

### 5.3.2 雲・降水の物理過程

#### 5.3.2.1 混合比, 数濃度, 温位の方程式

本節では, Murakami (1990) および Murakami *et al.* (1994) で用いられている 2 変数バルクパラメタリゼーションを中心に, 最近の動向を取り入れて紹介する. このパラメタリゼーションでは, 凝結物質を「雲水」, 「雨水」, 「雲氷」, 「雪」, 「霰」の 5 つにカテゴリー分けし, 粒子間に働く微物理過程を考慮する. それぞれのカテゴリーに対して, 混合比  $q$  と数濃度  $N$  の予報式を解く (但し, 雨水と雲水の数濃度は定数と仮定している).

予報変数を速度  $u_i$ , 無次元圧力  $\pi$ , 温位  $\theta$ , 混合比と数濃度とした場合, モデル中の予報方程式は以下のように書ける.

運動方程式

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = Adv.u_i - c_p \theta_v \frac{\partial \pi}{\partial x_i} + Turb.u_i + Buoy.u_i.$$

圧力方程式

$$\frac{\partial \pi}{\partial t} = -\frac{R\pi}{c_v} \frac{\partial u_j}{\partial x_j}.$$

熱の式

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = Adv.\theta + Turb.\theta + Src.\theta.$$

混合比の保存式

$$\begin{aligned} \frac{\partial q_v}{\partial t} &= Adv.q_v + Src.q_v + Turb.q_v. \\ \frac{\partial q_x}{\partial t} &= Adv.q_x + Turb.q_x + Src.q_x + Fall.q_x. \end{aligned}$$

数濃度の式

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{N_x}{\rho} = Adv.\frac{N_x}{\rho} + Turb.\frac{N_x}{\rho} + Src.\frac{N_x}{\rho} + Fall.\frac{N_x}{\rho}.$$

但し,  $Adv$  は移流項,  $Turb$  は乱流拡散項,  $Buoy$  は浮力項,  $Src$  は生成項,  $Fall$  は落下項である. 雲水, 雨水, 雲氷, 雪, 霰をまとめて添え字  $x$  で表現し, 圧力方程式中

の非断熱加熱項は無視した. また,  $c_p$  は比熱,  $\rho$  は密度,  $\theta_v$  は仮温位である. なお,

$$\begin{aligned}\pi &= \left(\frac{p}{p_0}\right)^{R/c_p} \\ \theta &= \frac{T}{\pi} \\ \theta_v &= \theta \left\{ \frac{\varepsilon + q_v}{\varepsilon (1 + q_v + \sum q_x)} \right\} \\ \rho &= \frac{p}{R_d T} \left(1 - \frac{q_v}{\varepsilon + q_v}\right) (1 + q_v + \sum q_x)\end{aligned}$$

である. 但し,  $\varepsilon = M_v/M_d$  であり,  $M_d$  と  $M_v$  はそれぞれ乾燥成分と水蒸気の分子量である.

### 混合比と温位の方程式

予報方程式中の温位と混合比の生成項は各カテゴリ間の微物理過程 (図 5.2 参照) を元に以下のように表現する.

$$\begin{aligned}Src.q_v &= -VD_{vr} - VD_{vi} - VD_{vs} - VD_{vg} - NUA_{vi} \\ Src.q_c &= -NUF_{ci} - NUC_{ci} - NUH_{ci} - CN_{cr} - CL_{cr} - CL_{cs} - CL_{cg} + ML_{ic} \\ Src.q_r &= VD_{vr} - CL_{ri} - CL_{rs} - CL_{rg} + CL_{cr} + CN_{cr} \\ &\quad + ML_{sr} + ML_{gr} + SH_{sr} + SH_{gr} - FR_{rg} \\ Src.q_i &= VD_{vi} + NUA_{vi} + NUF_{ci} + NUC_{ci} + NUH_{ci} \\ &\quad - CL_{ir} - CL_{is} - CL_{ig} - CN_{is} - ML_{ic} + SP_{si} + SP_{gi} \\ Src.q_s &= VD_{vs} + CN_{is} + CL_{cs} + CL_{is} + CL_{rs}\alpha - CL_{sr}(1 - \alpha_{rs}) - CL_{sg} - CN_{sg} \\ &\quad - ML_{sr} - SH_{sr} - SP_{si} \\ Src.q_g &= PG_{gi} + VD_{vg} + CN_{sg} + CL_{ir} + CL_{ri} + (CL_{sr} + CL_{rs})(1 - \alpha_{rs}) \\ &\quad + FR_{rg} - ML_{gr} - SH_{gr} - SP_{gi} \\ Src.\theta &= \frac{L_v}{c_p \bar{\pi}} VD_{vr} + \frac{L_s}{c_p \bar{\pi}} (VD_{vi} + VD_{vs} + VD_{vg} + NUA_{vi}) \\ &\quad + \frac{L_f}{c_p \bar{\pi}} (CL_{cs} + CL_{cg} + CL_{ri} + CL_{rs} + CL_{rg} + NUF_{ci} + NUH_{ci} + NUC_{ci} \\ &\quad + FR_{rg} - ML_{ic} - ML_{sr} - ML_{gr} - SH_{sr} - SH_{gr})\end{aligned}$$

