アルフヴェン波による太陽風加速機構

田中 伸

Solar Wind Acceleration
Caused by the Gradient of Alfvén Wave Pressure

Shin Tanaka

地球惑星大気物理研究室

2001 年 1 月 31 日

概 要

太陽から宇宙空間へ伝播するアルフヴェン波の存在を仮定した, 球対称で定常な太陽風モデルを紹介する. モデルではアルフヴェン波が伝播することによってコロナに圧力が加わり, 太陽風が加速される一因となることが示される. その圧力の数学的な表現を得るためにコロナのふるまいを支配する方程式系において, WKB 近似を適用したアルフヴェン波の存在を仮定する. 最後に, 紹介したモデルを用いて太陽風の温度, 速度を計算するための方針を示す.

謝辞

本論文を完成させるにあたって, 多くの方々に御協力をいただきました. 特に渡部重十教授には多くの助言を頂き心から感謝致します. また, 論文のチェックをして頂いた渡部研究室, 林研究室の皆さんに感謝の意を表します.

目 次

1 序論

1.1 熱伝導による太陽風加速モデル

恒星風 (Stellar wind) は多くの恒星にとって質量損失の主要なプロセスであり, また新しく形成される星の質量, 角運動量輸送の重要な担い手である. したがって恒星風の加速機構 (エネルギー供給のメカニズム) の解明は宇宙物理学の基本的な課題となっている. しかし我々の最も身近な恒星である太陽から放出される太陽風についてさえ, その加速機構はいまだにはっきりとわかっていない.

太陽風のエネルギー供給のメカニズムの研究が本格化したのは 1950 年代に入ってからである. しかし, この頃は太陽から降り注ぐ粒子群と地球軌道を越えてひろがっているコロナ大気は同じものなのかはっきりしていなかった. たとえば Chapman(1957,1959) は, 太陽表面において何らかの機構で加熱されたコロナが, 熱伝導によって熱を宇宙空間に放出することで静力学平衡を保っているというコロナ構造のモデルを考案した. しかしそのモデルから計算されるコロナの圧力では, コロナ外部からの圧力がない限り静水圧平衡が成り立たないことがわかった. いっぽう Parker(1958) はコロナ大気の運動方程式に『流れ』を表す項を追加してコロナ大気の構造を計算した. そして重力にとらえられていた低層のコロナ大気が加熱されて膨張すると, 大気は重力を振り切るまで加速されて宇宙空間へ定常的に放出されることを見出したのである. このようにコロナが流出している『太陽風』という考え方は, 太陽から降り注ぐ粒子群を説明するのに有効であることがわかった.

その後, 熱伝導によって駆動される定常で球対称な太陽風モデルが多数提案された. モデルは, 大別してコロナ大気を単一流体として扱うものと電子とイオンの二流体にわけて扱うものにわかれた. また, モデルのほとんどは太陽磁場を無視していた. しかし, これらのモデルには共通して宇宙空間で実際に測定された太陽風と比較して低い速度, 高い温度を与えるという欠点があった. 1970 年代前半までに, これらのモデルのような古典的な衝突理論から導かれる熱伝導理論は光球から 2〜$3R_S$(太陽半径) での定量的な問題を解決することができたが, それ以外の領域においては未解決のままであった.

1.2 コロナホールの発見

1970 年代の中ごろ, コロナホールから高速の太陽風が放出されていることが発見された. コロナホールはコロナの中の非常に低密度で急速に膨張している領域である. またコロナホールの磁場は, 太陽表面から出て宇宙空間へと広がっている. コロナはモデルのように球対称ではなく定性的に異なる二つの領域—— 磁場が閉じた,(磁力線の両端が太陽表面から出ていて) 高密度な領域と, 磁場が開いた (磁力線の片端が宇宙空間へ広がっている) 低密度な領域 —— があることが分かった. Munro and Jackson (1977) は, 上に述べた太陽風モデルの定量的な問題を解決す

べく, 白色コロナグラフの観測から発達した極域コロナホールの密度構造を導いた. そして太陽から十分離れた場所では極域での太陽風の質量フラックスは黄道面内における質量フラックスと同程度と仮定して, 太陽風の速度分布を推測した. そして 2〜5R_S の間で太陽風を駆動するのに古典的衝突理論による熱伝導のほかにもエネルギーの供給が必要と結論づけた. これに対し Kumar and Broadfoot (1979) は太陽のライマン α 線の観測により, 極域における質量フラックスは黄道面の平均的な質量フラックスよりも低いことを示し,Munro and Jackson の結果に疑問符をつけた.

