惑星間空間磁場の南成分がほとんどないときにも観測され (参照. 図 30、31 の矢印部分)、表にまとめられたのが図 32 である。この図を見ればこの不連続な入射は惑星間空間磁場の大きさに依存している

図 29: Viking 衛星から得られた南向きの太陽風磁場のときのエネルギースペクトル [Yamauchi and Lundin, 1994]。

図 30: Viking 衛星から得られた北向きの惑星間空間磁場のときのエネルギースペクトル [Yamauchi and Lundin, 1994]。

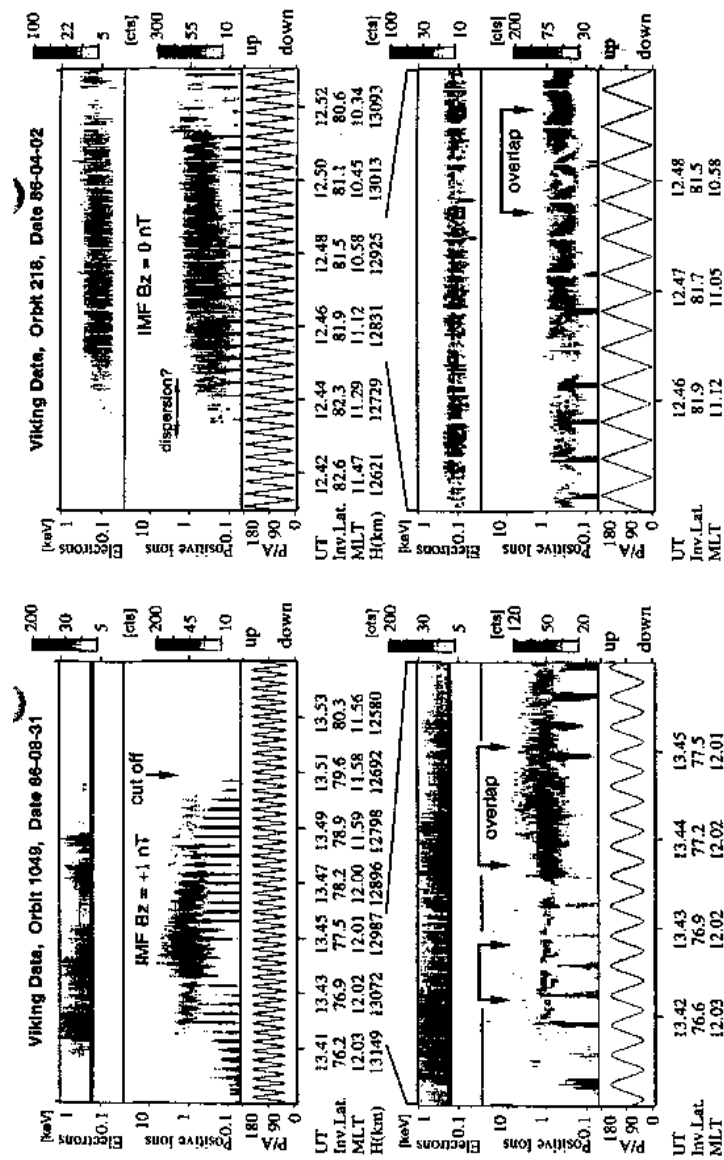


図 31: Viking 衛星から得られた惑星間空間磁場の \approx 成分がほとんどないときのエネルギースペクトル [Yamauchi and Lundin, 1994]。

Table 1: Meso-scale features

discontinuity	$B_z < -1$	$B_z = 0 \sim 2$	$B_z > 3$
Type I (stair case)*1,*2	4 (1) ^{*3} / 35	3 (3) ^{*3} / 29	0 (0) ^{*3} / 24
Type II (multiple injection)	17 (10) ^{*4} / 29	19 (13) ^{*4} / 25	18 (13) ^{*4} / 21
no discontinuity	9 / 29	4 / 25	3 / 21

*1 including both step "up" and "down" toward higher latitude across the discontinuity.
 *2 excluding clear discontinuities at the acceleration region [Woch and Lundin, 1992].
 *3 only clear cases (energy steps "down" across the discontinuity toward higher latitude)
 *4 clear overlapping cases

図 32: 惑星間空間磁場の向きでの Viking 衛星から得られた不連続なスペクトルの特徴の分類 [Yamauchi and Lundin, 1994]。上から階段型 (stair case) が見られるもの、多様な入射 (multiple injection) が見られるもの、不連続な点が見つからないもの (no discontinuity) で区別され、左から惑星間空間磁場が南向きであるとき ($B_z < -1$)、惑星間空間磁場がほとんどないと見なせるとき ($B_z = 0 \sim 2$)、惑星間空間磁場が北向きであるとき ($B_z > 3$) で分類してある。分母となっているのはそのデータの数で、括弧内にあるのがその中でも特にはっきりとした場合である。

わけではないことがよく判る。惑星間空間磁場の大きさに拠らないということから、このような不連続の入射はカスプ領域の構造によるものであり、カスプ領域が現在考えられているような単純な構造をしていないと考えられる [Yamauchi and Lundin, 1994]。また、惑星間空間磁場の z 成分がほとんどないときにはエネルギースペクトルが忽然と消えている (cut-off, disappears) ことも確認できる [Yamauchi and Lundin, 1994]。

その詳細は取り上げないが、このようなエネルギースペクトルの時間依存性を説明するために Yamauchi and Lundin [1997] などのモデルが提示されてはいる。これはカスプ領域の構造が 2 重構造となっていて、ちょうどプレートの沈み込みのように太陽風粒子がカスプ領域に侵入すると考え、その結果生じるプラズマ矢磁力線の波動を考えたものである。しかし、この時間依存性はカスプ領域の構造を決定し、そのエネルギーの起源を同定するには避けて通れない性質であるにもかかわらず、現在のところ議論が活発でないというのが現状のようである。

5 ポインティング理論

ここで紹介するポインティング理論は理想的な環境下で磁気圏でのエネルギーのやりとりを考えた結果、Cowley[1991]によって提示されたものである。この理論は電磁場に存在するポインティングベクトルを用いて、電磁場とプラズマの関係について基本的な概念を構築し、磁気圏においての様々なエネルギーの流れを見事に説明しきったものである。

一般に、プラズマ中にあるこの粒子の持つエネルギーは (1) 電磁場、(2) 重力場、(3) 摩擦力の何れかによって変化する。しかし、太陽系全般に存在するプラズマに関しては太陽の表面、もしくは地球などの惑星の表面に非常に近い(例えば電離圏など)ところでなければ衝突が起きているとはほとんど考えられず、その影響による (3) の摩擦力は無視できるほど小さいものとなっていると考えられる。また、このように衝突が無視できるような密度の小さい環境では、太陽や惑星からその重力による影響が粒子の運動に比べ非常に小さいと考えられ、(2) の重力による影響も無視できると考えられる。結果、ここで考える磁気圏を初めとした宇宙空間のほとんどの領域では電磁場によってのみ粒子のエネルギーは変化すると考えられる。

プラズマと電磁場の相互作用においてエネルギーのやりとりを示す方程式は

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\varepsilon_0}{2} E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2 \right) + \frac{1}{\mu_0} \nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) + \mathbf{j} \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (5.1)$$

である(参照. A.3)。ここで

$$W = \frac{1}{2} \left(\varepsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0} \right) \quad (5.2a)$$

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) \quad (5.2b)$$

と置き、この W を単位体積あたりの電磁場のエネルギー密度、 \mathbf{S} をポインティングベクトルといい、このポインティングベクトルは単位体積の電磁場のエネルギーの流れを表すベクトルとなっている。5.1 式の最後の項 $\mathbf{J} \cdot \mathbf{E}$ は単位体積当たりの電磁場とプラズマの間の単位時間でのエネルギーのやりとりを示す。 $\mathbf{J} \cdot \mathbf{E}$ が正ならば電磁場からプラズマにエネルギーが流入されることを示し、 $\mathbf{J} \cdot \mathbf{E}$ が負ならばプラズマから電磁場にエネルギーが流入されることを示す。今、定常な系を考えると 5.1 式は

$$\nabla \cdot \mathbf{S} + \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (5.3)$$

となる。この定常な系ではポインティングベクトルの沈み込むところでプラズマ

はエネルギーを得て、ポインティングベクトルの湧き出すところでプラズマはエネルギーを失う。

普通、宇宙空間に存在する変位電流はほとんど 0 に近く、電流は発散していないものと考えられる。つまり、1.1 節で示した Chapmann-Ferraro current や 1.2 節で示したビルケランド型電流のように電流はすべて閉じた電流系を成していると考えられる。というのは光速に比べプラズマの伝播や場の変化の速度が十分小さいため、プラズマ中の変位電流 ($\partial \mathbf{D} / \partial t$) がプラズマ中の電流 (\mathbf{j}) に比べ十分小さいと考えられるからである。実際に太陽系に存在するプラズマでは、プラズマ周波数が電磁場の伝播速度に比べ十分小さくこの仮定は十分に成り立つ。この閉じた

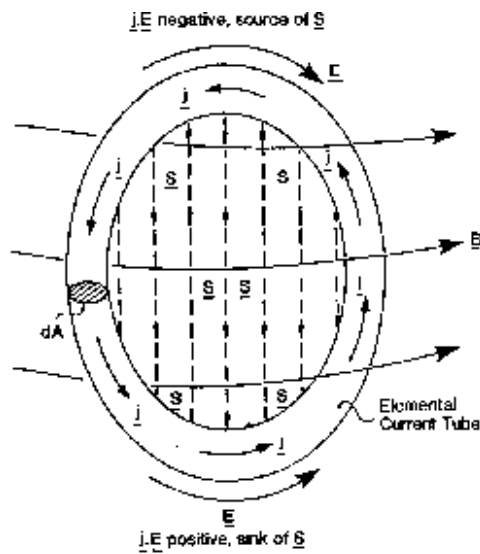


図 33: プラズマ中のポインティングベクトルの流れを示す概念図 [Cowley, 1991]。j で表現されているのが閉じた電流系で、E、B で示されているのが電場、磁場であり、2本の楕円で囲まれた領域が流管を示している。中央に点線の矢印で書かれている S がポインティングベクトルである。ポインティングベクトルの湧き出しが上部で行われ、下部で沈み込みが行われているのが判る。

電流系を仮定したときのプラズマがされる系全体での仕事の変化量 dP は、 I を電流、 A を電流の流れる流管の断面積、 E_j を電流方向の電場、 l をその流管の線素ベクトル、 I をその線素ベクトルの大きさ、 S を流管が囲む面積、 \mathbf{S} をその面素片ベクトル、 \mathbf{B} を磁束密度とすればファラデーの法則を用いて

$$dP = \int_V (\mathbf{j} \cdot \mathbf{E}) dv = \int_S J dA \cdot \oint_C E_j dl = dI \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -dI \frac{\partial}{\partial t} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (5.4)$$

となる。定常な系を仮定しているなのでこの 5.4 式の右辺は 0 であるから

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad (5.5)$$

となる (参照. 図 33 節)。この 5.5 式の意味は定常な系では場からプラズマが受ける、もしくはプラズマから場が受ける系全体での仕事量は変化しないということである。つまり、閉じた電流系のある一部でプラズマがエネルギーを得ているならば、この電流系の別の一部でプラズマはエネルギーを失っており、その得た、あ

るいは失ったエネルギーの総和は必ず0になるということである。単位体積あたりについてのエネルギーのやりとりを示す5.3式を考えると、このようにプラズマがエネルギーを得るようなところではポインティングベクトルの沈み込みがあり、プラズマがエネルギーを失うようなところではポインティングベクトルの湧き出しが存在する。

図34は惑星間空間磁場が南向きのときの磁気圏を夕方側から見たときの子午線面で描いたものである。バウ・ショック (bow shock) を通過した南向きの磁力線は

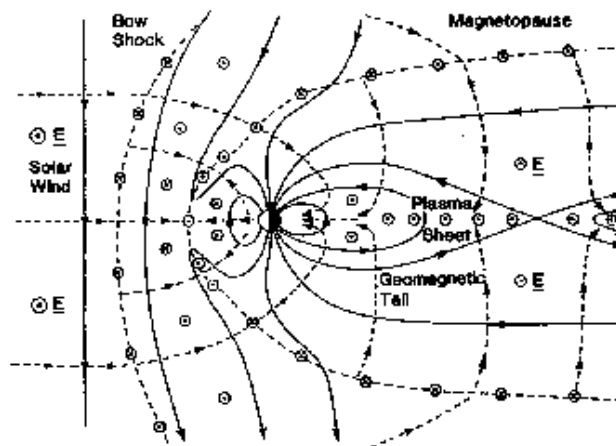


図 34: 夕方側から子午線面で見た磁気圏におけるポインティングベクトルの流れを示す概念図 [Cowley, 1982]。点線の矢印で書かれたのがポインティングベクトルの流れであり、矢印で書かれたのが磁場を表す。電場は紙面を手前に貫く方向に存在する。⊙は紙面を手前に貫く電流を示し、⊗は紙面を向こうに貫く電流を示す。

磁気圏境界域で溜められ、バウ・ショックで紙面を向こうに貫く向きの電流を作る。この電流の一部は磁気圏境界域の電流と対になり、もう一方は磁気圏内部の電流と対となる [Cowley, 1979]。磁気圏境界域では1.1節で述べた磁気圏境界面電流 (Chapmann-Ferraro current) が存在する。そこでも述べたが、この磁気圏境界面電流は太陽風の持つ南向きの惑星間空間磁場と磁気圏の持つ北向きの磁場のためカスプを中心にしてカスプ領域より赤道側では紙面を手前に貫く向きに、カスプ領域より極側では紙面を向こうに貫く向きに流れている。この紙面を向こうに貫く向きの極側の磁気圏境界面電流は紙面を手前に貫く赤道側の磁気圏境界面電流と対になっている部分もあるが、主に磁気圏尾部領域の中心にある尾部電流と対になっている。最後に、地球のもつ双極子型の磁場のために磁気圏内部には赤道環電流が存在する。この電流は地球を取り巻くように昼間側では紙面を向こう

に貫く向きに、夜側では紙面を手前に貫く向きに流れている。

この電流系に図 33 の概念を適用して考える。太陽系のダイナモ理論によれば南向きの太陽風磁場に対応した電場の向きは朝方から夕方方向、この場合紙面を手前に貫く向きである。すると手前に紙面を貫く方向の電流は電磁場からエネルギーを得るのに対して、向こうに紙面を貫く電流は電磁場にエネルギーを与えることになる。5.3 式よりこの電流がエネルギーを得るようなところではポインティングベクトルは沈み込んでいるはずであり、逆にこの電流のエネルギーが失われるようなところではポインティングベクトルが湧き出しているはずである。