ここで, 下付添え字  $v, c, r, i, s, g$  はそれぞれ, 水蒸気, 雲水, 雨水, 雲氷, 雪, 霰を意味する. 下付添え字を 2 つ含む項は, 1 つ目の添え字が元のカテゴリを, 2 つ目の添え字が変換後のカテゴリを表す.  $L_f$ ,  $L_v$ ,  $L_s$  はそれぞれ融解, 蒸発, 昇華の

潜熱である。各項の意味は表 5.a を参照のこと。なお教科書にはいくつか誤植が見られる。誤植の箇所にはアンダーバーを記した。

上記の生成項の表現には、水蒸気と雲水の間の変換項  $VD_{vc}$  が含まれていない。 $VD_{vc}$  の評価には、湿潤飽和調節法 (Soong and Ogura, 1973) を用いる。湿潤飽和調節法を用いないで  $VD_{vc}$  項を直接計算する方法もあるが、時間ステップを細かくした計算が必要となり、計算資源が膨大になるため実用的ではない。雲粒濃度が極端に低くない限り、湿潤飽和調節法で問題ないと考えられている (教科書 p.64 の図 5.3 を参照のこと)。

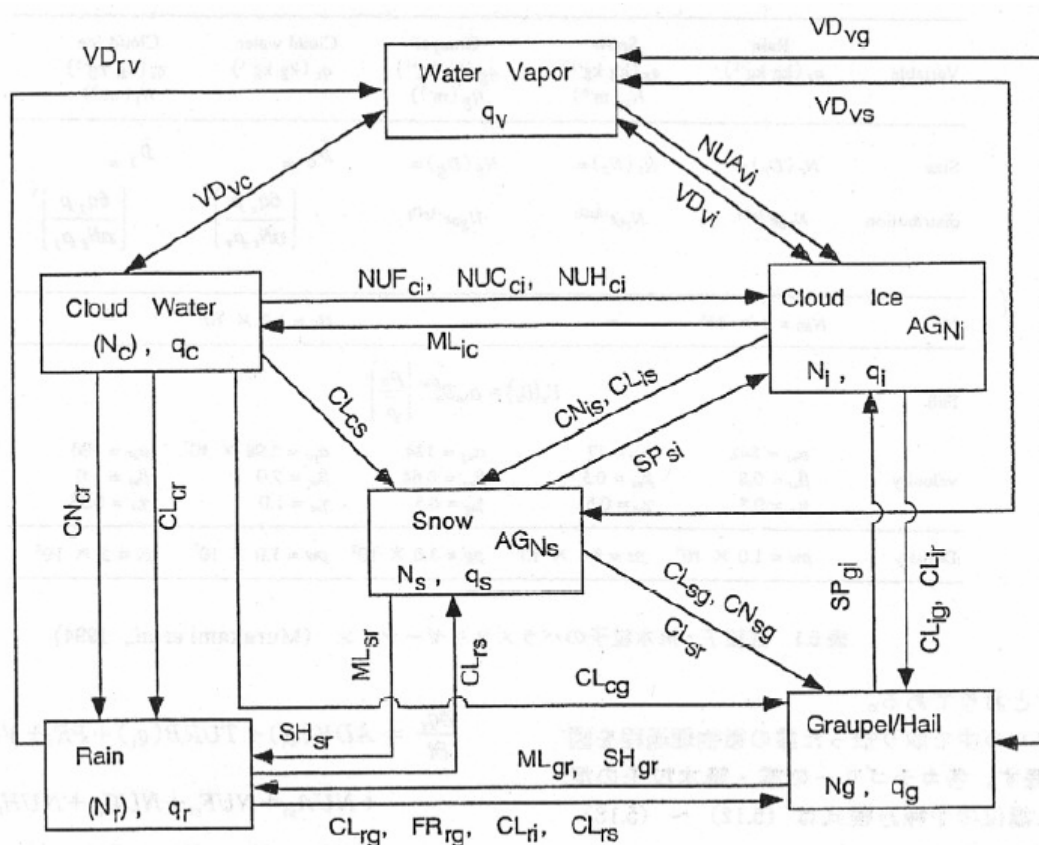


図 5.2 雲のモデル (バルク法) で考慮されている雲の微物理素過程。(Murakami *et al.*, 1994)

| 記号            | 内容                                                                                                          |
|---------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $NUA$         | 昇華核形成 (deposition or sorption nucleation).                                                                  |
| $NUF$         | 凍結核形成 (condensation-freezing nucleation).                                                                   |
| $NUC$         | 接触凍結核形成 (contact nucleation).                                                                               |
| $NUH$         | 均質凍結核形成 (homogeneous nucleation).                                                                           |
| $SP$          | 2 次氷晶生成 (secondary nucleation of ice crystal).                                                              |
| $VD$          | 水蒸気の昇華または蒸発 (vapor deposition, evaporation, and sublimation).                                               |
| $CL$          | 衝突捕捉 (collection).                                                                                          |
| $PG$          | 他の水物質との衝突付着による霰の成長 (graupel production).<br>$PG = CL_{cg} + CL_{ig} + CL_{rg} + CL_{sg}$ .                  |