コロナホールの発見により太陽風のより詳しい構造が明らかにされたが定量的な問題は依然として解決されず, この問題に対するアプローチは大別して二つに分かれた. その一つは, エネルギー供給のメカニズムは熱伝導のみとするものである. そして定量的な問題は脱出半径付近における古典的な衝突理論の破綻によるものと考える.

もう一つは, 熱伝導理論以外のエネルギー供給システムの存在を仮定するものである. ここでは後者の見方をとり, 可能性のあるエネルギー供給システムとして電磁流体波に注目する.

1.3　電磁流体波

電磁流体中を伝播する波には 2 種の磁気音波とアルフヴェン波とも呼ばれる磁気流体波がある (Appendix 参照). 磁気音波は磁力線を横切って伝播する縦波で, アルフヴェン波は磁力線に沿って伝播する横波である. 完全無衝突プラズマではアルフヴェン波は減衰しないが, 磁気音波は減衰することが知られている (ランダウ減衰).Barnes (1971) は, コロナ底部から $2R_S$ の高度において外向きの磁気音波フラックスの存在を仮定し, 磁気音波の減衰によるコロナ大気の加熱を太陽風モデルに組み込んだ. そしてコロナ底部における温度, 密度を固定して磁気音波フラックスを適当に変化させると, 地球軌道において観測されるような高い太陽風速度が得られることを導いた.

いっぽう完全無衝突プラズマ中では散逸しないアルフヴェン波は, コロナ大気の加熱過程としてあまり取り上げられることはなかった. しかし Belcher (1971),Alazraki & Couturier (1971) らによって, アルフヴェン波が伝播する媒質に運動量を輸送することが示された. アルフヴェン波は,Barnes (1971) のように波がそのエネルギーを散逸によって熱のかたちでコロナ大気へと輸送するのではなく, 伝播するにしたがって媒質に圧力を付加し, それによって太陽風を加速させる役割を果たしていることがわかった. 波がコロナ大気に仕事をすることで波のエネルギーの総量は減少することになるが, これは散逸による熱エネルギーへの変換の結果としての波のエネルギーの減少とは異なるものである. アルフヴェン波による加速の重要な特徴は「低い温度で高い速度」が得られることであった.

本論文では, アルフヴェン波が伝播する媒質に力を及ぼして太陽風を加速させる

機構を理解し, その定量的な効果を求めるための数値計算の方法を示す. 第 2 節では,[Belcher (1971);Alazraki & Couturier (1971)] らによるごく簡単な条件の下での太陽風加速のモデルを紹介し, アルフヴェン波が及ぼす力の数学的な表現を求める. 第 3 節では, 紹介したモデルを利用してコロナ底部における条件 (温度, 密度, 速度, 磁場, アルフヴェン波のエネルギーフラックス) を与え, 数値計算によって各量を太陽中心からの距離 r の関数として与えるための方針を示す.

2　太陽風モデル

2.1　仮定

太陽風プラズマは完全電離した水素プラズマとし, 電子と陽子は同じ温度を持つものとする. プラズマを流体として考え, その粘性は無視する. また, プラズマの状態方程式は $p = nkT$(n:数密度,k:ボルツマン定数,T:温度, p:圧力) で表されるものとする. 太陽の自転は考えず, 太陽風は太陽表面から発生し, 球対称かつ放射状に流れる定常流とし, 太陽表面から放射状に出た流管の集まりと考える. モデルではその流管の一つに注目し, アルフヴェン波は流管に沿って伝わるものとする. 太陽磁場 x の磁力線は, 太陽中心から放射状に広がっているものとし, プラズマ中の磁場はプラズマに凍結しているものとして扱う (Appendix 参照).

2.2　基礎方程式

球対称な重力ポテンシャルの存在のもとでの太陽風プラズマのふるまいを支配する方程式は次のようになる.

1. 運動量保存則

$$\rho\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + \rho(\boldsymbol{v}\cdot\nabla\boldsymbol{v}) + \nabla p + \nabla\Phi - \boldsymbol{F} = 0 \tag{1}$$

ただし,$\Phi = -GM_S/r$, $\boldsymbol{F} = (\boldsymbol{J}\times\boldsymbol{B})/c$ はローレンツ力である. $\rho, \boldsymbol{v}, p, G, M_S, c, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{J}$ はそれぞれコロナの密度, 速度, 圧力, 万有引力定数, 太陽質量, 光速, 太陽磁場である. 以下 Gauss 単位系を用いる.