このように考えるとバウ・ショックではプラズマのエネルギーが失われているように考えられる。この失われたプラズマのエネルギーは磁場によって磁気圧として蓄えられ、磁気圏境界域でこれらの磁力線は圧縮される。確かに一部の粒子はバウ・ショックで跳ね返されエネルギーを得ているかもしれないが、この領域では総和としてプラズマのエネルギーは失われ、電磁場が、特にこの場合磁場がエネルギーを得ていることになる。しかし、昼間側磁気圏境界面ではこの電流の向きが逆となっていて、電磁場のエネルギーが失われプラズマがエネルギーを得ている。つまり磁力線再結合が起きているのである。プラズマは電場ドリフト $E \times B$ によって磁気圏境界域側、磁気圏側から磁気圏境界面に侵入し、磁力線が磁気圏境界面を貫いたことで発生するローレンツ力 $j \times B$ によって極方向に加速される。このように磁力線再結合が起き、プラズマがエネルギーを得るということは、この磁気圏境界面では磁気圏境界域や磁気圏から来るポインティングベクトルが沈み込んでいることになる。これがカusp領域の極側になると電流の向きが再度逆になり、紙面を向こうに貫く向きとなる。つまり、 $j \cdot E < 0$ となっているのでプラズマのエネルギーが失われ、電磁場がエネルギーを得ていることになる。プラズマに対して磁気圏境界面から遠ざける方向に電場ドリフト $E \times B$ が働きプラズマは磁気圏境界面に侵入できなくなり、ローレンツ力 $j \times B$ によって反太陽風方向の運動を妨げられることになる。この領域ではポインティングベクトルが湧き出しているはずで、この湧き出したポインティングベクトルが沈み込むのが、手前向きに電流の流れるプラズマシートである。このようにエネルギーが流入されるプラズマシートでは地球側で北向き、反地球側で南向きの磁力線が作られ、ローレンツ力 $j \times B$ がそれぞれ地球向きと反地球向きにかかり、プラズマはそれぞれ地球側と反地球側に加速される。

以上が Cowley [1991] のポインティング理論の内のカusp領域に関する部分である。このポインティングベクトルの流れを見てみると、惑星間空間磁場が南向きとなったときには太陽風によって流されてくるエネルギーが地球の双極子磁場によってその方向を曲げられて地球磁気圏に侵入すること、このエネルギーの流れを運ぶものが磁気圏対流であること、太陽風プラズマが電磁場のエネルギーを得

続けた結果、地球磁気圏に流入してくることなどが手にとるようにわかる。また、Cowley[1991]は南向きの惑星間空間磁場だけを考慮して議論しているが、北向きの惑星間空間磁場のときも同様の議論から考えられる。惑星間空間磁場の向きと電場の向きを逆向きで、地球の双極子磁場で作られる電流を同じ向きで考えれば良いことになる。するとポインティングベクトルの向きが地球磁気圏外部で同じ向き、内部で逆向きとなり、惑星間空間磁場が南向きのときと逆向きの磁気圏対流が構成されることとなる。

また、この Cowley[1991]では

- 電流層 (current sheet) での粒子の加速機構とその結果生じる場とプラズマの構造
- 磁気圏境界面や磁気圏尾部領域での磁力線再結合による粒子の加速過程
- ディスクリートオーロラの成因を含めた磁気圏と電離圏を結ぶ電流系

など非常に興味深い内容もポインティングベクトルを考慮して説明されているが、ここではその紹介については省くことにする。

6 総括

カusp領域は磁気圏という概念とともに発達してきた領域であるだけに、磁気圏対流のドライバとも呼ばれ、磁気圏内の諸領域の中でも最も重要な領域の1つに数えられている。その歴史は磁氣的な零点という非常に単純な概念から始まったが、様々な衛星観測によってD型分配関数、速度フィルター効果などが確認され、磁力線再結合によって確かに広がりを持つような領域であることが判ってきた [Cowley et al, 1991]。この磁力線再結合という概念は非常に画期的なものであったが、カusp領域の持つ性質はこの磁力線再結合だけでは説明することができていない。その理由の1つに、カusp領域の大きさやその位置が太陽風の持つ圧力によっても大きく変化するということが挙げられる。しかし、この性質を説明するために考えられた気体力学モデルはその領域でどれほど磁力線がプラズマの運動を支配するのか、あるいはどの領域でどれほどプラズマが磁力線の運動を支配するのかという点で、磁力線再結合による従来のモデルと相反する部分が存在する。この相反する部分が決着をみるためには磁力線凍結の原理に立ち戻り、カusp領域に働く太陽風の動圧を正確に評価する必要があると考えられる。

磁力線再結合による説明が不十分な現象の1つに4.3節で示した不連続なエネルギースペクトルの存在が挙げられる。まず階段型 (stair case) の不連続に関しては Escoubet et al.[1992] で流体移動現象 (FTE, Flux Transfer Event) によるのではないかという提案がなされたが、この階段型の不連続なスペクトルは Yamauchi and Lundin[1994] で衛星の進む方向にのみ依存していることが判った。この事実は磁力線再結合による説明では不十分であると思われ、今後とも議論の余地があると考えられる。一方、その流体移動現象そのものについても未だに十分な説明がなされていないと考えられる。というのは、磁気圏境界面での対となった磁場の変動が起きるためには磁気圏境界面に平行な方向のパルス関数的な電場の誘起が必要であるのに対して、この電場の誘起に関する定性的な説明は未だに成されていないように考えられるからである。

繰り返すことになるが、磁力線再結合というモデルは数々の衛星によって確かめられ、十分に確立された概念といえるものである。その歴史はアルフベンによって示された磁力線凍結によって侵入できない太陽風プラズマの侵入を説明しようとしたことに始まっている。しかし、条件を打ち崩すための理論はしばし確実性を欠いた議論になってしまう。この場合、磁力線再結合が起きていることを示す再結合率 (reconnection rate) は、磁場の大きさ B に対する磁気中性面に垂直な方向の磁場の大きさ B_n の比で与えられ、どれほどの惑星間空間磁場で、いつどのように磁力線再結合が起きているのかははっきりせず、非常にあいまいな議論のままとなっている。この原因として磁力線という目に見えない上に、存在し

ない線という概念を頼りに説明していることが挙げられると考えられる。

磁力線と同様、目には見えないが、エネルギーという概念は比較的理解しやすい概念であるように思える。なぜなら、エネルギーがあるところに何かの現象がおき、エネルギーがないところには何も起こらないことを我々が日常生活の中で知っているからである。そこで、本論文ではこの非常に理解しやすいエネルギーの流れを示すポインティングベクトルという概念を用いて議論している Cowley[1991] の”Acceleration and heating of space plasmas: Basic concepts”を5節で紹介した。この理論は太陽風によって運ばれるエネルギーの流れを非常に定性的に説明し、カusp領域に侵入する粒子が加速されること、磁気圏内部に対流が起きることなどを非常に端的に説明することに成功している。確かに、この論文の中で Cowley 自身も”broad-ranging up-to-date of the latest reserch”でなく”the risk of seeming parochial”であると述べているように、このポインティング理論は、場が定常的でそのエネルギーを時間変化させないという仮定を置いているため、磁気圏内の各領域内でそのまま適用できるものではない。しかし、電場と磁場が存在する以上ポインティングベクトルは存在し、電磁場の変化とともに考えればプラズマ粒子の加速過程、加速原因が理解できると考えられ、ポインティングベクトルを磁気圏内部の諸領域で考えることは非常に重要であることのように考えられる。

本論文は磁気圏内の1領域として存在するカusp領域を、私の理解しているそのままに描いたものである。つまり、私個人の非常に恣意的な視点からカusp領域を紹介していることに等しく、将来的に結果として正しくない事柄が出てくる可能性も確かにある。しかし、形としてこのように1つの”カusp領域”を提示することは現在カusp領域を研究する様々な研究者にとって、また、今後カusp領域を研究する人々にとって、さらにまた、カusp領域を地球の1領域として知識に留めておきたい人々にとっても重要であるはずである。

Appendix

この Appendix では磁気圏、特にカusp領域を理解するのに必要となる方程式を導いている。磁気圏においてはそれぞれの方程式に対して非常に深い概念的な理解が必要であるため、ここでは特に概念的な解釈に重点をおいている。

A マクスウェルの方程式

自然界におけるプラズマの運動を考えるには場という概念やそれによって生じる粒子の運動に対しての深い理解が必要となってくる。ここではマクスウェルの方程式に対しての概念的な理解とその導出を試みる。

A.1 アンペールの法則

よく知られているように、空間中に分布した複数の電荷同士はお互いに力を及ぼし合う。同符号なら斥力に、異符号なら引力となる。巨視的立場に立てば引力が働く場合、引力によってその2つの電荷同士は接近しお互いの電荷を打ち消し合う⁵。つまり、異符号の電荷が同じ電荷量で分布しているとき電荷全体ではその外部に対して電氣的影響力は持ち得ない。そこでここでは同符号の、もしくは電氣的な偏りをもつ電荷が自由に分布している場合を考える。この場合、電荷はお互いに斥力を及ぼし合い、その空間の表面に分布していく⁶。ここで、その表面に分布した電荷の面密度を σ とする。この閉じた空間は外方向に電氣的な影響力を及ぼすのでこの影響力の強さを表わす電束というものを考える。この電束の本数が面密度の大きさだけあると考えれば、電束の本数を D として

$$\sigma = D \quad (\text{A.1})$$

⁵もちろん正しくは電荷が運動することで電流が生じ磁場が生成されるため、複雑な運動となっていき、まさにここで考えている電磁流体力学となる。ここで言う巨視的とは『考えている電荷を一括りにしてその体積を十分離れた距離から眺める』という程度の意味である。

⁶ある空間に電荷が分布している場合、単位あたりの電荷密度を ρ 、電流密度を j 、導電率を σ 、電場の強さを E 、この空間の透電率を ε として連続の式にオームの法則の微分形を適用し、ガウスの法則を代入すれば

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot j = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \sigma \nabla \cdot E = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\sigma}{\varepsilon} \rho = 0$$

となり、元の電荷密度を ρ_0 とすれば

$$\rho = \rho_0 \exp\left(-\frac{\sigma}{\varepsilon} t\right)$$

となる。つまり、緩和時間 $\tau = \frac{\varepsilon}{\sigma}$ に対して十分時間が経ったとき、電荷密度は 0 になる。言い換えれば、電荷は空間全体から表面に分布していく。

となる。先にも述べたように、この空間内に含む全電荷は空間の外に対して影響力を持つので方向を含めて

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{D} \quad (\text{A.2})$$

と書きかえる。この空間が閉じている、つまり、ある閉曲面 S で囲まれたものだとするとこの閉曲面について辺々面積分し

$$\int_S \boldsymbol{\sigma} \cdot d\boldsymbol{S} = \int_S \boldsymbol{D} \cdot d\boldsymbol{S} \quad (\text{A.3})$$

となり、右辺はガウスの定理を用いて体積積分に変換し、一方、左辺は空間の外から見て電荷がこの空間に体積あたりの電荷密度 ρ で分布していると考えられるから

$$\int_V \rho dv = \int_V \nabla \cdot \boldsymbol{D} dv \quad (\text{A.4})$$

となる。これは任意の空間に対して成り立つから

$$\rho = \nabla \cdot \boldsymbol{D} \quad (\text{A.5})$$

と書ける。ここで導出した A.2 式をクーロンの定理、A.5 式をガウスの法則の微分形という。

次に、単位体積あたり電荷密度 ρ で分布している体積 V の閉じた空間と外部の空間との相互作用を考える。この体積中の全電気量は

$$\int_V \rho dv$$

であり、一方、この空間には空間を囲む閉曲面 S から電流密度 \boldsymbol{j} で電気量が単位時間あたりに流入する。今、電荷の生成や消滅がない、あるいは電荷が生成されてもその生成と消滅の収支が釣り合うとすれば、この空間の内部の電荷の増加量とこの空間への電荷の流入量の和は 0 に等しいから

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dv + \int_S \boldsymbol{j} \cdot d\boldsymbol{S} = 0 \quad (\text{A.6})$$

となる。第 2 項目にはガウスの定理を適用し、この空間を囲む面積 S が時間変化しないとすると

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dv + \int_V \nabla \cdot \boldsymbol{j} dv = 0 \quad (\text{A.7})$$

となり、これは任意の体積について成り立つから

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \boldsymbol{j} = 0 \quad (\text{A.8})$$

となる。これは、電荷の保存則、もしくは連続の式の微分形と呼ばれる。

さらに A.5 式と A.8 式を用いれば

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{j} = \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \mathbf{D} + \nabla \cdot \mathbf{j} = \nabla \cdot \left(\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{D} + \mathbf{j} \right) = 0 \quad (\text{A.9})$$

となり、これは $\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{D} + \mathbf{j}$ がソレノイダル場であることを示している。つまり、この式はベクトルポテンシャル \mathbf{H} を用いて

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{D} + \mathbf{j} \quad (\text{A.10})$$

と書き変えることができ、このベクトルポテンシャル \mathbf{H} は磁場と定義される。この式はアンペア・マクスウェルの法則と呼ばれるものである。また

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{D} = 0 \quad (\text{A.11})$$

のとき、つまり電束電流が存在しないときこの式は

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} \quad (\text{A.12})$$

となりアンペールの法則と呼ばれるものとなる。

この物理的意味を考える。今、上面 S 、下面 S' で囲まれた円柱を考え、この円柱の側面からは電流が出て行かないものとする。 S における電荷面密度、言い換えれば電束の本数が変化しないとき、電流が S から出ているとするとこの面に周回的な磁場が発生する。つまり、流出する電流のエネルギーが磁場という場によって保管されるのである。これがアンペア・マクスウェルの法則の意味するところである。一方、 S' で電荷面密度が変化しないとすると、この生成された磁場は電流を引き起こす。つまり、 S から出て行った電流と等価な電流が S' から円柱に補給されることとなり、電荷の保存則となる。まとめると、ある体積について電荷が保存されることを示しているのが電荷の保存則であり、ある面積について補完されるはずの電場が補完されずに磁場として蓄えられるというのがアンペア・マクスウェルの法則の意味するところである。

