

## (5) 融解・凍結・水剥離

a. 融解 ( $ML$ ) :  $T > T_0$  で生じる固形物質の融解

- 氷晶の融解 ( $ML_{ic}$ ) : 氷晶は瞬時に融解し、雲粒になると仮定 (粒径が小さく、熱容量も小さいため)

$$ML_{ic} = \frac{q_i}{\Delta t}$$

ただし、 $\Delta t$  は数値計算時の時間幅.

- 雪、霰の融解 ( $ML_{xr}(x = s, g)$ ) : 有限の時間で融解. 融解後、液体は固形物質と分離し、雨になると仮定.

融解量は熱収支 (熱拡散、水の凝結および蒸発潜熱、水を捕捉した場合の顕熱) が釣り合うように決定.

$$E_{melt} = E_{diff} + E_{eva} + E_{sen}$$

ただし、 $E_{melt}$  : 融解によって粒子が失うエネルギー、 $E_{diff}$ ,  $E_{cond}$ ,  $E_{sen}$  : 熱拡散、水蒸気の凝結、顕熱によって粒子が得るエネルギーである.

粒子 1 粒あたりが熱拡散および蒸発潜熱により得るエネルギーは、

$$\begin{aligned} E_{diff,1} &= 2\pi D_x k_a (T - T_0) \bar{f} \Delta t \\ E_{eva,1} &= 2\pi D_x L_v D_v (\rho_v - \rho_{vs}(T_0)) \bar{f} \Delta t \end{aligned}$$

である. これに粒径分布関数をかけて積分すると、すべてのサイズにわたって得られるエネルギー

$$\begin{aligned} E_{diff} + E_{eva} &= \int_0^\infty (E_{diff,1} + E_{eva,1}) n_{x0} e^{-\lambda_x D_s} dD_s \\ &= 2\pi [k_a (T - T_0) + L_v D_v (\rho_v - \rho_{vs}(T_0))] n_{x0} \frac{\bar{f}}{\lambda_x^2} \Delta t \end{aligned}$$

が算出される.

次に、温度  $T$  の液体を捕捉した場合、瞬時に固体との熱交換が生じ、液体は水の融点まで温度を下げると仮定する. このときに得られる顕熱は、

$$E_{sen} = \bar{\rho} C_w (T - T_0) (CL_{cx} + CL_{rx}) \Delta t$$

である<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> $CL_{rs}$  のうち、雪になる割合は  $\alpha_{rs}$  であること、さらに、氷晶が雨を捕捉することによる霰形成の効果  $CL_{ri}$  を考慮すると以下の式になる.

$$\begin{aligned} E_{sen,s} &= \bar{\rho} C_w (T - T_0) (CL_{cs} + CL_{rs} \alpha_{rs}) \Delta t \\ E_{sen,g} &= \bar{\rho} C_w (T - T_0) [CL_{cg} + CL_{rg} + CL_{rs} (1 - \alpha_{rs}) + CL_{ri}] \Delta t \end{aligned}$$

$T > T_0$  では 1) 氷晶が瞬時に解けるという仮定のもとで  $CL_{ri} \ll 1$ , 2) 雪と雨との捕捉成長の結果形成されるものはすべて雪と仮定するので  $\alpha_{rs} = 1$  であるので、 $E_{sen}$  は本文のようになる.

これらの和が粒子の融解熱

$$E_{melt} = \rho L_f M L_{xr} \Delta t$$

と等しくなるので,

$$M L_{xr} = \frac{2\pi}{\bar{\rho} L_f} [k_a(T - T_0) + L_v D_v(\rho_v - \rho_{vs}(T_0))] n_{x0} \frac{\bar{f}}{\lambda_x^2} + \frac{C_w}{L_f} (T - T_0) (C L_{cx} + C L_{rx}) \quad (5.91)$$

### b. 凍結: $T < T_0$ で生じる液体の凝結

- 雨の凝結 ( $FR_{rg}$ ): 雨は内部凍結によって霰となると仮定.

Bigg (1953) の実験式に基づくと, 雲粒単位体積のなかで単位時間に形成される凝結核のする個数  $[\text{m}^{-3} \text{s}^{-1}]$  は,

$$B' \{e^{A'(T_0-T)} - 1\} \quad A' = 0.66 [\text{K}^{-1}], B' = 100.0 [\text{m}^{-3} \text{s}^{-1}]$$

である. ただし, この凍結は瞬時に生じると仮定する. よって単位時間あたりに凝結する雲粒の割合は,

$$\frac{\pi}{6} D_r^3 B' \{e^{A'(T_0-T)} - 1\}$$

である. これより凍結量の質量混合比および数濃度の変化が得られる.

$$\begin{aligned} FR_{rg} &= \frac{1}{\bar{\rho}} \int_0^\infty \frac{\pi}{6} D_r^3 B' \{e^{A'(T_0-T)} - 1\} \times \frac{\pi}{6} D_r^3 \rho_w n_{ro} \exp(-\lambda_r D_r) dD_r \\ &= 20\pi^2 B' n_{ro} \left(\frac{\rho_w}{\bar{\rho}}\right) \{e^{A'(T_0-T)} - 1\} \frac{1}{\lambda_r^7} \end{aligned} \quad (5.92)$$

$$\begin{aligned} FR_{rgN} &= \int_0^\infty \frac{\pi}{6} D_r^3 B' \{e^{A'(T_0-T)} - 1\} \times n_{ro} \exp(-\lambda_r D_r) dD_r \\ &= \frac{\pi}{6} B' n_{ro} \{e^{A'(T_0-T)} - 1\} \frac{1}{\lambda_r^3} \end{aligned} \quad (5.93)$$