2. マクスウェル方程式 (Appendix 参照)

$$\nabla\times\boldsymbol{B} = \frac{4\pi}{c}\boldsymbol{J} \tag{2}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} = \nabla\times(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}) \tag{3}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{B} = 0 \tag{4}$$

3. 質量保存則

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho\boldsymbol{v}) = 0 \tag{5}$$

4. エネルギー保存則

$$\frac{\partial W}{\partial t} + (\boldsymbol{v}\cdot\nabla)W = -p\left[\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{\rho}\right) + (\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\left(\frac{1}{\rho}\right)\right] - \frac{1}{\rho}\nabla\cdot\boldsymbol{q} \tag{6}$$

$\boldsymbol{q}$ は熱流であり, 以下のように表される (Braginskii 1965).

$$\boldsymbol{q} = -\kappa_0 T^{5/2} \nabla T \tag{7}$$
$$\kappa_0 = 7.8 \times 10^{-7} \mathrm{ergs\ cm^{-1} s^{-1} K^{-7/2}}$$

W は単位質量当たりのエネルギーで,

$$W = \frac{3}{2}\frac{p}{\rho} \tag{8}$$

である.

(9) と (2), および $\boldsymbol{F} = (\boldsymbol{J} \times \boldsymbol{B})/c$ の関係を使うと, 運動方程式は次のように変形される.

$$\rho\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + \rho(\boldsymbol{v}\cdot\nabla\boldsymbol{v}) + \nabla p + \nabla\Phi + \frac{1}{8\pi}\nabla B^2 - \frac{1}{4\pi}(\boldsymbol{B}\cdot\nabla)\boldsymbol{B} = 0 \tag{9}$$

太陽中心を原点とする球座標をとり, 速度 $\boldsymbol{v}$, および磁場 $\boldsymbol{B}$ は ϕ 方向 (経度方向) にアルフヴェン振動するものして次のように平衡部分と摂動部分に分けて書く.

$$\boldsymbol{v}(r,t) = v(r)\boldsymbol{e}_r + \delta v(r,t)\boldsymbol{e}_\phi \tag{10}$$
$$\boldsymbol{B}(r,t) = v(r)\boldsymbol{e}_r + \delta B(r,t)\boldsymbol{e}_\phi \tag{11}$$

$\boldsymbol{e}_r, \boldsymbol{e}_\phi$ はそれぞれ r 方向 ϕ 方向の単位ベクトルである. これらを (9) に代入すると,r, θ, ϕ 方向に関してそれぞれ以下の式を得る.

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{(\delta v)^2}{r} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial r} + \frac{GM_S}{r^2} + \frac{1}{8\pi\rho r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2(\delta B)^2) = 0 \tag{12}$$
$$\left((\delta v)^2 - \frac{(\delta B)^2}{4\pi\rho}\right)\frac{\cot\theta}{r} = 0\rho\frac{\partial \delta v}{\partial t} + \rho\frac{v}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\delta v) - \frac{B}{4\pi r}\frac{\partial}{\partial r}(r\delta B) = 0 \tag{13}$$
$$\tag{14}$$

次に,(3) 式の ϕ 成分を書き下すと,

$$\frac{\partial \delta B}{\partial t} - \frac{1}{r}(B\delta v - v\delta B) - B\frac{\partial \delta v}{\partial r} + v\frac{\partial \delta B}{\partial r} - \delta v\frac{dB}{dr} + \delta B\frac{dv}{dr} = 0 \tag{15}$$

となる.

次に, 質量保存則 (5) 式において, アルフヴェン波の非圧縮性から $\rho = \rho(r)$ とおいて,

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}(\rho v r^2) = 0 \tag{16}$$

すなわち,

$$\rho v r^2 = F_m = \text{constant.} \tag{17}$$

また,(4) 式から,

$$r^2 B = F_B = \text{constant.} \tag{18}$$

(15),(17),(18) 式より $dv/dr, dB/dr$ を消去して,

$$\frac{\partial}{\partial t}(\delta B) - B\frac{\partial}{\partial r}(\delta v) + v\frac{\partial}{\partial r}(\delta B) - \frac{1}{r}(v\delta B - B\delta v) - \frac{v\delta B}{\rho}\frac{d\rho}{dr} = 0 \tag{19}$$

を得る.