A.2 ファラデーの法則

定義から明らかなように一本の電束はその線上にある電荷に力を及ぼす。今、電束密度 \mathbf{D} で満ちた空間に電荷の体積密度 ρ を持つ流体要素があるとすると、その流体要素が受ける力は $\rho \mathbf{D}$ に比例する。ここで、この比例定数を $1/\varepsilon$ とすれば、その流体要素が受ける力 \mathbf{F} は

$$\mathbf{F} = \frac{1}{\varepsilon} \rho \mathbf{D} \quad (\text{A.13})$$

となる。また、単位電荷密度をもつ流体要素が受ける力を

$$\frac{\mathbf{F}}{\rho} = \frac{\mathbf{D}}{\varepsilon} = \mathbf{E} \quad (\text{A.14})$$

と置き、 \mathbf{E} を電場という。今、場における粒子が動いていないと仮定すると、電場 \mathbf{E} は

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0 \quad (\text{A.15})$$

となる。これは電場がソレノイダル場であることを示しており、

$$\mathbf{E} = \nabla \phi \quad (\text{A.16})$$

と書ける。

一方、アンペア・マクスウェルの法則を考えれば磁場 \mathbf{H} は電流と電束電流が流れることによって旋回的に発生する。電流を取り巻くように発生するというはその始点終点が存在しないということであり、発散しないということになる。つまり、

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (\text{A.17})$$

となる。これは磁場に関するガウスの法則と呼ばれる。また、ガウスのこの表式は磁場がソレノイダル場であることを示しており、磁場は

$$\mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{A}' \quad (\text{A.18})$$

と表わせる。そこでこの式をアンペア・マクスウェルの法則に代入してみる。

$$\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{j} = \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{H} = \nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}') = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{A}') - \nabla^2 \mathbf{A}' \quad (\text{A.19})$$

するとベクトル \mathbf{A}' は電流密度に対し距離の2乗の次元を持っていることが分かり、一方、電場に関しては電磁場の伝播速度 $v = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$ を用いて $\mu\mathbf{A}' = \mathbf{A}$ とすれば

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mu \mathbf{j} = \mu \nabla (\nabla \cdot \mathbf{A}') - \mu \nabla^2 \mathbf{A}' = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A} \quad (\text{A.20})$$

と書け、ベクトル \mathbf{A} が電場に対し時間の1乗の次元を持っていることが分かる。このことはベクトル \mathbf{A} が電場によって発生することを暗示的に示している。このベクトル \mathbf{A} をベクトルポテンシャルと言い、 $\mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{A}'$ に対して $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ とベクトル \mathbf{B} が定義され、 \mathbf{B} は磁束密度と呼ばれる。

様々な電荷によって生じる電場、磁場による運動を考える際にはその場を作る粒子とその場に影響される粒子とに分けることが必要となってくる。ここでは2つ

の電荷を帯びた流体要素が存在するとする。今、片方の流体要素が電荷密度が偏り、2点間 A、B に電位勾配を作ったとする。この電位勾配はもう一方の流体要素が電場として影響されるだけでなく、その電位勾配を作った流体要素自身もその電位勾配から影響を受けその流れる速度 \mathbf{A} を変化させ加速もしくは減速する。この2点間でできた電位勾配を ϕ_{AB} 、とすれば

$$\int_B^A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} + \frac{d}{dt} \int_B^A \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r} = \phi_{AB} \quad (\text{A.21})$$

となる。これを周回積分に書き換えれば

$$\oint_C \left(\mathbf{E} + \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{A} \right) \cdot d\mathbf{r} = 0 \quad (\text{A.22})$$

となり、ストークスの定理より

$$\int_S \left\{ \nabla \times \left(\mathbf{E} + \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{A} \right) \right\} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (\text{A.23})$$

と書ける。面 S とともに動く系において、この面 S は任意であるので

$$\nabla \times \left(\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) = 0 \quad (\text{A.24})$$

となり、この式より

$$\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \nabla \phi$$

となる。この物理的な意味は例えば電荷を固定したような系では、作られた電位勾配に対して電荷が流ることができないために電場が存在するというので、逆にもしこのような系で電荷が十分に流れるならばその電位差は打ち消され電場は減少するということである。また、この式を書き換えれば

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla \phi \quad (\text{A.25})$$

となり、また

$$\nabla \times \left(\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) = 0$$

より、

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\nabla \times \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{A.26})$$

となる。これがファラデーの法則と呼ばれるもので、電場と磁場のエネルギーのやり取りを示しているものである。別の見方をすればベクトルポテンシャルと呼

ばれる場を構成する流体要素が電位勾配を横切らない線路において加速されているならば、電場が減少することで総体としてのエネルギーは保存されるということである。

A.23式より

$$\int_S (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot d\mathbf{S} = \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (\text{A.27})$$

となる。磁場が変化しないような系で考えればこの面素片ベクトル \mathbf{S} が変化すると考えられる。そこで面素片ベクトルの時間変化 $\partial\mathbf{S}/\partial t$ を周回する線素ベクトル $d\mathbf{l}$ を用いて書き換える。線素 $d\mathbf{l}$ が動く速度を \mathbf{v} この面素片ベクトルの変化は $\partial\mathbf{S}/\partial t = \mathbf{v} \times d\mathbf{l}$ で書けるので

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = -\oint_C \mathbf{B} \cdot (\mathbf{v} \times d\mathbf{l}) = \oint_C (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} \quad (\text{A.28})$$

となる。これが任意の周で成り立つので

$$\mathbf{E} = \mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (\text{A.29})$$

と書け、この電場によって働く力のことをローレンツ力という。ファラデーの法則から導かれたことを考えればこのローレンツ力はベクトルポテンシャル、もしくはそのベクトルポテンシャルによって作られる磁場を打ち消そうとする粒子の流れであると考えられる。

A.3 エネルギーの保存則

ここではアンペア・マクスウェルの法則とファラデーの法則

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{D} + \mathbf{j} \quad (\text{A.30a})$$

$$\nabla \times \mathbf{D} = -\frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{H} \quad (\text{A.30b})$$

それぞれに \mathbf{D} 、 \mathbf{H} を内積すると

$$\mathbf{D} \cdot (\nabla \times \mathbf{H}) = \mathbf{D} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{D} + \mathbf{D} \cdot \mathbf{j} \quad (\text{A.31a})$$

$$\mathbf{H} \cdot (\nabla \times \mathbf{D}) = -\frac{1}{v^2} \mathbf{H} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{H} \quad (\text{A.31b})$$

となる。これを辺々引くと、まず左辺は

$$\mathbf{D} \cdot (\nabla \times \mathbf{H}) - \mathbf{H} \cdot (\nabla \times \mathbf{D}) = -\nabla \cdot (\mathbf{D} \times \mathbf{H}) \quad (\text{A.32})$$

となる。一方、右辺は

$$\mathbf{D} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{D} + \mathbf{D} \cdot \mathbf{j} + \frac{1}{v^2} \mathbf{H} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{H} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \mathbf{D}^2 + \frac{1}{v^2} \frac{1}{2} \mathbf{H}^2 \right) + \mathbf{D} \cdot \mathbf{j} \quad (\text{A.33})$$

となる。移行してまとめ、 ε で割ると

$$\nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\varepsilon}{2} \mathbf{E}^2 + \frac{\mu}{2} \mathbf{H}^2 \right) + \mathbf{E} \cdot \mathbf{j} = 0 \quad (\text{A.34})$$

となる⁷。A.34式の各項の意味を考えてみる。最後の項は電場によって加速された電流が単位時間当たりを得るエネルギーであり、第2項目はそれぞれ電場、磁場の持つエネルギーである。最後に第1項目は電磁場の流れを表わすポインティングベクトルと呼ばれるものである。これは例えば定常な系において電磁場のエネルギーが総体として失われていないにもかかわらず荷電粒子が加速されているとしたときポインティングベクトルの湧き出しと沈み込みが行われることで全体としてのエネルギーが保存されることを示している。

B 電磁場中の運動方程式

粒子の運動方程式と違い流体の運動方程式には圧力を始めとした流体独特の項が存在するだけでなく、その意味も微妙に違ってくる。ここではその複雑な流体としての運動方程式を電磁場の働く系において位相空間を考えることにより導出していく。

B.1 分布関数

プラズマ中の粒子の運動はその初期時刻での位置、速度を指定することで以後の時刻の位置、速度は完全に決定することができる。ここでは一般的に正準変数として一般化座標 q_1, q_2, q_3 、一般化運動量 p_1, p_2, p_3 と時間 t でその粒子の運動を記述していく。一般化座標と一般化運動量はハミルトニアン $\mathcal{H}(q_j, p_j, t)$ を用いて

$$\frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial \mathcal{H}(q_j, p_j, t)}{\partial p_i} \quad (\text{B.1a})$$

$$\frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial \mathcal{H}(q_j, p_j, t)}{\partial q_i} \quad (\text{B.1b})$$

⁷アンペア・マクスウェルの法則ではなくアンペールの法則を適用すべきとき、つまり電場の時間変化をほとんど無視できるようなとき

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\mu}{2} \mathbf{H}^2 + \nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) + \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (\text{A.35})$$

が電磁場のエネルギーの保存則として適用される。

の関係で結ばれている。ここで6次元位相空間における微少体積 $\Delta = \prod \delta q_i \delta p_i$ が保存されることを示す。時間微分をとると

$$\frac{d\Delta}{dt} = \left(\frac{d\delta q_1}{dt} \delta p_1 + \frac{d\delta p_1}{dt} \delta q_1 \right) \delta q_2 \delta p_2 \delta q_3 \delta p_3 + \dots \quad (\text{B.2})$$

と書け、

$$\frac{d}{dt} \delta q_i = \delta \left(\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p_i} \right) = \frac{\partial}{\partial p_i} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial q_i} \delta q_i \quad (\text{B.3a})$$

$$\frac{d}{dt} \delta p_i = -\delta \left(\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial q_i} \right) = -\frac{\partial}{\partial q_i} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p_i} \delta p_i \quad (\text{B.3b})$$

となり、確かに上式は

$$\frac{d\Delta}{dt} = \sum_i \left(\frac{\partial}{\partial q_i} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p_i} - \frac{\partial}{\partial p_i} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial q_i} \right) \Delta = 0 \quad (\text{B.4})$$

となるので6次元位相空間における微少体積は保存される。これをリューヴィユ(Liouville)の定理という。

次に分布関数を定義する。位相空間内における微少体積内の粒子の個数を δN を

$$\delta N = f(q_i, p_i, t) \delta \mathbf{q} \delta \mathbf{p} \quad (\text{B.5})$$

で表わし、 $f(q_i, p_i, t)$ を位相空間における分布関数(distribution function)と定義する。今、この微少体積とともに動く系での変化、つまり、ラグランジュ的な分布関数の時間微分を考える。ハミルトニアンを用いて表現すれば

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 \left(\frac{dq_i}{dt} \frac{\partial f}{\partial q_i} + \frac{dp_i}{dt} \frac{\partial f}{\partial p_i} \right) = \frac{\partial f}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p_i} \frac{\partial f}{\partial q_i} - \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial q_i} \frac{\partial f}{\partial p_i} \right) \quad (\text{B.6})$$

となる。この体積の内部で粒子の衝突による散乱がなければ粒子の個数は保存され、リューヴィユの定理から微少体積 Δ も保存されるから

$$\frac{df}{dt} = \frac{d}{dt} \frac{\delta N}{\Delta} = 0 \quad (\text{B.7})$$

となる⁸。以上から分布関数の保存則

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p_i} \frac{\partial f}{\partial q_i} - \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial q_i} \frac{\partial f}{\partial p_i} \right) = 0 \quad (\text{B.8})$$

が得られる。

⁸位相空間における粒子の衝突を考えれば0とならない。そこでその衝突による分布関数の変化を普通、 $(\delta f / \delta t)_{coll}$ と書く。この衝突項は粒子間の相関を考慮して形式的に求めることができる。こうして求められる方程式はクーロン相互作用などによる多体相関関数を含む無限次元の階層方程式形をなす。この理論は関係した研究者の頭文字を取ってBBGKY(Bogoliubov-Born-Green-Kirkwood-Yvon)理論と呼ばれている。

B.2 ブラゾフ方程式

分布関数を一般化座標、一般化運動量ではなく空間座標 (x_1, x_2, x_3) 、速度空間座標 (v_1, v_2, v_3) で表わしてみる。ハミルトニアン、一般化運動量、一般化座標は空間座標、速度空間座標を用いて

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2m} (\mathbf{p} - q\mathbf{A})^2 + q\phi \quad (\text{B.9a})$$

$$p_i = mv_i + qA_i \quad (\text{B.9b})$$

$$q_i = x_i \quad (\text{B.9c})$$

と表現できる⁹ ので

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p_i} = \frac{dq_i}{dt} = \frac{dx_i}{dt} = v_i \quad (\text{B.10a})$$

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial q_i} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x_i} = \sum_k \frac{(p_k - qA_k)}{m} q \frac{\partial A_k}{\partial x_i} - q \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \quad (\text{B.10b})$$

となり、先の分布関数の式に代入すれば

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 v_i \frac{\partial f}{\partial x_i} + q \sum_{i=1}^3 \left(\sum_{k=1}^3 v_k \frac{\partial A_k}{\partial x_i} - \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right) \frac{\partial f}{\partial p_i} = 0 \quad (\text{B.11})$$

となる。また、

$$\sum_k v_k \frac{\partial A_k}{\partial x_i} = (\mathbf{v} \cdot \nabla) A_i + (\mathbf{v} \times (\nabla \times \mathbf{A}))_i \quad (\text{B.12})$$

と書ける。独立変数を (q_j, p_j, t) から (x_j, p_j, t) に変換するため p_j と q_j の表式を用いれば

$$\frac{\partial}{\partial p_i} v_k(p_j, q_j, t) = \frac{1}{m} \delta_{ik} \quad (\text{B.13a})$$

$$\frac{\partial}{\partial q_i} v_k(p_j, q_j, t) = -\frac{q}{m} \frac{\partial A_k}{\partial x_i} \quad (\text{B.13b})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} v_k(p_j, q_j, t) = -\frac{q}{m} \frac{\partial A_k}{\partial t} \quad (\text{B.13c})$$

となるので

$$\frac{\partial}{\partial p_i} f(v_k(p_j, q_j, t), x_k, t) = \sum_k \frac{\partial f}{\partial v_k} \frac{\partial v_k}{\partial p_i} = \frac{\partial f}{\partial v_i} \frac{1}{m} \quad (\text{B.14a})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_i} f(v_k(p_j, q_j, t), x_k, t) &= \sum_k \frac{\partial f}{\partial v_k} \frac{\partial v_k}{\partial x_i} + \frac{\partial f}{\partial x_i} \\ &= \sum_k \frac{\partial f}{\partial v_k} \frac{-q}{m} \frac{\partial A_k}{\partial x_i} + \frac{\partial f}{\partial x_i} \end{aligned} \quad (\text{B.14b})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} f(v_k(p_j, q_j, t), x_k, t) = \sum_k \frac{\partial f}{\partial v_k} \frac{-q}{m} \frac{\partial A_k}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x_i} \quad (\text{B.14c})$$