| $CN$          | 1 つのカテゴリーから他のカテゴリーへの変換 (autoconversion). 例えば $CN_{cr}$ は凝結成長 (diffusion growth) によって、雲粒が雨粒の大きさに成長することを意味する. |
| $ML$          | 融解 (melting).                                                                                               |
| $FR$          | 凍結 (freezing).                                                                                              |
| $SH$          | 水の剥離 (shedding of liquid water).                                                                            |
| $\alpha_{rs}$ | $(1 - \alpha_{rs})$ が雨粒と雪の衝突によって霰が生成される割合.                                                                  |
| $AG$          | 凝集 (aggregation).                                                                                           |

表 5.a: 微物理過程の記号とその意味

## 湿潤飽和調節法

予報方程式から得られた暫定的な温位, 水蒸気混合比, 雲水混合比に \* を添付し,  $\theta^*$ ,  $q_v^*$ ,  $q_c^*$  とする. 平衡状態での温位, 水蒸気混合比, 雲水混合比を  $\theta^{t+\Delta t}$ ,  $q_v^{t+\Delta t}$ ,  $q_c^{t+\Delta t}$  とする. 圧力は変化しないと仮定すると熱力学第一法則は

$$\begin{aligned}\theta^* - \theta^{t+\Delta t} &= -\gamma(q_v^* - q_v^{t+\Delta t}) \\ &= -\gamma\{q_v^* - q_{vs}(\theta^{t+\Delta t})\}\end{aligned}$$

と書ける. 但し, 平衡状態において水蒸気の混合比  $q_v$  は飽和蒸気圧  $q_{sv}$  に等しい. また,  $\gamma = L_v/c_p\bar{\pi}$  であり,  $L_v$  は蒸発の潜熱,  $c_p$  は比熱,  $\bar{\pi}$  は無次元圧力である (定数であることを示すために  $-$  を付す). ここで  $q_{vs}$  を  $\theta^*$  のまわりでテーラー展開し, 2 次以上の微小項を無視すると,

$$\begin{aligned}\theta^{t+\Delta t} - \theta^* &= \gamma \left\{ (q_v^* - q_{vs}(\theta^*)) - \frac{\partial q_{vs}}{\partial \theta} (\theta^{t+\Delta t} - \theta^*) \right\}, \\ \theta^{t+\Delta t} &= \theta^* + \gamma \frac{q_v^* - q_{vs}(\theta^*)}{1 + \gamma \frac{\partial q_v^*}{\partial \theta}}\end{aligned}$$

となる. ここで蒸気の混合比の変化量  $\Delta q_v$  を以下のように定義する.

$$\Delta q_v = \frac{q_v^* - q_{vs}(\theta^*)}{1 + \gamma \frac{\partial q_v^*}{\partial \theta}}.$$