2.3 WKB 近似を用いた方程式の線形化

摂動部分 $\delta v, \delta B$ は, $a(r)\exp i(s(r) - \omega t), (a(r) = \delta B(r)$ または$\delta v(r))$ の形をもつとする. 波数 $k(r)$ は $k(r) = ds(r)/dr$ で与えられる. 方程式を線形化するために次のような仮定をする. アルヴェン波の波長 λ は,v, B, ρ が変化する際の空間的なスケール h に比べてはるかに小さい, すなわち,$k \gg h$ として次のように $\delta B, \delta v$ を $\mu = \lambda/h = 2\pi/kh$ のべき乗で展開する.

$$\delta B(r,t) = \{b(r) + \frac{db}{dr}\mu + \frac{d^2 b}{dr^2}\mu^2 \cdots\}\exp i(s(r) - \omega t) \tag{20}$$

$$\delta v(r,t) = \{u(r) + \frac{du}{dr}\mu + \frac{d^2 u}{dr^2}\mu^2 \cdots\}\exp i(s(r) - \omega t) \tag{21}$$

(20),(21) 式を (13),(19) 式に代入し,μ の 0 次オーダーに着目すると以下の式が得られる.

$$i\{(kv - \omega)u - (kB/4\pi\rho)b\} = 0 \tag{22}$$

$$i\{(kv - \omega)b - (kB)u\} = 0 \tag{23}$$

$$\frac{v}{r}u - \frac{B}{4\pi\rho r}b + v\frac{du}{dr} - \frac{B}{4\pi\rho}\frac{db}{dr} = 0 \tag{24}$$

$$-\frac{vb}{r} + \frac{Bu}{r} + v\frac{db}{dr} - B\frac{du}{dr} - \frac{vb}{\rho}\frac{d\rho}{dr} = 0 \tag{25}$$

(22),(23) 式から,

$$u^2 = \frac{b^2}{4\pi\rho} \tag{26}$$

ゆえに,

$$u = \pm\sqrt{\frac{b^2}{4\pi\rho}} \tag{27}$$

である.± はそれぞれ, 太陽から離れる向き, 太陽に向かう方向を表す. この式と (22) 式または (23) 式から分散関係

$$\omega = k\left(v \pm \frac{B}{\sqrt{4\pi\rho}}\right) \tag{28}$$

が得られる. また, 群速度 v_g は,

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = v \pm \frac{B}{\sqrt{4\pi\rho}} \tag{29}$$

すなわち, 摂動が伝播する速度はコロナ大気の流速 v とアルフヴェン波の位相速度 (アルフヴェン速度)$A = \frac{B}{\sqrt{4\pi\rho}}$ との和である.

(24),(25) 式と上の結果を使うと,

$$\frac{d\ln b}{dr} = \frac{1}{4}\left(\frac{3v+A}{v+A}\right)\frac{d\ln\rho}{dr} \tag{30}$$

アルフヴェンマッハ数 $M = v/A$ を導入すると,

$$\frac{d\ln b^2}{dr} = -\frac{d\ln(M+1)^2}{dr} - \frac{d\ln M}{dr} \tag{31}$$

と変形されるのでこれを積分して,

$$b^2(M+1)^2 M = \mathrm{constant} \tag{32}$$

いっぽう, 式 (12) で, 振動の一周期にわたって平均を取ると,

$$v\frac{dv}{dr} - \frac{<(\delta v)^2>}{r} - \frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dr} + \frac{GM_S}{r^2} + \frac{1}{8\pi\rho r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2 <(\delta B)^2>) = 0 \tag{33}$$

< >は振動一周期にわたる平均を表す. この式からアルフヴェン波が単位質量の大気に及ぼす力は,

$$< g_w > = \frac{< (\delta v)^2 >}{r} - \frac{< (\delta B)^2 >}{4\pi\rho r} - \frac{1}{\rho}\frac{d}{dr}\left(\frac{< (\delta B)^2 >}{8\pi}\right) \tag{34}$$

であるが, $<(\delta v)^2> = u^2/2, <(\delta B)^2> = b^2/2$ と (26) 式を考慮すると運動方程式 (33) は結局,

$$v\frac{dv}{dr} + \frac{1}{\rho}\frac{dp}{dr} + \frac{1}{\rho}\frac{d}{dr}\left(\frac{< (\delta B)^2 >}{8\pi}\right) + \frac{GM_S}{r^2} = 0 \tag{35}$$

左辺第 3 項がアルフヴェン波が大気に及ぼす力であり, 磁気圧 $p_B \equiv \frac{<(\delta B)^2>}{8\pi}$ の勾配の形となっている．最後に, エネルギー保存則 (6) 式の r 成分を書き下すと以下のようになる.

$$\frac{3}{2}v\frac{d}{dr}\left(\frac{p}{\rho}\right) = -pv\frac{d}{dr}\left(\frac{1}{\rho}\right) + \frac{1}{\rho r^2}\frac{d}{dr}\left(\kappa_0 r^2 T^{5/2}\frac{dT}{dr}\right) \tag{36}$$