⁹ハミルトニアンは $\mathcal{H} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{p} - \mathcal{L} = \frac{1}{2m} (\mathbf{p} - q\mathbf{A})^2 + q\phi$ となる。

とできる。よって

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} + \sum_k \frac{\partial f}{\partial v_k} \left(\frac{-q}{m} \right) \frac{\partial A_k}{\partial t} + \sum_i v_i \left\{ \sum_k \frac{\partial f}{\partial v_k} \left(\frac{-q}{m} \right) \frac{\partial A_k}{\partial x_i} + \frac{\partial f}{\partial x_i} \right\} \\ + \sum_k \left\{ (\mathbf{v} \cdot \nabla) A_k + (\mathbf{v} \times \mathbf{B})_k - \frac{\partial \phi}{\partial x_k} \right\} \frac{q}{m} \frac{\partial f}{\partial v_k} = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial t} + \sum_i v_i \frac{\partial f}{\partial x_i} + \sum_i \frac{q}{m} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})_i \frac{\partial f}{\partial v_i} = 0 \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

となる。この式をブラゾフ方程式 (Vlasov equation) と呼び、この式でプラズマ中の荷電粒子の分布関数が与えられる。この方程式は粒子間に衝突がないときにも粒子間には相互作用がありその分布関数に変化していくことを示している。つまり外力である電場、磁場の力を通してお互いの粒子は相互間に影響を及ぼしその分布を変化させているのである¹⁰。また、この分布関数より電荷密度 ρ 、電流密度 \mathbf{j} は

$$\rho = \sum q \int f dv_1 dv_2 dv_3 \quad (\text{B.16a})$$

$$\mathbf{j} = \sum q \int \mathbf{v} f dv_1 dv_2 dv_3 \quad (\text{B.16b})$$

で与えられ、マクスウェル方程式はこの2つを用いて

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum q \int f dv \quad (\text{B.17a})$$

$$\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{B} = \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \sum q \int f \mathbf{v} dv \quad (\text{B.17b})$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{B.17c})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (\text{B.17d})$$

と表現できる。

B.3 クリumontビッチ方程式

ボルツマン方程式に対してここではクリumontビッチ方程式 (Klimontovich equation) を示す。ボルツマン方程式の時と同様、粒子の運動は空間座標 \mathbf{r} と速度空間

¹⁰電場、磁場の力がないときには

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \sum_i v_i \frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{df}{dt} = 0$$

となり、粒子間に相互作用のない粒子数の保存則となる。

座標 \mathbf{v} からなる 6 次元位相空間における位置でその運動は決定される。ある種の粒子 (例えばイオン、電子、中性粒子など) の密度関数を次のように定義する。

$$N_s(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = \sum_{j=1}^{N_{s0}} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{X}_j(t)) \delta(\mathbf{v} - \mathbf{V}_j(t)) \quad (\text{B.18})$$

ここで先の分布関数とこの密度関数の違いを明確にする。先に定義した分布関数はある微小体積内の粒子の個数として定義されたが、ここで定義された密度関数とは位相空間において (\mathbf{r}, \mathbf{v}) の位置にある粒子の個数を表わしている。見方を変えればスパイク的な密度関数がある微小体積で平均化したものが分布関数であるという事ができる。つまり、

$$N_s(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = f_s(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) + \delta N_s(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) \quad (\text{B.19})$$

$$f_s(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = \langle N_s(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) \rangle \quad (\text{B.20})$$

であると言える。

次に、密度関数の時間変化を求めてみる。まず空間座標と速度空間座標の関係式、及びに粒子の運動方程式は

$$\frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = \mathbf{v}_i \quad (\text{B.21})$$

$$\frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = \frac{q_i}{m_i} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (\text{B.22})$$

であり、密度関数の時間変化を考えこれらを代入すると

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_s}{\partial t}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) &= - \sum_j \frac{d\mathbf{r}}{dt} \cdot \nabla_x \delta(\mathbf{r} - \mathbf{X}_j(t)) - \sum_j \frac{d\mathbf{v}}{dt} \cdot \nabla_v \delta(\mathbf{v} - \mathbf{V}_j(t)) \\ &= -\mathbf{v} \cdot \nabla_x N_s - \frac{q_s}{m_s} (\mathbf{E} + \mathbf{V} \times \mathbf{B}) \cdot \nabla_v N_s = 0 \end{aligned} \quad (\text{B.23})$$

となる¹¹。書き換えるとボルツマン方程式と等価なクリモントビッチ方程式

$$\frac{\partial N_s}{\partial t}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = \mathbf{v} \cdot \nabla_x N_s + \frac{q_s}{m_s} (\mathbf{E} + \mathbf{V} \times \mathbf{B}) \cdot \nabla_v N_s = 0 \quad (\text{B.24})$$

が得られる。先にも延べたようにクリモントビッチ方程式とボルツマン方程式の違いは密度関数 N_s と分布関数 f の違い、つまり位相空間を格子点として見るか平均化するかの違いである。

¹¹ここで $\nabla_x = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}$ 、 $\nabla_v = \frac{\partial}{\partial v_x} + \frac{\partial}{\partial v_y} + \frac{\partial}{\partial v_z}$ である。

B.4 電磁流体方程式

衝突の無いボルツマン方程式

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f + \frac{q}{m} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \nabla_v f = 0 \quad (\text{B.25})$$

より電磁流体の運動方程式を導く。 $(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ のある関数 $g(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ を位相空間において速度 \mathbf{v} について分関数 f で平均化した関数を $\langle g(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) \rangle$ と表す。つまり

$$\langle g(\mathbf{r}, t) \rangle = \frac{\int g(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v}}{\int f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v}} \quad (\text{B.26})$$

とする。また、密度 $n(\mathbf{r}, t)$ は

$$n(\mathbf{r}, t) = \int f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v} \quad (\text{B.27})$$

となるので

$$n(\mathbf{r}, t) \langle g(\mathbf{r}, t) \rangle = \int g(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v} \quad (\text{B.28})$$

となる。今、関数 $g(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ を両辺左から掛け速度について積分すれば、それぞれの項は部分積分を用いて

$$\int g \frac{\partial f}{\partial t} d\mathbf{v} = \frac{\partial}{\partial t} (n \langle g \rangle) - n \left\langle \frac{\partial g}{\partial t} \right\rangle \quad (\text{B.29a})$$

$$\int g v_i \frac{\partial f}{\partial x_i} d\mathbf{v} = \frac{\partial}{\partial x_i} n \langle v_i g \rangle - n \left\langle \frac{\partial}{\partial x_i} (v_i g) \right\rangle \quad (\text{B.29b})$$

$$\int g \frac{F_i}{m} \frac{\partial f}{\partial v_i} d\mathbf{v} = -\frac{qn}{m} \left\langle \{E_i + (\mathbf{v} \times \mathbf{B})_i\} \frac{\partial g}{\partial v_i} \right\rangle \quad (\text{B.29c})$$

となるから

$$\frac{\partial}{\partial t} n \langle g \rangle - n \left\langle \frac{\partial g}{\partial t} \right\rangle + \nabla \cdot (n \langle g \mathbf{v} \rangle) - n \langle \nabla \cdot (g \mathbf{v}) \rangle \quad (\text{B.30})$$

$$- \frac{nq}{m} \langle \{ \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} \} \cdot \nabla_v g \rangle = 0 \quad (\text{B.31})$$

と書ける。 $g(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = 1$ とすると

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n \mathbf{v}) = 0 \quad (\text{B.32})$$

となり、連続の式となる。一方、 $\mathbf{g}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = m\mathbf{v}$ とベクトルとして与えれば

$$\frac{\partial}{\partial t} (mn \langle \mathbf{v} \rangle) + \sum_j \frac{\partial}{\partial x_j} (nm \langle v_j \mathbf{v} \rangle) - nq \langle \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} \rangle = 0 \quad (\text{B.33})$$

となる。ここで速度 \mathbf{v} を

$$\mathbf{v} \equiv \langle \mathbf{v} \rangle + \mathbf{v}_r \quad (\text{B.34a})$$

$$\langle \mathbf{v}_r \rangle = 0 \quad (\text{B.34b})$$

と平均化された部分とその揺らぎの部分とで分ける。この揺らぎの速度 \mathbf{v}_r を乱弾運動 (random motion) の速度と定義する。また、

$$\langle v_i v_j \rangle = \langle v_i \rangle \langle v_j \rangle + \langle v_{ri} v_{rj} \rangle \quad (\text{B.35})$$

となるので

$$\begin{aligned} \sum_j \frac{\partial}{\partial x_j} (n \langle v_i v_j \rangle) &= \sum_j \frac{\partial}{\partial x_j} (n \langle v_i \rangle \langle v_j \rangle) + \sum_j \frac{\partial}{\partial x_j} (n \langle v_{ri} v_{rj} \rangle) \\ &= n \sum_j \langle v_j \rangle \frac{\partial}{\partial x_j} \langle v_i \rangle + \langle v_i \rangle \sum_j \frac{\partial}{\partial x_j} (n \langle v_j \rangle) + \sum_j \frac{\partial}{\partial x_j} (n \langle v_{ri} v_{rj} \rangle) \end{aligned} \quad (\text{B.36})$$

と書ける。ここで圧力テンソル

$$mn \langle v_{ri} v_{rj} \rangle \equiv P_{ij} \quad (\text{B.37})$$

と定義する。分布関数が等方的であると仮定すると $\langle v_{ri} v_{rj} \rangle = \langle v_{ri}^2 \rangle \delta_{ij}$ となるので、圧力テンソルを $p = nm \langle v_{ri}^2 \rangle = nm \langle v_r^2 \rangle / 3$ とすれば

$$P_{ij} = nm \langle v_{ri}^2 \rangle \delta_{ij} = nm \frac{\langle v_r^2 \rangle}{3} \delta_{ij} = p \delta_{ij} \quad (\text{B.38})$$

となる。一方、連続の式に $\langle \mathbf{v} \rangle$ を掛けると

$$\langle \mathbf{v} \rangle \frac{\partial n}{\partial t} + \langle \mathbf{v} \rangle \nabla \cdot (n \mathbf{v}) = \frac{\partial}{\partial t} (n \langle \mathbf{v} \rangle) - n \frac{\partial}{\partial t} \langle \mathbf{v} \rangle + \langle \mathbf{v} \rangle \sum_j \frac{\partial}{\partial x_j} (n \langle v_j \rangle) = 0 \quad (\text{B.39})$$

となり、B.36式とB.39式を連立し、分布関数が等方的であることを仮定したときの圧力を代入すれば

$$\sum_j \frac{\partial}{\partial x_j} (n \langle v_j \mathbf{v} \rangle) = n (\langle \mathbf{v} \rangle \cdot \nabla) \langle \mathbf{v} \rangle - \frac{\partial}{\partial t} (n \langle \mathbf{v} \rangle) + n \frac{\partial}{\partial t} \langle \mathbf{v} \rangle + \frac{1}{m} \nabla p \quad (\text{B.40})$$

となる。これをB.33式を代入すれば

$$mn \left\{ \frac{\partial}{\partial t} + (\langle \mathbf{v} \rangle \cdot \nabla) \right\} \langle \mathbf{v} \rangle = -\nabla p + qn (\mathbf{E} + \langle \mathbf{v} \rangle \times \mathbf{B}) \quad (\text{B.41})$$

となり、このある密度の中における粒子の平均速度 $\langle \mathbf{v} \rangle$ を \mathbf{u} で置き換えれば電磁流体の運動方程式

$$mn \frac{d}{dt} \mathbf{u} = -\nabla p + qn (\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (\text{B.42})$$

が得られる¹²。

式を眺めて見れば荷電粒子の運動方程式に比べ電磁流体の運動方程式では圧力項が増えている。これは荷電粒子のときと比べ電磁流体では数密度を速度で平均化していることに起因している。つまり、速度空間での揺らぎが大きいと実際にその平均速度で移動できる粒子の数が減り密度が減少するために圧力の項が電磁流体の運動方程式には存在する。

C 電磁流体力学

磁場は電離した気体であるプラズマと強い相互作用を起こし、両者は絡み合った複雑な運動をする。このような磁場とプラズマの運動を扱うのが電磁流体力学 (MHD:magnetohydrodynamics) で、その基礎方程式は

- マクスウェル方程式 (Maxwell's equation)
- 流体方程式 (fluid equation)
- 連続方程式 (continuity equation)
- 状態方程式 (equation of state)¹³

であり、これらをまとめて MHD 方程式群と呼ぶ。電磁流体力学は太陽風プラズマと磁気圏の相互作用、及びに磁気圏で生起する電磁過程を理解する上で重要であり、必要不可欠なものとなっている。

C.1 磁力線凍結

磁気圏における物理過程を考える際には電磁流体力学が必要不可欠であることは言うまでもない。なぜなら磁気圏そのものの定義が地球磁場がプラズマを支配する領域となっているからである。磁気圏においてはほとんどの場合、理想的な MHD 方程式が成り立つと考えられ、このとき、磁力線はプラズマに凍結する。これはアンペールの法則、ファラデーの法則、及びに流体方程式と等価なオームの法則から導かれる。つまり、

$$\mu_0 \mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{B} \quad (\text{C.1a})$$

$$-\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{E} \quad (\text{C.1b})$$

$$\mathbf{J} = \sigma (\mathbf{E} + \mathbf{V} \times \mathbf{B}) \quad (\text{C.1c})$$

¹²B.9b 式でベクトルポテンシャル、スカラーポテンシャルでなく重力ポテンシャルを代入すれば衝突の無い通常の運動方程式となる。

¹³状態方程式ではなく C.2 で示すエネルギー方程式を用いる場合もある。

から電流密度 \mathbf{J} 、電場 \mathbf{E} を消去すれば

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{V} \times \mathbf{B}) + \frac{1}{\mu_0 \sigma} \nabla^2 \mathbf{B} \quad (\text{C.2})$$

となる。この方程式は磁場の時間発展を示す方程式であり、磁気圏において電気伝導度が十分に大きく第2項目の拡散項では磁場はほとんど変化しない、つまり磁場の変動に大きく寄与するのは第一項目であると考えれば