### c. 水剥離: 捕捉成長時に形成された固形物質の融解. $T > T_0$ もしくは霰の湿潤成長の際に生じる. 融解した固体は剥がれて雨になると仮定.

- 雪の水剥離  $SH_{sr}$

雪を形成する捕捉成長:  $CL_{cs}, CL_{rs}, CL_{is}$

–  $T > T_0$  では捕捉によって形成された雪はすべて融解

$$\begin{aligned} SH_{sr} &= CL_{cs} + CL_{rs} \alpha_{rs} + CL_{is} \\ &\simeq CL_{cs} + CL_{rs} \end{aligned}$$

ただし,  $T > T_0$  から  $CL_{is} \ll 1$  および  $\alpha_{rs} = 1$ .

- 霰の水剥離  $SH_{gr}$

霰を形成する捕捉成長:  $CL_{cg}, CL_{rg}, CL_{ig}, CL_{sg}, CL_{rs}, CL_{sr}, CL_{ir}, CL_{ri}$

- $T > T_0$  では,  $CL_{sg}$  以外が融解すると仮定 (Lin et al. 1984).

$$\begin{aligned} SH_{gr} &= CL_{cg} + CL_{rg} + CL_{ig} + CL_{rs}(1 - \alpha_{rs}) + CL_{sr}(1 - \alpha_{rs}) + CL_{ir} + CL_{ri} \\ &\simeq CL_{cg} + CL_{rg} \end{aligned}$$

ただし,  $T > T_0$  から  $CL_{ix}, CL_{xi} \ll 1$  および  $\alpha_{rs} = 1$ .

- $T < T_0$  でも湿潤成長の場合は未凍結部分が剥離. 霰による捕捉成長  $PG_{dry}(= \sum_x CL_{xg})$  のうち, 湿潤成長時に凍結するのは  $PG_{wet}$  であり, 残りが水剥離する.

$$\begin{aligned} SH_{gr} &= PG_{dry} - PG_{wet} \\ &= CL_{cg} + CL_{rg} + CL_{ig} + CL_{sg} - PG_{wet} \end{aligned} \quad (5.94)$$

#### d. 水と氷との混合物の取り扱い (Ferrier 1994)

- 雪, 霰, 雹にもう一つの予報変数を加える (ex. 水+氷の混合比, 水の混合比, 数濃度)
- 剥離: 臨海含水量を超えた部分のみ
- めれた雪, 霰の密度: 液体は固体の部分にしみ込むため, 固体のみの場合と粒子の体積は変わらないとする<sup>2</sup>. ただし,  $\rho$  は密度,  $F$  は質量混合比であり,  $x, x_i, x_w$  はそれぞれバルク, 氷, 液体の値である事を示す.

$$\rho_x = \frac{\rho_{xi}}{1 - F_{xw}} \quad (5.95)$$

- めれた雹の密度: 液体は固体の部分にしみ込まない<sup>3</sup>

$$\rho_x = \frac{\rho_{xi}}{1 - (1 - \rho_{xi}/\rho_{xw})F_{xw}} \quad (5.96)$$

#### (6) 分裂

- 大きな雨粒は落下中に分裂する / 水滴同士の衝突に引き続いて分裂が生じる

<sup>2</sup>以下の 3 式を連立させる. ただし,  $V$  は体積である.

$$\rho_x V_x = \rho_{xi} V_{xi} + \rho_{xw} V_{xw}, \quad F_{xw} = \rho_{xw} V_{xw} / \rho_x V_x, \quad V_x = V_{xi} = V_{xw}$$

<sup>3</sup>以下の 3 式を連立させる. 3 式目のみが雪/霰の場合と異なる.

$$\rho_x V_x = \rho_{xi} V_{xi} + \rho_{xw} V_{xw}, \quad F_{xw} = \rho_{xw} V_{xw} / \rho_x V_x, \quad V_x = V_{xi} + V_{xw}$$

- 雨粒の数濃度を固定したモデルでは分裂の効果を直接的に表現できない.
  - 間接的に,  $\lambda_r$  の下限値の設定, 捕捉率を粒径増加とともに減少させる, などといった方法で表現する.

## (7) 沈降 (降水)

- 粒子の重力落下による混合比変化率: 落下速度として質量の重みをかけた平均速度  $\bar{U}_{xq}$  を用いる

$$PR_{xq} = \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial(\bar{\rho} q_x \bar{U}_{xq})}{\partial z} \quad (5.97)$$

- 粒子の重力落下による数濃度変化率: 落下速度として数濃度の重みをかけた平均速度  $\bar{U}_{xN}$  を用いる

$$PR_{xN} = \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial(N_x \bar{U}_{xN})}{\partial z} \quad (5.98)$$

## (8) その他

- 消失項が非常に大きくなり,

$$\frac{\Delta q_x}{q_x} = \frac{\frac{dq_x}{dx} \Delta t}{q_x} > 1 \quad (5.99)$$

となる場合には,

$$\Delta q_x = C_{lim} q_x \quad (5.100)$$

が上限となるように  $q_x$  の減少に寄与する項に  $C_{lim}(q_x/\Delta q_x)$  をかけ,  $q_x$  が負になるのを回避する.

- 二変数バルク法特有の問題として, 混合比と数濃度の間に矛盾が生じ, 平均粒径が許容範囲を超える事がある. この場合, 通常は混合比を優先して数濃度を修正する.