2.4　アルフヴェン波によるエネルギーフラックス

アルフヴェン波によるエネルギーフラックス $\boldsymbol{F}$ はポインティングベクトル $\boldsymbol{S}$ と摂動の運動エネルギーフラックス $\frac{1}{2}\rho(\delta v)^2\boldsymbol{v}$ の和である. ポインティングベクトル S は,

$$\boldsymbol{S} = \frac{c}{4\pi}\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B} = \frac{c}{4\pi}\{\frac{1}{c}(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) \times \boldsymbol{B}\} \tag{37}$$

であるから,(10),(11) 式, および (26) 式を用いると,r 成分について,

$$S = \frac{< (\delta B)^2 >}{4\pi}(A + v) \tag{38}$$

を得る. したがって,

$$F = \frac{1}{2}\rho(\delta v)^2 v + S = \frac{< (\delta B)^2 >}{4\pi}\left(A + \frac{3}{2}v\right) \tag{39}$$

である.

3 数値計算の方針

(17),(18),(32),(39) 式を考慮して (35),(36) 式をそれぞれ積分し, T, v, F, ρ, B を r の関数として求める. 初めに, 運動方程式の磁気圧項 $(1/\rho)d/dr(<(\delta B^2)>)$ を落とし, アルフヴェン波が存在しない場合を計算する.

次に, アルフヴェン波の存在のもとで計算を行う.

積分の範囲は, 太陽半径 $r_0 = R_S$ から外側の境界 (任意)$r_1 = 670R_S$ までである. (36) は T の 2 階微分方程式であるから, 境界条件が 2 個必要であり, そのほかの未知数に関しては 1 個必要となる. 計算の際, コロナ底部 $r = r_0$ における各未知数の境界条件を次のように与える.

$$
\begin{aligned}
T_0 &= 5.0 \times 10^5 \text{ K} \\
(\rho_0/m) &= 3.0 \times 10^8 \text{ cm}^{-3} \\
B_0 &= 1.85 \text{ G} \\
v_0 &= 0 \text{ kms}^{-1}
\end{aligned}
$$

T の 2 個目の境界条件として, 太陽から十分遠方ではコロナは等温であると仮定し, 外側の境界における T の値はその手前のグリッドにおける T の値と同じとして計算する.

定常解を求めるために, 各未知数を $T(r,t)$ のように時間変数を含めて時間発展の方程式と考え, 各時刻において r で積分する. 十分時間がたったあと, 各未知数は, それぞれ r の関数に収束すると仮定し, その解を定常解とする. 各未知数の時間変化が時刻のグリッド間で 1%以下になったときに収束したとみなす. 時間発展の方程式と考えた場合, どれかの未知数に初期値を与える必要がある. ここでは, 熱伝導による太陽風加速モデルから導かれる一般的な, 形 $T_{\rm init}(r) = T_0(r/r_0)^{-4/3}$ を初期値として用いる (Barnes 1992). この関数を用いてほかの未知数の初期値を計算することができる.

運動方程式 (35) を積分するため, 次のように差分化する.

$$
v_i^{j+1} = v_i^j + k\left(-v_i^j \frac{v_i^j - v_{i-1}^j}{h} - \frac{1}{\rho_i^j}\frac{p_i^j - p_{i-1}^j}{h} - \frac{1}{8\pi\rho_i^j}\frac{\beta_i^j - \beta_{i-1}^j}{h} - \frac{GM_S}{r^2}\right)
$$

β は, $<(\delta B^2)>$ を表す.β_0 は与えられていないが, (39) から計算することができる.

エネルギー方程式 (36) は次のように差分化される.

$$T_i^{j+1} = T_i^j + [-\frac{3}{2}\frac{k}{m}v_i^j\frac{T_{i+j}^j - T_{i-1}^j}{2h} - 2\frac{k}{m}T_i^j\frac{v_i^j}{r} - \frac{k}{m}T_i^j\frac{v_{i+j}^j - v_{i-1}^j}{2h}$$
$$\frac{\kappa_0}{\rho_0 v_0 r_0^2}v_i^j + \{r^2 T_i^{j5/2}\frac{T_{i+1}^j - 2T_i^j + T_{i-1}^j}{h^2} + \frac{5}{2}r^2 T_i^{j3/2}\left(\frac{T_{i+1}^j - T_{i-1}^j}{2h}\right)^2$$
$$+2rT_i^{j5/2}\left(\frac{T_{i+1}^j - T_{i-1}^j}{2h}\right)\}]\frac{2m}{3}$$

運動方程式における一階の空間微分には後退差分を用い, エネルギー方程式における一階, 二階の空間微分にはそれぞれ中心差分を用いた.