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{V} \times \mathbf{B}) \quad (\text{C.3})$$

と書き直すことができる。この方程式の意味するところは『プラズマと磁力線は結びついて同じ運動をする』ということである。つまり、プラズマの運動の方が磁場の運動に比べ優越しているときはプラズマの運動は磁力線に支配されプラズマの運動とともに磁力線が運動し、逆に磁場の運動が優越しているときにはプラズマの運動は磁場に支配され磁力線に沿ってのみしかプラズマは運動できない。このことはファラデーの法則を再適用し、速度を $\mathbf{V} = \mathbf{V}_\perp + \mathbf{V}_\parallel$ と磁力線に垂直な方向と平行な方向に分解すれば

$$\mathbf{E} + \mathbf{V} \times \mathbf{B} = \mathbf{E} + \mathbf{V}_\perp \times \mathbf{B} = 0 \quad (\text{C.4})$$

となり磁力線に垂直な運動は磁場に支配される、または磁力線の運動はプラズマの垂直な運動に支配されることが分かる。

ここで磁力線凍結されている状態において磁場とプラズマのどちらがその運動を決定付けるか考えてみる。今、イオンと電子について連立すれば電場の項が消えるので、衝突を無視した電磁流体の運動方程式は B.42 式より

$$\rho \frac{d\mathbf{V}}{dt} = -\nabla p + \mathbf{J} \times \mathbf{B} \quad (\text{C.5})$$

である。右辺第2項目は磁場がプラズマに及ぼす力であるがこれにアンペールの法則を用いると

$$\mathbf{J} \times \mathbf{B} = \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} = -\frac{\nabla B^2}{2\mu_0} + (\mathbf{B} \cdot \nabla) \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} \quad (\text{C.6})$$

となる。この右辺第1項目は磁気圧と呼ばれ、第2項目は磁気張力と呼ばれる。先の運動方程式に代入すれば

$$\rho \frac{d\mathbf{V}}{dt} = -\nabla \left(p + \frac{B^2}{2\mu_0} \right) + (\mathbf{B} \cdot \nabla) \frac{\mathbf{B}}{\mu_0}$$

となる。プラズマの圧力 p と磁気圧の比 β をベータ値と呼び、

$$\beta = \frac{p}{B^2/2\mu_0} \quad (\text{C.7})$$

と表わす。 β が1より十分に小さいときはローベータ、1より大きいときはハイベータと呼び、それぞれ磁場が運動を支配する状態、プラズマが運動を支配する状態を表わす。つまり、先に述べた磁力線凍結の状態はこのベータ値がどのように磁場とプラズマが運動するか決定付けるということで、この値が磁気圏中の構造を決める上で重要な要素の1つとなっている。

C.2 力学的エネルギーの保存則

先に述べたMHD方程式群によって力学的エネルギーの保存則が導かれる。まず、電磁流体の運動方程式に速度を内積すれば ρ を質量密度、 ρ_e を電荷密度として

$$\begin{aligned}\rho \mathbf{V} \cdot \frac{d\mathbf{V}}{dt} &= \rho_e \mathbf{V} \cdot \mathbf{E} - \mathbf{V} \cdot \nabla p + \mathbf{V} \cdot (\mathbf{J} \times \mathbf{B}) \\ \rho \mathbf{V} \cdot \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \rho \mathbf{V} \cdot (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} &= \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} - \mathbf{V} \cdot \nabla p\end{aligned}$$

となり¹⁴、

$$\rho \mathbf{V} \cdot \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \rho \mathbf{V} \cdot (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} - \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} + \mathbf{V} \cdot \nabla p = 0$$

となるのでベクトル公式 $(\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = \nabla V^2/2 - \mathbf{V} \times (\nabla \times \mathbf{V})$ より

$$\begin{aligned}\rho \mathbf{V} \cdot \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \rho \mathbf{V} \cdot \nabla \frac{V^2}{2} - \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} + \mathbf{V} \cdot \nabla p \\ = \frac{\rho}{2} \frac{\partial V^2}{\partial t} + \rho \mathbf{V} \cdot \nabla \frac{V^2}{2} - \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} + \mathbf{V} \cdot \nabla p = 0\end{aligned}\quad (\text{C.8})$$

となる¹⁵。一方、状態方程式より

$$\rho^{\gamma+1} \frac{d}{dt} \frac{p}{\rho^\gamma} = \rho \frac{dp}{dt} - \gamma p \frac{d\rho}{dt} = 0$$

¹⁴電荷密度 ρ_e と流体要素その速度 \mathbf{V} の積は電流密度 \mathbf{J} となる。つまり、 $\rho_e \mathbf{V} = \mathbf{J}$ である。

¹⁵理想気体の内部エネルギーは温度のみの関数であること、及びに断熱変化を仮定した熱力学の第一法則を適用すれば

$$\begin{aligned}dU &= \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT = C_V dT \\ dU &= -p dV + T dS = -p dV\end{aligned}$$

となる。この2式と n モルの理想気体では $pV = nRT = (C_P - C_V)T$ であることを考えれば、

$$C_V dT + p dV = \left(\frac{C_P - C_V}{C_V} \right) \frac{dV}{V} + \frac{dT}{T} = (\gamma - 1) \frac{dV}{V} + \frac{dT}{T} = (\gamma - 1) d(\ln V) + d(\ln T) = 0$$

となる($\gamma = C_P/C_V$)から、 $pV = nRT$ より

$$V^{\gamma-1} T = V^{\gamma-1} T = \frac{p}{nR} V^\gamma = p V^\gamma = \frac{p}{\rho^\gamma} = C$$

となる。

だから、連続方程式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = \frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{V} = 0$$

を代入し、 $1/\gamma - 1$ を掛ければ

$$\frac{1}{\gamma - 1} \frac{dp}{dt} + p \frac{\gamma}{\gamma - 1} \nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (\text{C.9})$$

となる。更に、連続方程式に $V^2/2$ を掛けて

$$\frac{V^2}{2} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{V^2}{2} \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (\text{C.10})$$

と書けるので、C.8式に C.9式、C.10式を足せば

$$\begin{aligned} \frac{\rho}{2} \frac{\partial}{\partial t} V^2 + \frac{\rho}{2} \mathbf{V} \cdot \nabla V^2 + \mathbf{V} \cdot \nabla p + \frac{1}{\gamma - 1} \frac{dp}{dt} + \\ \frac{p\gamma}{\gamma - 1} \nabla \cdot \mathbf{V} + \frac{V^2}{2} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{V^2}{2} \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \rho V^2 + \frac{p}{\gamma - 1} \right) + \nabla \cdot \left(\frac{\rho V^2}{2} \mathbf{V} + \frac{\gamma p}{\gamma - 1} \mathbf{V} \right) = \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} \end{aligned} \quad (\text{C.11})$$

となる。左辺第1項目のかっこ内は順に、流体運動の運動エネルギー、熱エネルギーを表わし、第2項目はこれらのエネルギーの移流を表わす。また、

$$\epsilon = \rho \frac{V^2}{2} + \frac{p}{\gamma - 1}$$

とすれば

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \nabla \cdot [(\epsilon + p) \mathbf{V}] = \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} \quad (\text{C.12})$$

となる。これはプラズマのエネルギー変化はプラズマの圧縮と電磁力によって変わる¹⁶ことを示しており、 $\mathbf{J} \cdot \mathbf{E} > 0$ のときは電磁エネルギーが力学的エネルギーに変換されることを示しており、 $\mathbf{J} \cdot \mathbf{E} < 0$ のときは逆の変換が起こることを示している¹⁷。

¹⁶この表式を見れば電場によってプラズマが加熱されているだけに見える。これは $\partial E/\partial t$ を十分無視できるような時間変化の無い場、言い換えればアンペア・マクスウェルの法則ではなくアンペールの法則で十分であるような場においてはプラズマが磁場によって直接加速されないことを示している。(参照、D.2節、双極子磁場における荷電粒子の運動方程式)

¹⁷また、電磁場のような外力の働かないような系では右辺が0となり、単位体積あたりの流体要素が持つ運動エネルギーと熱エネルギーの総和である力学的エネルギーは熱エネルギーの輸送によってのみ変化することを示している。

C.3 エネルギー流束と運動量流束

A.3で示した電磁場のエネルギーの保存則と C.2で示した力学的エネルギーの保存則から $\mathbf{E} \cdot \mathbf{J}$ を消去すれば

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \rho V^2 + \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{\mu}{2} \mathbf{H}^2 \right) + \nabla \cdot \left(\frac{\rho V^2}{2} \mathbf{V} + \frac{\gamma p}{\gamma - 1} \mathbf{V} + \mathbf{E} \times \mathbf{H} \right) = 0 \quad (\text{C.13})$$

となり、この第2項目をエネルギー流束といい、

$$\mathbf{q} = \frac{\rho V^2}{2} \mathbf{V} + \frac{\gamma p}{\gamma - 1} \mathbf{V} + \mathbf{E} \times \mathbf{H} \quad (\text{C.14})$$

とベクトル \mathbf{q} で表す。このエネルギー流束はオームの法則にアンペールの法則を代入した式

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma (\mathbf{E} + \mathbf{V} \times \mathbf{B})$$

を用いて

$$\mathbf{q} = \frac{\rho V^2}{2} \mathbf{V} + \frac{\gamma p}{\gamma - 1} \mathbf{V} - \frac{\mathbf{H}}{\sigma} \times (\nabla \times \mathbf{H}) - (\mathbf{V} \times \mathbf{B}) \times \mathbf{H} \quad (\text{C.15})$$

と書ける。ここで電気伝導度が無限大と仮定した理想的な状態では

$$\mathbf{q} = \frac{\rho V^2}{2} \mathbf{V} + \frac{\gamma p}{\gamma - 1} \mathbf{V} - (\mathbf{V} \times \mathbf{B}) \times \mathbf{H} \quad (\text{C.16})$$

$$= (\epsilon + p) \mathbf{V} - \frac{1}{\mu} (\mathbf{V} \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} \quad (\text{C.17})$$

とエネルギー流束は書き直せる。成分について書き下せば

$$q_i = (\epsilon + p) V_i + \frac{1}{\mu} [B^2 V_i - (\mathbf{V} \cdot \mathbf{B}) B_i] \quad (\text{C.18})$$

となる。

一方、電場のない系での流体の運動方程式は

$$\rho \frac{d\mathbf{V}}{dt} = \rho \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{V} + \rho (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\nabla p + \mathbf{J} \times \mathbf{B}$$

であり、速度をかけた連続の式

$$\mathbf{V} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{V} \{ \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) \} = \mathbf{V} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{V} \rho (\nabla \cdot \mathbf{V}) + \mathbf{V} (\mathbf{V} \cdot \nabla) \rho = 0$$

を足せば

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{V} + \rho (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} + \mathbf{V} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{V} \rho (\nabla \cdot \mathbf{V}) + \mathbf{V} (\mathbf{V} \cdot \nabla) \rho &= -\nabla p + \mathbf{J} \times \mathbf{B} \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{V}) + (\nabla \cdot \mathbf{V}) \rho \mathbf{V} &= -\nabla p + \mathbf{J} \times \mathbf{B} \end{aligned} \quad (\text{C.19})$$

となる。これをアンペールの法則を用いて電流 \mathbf{J} を消去すると

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}(\rho\mathbf{V}) + (\nabla \cdot \mathbf{V})\rho\mathbf{V} &= -\nabla p + \frac{1}{\mu}(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} \\ &= -\nabla p + \frac{1}{\mu}\left\{(\nabla \cdot \mathbf{B})\mathbf{B} - \frac{1}{2}\nabla B^2\right\}\end{aligned}\quad (\text{C.20})$$

となる¹⁸ ので、成分についてこれを書き換えると

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho V_i = -\sum_k \frac{\partial}{\partial x_k} \left\{ \rho V_i V_k + p\delta_{ik} + \frac{1}{\mu} \left(\frac{1}{2}\delta_{ik}B^2 - B_i B_k \right) \right\} \quad (\text{C.21})$$

となり、この右辺の括弧内を

$$\Pi_{ik} = \rho V_i V_k + p\delta_{ik} + \frac{1}{\mu} \left(\frac{1}{2}\delta_{ik}B^2 - B_i B_k \right) \quad (\text{C.22})$$

と置き、 Π_{ik} は運動量の流れの密度テンソルを表す。

C.4 回転不連続面

ここでは磁力線がある角度をもって曲がっているような回転不連続面の両側で成り立つべき方程式を示す。回転不連続面の両側では流れのフラックスが連続であるはずである。この不連続面に垂直な成分を添え字 n 、平行な成分を t で表し、両側の値の差分を中括弧で表すと

$$\{\rho V_n\} = 0 \quad (\text{C.23})$$

となるので C.22 式より

$$\begin{aligned}\{\Pi_{nn}\} &= \left\{ \rho V_n^2 + p\delta_{nn} + \frac{1}{\mu} \left(\frac{\delta_{nn}B^2}{2} - B_n^2 \right) \right\} \\ &= \left\{ \rho V_n^2 + p + \frac{1}{2\mu} (B_t^2 - B_n^2) \right\} = 0\end{aligned}\quad (\text{C.24a})$$

$$\begin{aligned}\{\Pi_{nt}\} &= \left\{ \rho V_n V_t + p\delta_{nt} + \frac{1}{\mu} \left(\frac{1}{2}\delta_{nt}B^2 - B_n B_t \right) \right\} \\ &= \left\{ \rho V_n V_t - \frac{1}{\mu} (B_n B_t) \right\} = 0\end{aligned}\quad (\text{C.24b})$$

となる。また、定常な電磁場を仮定し不連続面に垂直なエネルギー流束が連続であることを考えれば $\{\epsilon\} = 0$ であるので

$$\begin{aligned}\{q_n\} &= \left\{ (\epsilon + p) V_n + \frac{1}{\mu} [B^2 V_n - (\mathbf{V} \cdot \mathbf{B}) B_n] \right\} \\ &= \left\{ (\epsilon + p) V_n + \frac{1}{\mu} (B_t^2 V_n - V_t B_t B_n) \right\} = 0\end{aligned}\quad (\text{C.25})$$

¹⁸ガウスの法則より $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ だから $(\nabla \cdot \mathbf{B})\mathbf{B} = (\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{B}$ である。

となる。\$V_n\$ と \$H_n\$ が連続であることを考えれば

$$V_n^2 \{\rho\} + \{p\} + \frac{1}{2\mu} \{B_t^2\} = 0 \quad (\text{C.26a})$$

$$V_n \{\rho V_t\} - \frac{B_n}{\mu} \{B_t\} = 0 \quad (\text{C.26b})$$

$$V_n \{p\} - \frac{B_n}{\mu} \{B_t V_t\} + \frac{V_n}{\mu} \{B_t^2\} = 0 \quad (\text{C.26c})$$