凝結量  $Cond$  と蒸発量  $Evap$  はそれぞれ,

$$Cond = MAX\{0.0, MIN(q_v^*, \Delta q_v)\},$$

$$Evap = MAX\{0.0, MIN(q_c^*, -\Delta q_v)\}$$

と表せるので,  $\theta^{t+\Delta t}$ ,  $q_v^{t+\Delta t}$ ,  $q_c^{t+\Delta t}$  は以下の式より得られる.

$$\theta^{t+\Delta t} = \theta^* + \gamma(Cond - Evap) \quad (7.1)$$

$$q_v^{t+\Delta t} = q_v^* - (Cond - Evap) \quad (7.2)$$

$$q_c^{t+\Delta t} = q_c^* + (Cond - Evap) \quad (7.3)$$

上式から得られた値を \* 付きのものに置き換え, (7.1) - (7.3) 式を  $\theta^{t+\Delta t}$ ,  $q_v^{t+\Delta t}$ ,  $q_c^{t+\Delta t}$  が収束するまでくり返し適用する.

水蒸気の過飽和混合比は以下の Tetens の式から計算する.

$$q_{vs} = \varepsilon \frac{610.78}{p} \exp \left( 17.269 \frac{\pi\theta - 273.16}{\pi\theta - 35.86} \right) \quad (7.4)$$

ここで  $p$  は圧力,  $\varepsilon$  は水蒸気と乾燥空気分子量比である. 地球の場合には  $\varepsilon = 0.622$  である. この式を  $\theta$  について微分すると,

$$\frac{\partial q_{vs}}{\partial \theta} = q_{vs} \frac{4097.9\pi}{(\pi\theta - 35.86)^2} \quad (7.5)$$

となる.

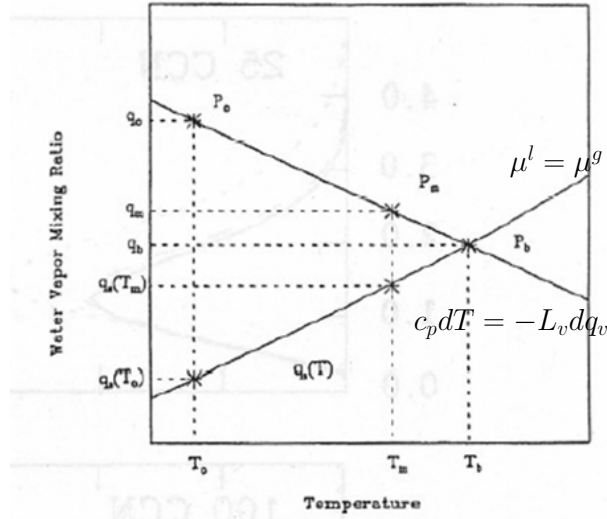


図 5.3 湿潤飽和調節法を示す概念図。

## 数濃度の方程式

雲氷, 雪, 霰の数濃度の式の生成項を, 微物理過程を用いて以下のように表現する.

$$\begin{aligned}
 Src. \frac{N_i}{\bar{\rho}} &= \frac{1}{m_{i0}} NUA_{vi} + \frac{N_c}{\bar{\rho} q_c} (NUF_{ci} + NUC_{ci} + NUH_{ci}) \\
 &\quad + SP_{ciN} + SP_{giN} - \frac{N_i}{\bar{\rho} q_i} (CL_{ir} + CL_{is} + CL_{ig} \pm VD_{vi} + ML_{ic}) \\
 &\quad - AG_{Ni} - \frac{1}{m_{s0}} CN_{is} \\
 Src. \frac{N_s}{\bar{\rho}} &= \frac{1}{m_{s0}} CN_{is} - \frac{N_s}{\bar{\rho} q_s} (ML_{sr} \pm VD_{vs}) - CL_{sgN} - CL_{srN} (1 - \alpha_{rs}) \\
 &\quad - CN_{sgN} - AG_{Ns} \\
 Src. \frac{N_i}{\bar{\rho}} &= CL_{rsN} (1 - \alpha_{rs}) - \frac{N_g}{\bar{\rho} q_g} (ML_{gr} \pm VD_{vg}) + CL_{riN} + CN_{sgN} - FR_{rgN}
 \end{aligned}$$

ここで下添え字の  $N$  は数濃度の変化に関する過程であることを意味する. また  $m_{i0}$ ,  $m_{s0}$  はそれぞれ最小の雲氷と雪の質量である. 各項の意味については表 5.a を参照されたい.