4 まとめ

本論文では以下のような仮定のもとに定常, 球対称な太陽風モデルを紹介した.

- 理想気体
- 粘性を無視
- 完全電離した水素プラズマ
- 磁力線はプラズマに凍結 (理想電磁流体)
- WKB 近似を適用した小振幅アルフヴェン波の存在

そしてアルフヴェン波が媒質に及ぼす力が磁気圧の勾配 $-(1/\rho)(d/dr)\{< (8\pi)^2 > /8\pi\}$ のかたちで運動方程式に現れ, 太陽風を加速させる一因となりうることが示された. 今後, 紹介したモデルを用いた数値計算により (1) アルフヴェン波の存在による太陽風への定量的な影響,(2) 太陽表面で与えるアルフヴェン波のエネルギーフラックスを変化させたときの, 地球軌道における太陽風への定量的な影響 (3) アルフヴェン波フラックスの r 依存性 (アルフヴェン波による加速がどこで強くきいてくるのか) を調べることが課題となる.

A Appendix

A.1 (2),(3) の導出および磁力線凍結定理について

マクスウェル方程式,

$$\nabla \times \boldsymbol{B} = \frac{4\pi}{c}\boldsymbol{J} + \frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} \tag{40}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \tag{41}$$

(ただし,$\boldsymbol{J}$ は電流密度,$\boldsymbol{E}$ は電場) において, 波数 k, 周波数 ω の振動を考える場合, 変位電流項 $(1/c)\partial \boldsymbol{E}/\partial t$ と $\nabla \times \boldsymbol{B}$ との比は,

$$\frac{\left(\frac{\omega E}{c}\right)}{\left(\frac{ck^2 E}{\omega}\right)} = \left(\frac{\omega}{ck}\right)^2$$

であるが, 電磁流体波のような低周波現象では $(\omega/ck)^2 \ll 1$ であるので, 変位電流項を落すことができる. このため,(40) は,

$$\nabla \times \boldsymbol{B} = \frac{4\pi}{c}\boldsymbol{J} \tag{42}$$

となる. これが (2) である.

次に, オームの法則,

$$\boldsymbol{E} + \frac{\boldsymbol{v}}{c} \times \boldsymbol{B} = \eta \boldsymbol{J} \tag{43}$$

(η は電気抵抗) において, 太陽コロナのような極めて電気伝導度の高い場合は $\eta = 0$ とおいてよく, この式と (41) から電場を消去すると, 磁場の発展を記述する次式が得られる.

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \nabla \times (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) \tag{44}$$

これが,(3) であり, 理想電磁流体の性質を表すものである. (3) が, 磁場がプラズマとともに移動する「磁力線凍結の定理」を表していることを示そう.

図 1 のようにプラズマとともに運動する曲面 S について, この曲面を貫く磁束 $\psi \equiv (d/dt)\int_{S(t)} \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{S}$ の時間変化は, 磁場そのものの時間変化と, 二つの時刻における曲面 $S(t)$ と $S(t+dt)$ で囲まれる側面から逃げ出す磁束として表される. すなわち,

図 1: 流体とともに運動する曲面 S[田中基彦 · 西川恭治, 1990, 高温プラズマの物理学, パリティ物理学コース,212p., 図 11.2]

$$
\begin{aligned}
d\psi &\equiv \int_{S(t+dt)} \boldsymbol{B}(t+dt)\cdot \boldsymbol{S} - \int_{S(t)} \boldsymbol{B}(t)\cdot d\boldsymbol{S} \\
&= dt\int_{S(t)} \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}\cdot d\boldsymbol{S} - \int \boldsymbol{B}(t)\cdot (d\boldsymbol{l}\times \boldsymbol{v}dt) \\
&= dt\int_{S(t)} \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}\cdot d\boldsymbol{S} - dt\int \nabla\times(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})\cdot d\boldsymbol{S}
\end{aligned}
$$

これより,

$$
\frac{d\psi}{dt} = \int_{S(t)} \left[\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} - \nabla\times(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})\right]\cdot d\boldsymbol{S}
$$

が得られる.(3) が成り立つときには, 上式の積分値は 0 である. すなわち, 電気抵抗が 0 である理想電磁流体においては, 一つの体積要素を占めるプラズマ (曲面 S) と磁力線は離れず一体となって運動すると言える.