となる。また、\$V_n\$ が連続であるとすれば C.23 式より \$\{\rho\} = 0\$ となる。また、回転不連続面で磁場の大きさは変化しないので \$\{|B_t|\} = 0\$ だから C.26a 式より \$\{p\} = 0\$ となる。これを C.26b 式に代入して C.26c と連立すれば

$$\{V_n\} = \pm \frac{\{B_n\}}{\sqrt{\rho\mu}} \quad (\text{C.27a})$$

$$\{V_t\} = \pm \frac{\{B_t\}}{\sqrt{\rho\mu}} \quad (\text{C.27b})$$

となる。不連続面の両側の値を添え字 1、2 で表しベクトル形式で書けば

$$\{\mathbf{V}\} = \mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_1 = \pm \frac{\{\mathbf{B}\}}{\sqrt{\rho\mu}} = \pm \frac{1}{\sqrt{\rho\mu}} (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) \quad (\text{C.28})$$

となる。

C.5 デバイ遮蔽

今、プラズマ中のある点に電極(一定の電位 \$\phi_0\$)があり、その周りにクーロン力によって多くの電子が集まる集合を考える。原点を電極の位置に取り、近くの電子の平衡分布を求めることで、この帯電した雲の厚さを概算してみる。簡単化のため一価のイオンを考え、その質量は電子に比べ非常に大きい (\$m_e \ll m_i\$) ものとする。つまり、正電荷は電子に比べその動きが非常に鈍く、ほとんど動けないものとする。このとき、無限遠で電子とイオンの電荷密度が等しければ、\$n_\infty = n_i = \lim_{x \rightarrow \infty} n_e\$ が成り立つ。このときの静電場はポアソン方程式を満たし、

$$\nabla^2 \phi = \frac{d^2 \phi}{dx^2} = 4\pi e (n_e - n_i) \quad (\text{C.29})$$

と書ける。ポテンシャルエネルギー \$q\phi\$ が存在する状態で電子が熱平衡状態にあるとすれば、ボルツマン則が成立し電子の分布関数は

$$f(u) = A \exp \left[- \left(\frac{1}{2} m u^2 - e\phi \right) / k_B T_e \right] \quad (\text{C.30})$$

となる。電子密度 (n_e) は分布関数を全エネルギーに渡って積分すれば良いので、

$$n_e = \int_{-\infty}^{\infty} f(u) du = e^{\frac{e\phi}{k_B T_e}} \int_{-\infty}^{\infty} A e^{-(\frac{1}{2}mu^2)/k_B T_e} du \quad (\text{C.31})$$

となる。ここで最後の積分は無限遠でのポテンシャルがゼロの場合の密度に等しいので

$$n_e = n_{\infty} \exp(e\phi/k_B T_e) \quad (\text{C.32})$$

となる。電子の熱運動のエネルギーが電気ポテンシャルに比べて非常に大きいとすれば、 $|e\phi/k_B T_e| \ll 1$ であるので、テーラー展開すれば

$$\exp(e\phi/k_B T_e) = 1 + \frac{e\phi}{k_B T_e} + \frac{1}{2} \left(\frac{e\phi}{k_B T_e} \right)^2 + \dots \quad (\text{C.33})$$

である。2次以下の項を無視し、これを C.29 式に代入すれば

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = 4\pi en_{\infty} \frac{e\phi}{k_B T_e} \quad (\text{C.34})$$

となるので解は λ_D をデバイ長 (Debye length) として

$$\lambda_D \simeq \left(\frac{k_B T_e}{4\pi n e^2} \right)^{1/2} \quad (\text{C.35})$$

と定義すれば

$$\phi = \phi_0 \exp\left(-\frac{|x|}{\lambda_D}\right) \quad (\text{C.36})$$

となる。このデバイ長とはイオンの電場を遮蔽するように集まった電子の”雲”の長さを示すものである。このデバイ長の特徴は密度の増加で短くなり、温度の増加で大きくなることにある。つまり、温度の大きいときには電子がもつそのエネルギーが非常に大きく、イオンの周りに集まる電子の量が非常に小さくなり、結果として広い領域で遮蔽が行われることになる一方、密度が大きいときには非常に小さい範囲で遮蔽が行われることになる。

D 双極子磁場における荷電粒子の運動

双極子磁場と見なされた地球磁場は電荷を帯びた粒子に対してその存在領域に一定の制限を加える。この節ではその双極子磁場を理解し、双極子磁場における基本的な粒子の運動を説明する。

D.1 双極子磁場

まず実際に磁気双極子が作る磁場を求めてみる。距離 l だけ離れた二つの磁荷 $+q_m$ 、 $-q_m$ があるとする。原点を二つの磁荷の間に取り $-q_m$ に向かって z 軸を正の方向に円柱座標系を取れば、その磁位ポテンシャル V は

$$V = \frac{q_m}{4\pi\mu_0} \left[\frac{1}{\sqrt{r^2 + (z+l/2)^2}} - \frac{1}{\sqrt{r^2 + (z-l/2)^2}} \right]$$

となる。今、 $l \ll \sqrt{r^2 + z^2}$ と仮定すると

$$V \simeq -\frac{q_m l}{4\pi\mu_0} \frac{z}{(r^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (\text{D.1})$$

と書けるので、この磁位ポテンシャルから磁場を求めれば $\mathbf{B} = -\nabla V$ より¹⁹、

$$B_r = -\frac{\partial}{\partial r} V = -\frac{q_m l}{4\pi\mu_0} \frac{3rz}{(r^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}} \quad (\text{D.2a})$$

$$B_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} V = 0 \quad (\text{D.2b})$$

$$B_z = -\frac{\partial}{\partial z} V = \frac{q_m l}{4\pi\mu_0} \frac{r^2 - 2z^2}{(r^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}} \quad (\text{D.2c})$$

となる。磁位ポテンシャルが θ 方向に一様なために磁場の θ 成分は確かに存在しない。磁場の強さを求めてみると

$$B = \frac{q_m l}{4\pi\mu_0} \frac{\sqrt{r^2 + 4z^2}}{(r^2 + z^2)^2} \quad (\text{D.3})$$

となる。さらにこの磁場のベクトルポテンシャルを求めてみる。ベクトルポテンシャルは $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ で与えられ、成分について書き下せば

$$B_r = \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \quad (\text{D.4a})$$

¹⁹極座標系では緯度を ϕ 、経度を θ 地球の中心からの距離を r とすれば、磁位ポテンシャルは

$$V = -\frac{ml}{4\pi\mu_0} \frac{\sin \phi}{r^2}$$

となるので、磁場は

$$B_r = -\frac{\partial}{\partial r} V = -\frac{q_m l}{4\pi\mu_0} \frac{2 \sin \phi}{r^3}$$

$$B_\theta = -\frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \theta} V = 0$$

$$B_\phi = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} V = \frac{q_m l}{4\pi\mu_0} \frac{\cos \phi}{r^3}$$

となる。

$$B_\theta = \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \quad (\text{D.4b})$$

$$B_z = \frac{1}{r} \frac{\partial (r A_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} \quad (\text{D.4c})$$

となり、今、磁場が回転対称であるので $\partial/\partial\theta = 0$ であるから

$$B_r = -\frac{\partial A_\theta}{\partial z} = -\frac{q_m l}{4\pi\mu_0} \frac{3rz}{(r^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}} \quad (\text{D.5a})$$

$$B_z = \frac{1}{r} \frac{\partial (r A_\theta)}{\partial r} = \frac{q_m l}{4\pi\mu_0} \frac{r^2 - 2z^2}{(r^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}} \quad (\text{D.5b})$$

となる。これを解くと

$$\mathbf{A} = (A_r, A_\theta, A_z) = \left(0, -\frac{q_m l}{4\pi\mu_0} \frac{r}{(r^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}, 0 \right) \quad (\text{D.6})$$

となる²⁰。

D.2 双極子磁場における運動方程式

電磁場中の荷電粒子の運動方程式は

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = q \left(\mathbf{E} + \frac{d\mathbf{r}}{dt} \times \mathbf{B} \right) \quad (\text{D.7})$$

で与えられる。しかしこの式は直交座標系では保存されるが一般座標系では保存されない。すなわち

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = q \left(E_x + \frac{dy}{dt} B_z - \frac{dz}{dt} B_y \right)$$

であるが

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} \neq q \left(E_r + r \frac{d\theta}{dt} B_z - \frac{dz}{dt} B_\theta \right)$$

²⁰同様に極座標系でベクトルポテンシャルを求めれば

$$\mathbf{A} = (A_r, A_\theta, A_\phi) = \left(0, -\frac{q_m l}{4\pi\mu_0} \frac{\cos\phi}{r^2}, 0 \right)$$

となる。また、磁荷を仮定したときには普通ベクトルポテンシャルは存在しない。磁荷を仮定すると磁位ポテンシャルが定義される。磁位ポテンシャルが存在するということは磁場の回転がないということになりアンペールの法則より円電流が存在しないことになる。つまり、電流から定義されるベクトルポテンシャルが存在しないことになる。しかし、ここでは地球という球殻で相反する磁荷をかこみ、その外部の磁場を考えることでその磁荷密度の体積積分は0となり磁場発散は0となる。そのため、ベクトルポテンシャルを定義できている。

である。そのため円筒座標系を用いる際にはラグランジュ方程式を用いる必要が出てくる。電磁場中のラグランジュアン²¹は

$$\mathcal{L} = \frac{m}{2} \mathbf{v}^2 + q\mathbf{v} \cdot \mathbf{A} - q\phi \quad (\text{D.8})$$

で与えられる。今、電場がなく定常な双極子磁場を考えているので求めたベクトルポテンシャルを代入すると、円柱座標系 (r, θ, z) での運動方程式は

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = mr \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 + q \frac{d\theta}{dt} A_\theta + qr \frac{d\theta}{dt} \frac{\partial A_\theta}{\partial r} \quad (\text{D.9a})$$

$$mr^2 \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -2mr \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} - q \frac{dr}{dt} A_\theta - qr \frac{dA_\theta}{dt} \quad (\text{D.9b})$$

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = qr \frac{d\theta}{dt} \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \quad (\text{D.9c})$$

となる。ここで各方向の速度成分 $\mathbf{v} = (v_r, v_\theta, v_z) = (\partial r / \partial t, r \partial \theta / \partial t, \partial z / \partial t)$ を用いて表わすと

$$m \frac{dv_r}{dt} = \frac{m}{r} v_\theta^2 + \frac{q}{r} v_\theta A_\theta + qv_\theta \frac{\partial A_\theta}{\partial r} \quad (\text{D.10a})$$

$$mr \frac{dv_\theta}{dt} = -mv_\theta v_r - qv_r A_\theta - qr \frac{dA_\theta}{dt} \quad (\text{D.10b})$$

$$m \frac{dv_z}{dt} = qv_\theta \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \quad (\text{D.10c})$$

²¹電場、磁場はベクトルポテンシャル \mathbf{A} 、スカラーポテンシャル ϕ を用いて

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= -\nabla\phi - \frac{\partial}{\partial t}\mathbf{A} \\ \mathbf{B} &= \nabla \times \mathbf{A} \end{aligned}$$

と表わされる。まず慣性力の受ける仮想仕事は

$$I_1 = -m \int \frac{d^2}{dt^2} \mathbf{r} \cdot \delta \mathbf{r} dt = -m \frac{d\mathbf{r}}{dt} \delta \mathbf{r} + m \int \frac{d\mathbf{r}}{dt} \frac{d\delta \mathbf{r}}{dt} dt = m\delta \int \frac{1}{2} \left(\frac{d\mathbf{r}}{dt} \right)^2 dt = \delta \int T dt$$

であり、電場、磁場から受ける外力のする仮想仕事は

$$\begin{aligned} I_2 &= q \int (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \delta \mathbf{r} dt \\ &= -q \int \nabla\phi \cdot \delta \mathbf{r} dt - q \int \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \cdot \delta \mathbf{r} dt + q \int \{\mathbf{v} \times (\nabla \times \mathbf{A})\} \cdot \delta \mathbf{r} dt \\ &= -\delta \int q\phi dt + \int q\mathbf{A} \cdot \frac{\partial \delta \mathbf{r}}{\partial t} dt + \int q\mathbf{v} \cdot \delta \mathbf{A} dt = -\delta \int -q\phi + q\mathbf{v} \cdot \mathbf{A} dt \end{aligned}$$

となるのでこの2つを合わせて考えるとラグランジュアンは

$$\mathcal{L} = \frac{m}{2} \mathbf{v}^2 - q\phi + q\mathbf{v} \cdot \mathbf{A} - q\phi$$

と書ける。

となる。これが双極子磁場における荷電粒子の完全な運動方程式である²²。

D.3 荷電粒子の軌道面

先ほどの運動方程式の第2式は

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta} = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}} = 0 \quad (\text{D.11})$$

である。 $\partial \mathcal{L} / \partial \dot{\theta}$ は θ についての一般化運動量であるからこれを p_θ と置くと

$$p_\theta = mrv_\theta + qrA_\theta = \text{const} \quad (\text{D.12})$$

となる。この方程式は荷電粒子の軌道面を表わしており荷電粒子はこの面上で運動する。一方、双極子磁場面方程式は

$$\psi(r^*, z^*) = r^* A_\theta(r^*, z^*) = \text{const} \quad (\text{D.13})$$

である²³ので、磁気面の定数項を p_θ/q にとると軌道面の磁気面からのずれは

$$rA_\theta(r, z) - r^*A_\theta(r^*, z^*) = -\frac{m}{q}r^2\dot{\theta} \quad (\text{D.14})$$

となる。今、ずれのベクトルを

$$\delta = (r - r^*)\mathbf{e}_r + (z - z^*)\mathbf{e}_z \quad (\text{D.15})$$

²²ここでベクトルポテンシャルの時間全微分とは

$$\frac{dA_\theta}{dt} = \frac{dr}{dt} \frac{\partial A_\theta}{\partial r} + \frac{dz}{dt} \frac{\partial A_\theta}{\partial z} = v_r \frac{\partial A_\theta}{\partial r} + v_z \frac{\partial A_\theta}{\partial z}$$

であるから、これを代入して第1式に v_r 第2式に v_θ 第3式に v_z を掛けてすべて足すと

$$mv_r \frac{dv_r}{dt} + mv_\theta \frac{dv_\theta}{dt} + mv_z \frac{dv_z}{dt} = \frac{d}{dt} \frac{m}{2} (v_r^2 + v_\theta^2 + v_z^2) = 0$$

とエネルギー保存則となる。これは電場の存在しない領域では荷電粒子の運動エネルギーは保存される、すなわち

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

に辺々 \mathbf{v} を内積することで

$$m\mathbf{v} \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d}{dt} \frac{1}{2} m\mathbf{v}^2 = 0$$

となるので、確かに運動エネルギー $m\mathbf{v}^2/2$ は一定である。

²³磁気面を $\psi(r, \theta, z) = \text{const}$ が表わすとすれば磁気面の法線ベクトルは $\nabla\psi$ であり、磁場と磁気面の法線ベクトルは垂直であることより $(\nabla\psi) \cdot \mathbf{B} = 0$ となる。これを解けば磁気面の方程式が求まる

と取ると

$$\boldsymbol{\delta} \cdot \nabla (r A_\theta) = -\frac{m}{q} r^2 \dot{\theta} \quad (\text{D.16})$$

となる。 $r B_r = -\partial (r A_\theta) / \partial z$ 、 $r B_z = \partial (r A_\theta) / \partial r$ より

$$-(z - z^*) B_r + (r - r^*) B_z = (\mathbf{B} \times \boldsymbol{\delta})_\theta = -\frac{q}{m} r \dot{\theta} \quad (\text{D.17})$$

となる。双極子磁場であるとき $B_\theta = 0$ であるからずれの大きさを δ とすれば

$$\delta = \frac{m v_\theta}{q B} = \pm \frac{v_\theta}{\omega_c} = \pm r_c \quad (\text{D.18})$$

となる。つまり磁気面と軌道面はラーマー半径の分だけずれる。今のような双極子による磁場を考えると赤道に比べ極では磁場が強くなる、言い換えればラーマー半径が小さくなり磁気面から軌道面のずれが小さくなる。

D.4 断熱不変量

荷電粒子とともに動く系にのって考える。固定された座標系から見れば電場が存在しない場合でも荷電粒子から見ればその磁場が時間的に変化するように見えるため旋回的な電場が存在し荷電粒子に影響を与える。つまり運動方程式は

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (\text{D.19})$$

となる。磁場に垂直な成分を添え字 \perp 、平行な成分を \parallel で表わすと運動方程式は

$$m \frac{d\mathbf{v}_\perp}{dt} = q (\mathbf{E}_\perp + \mathbf{v}_\perp \times \mathbf{B}) \quad (\text{D.20a})$$

$$m \frac{d\mathbf{v}_\parallel}{dt} = q \mathbf{E}_\parallel \quad (\text{D.20b})$$

となる。第1式に \mathbf{v}_\perp を内積すれば

$$m \mathbf{v}_\perp \cdot \frac{d\mathbf{v}_\perp}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{m v_\perp^2}{2} \right) = q (\mathbf{v}_\perp \cdot \mathbf{E}_\perp) \quad (\text{D.21})$$

となる。垂直方向の荷電粒子の運動エネルギーを W_\perp とし荷電粒子が一周期のラーマー運動をするとき回転する間に荷電粒子が得る磁場に垂直方向の運動エネルギーは

$$\begin{aligned} \Delta W_\perp &= \Delta \left(\frac{m v_\perp^2}{2} \right) = \int q (\mathbf{v}_\perp \cdot \mathbf{E}_\perp) dt \\ &= \oint q \mathbf{E}_\perp \cdot d\mathbf{s} = \int q (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot d\mathbf{S} \end{aligned} \quad (\text{D.22})$$

となる。先の考察からこの電場は磁場に起因する力であるからマクスウェルの方程式より

$$\Delta W_{\perp} = -q \int \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} \quad (\text{D.23})$$

となり、サイクロトロン周波数を ω_c として $\Delta B = (2\pi/\omega_c)(\partial B/\partial t)$ と書け、また $dS = r_c^2 \pi = (v_{\perp}^2/\omega_c^2) \pi$ であるので

$$\Delta W_{\perp} = \frac{mv_{\perp}^2}{2} \frac{\Delta B}{B} = W_{\perp} \frac{\Delta B}{B} \quad (\text{D.24})$$

となる。書き換えると

$$\mu_m = \frac{W_{\perp}}{B} = \text{const} \quad (\text{D.25})$$

となり、この値 μ_m を横の断熱不変量と呼ぶ。さらにエネルギーの保存則を考えて見ると、

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v_{\perp}^2 + \frac{1}{2} m v_{\parallel}^2 \right) &= m \mathbf{v}_{\parallel} \cdot \frac{d\mathbf{v}_{\parallel}}{dt} + \mu_m \frac{dB}{dt} \\ &= m \mathbf{v}_{\parallel} \cdot \frac{d\mathbf{v}_{\parallel}}{dt} + \mu_m \frac{dB}{ds} \frac{ds}{dt} = 0 \end{aligned} \quad (\text{D.26})$$

となり、よって

$$m \frac{d\mathbf{v}_{\parallel}}{dt} = -\mu_m \frac{dB}{ds} \quad (\text{D.27})$$

となり、荷電粒子はその電荷の正負によらず磁場の方向に減速され、十分磁場が強くなったところではね返り戻っていく。

次にこのように磁場に跳ね返され、閉じ込められる荷電粒子の条件を求めてみる。この磁場領域に速度 $\mathbf{v}_0 = (v_{\perp 0}, v_{\parallel 0})$ で入射してきたとし、磁場方向に沿って運動している間に速度が $\mathbf{v} = (v_{\perp 1}, 0)$ となったとする。エネルギーの保存則と断熱不変量の保存則より、

$$v_{\perp 0}^2 + v_{\parallel 0}^2 = v_{\perp 1}^2 = v_0^2 \quad (\text{D.28a})$$

$$\frac{1}{2B} m v_{\perp 0}^2 = \frac{1}{2B'} m v_{\perp 1}^2 \quad (\text{D.28b})$$

となり、よって

$$\frac{B}{B'} = \frac{v_{\perp 0}^2}{v_{\perp 1}^2} = 1 - \left(\frac{v_{\parallel 0}}{v_0} \right)^2 \quad (\text{D.29})$$

と書ける。荷電粒子の磁場に対する入射角を θ_0 とすると $B/B' = \sin^2 \theta_0$ となる。つまり、 $B' = B/\sin^2 \theta_0$ だけ強い磁場が存在しないと荷電粒子はこのミラー磁場内

に捕捉されない。逆に入射する角 θ_0 が十分小さいとその荷電粒子はこのミラー磁場の内部に捕捉されずに磁場に沿って地球に落ちてくる。

また、この速度を速度空間座標に書き込んでみると $v_{\parallel} = 0$ 面で対称な円錐が 2 つできる。この円錐のことをこの内部にある荷電粒子は磁場に捕捉されず失われることからロスコーン (loss cone) と呼ぶ。

謝辞

本論文作成にあたりましては北海道大学 渡部重十教授に本当に御丁寧な御助言および御指導を賜りました。ここに深く感謝とお礼を申し上げます。また、スウェーデン王立研究所の山内正敏博士との議論は本論の構成に大きく役立ちました。北海道大学 倉本圭助手には Appendix 作成にあたり私の拙い議論に一つ一つ御丁寧に御指導頂いたこと、深く感謝申し上げます。

参考文献

- [1] Aggson, T. L., P. J. Gambardella, and N. C. Maynard. Electric field measurements at the magnetosphere, 1, Observations of large convective velocities at rotational magnetopause discontinuities. *J. Geophys. Res.*, Vol. 88, p. 10000, 1983.
- [2] Atkinson, G. *Magnetospheric flows and substorms*, p. 203. Magnetosphere-Ionosphere Interactions. Universitetsforlaget, Oslo, Norway, 1972.
- [3] Axford, W. I. The interaction between the solar wind and the magnetosphere. *J. Geophys. Res.*, Vol. 67, p. 3791, 1962.
- [4] Axford, W. I. *Magnetic field reconnection*, Vol. 30 of *Magnetic reconnection in Space and Laboratory Plasmas*. AGU, Washington, D. C., 1984.
- [5] Birkland, K. *The Norwegian Arora Polaris Expedition*. H. Aschehoug Co., 1908.
- [6] Bostrom, R. A model of the auroral electrojets. *J. Geophys. Res.*, Vol. 69, pp. 4983–4999, 1964.
- [7] Burch, J. L. Rate of erosion of dayside magnetic flux based on a quantitative study of polar cusp latitude on the interplanetary magnetic field. *Radio Sci.*, Vol. 8, p. 955, 1973.
- [8] Burch, J. L. Quasi-neutrality in the polar cusp. *Geophys. Res. Lett.*, Vol. 12, p. 469, 1985.
- [9] Burch, J. L., J. D. Menietti, and J. N. Barfield. *DE-1 Observations of solar wind-magnetospheric coupling process in the polar cusp*, p. 441. Solar Wind-Magnetosphere Coupling. Terra Sci., Tokyo, 1986.
- [10] Burch, J. L., P. H. Reiff, R. A. Heelis, J. D. Winningham, W. B. Hanson, C. Gurgiolo, J. D. Menietti, R. A. Hoffman, and J. N. Barfield. Plasma injection and transport in the midaltitude polar cusp. *Geophys Res Lett.*, Vol. 9, p. 921, 1982.
- [11] Burch, J. L., P. H. Reiff, J. D. Menietti, R. A. Heelis, W. B. Hanson, S. D. Shawhan, E. G. Shelley, M. Sugiura, D. R. Weimer, and J. D. Winningham.

- IMF B_y dependent plasma flow and Birkeland currents in the dayside magnetosphere, Dynamics Explorer observations. *J. Geophys. Res.*, Vol. 90, p. 1577, 1985.
- [12] Candidi, M., G. Mastrantonio, S. Orsini, and C.-I. Meng. Evidence for the influence of the interplanetary magnetic field azimuthal component on the polar cusp configuration. *J. Geophys. Res.*, Vol. 94, p. 13585, 1989.
- [13] Carvery, J. F. and C.-I. Meng. Correlation of cusp width with AE(12) and B_z . *Planet. Space Sci.*, Vol. 36, p. 157, 1988.
- [14] Chapman, S., and V. C. A. Ferraro. A new theory of magnetic storms: Part 1—the initial phase. *J. Geophys. Res.*, Vol. 36, p. 77, 1931.
- [15] Chapman, S., and V. C. A. Ferraro. A new theory of magnetic storms: Part 1—the initial phase(continued). *J. Geophys. Res.*, Vol. 36, p. 171, 1931.
- [16] Cowley, S. W. H. *The formation and properties of boundary layers downstream from neutral lines in an open magnetosphere*, pp. 333–342. Magnetospheric boundary layers. ESA SP-148, ESA, Noordwijk, The Netherlands, 1979.
- [17] Cowley, S. W. H. The causes of convection in the earth's magnetosphere: A review of developments during IMS. *Rev. Geophys.*, Vol. 20, p. 531, 1982.
- [18] Cowley, S. W. H. Acceleration and heating of space plasmas: Basic concepts. *Ann. Geophys.*, Vol. 9, p. 176, 1991.
- [19] Cowley, S. W. H., M. P. Freeman, M. Lockwood, and M. F. Smith. *The ionospheric signature of flux transfer events*, Vol. 105 of *CLUSTER-dayside polar cusp*. Eur. Space Agency Spec. Publ., 1991.
- [20] Cowley, S. W. H., J. P. Morelli, and M. Lockwood. Dependence of convective flows and particle precipitation in the high-latitude dayside ionosphere on the X and Y components of the interplanetary magnetic field. *J. Geophys. Res.*, Vol. 96, p. 5557, 1991.
- [21] Crooker, N. U., J. G. Luhmann, C. T. Russell E. J. Smith, J. R. Spreiter, and S. S. Stahara. Magnetic field draping against the dayside magnetopause. *J. Geophys. Res.*, Vol. 90, p. 3505, 1985.

- [22] de Hoffman, F., and E. Teller. Magneto-hydrodynamic shocks. *Phys. Rev.*, Vol. 80, p. 692, 1950.
- [23] Dungey, J. W. *Cosmic Electrodynamics*. Cambridge Univ. Press, 1958.
- [24] Dungey, J. W. The interplanetary magnetic field and the auroral zones. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 6, p. 47, 1961.
- [25] Dungey, J. W. *The structure of the ionosphere or adventures in velocity space*, p. 526. The Earth's Environment. Gordon and Breach, New York, 1963.
- [26] Elphic, R. C., W. Baumjohann, C. A. Cattell, H. Luhr, and M. F. Smith. A search for upstream pressure pulse s associated with flux taransfer events: An AMPTE/ISEE case study. *J. Geophys. Res.*, Vol. 99, p. 13521, 1994.
- [27] Escoubet, C. P., M. F. Smith, S. F. Fung, P. C. Anderson, R. A. Hoffman, E. M. Basinska, and J. M. Bosqued. Vol. 19, pp. 1735–1738, 1992.
- [28] Formisano, V. HEOS-2 observations of the boundary layer from the magnetopause to the ionosphere. *Planet. Space Sci.*, Vol. 28, p. 245, 1980.
- [29] Fuselier, S. A., D. M. Klumpar, and E. G. Shelley. Kinetic aspects of reconnection at the magnetopause. Vol. 181, , 1995.
- [30] Fuselier, S. A., D. M. Klumper, and E. G. Shelly. Ion reflection and transmission during reconnection at the earth's subsolar magnetopause. *J. Geophys. Res.*, Vol. 98, p. 3935, 1991.
- [31] Fuselier, S. A., E. G. Shelley, and W. Lennartsson. Solar wind composition changes across the Earth's magnetosphere. *J. Geophys. Res.*, Vol. 102, p. 275, 1997.
- [32] Gosling, J. T., M. F. Thomsen, S. J. Bame, R. C. Elphic, and C. T. Russel. Cold ion beams in the low-latitude boundary layer during accelerated flow events. *Geophys. Res. Lett.*, Vol. 17, p. 2245, 1990c.
- [33] Gosling, J. T., M. F. Thomsen, S. J. Bame, R. C. Elphic, and C. T. Russell. The electron edge of the low-latitude boundary layer during accelerated flow events. *Geophys. Res. Lett.*, Vol. 17, p. 1833, 1990b.