最後に, 基礎方程式に現れたローレンツ力の式を導出しておく. ローレンツ力 $\boldsymbol{F}$ は σ を電荷密度として,

$$
\boldsymbol{F} = \sigma\boldsymbol{E} + \frac{\boldsymbol{J}\times\boldsymbol{B}}{c} \tag{45}
$$

と表される. しかし, ガウスの法則,

$$
\nabla\cdot\boldsymbol{E} = 4\pi\sigma
$$

と (2) を利用して,(45) の第 1 項と第 2 項の比を表すと,

$$\frac{\sigma \boldsymbol{E}}{\frac{\boldsymbol{J}\times\boldsymbol{B}}{c}} \sim \frac{\frac{|\boldsymbol{E}|}{4\pi L}|\boldsymbol{E}|}{\frac{|\boldsymbol{B}|}{4\pi L}|\boldsymbol{B}|} = \left(\frac{|\boldsymbol{E}|}{|\boldsymbol{B}|}\right)^2.$$

ただし,L は,系の特徴的な空間スケールとする.(43) を見ればわかるように,$|\boldsymbol{E}|/|\boldsymbol{B}|$ は $|\boldsymbol{v}|/c$ と同程度の量である. 太陽風プラズマを伝播するアルフヴェン波を考えている場合,v は c よりずっと小さいので,(45) の第 1 項は無視される. したがって, $\boldsymbol{F} = \frac{\boldsymbol{J}\times\boldsymbol{B}}{c}$ としてよい.

A.2 線形電磁流体波動の 3 つのモード について

本節では, 理想電磁流体の運動方程式,

$$\rho\left(\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + \boldsymbol{v}\cdot\nabla\boldsymbol{v}\right) = -\nabla p + \frac{c}{4\pi}(\nabla\times\boldsymbol{B})\times\boldsymbol{B} \tag{46}$$

を線形化して解き, 電磁流体波動の 3 つのモード (速進, 遅進磁気音波と非圧縮アルフヴェン波) の数学的な表現を導く.

太陽風モデルの導出のときと同じように, 密度, 速度, 磁場を背景場と摂動場に分けて書く.

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_0 + \rho' \\ \boldsymbol{v} &= \boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{v}' \\ \boldsymbol{B} &= \boldsymbol{B}_0 + \boldsymbol{B}' \end{aligned}$$

添字 0 は背景場を示す. 背景速度場 $\boldsymbol{v}_0$ は 0 とする. また, 直交直線座標を取り, 背景磁場 $\boldsymbol{B}_0$ は,$\boldsymbol{B}_0 = B_0\boldsymbol{e}_z$($\boldsymbol{e}_z$ は z 方向の単位ベクトル) で表されるものとする. ポリトロープ関係 $p \propto \rho^\gamma$ (理想気体の場合 $\gamma = 5/3$) を仮定すると, 圧力の摂動 p' は,

$$p' = \left(\frac{\gamma p_0}{\rho_0}\right)\rho' = C_S^2\rho' \tag{47}$$

と表される.C_S は音速である. 運動方程式 (46) を線形化すると,

$$\rho_0\frac{\partial \boldsymbol{v}'}{\partial t} = -C_S^2\nabla\rho' + \frac{c}{4\pi}(\nabla\times\boldsymbol{B}')\times\boldsymbol{B}_0 \tag{48}$$

$$= -C_S^2\nabla\rho' + \frac{c}{4\pi}\{(\boldsymbol{B}_0\cdot\nabla)\boldsymbol{B}' - \nabla(\boldsymbol{B}_0\cdot\boldsymbol{B}')\}. \tag{49}$$

(3),(5) を線形化すると,

$$\frac{\partial \boldsymbol{B}'}{\partial t} = \nabla \times (\boldsymbol{v}' \times \boldsymbol{B}_0) \tag{50}$$

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} = -\rho_0(\nabla \cdot \boldsymbol{v}'). \tag{51}$$

線形化した運動方程式 (49) の時間微分をとり,(50), (51) を用いると,

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{v}'}{\partial t^2} = -C_S^2 \nabla \left(\frac{\partial \rho'}{\partial t} \right) + \frac{c}{4\pi} \left(\nabla \times \frac{\partial \boldsymbol{B}'}{\partial t} \right) \times B_0 \boldsymbol{e}_z \tag{52}$$

$$= C_S^2 \{\rho_0(\nabla \cdot \boldsymbol{v}')\} + \frac{c}{4\pi} [\nabla \times \{\nabla \times (\boldsymbol{v}' \times B_0 \boldsymbol{e}_z)\}] \times B_0 \boldsymbol{e}_z. \tag{53}$$

摂動量の時間依存性を, 波数ベクトル $\boldsymbol{k}$, 位置ベクトル $\boldsymbol{r}$ を用いて $\exp i(\boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{r} - \omega t)$ の形に仮定する. さらに, 波数ベクトル $\boldsymbol{k}$ が z 軸から角度 θ だけ傾いて xz 平面内にあり,

$$\boldsymbol{k} = (k \sin\theta, 0, k\cos\theta)$$

と表せるとする. そうすると,(53) で, $\partial/\partial t = -i\omega, \nabla = i\boldsymbol{k}$ として,

$$\omega^2 \boldsymbol{v}' = C_S^2 \boldsymbol{k}(\boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{v}') + k^2 A^2 (v_x', v_y' \cos^2\theta, 0)$$

ただし,$A = B_0/\sqrt{4\pi\rho}$ である. 行列を用いて書くと,

$$\begin{bmatrix} \omega^2 - k^2A^2 - k^2C_S^2\sin^2\theta & 0 & -k^2C_S^2\sin\theta\cos\theta \\ 0 & \omega^2 - k^2A^2\cos^2\theta & 0 \\ -k^2C_S^2\sin\theta\cos\theta & 0 & \omega - k^2C_S^2\cos^2\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x' \\ v_y' \\ v_z' \end{bmatrix} = 0 \tag{54}$$

(54) が自明でない解を持つための条件は, 左辺の行列の行列式が 0 である. すなわち,

$$(\omega - k^2A^2\cos^2\theta)\{\omega^4 - \omega^2 k^2(A^2 + C_S^2) + k^4A^2C_S^2\cos^2\theta\} = 0 \tag{55}$$

(54) に見られるように,y 成分と xz 成分とは独立であり, y 成分に関する分散関係は (55) の第 1 因子 $= 0$ から得られ,

$$\omega = \pm kA\cos\theta$$

となる. この y 成分の摂動を伝える波を非圧縮アルフヴェン波と呼ぶ. モデルの導出において導いた分散関係 (28) は $\theta = 0$ の場合である.

さらに,(55) の第 2 因子 $= 0$ より,xz 成分に関する分散関係,

$$\left(\frac{\omega}{k}\right)^2 = \frac{1}{2}\left[A^2 + C_S^2 \pm \sqrt{(A^2 + C_S^2)^2 - 4A^2 C_S^2 \cos^2\theta}\right] \tag{56}$$

を得る. 正の解は速進磁気音波, 負の解は遅進磁気音波と呼ばれる. 磁場に垂直な伝播 ($\theta = \pi/2$) の場合, 速進磁気音波, 遅進磁気音波, 非圧縮アルフヴェン波の位相速度はそれぞれ,$\sqrt{A^2 + C_S^2}, 0, 0$ となる. したがって磁場に垂直に伝播できるのは, 速進磁気音波のみである.

B 参考文献

参考文献

[1] Alazraki, G., and P. Couturier, Solar wind acceleration caused by the gradient of Alfvén wave pressure, *Astron. Astrophys.*, 13, 380-389, 1971.

Barnes, A., R. E. Hartle, and J. H. Bredekamp, On the energy tranport in stellar winds,*Astrophys. J. Lett., 166,* L53-L58, 1971.

Barnes, A., Acceleration of The Solar Wind, *Rev.Geophys.,30,1*, 43-55, 1992.

Belcher, J. W., Alfvénic wave pressures and the solar wind, *Astrophys. J., 168,* 509-524, 1971.

Braginskii, S. I. 1965, *Rev. Plazma Phys.*, 1, 205.

Chapman, S., Notes on the solar corona and terrestrial ionosphere, *Smithsonian Contr. Astrophys.,2,* 1-12, 1957.

Chapman, S., Interplanetary space and the earth's outermost atmosphere , *Proc. R. Soc. London, Ser. A, 253,* 462-281, 1959.

Henny J. G. L. M. Lamers & Joseph P. Cassinelli, Introduction to STELLAR WINDS, Cambridge University Press, 294-318, 1999.

田中基彦・西川恭治,1990, 高温プラズマの物理学, パリティ物理学コース,212.

Kumar, S., and A. L. Broadfoot, Signature of solar wind latitudinal tructure in interplanetary Lyman-alpha emissions: Mariner 10 observations, *Astrophys. J., 228*, 302-311, 1979.

Munro, R. H. and B. V. Jackson, Physical properties of a polar coronal hole from 2 to 5 R_S, *Astrophys. J.,213*, 874-886, 1977.

Parker. E. N., Dynamics of the interplanetary gas and magnetic fields, *Astrophys. J,128*, 664-676, 1958.