- [34] Gosling, J. T., M. F. Thomsen, S. J. Bame, R. C. Elphic, and C. T. Russell. Observations of reconnection of interplanetary and lobe magnetic field lines at the high-latitude magnetopause. *J. Geophys. Res.*, Vol. 96, p. 14097, 1991.
- [35] Greenwald, R. A., K. B. Baker, J. M. Ruohoniemi, J. R. Dundeney, M. Pinnock, N. Mattin, J. M. Leonard, and R. P. Lepping. Simulations conjugate observations of dynamic variations in high-latitude dayside convection due to changes in IMF B_y . *J. Geophys. Res.*, Vol. 95, p. 8057, 1990.
- [36] Hapgood, M., and M. Lockwood. Rapid changes in LLBL thickness. *Geophys. Res. Lett.*, Vol. 22, p. 77, 1995.
- [37] Heikkila, W. J. The morphology of auroral particle precipitation. *in Space Res.*, Vol. 12, p. 1343, 1972.
- [38] Heikkila, W. J. Impulsive plasma transport through the magnetopause. *Geophys. Res. Lett.*, Vol. 9, p. 159, 1982.
- [39] Hill, T. W., and P. H. Reiff. Evidence of magnetospheric cusp proton acceleration by magnetic merging at the dayside magnetopause. *J. Geophys. Res.*, Vol. 82, p. 3623, 1977.
- [40] Hultqvist, B. *Introduction*, Vol. 88 of *Space Science Reviews*, chapter 1, p. 2. KLUWER ACADEMIC PBLISHERS, LONDON, 1999.
- [41] Iijima, T. and T. A. Potemra. Field-aligned currents in the dayside cusp observed by Triad. *J. Geophys. Res.*, Vol. 81, pp. 5971–5979, 1976.
- [42] 今井功. 電磁気学を考える. サイエンス社, 1990.
- [43] Jorgensen, T. S., E. Friis-Christensen, and J. Wilhjelm. Interplanetary magnetic direction and high latitude ionospheric currents. *J. Geophys. Res.*, Vol. 77, p. 1976, 1972.
- [44] Kellogg, P. J. Flow of plasma around the earth. *J. Geophys. Res.*, Vol. 67, p. 3805, 1962.
- [45] Kessel, R. L., S. H. Chen, J. L. Green, S. F. fung, S. A. Boardsen, L. C. Tan, T. E. Eastman, J. D. Carven, and L. A. Frank. Evidence of high-latitude reconnection during northward IMF: Hawkeye observations. *Geophys. Res. Lett.*, Vol. 23, p. 583, 1996.

- [46] 国立極地研究所. オーロラと超高層大気, 南極の科学, 第2巻. 古今書院, 1983.
- [47] 小柴正則. 基礎からの電磁気学. 培風館, 1998.
- [48] Landau, L. D., and E. M. Lifshitz. *Electrodynamics of Continuous Media*. Pergamon, Tarrytown, Newyork, 1960.
- [49] Lemaire, J.,. Impulsive penetration of filamentary plasma elements into the magnetosphere of earth and jupiter. *Planet. Space Sci.*, Vol. 25, p. 887, 1977.
- [50] Lin, Y. and L. C. Lee. Structure of the dayside reconnection layer in resistive MHD and hybrid models. *J. Geophys. Res.*, Vol. 98, p. 3919, 1993.
- [51] Lockwood, M. Flux transfer events at the dayside magnetopause: Transient reconnection or magnetosheath pressure pulses ? *J. Geophys. Res.*, Vol. 96, p. 5497, 1991.
- [52] Lockwood, M., and M. F. Smith. Low altitude signatures of the cusp and flux transfer events. *Geophys Res. Lett.*, Vol. 16, p. 879, 1989.
- [53] Lockwood, M. and M. F. Smith. Comment on "Mapping the dayside ionosphere to the magnetosphere according to particle precipitation characteristics" by Newell and Meng. *Geophys. Res. Lett.*, Vol. 20, p. 1739, 1993.
- [54] Lockwood, M. and M. F. Smith. Low and middle altitude cusp particle signatures for general magnetopause reconnection rate variations: 1. theory. *J. Geophys. Res.*, Vol. 99, p. 8531, 1994.
- [55] Lundin, R. Observational and theoretical aspects of process other than merging and diffusion governing plasma transport across the magnetopause. *Space Sci. Rev.*, Vol. 80, p. 269, 1997.
- [56] Maynard, N. C., T. L. Aggson, E. M. Basinska, W. J. Burke, P. Craven, W. K. Peterson, M. Sugiura, and D. Weimer. Magnetospheric boundary dynamics: DE 1 and DE 2 observations near the magnetopause and the cusp. *J. Geophys. Res.*, Vol. 96, p. 3505, 1991.
- [57] Menietti, J. D., and J. L. Burch. Spatial extent of the plasma injection region in the cusp-magnetosheath interface. *J. Geophys. Res.*, Vol. 93, p. 105, 1988.

- [58] Midgely, J. E. and L. Davis, Jr. Calculation by a moment technique of the perturbation of the geomagnetic field by the solar wind. *J. Geophys. Res.*, Vol. 68, pp. 5111–5123, 1963.
- [59] 宮本健郎. プラズマ物理入門. 岩本書店, 1991.
- [60] Ness, N. F., C. S. Scarce, and J. B. Seek. Initial results of the IMP 1 magnetic field experiment. *J. Geophys. Res.*, Vol. 69, pp. 3531–3569, 1964.
- [61] Newell, P. T., W. J. Burke, C. I. Meng, E. R. Sanchez, and M. E. Greenspan. Identification and observation of the plasma mantle at low altitude. *J. Geophys. Res.*, Vol. 96, p. 35, 1991.
- [62] Newell, P. T., and C. I. Meng. The cusp and the cleft/LLBL: Low-altitude identification and statistical local time variation. *J. Geophys. Res.*, Vol. 93, p. 14549, 1988.
- [63] Newell, P. T., and C.-I. Meng. Mapping the dayside ionosphere to the magnetosphere according to particle precipitation characteristics. *Geophys. Res. Lett.*, Vol. 19, p. 609, 1992.
- [64] Newell, P. T. and C. I. Meng. Ionospheric projections of magnetospheric regions under low and high pressure conditions. *J. Geophys. Res.*, Vol. 99, p. 273, 1994.
- [65] Newell, P. T., C.-I. Meng, D. G. Siebeck, and R. Lepping. Some low-altitude cusp dependencies on the interplanetary magnetic field. *J. Geophys. Res.*, Vol. 94, p. 8921, 1989.
- [66] Noberg, O., L. Eliason, M. Yamauchi, and R. Lundin. Freja observations of multiple injection events in cusp. *Geophys. Res. Lett.*, Vol. 21, p. 1919, 1994.
- [67] Obayashi, T. Interaction of solar plasma streams with the outer geomagnetic field. *J. Geophys. Res.*, Vol. 69, p. 861, 1964.
- [68] 大林辰蔵. 宇宙空間物理学. 裳華房, 1971.
- [69] 恩藤忠典, 丸橋克英. 宇宙環境科学. オーム出版局, 2000.
- [70] Onsager, T. G., C. A. Kletzing, J. B. Austin, and H. MacKiernan. Model of magnetosheath plasma in the magnetosphere: Cusp and mantle precipitations at low altitudes. *Geophys. Res. Lett.*, Vol. 20, p. 479, 1993.

- [71] Owen, C. J., and S. W. H. Cowley. Heikkila's mechanism for impulsive plasma transport through the magnetopause. *J. Geophys. Res.*, Vol. 96, p. 5565, 1991.
- [72] Paschmann, G. Comment on "Electric field measurements at the magnetopause, 1, Observations of large convective velocities at rotational magnetopause discontinuities" by T. L. Aggson, P. J. Gambardella, and N. C. Maynard. *J. Geophys. Res.*, Vol. 90, p. 7629, 1985.
- [73] Paschmann, G., I. Papamastorakis, W. Baumjohann, N. Sckopke, C. W. Carlson, B. U. O. Sonnerup, and H. Luhr. The magnetopause for large magnetic shear: AMPTE/IRM observations. *J. Geophys. Res.*, Vol. 91, p. 11099, 1986.
- [74] Paschmann, G., B. U. O. Sonnerup, I. Papamastorakis, N. Sckopke, G. Haerendel, S. J. Bame, J. R. Asbridge, J. T. Gosling, C. T. Russell, and R. C. Elphic. Plasma acceleration at the Earth's magnetopause: Evidence for reconnection. *Nature*, Vol. 282, p. 243, 1979.
- [75] Paschmann, G., B. U. O. Sonnerup, I. Papamastorakis, N. Sckopke, G. Haerendel, S. J. Bame, J. R. Asbridge, J. T. Gosling, C. T. Russell, and R. C. Elphic. Plasma acceleration at the Earth's magnetopause: Evidence for reconnection. *Nature*, Vol. 282, p. 243, 1979.
- [76] Paschmann, G., B. U. O. Sonnerup, I. Papamastorakis, W. Baumjohann, N. Sckopke, and H. Luhr. The magnetopause and boundary layer for small magnetic shear: Convection electric fields and reconnection. *Geophys. Res. Lett.*, Vol. 17, p. 1829, 1990.
- [77] Phillips, J. L., S. J. Bame, R. C. Elphic, J. T. Gosling, M. F. Thomsen, and T. G. Onsager. Well-resolved observations by ISEE 2 of ion dispersion in the magnetospheric cusp. *J. Geophys. Res.*, Vol. 98, p. 13429, 1993.
- [78] Reiff, P. H., T. W. Hill, and J. L. Burch. Solar wind plasma injection at the dayside magnetospheric cusp. *J. Geophys. Res.*, Vol. 87, p. 479, 1977.
- [79] Rosenbauer, H., M. H. Grunwaldt, D. Montgomery, G. Paschmann, and N. Sckopke. Heos 2 plasma observations in the distant polar magnetosphere: The plasma mantle. *J. Geophys. Res.*, Vol. 80, p. 2723, 1975.

- [80] Russel, C. T. *The configuration of the magnetosphere*, p. 1. Critical Problems of magnetic Physics. Natl. Acad. of Sci., Washington, D. C., 1972.
- [81] Russel, C. T. and R. C. Elphic. Initial ISEE magnetometer results: Magnetopause observations. *Space Sci. Rev.*, Vol. 22, p. 681, 1978.
- [82] Russel, C. T. and R. C. Elphic. ISEE observations of flux transfer events at the dayside magnetopause. *Geophys. Res. Lett.*, Vol. 6, p. 33, 1979.
- [83] Sanchez, E. R., and G. L. Siscoe. IMP 8 magnetotail boundary crossings: A test of the MHD models for an open magnetosphere. *J. Geophys. Res.*, Vol. 95, pp. 20,771, 1990.
- [84] Sanchez, E. R., G. L. Siscoe, J. T. Gosling, Hones E. W. Jr., and R. P. Lepping. Observations of rotational discontinuity - slow mode expansion fan structure of the magnetotail boundary. *J. Geophys. Res.*, Vol. 95, pp. 61-73, 1990.
- [85] Scholer, M. and F. M. Ipavich. Interaction of ring-current ions with the magnetopause. *J. Geophys. Res.*, Vol. 88, p. 6937, 1983.
- [86] Semenov, V. S., R. D. Sharp, and R. G. Johnson. He⁺⁺ and H⁺ flux measurements in the dayside magnetospheric cusp. *Planet. Space Sci.*, Vol. 40, p. 63, 1992.
- [87] Shelley, E. G., R. D. Sharp, and R. G. Johnson. He⁺⁺ and H⁺ flux measurements in the dayside magnetospheric cusp. *J. Geophys. Res.*, Vol. 81, p. 2363, 1976.
- [88] Sibeck, D. G.,. Transient events in the outer magnetosphere: Boundary waves of flux transfer events ? *J. Geophys. Res.*, Vol. 97, p. 4009, 1992.
- [89] Sibeck, D. G.,. Transient magnetic field signatures at high latitudes. *J. Geophys. Res.*, Vol. 98, p. 243, 1993.
- [90] Smith, M. F., and D. B. Curran. On the correlation between a magnetosphere penetration parameter and FTE occurrence. *Ann. Geophys.*, Vol. 8, p. 28, 1990.
- [91] Smith, M. F., and M. Lockwood. Earth's magnetospheric cusp. *Rev. Geophys.*, Vol. 34, pp. 233-260, 1996.

- [92] Smith, M. F. and C. J. Owen. Temperature anisotropies in a magnetopause penetration parameter and FTE occurrence. *Geophys. Res. Lett.*, Vol. 19, p. 1907, 1992.
- [93] Smith, M. F. and D. J. Rodgers. Ion distributions at the dayside magnetopause. *J. Geophys. Res.*, Vol. 95, p. 11617, 1991.
- [94] Sonnerup, B. U. O., G. Paschmann, I. Papamastorakis, N. Sckopke, G. Haerendel, S. J. Bame, J. R. Ashbridge, J. T. Gosling, and C. T. Russell. Evidence for magnetic field reconnection at the earth's magnetopause. *J. Geophys. Res.*, Vol. 86, p. 10049, 1981.
- [95] Sonnerup, B. U. O., I. Papamastorakis, G. Paschmann, and H. Luhr. The magnetopause of large magnetic shear: Analysis of convection electric fields from AMPTE/IRM. *J. Geophys. Res.*, Vol. 95, p. 10541, 1990.
- [96] Spreiter, J. R. and B. R. Briggs. Theoretical determination of the form of the boundary of the solar corpuscular stream produced by interaction with the magnetic dipole field of the earth. *J. Geophys. Res.*, Vol. 67, p. 37, 1962.
- [97] Spreiter, J. R. and S. S. Stahara. A new predictive model for determining solar wind-terrestrial planet interactions. *J. Geophys. Res.*, Vol. 85, pp. 6769–6777, 1980.
- [98] Walters, G. K.,. On the existence of a second standing shock wave attached to the magnetosphere. *J. Geophys. Res.*, Vol. 71, p. 1341, 1966.
- [99] Woch, J., and R. Lundin. Signatures of transient boundary layer process observed with Viking. *J. Geophys. Res.*, Vol. 97, p. 1431, 1992.
- [100] Yamauchi, M. and R. Lundin. *Classification of large-scale and meso-scale ion dispersion patterns observed by Viking over the cusp-mantle region*, Vol. 99 of *Physical signatures of magnetospheric boundary layer processes*. Kluwer Academic Publishers, 1994.
- [101] Yamauchi, M. and R. Lundin. A model of plasma flow near the exterior cusp. submitted to *J. Geophys. Res.*, 1996.
- [102] Yamauchi, M. and R. Lundin. The wave-assisted cusp model: comparison to low-altitude observations. *Phys. Chem. Earth*, Vol. 22, p. 729, 1997.