7.10 Hirayama 族と IRAS ダスト帯

7.4 節と 7.9 節の解析で、小惑星やダスト粒子のような惑星の重力影響下で運動する微小質量の接触離心率は二つの成分をもっていると考えることができると述べた: (i) 一つはその天体に ”特有な ”離心率を反映する自由離心率もしくは固有離心率 (ii) もう一つは現在の半長軸と摂動体の相対的な距離による強制離心率である。同じ議論がその天体の傾斜角にもあてはまる。そのため自由もしくは固有要素は周囲の環境（周囲の天体）よりもむしろ、その天体自身の持つ性質についての情報を与える。

Hirayama(1918) はそのときに知られている小惑星の有限個の固有要素を導いた。彼はいくつかの小惑星が (a, e) や (a, I) 空間でグループに群がる傾向があり、その群がりは接触要素よりむしろ自由要素を用いてプロットした時のほうがより顕著であることを明らかにした。彼はそれぞれの群がり、すなわちファミリーは共通力学的起源を持ち、分裂した母天体の破片の物体であると提案した。知られているファミリーには慣習的にその中の最も大きな物を取って名前がつけられる。今日、有効な軌道が決められた直後に、小惑星の固有要素を計算し族を調べる。これに基づき、全ての小惑星の半数近くが族であると考えられる。

図 7.13a は小惑星に関する半長軸の関数である固有離心率を表している。これらの小惑星は族に属している。図 7.13b は固有傾斜角にに関する図である。明らかな小惑星の群がりがいくつもあり、これらが三次元空間 (a,e,I) においても集団であると理解することが重要である。

我々はすでに軌道要素の変化が、強制要素によって決められる中心の周りを環のように運動すると考えることができることを学んだ（図 7.2 と 7.3）。図 7.14 ではサンプル中の族に属する小惑星の $k = e\cos\varpi$ に対し $h = e\sin\varpi$ そして $q = I\cos\Omega$ に対し $p = I\sin\Omega$ の接触値をプロットしたものである。どちらの図も小惑星の環の存在がはっきりと見える。これはある与えられた族の小惑星が普通強制離心率と傾斜角、そしてランダムに選ばれた自由近点と昇降点に関する普通自由離心率と傾斜角を確かに持っていることを示している。永年理論から予測されるようにこれらの環の中心は同じではないことに注意する。

三つの最も大きな群がりは Koronis、Eos、Themis 族に付随している。そしてこれらは少なくとも一千万年前に壊滅的な衝突を受けた、より大きな物体の残留物であると考えられる。これらの族の固有軌道要素と強制軌道要素は表 7.4 に示す。この表で扱われているデータは Dermott et al.(1985) によるものである。もしこれらの族がより大きな物体の衝突による破壊から作られたのなら、その出来事はほとんど全ての小惑星ダストを生み出したであろう。Hirayama 族の源である衝突理論の目覚しい証拠は赤外線天文観測衛星（IRAS）による太陽系のダスト帯（Low et al. 1984,Neugebauer et al. 1984）の発見とともに訪れた。

IRAS は 12、25、60、100μm の波長で全天調査した。これらの波長での調査は太陽系ダ

ストの赤外放射を検出するのによい。IRAS によって 25μm で検出された背景フラックスは図 7.15a に示す。この曲線では IRAS ダスト帯は 0 °と ±10 °の黄道近くの分布に小さな隆起としてかろうじて検出できる。曲線の背景成分を除去し平滑化した残りの部分をプロットすると（図 7.15b)、帯域がはっきりと見える。中心の分かれているように見える帯域と、±10 °の両サイドの帯域である。しかしこれらの帯が主要な族による衝突に由来することはどのように確かめられるだろうか。その答えは永年摂動と軌道配列の理解の下に得られる。

我々はテスト粒子の強制要素がその半長軸のみの関数であるということはすでに学んだ。図 7.16 は Brouwer & van Woerkom(1950) の理論による小惑星帯域での強制要素を示している。小惑星の破壊による破片はだいたい同じ自由離心率と自由傾斜角を持っているが、ただちに無作為化された自由近点と自由昇降点を得るだろう。同じ強制傾斜角を持つことは全ての破片が強制傾斜角と強制昇降点で決まる平均面を歳差運動することを意味している。この面での運動の垂直要素は形式上単純に調和しているので、小惑星はその運動の極でほとんどの時間を費やし、バンチング状態を引き起こす。その結果太陽から見ると、赤道に $2I_{\rm forced}$ で分けられる二つの帯がある（図 7.17)。

しかし、離心率による影響もある。図 7.18 に示す。同じ強制離心率と自由離心率と強制近点、無作為化された自由近点を持つ軌道は、太陽ではない点 C（太陽は点 S）に関して対称な軌道分布を持つ。もし小惑星ダストがこの軌道で運動するとすれば、傾斜角と離心率の結合した効果は太陽と黄道に関して非対称に配置された材料の集団を生み出す。別の複雑な問題としては、地球を中心に宇宙探査機で見るとダスト帯の様子が時期によって変化するはずだと示していることである（言い換えればその軌道内で地球の位置が変化しているはずである)。

ダスト帯の変化する様子の観測とそれを含んだ強制軌道要素は Dermott et al.(1992) のモデルの材料の分布で使われている。Dermott et al.(1992) の Themis、Koronis、Eos、Nysa、Dora、Gefion 族をダストの素としてを使いモデルの結果（図 7.15b の破線）を出すのに反復手続きする。観測とのすばらしい一致が見られる。主要な Hirayama 族を作った衝突とダストの関連性を含むことが確認された。

7.11 永年共鳴

Bouwer & van Woerkom (1950) の太陽系永年摂動論に関する研究（7.9 節）では、テスト粒子の強制要素を計算するときに問題があると注意した。これは半長軸が、粒子のどちらかの固有歳差運動速度（A や B で表される）がその系の固有振動数と等しくなるような値を持つ位置のときである。小惑星帯の場合には三つの位置に注意する：2AU 付近の二箇所と 2.6AU 付近の一箇所である。後者は明らかに図 7.16a の強制離心率と強制近点経度の計算での特異点である。これが永年共鳴の一例である。

共鳴は二つの周期か振動数が簡単な整数比になるときに起きる。我々はすでにこの例を5.4節の論点の振動数が衛星（惑星）の軌道速度と自転速度になったところで見た。永年摂動の場合は関連振動数がテスト粒子の固有近点経度の変化速度（$A = \dot{\varpi}_{\rm proper}$）か、昇降点経度（$B = \dot{\Omega}_{\rm proper}$）と摂動体のこの系での固有振動数の一つのときである。あいにくこの手法には自転軌道結合のときほど単純ではない共鳴の解析が必要である。この章を通じて使われている基礎永年理論は離心率と傾斜角の二次までの摂動関数の展開に基づいていて、最低次の形にはラグランジュ方程式が使われている。これは (e, ϖ) 解が完全に (I, Ω) 解と分離されている系を作る。これは永年共鳴が偶然起こるには十分ではあるが、より完全な理論にはより高次の項も計算する必要がある。さらに今まで一次の項までしか計算していなかったが、質量も二次の項まで取り入れる必要がある。これによって数学はより複雑になり、離心率項と傾斜角項の結合も導入する。より詳細な解説は Knezevic & Milani(1994) と Froeschle & Morbidelli(1994) を見てほしい。

Williams(1969) は摂動関数を用いない半解析的な永年理論に基づくものである。彼の固有要素の計算とその結果生じた小惑星族の識別（Williams 1979）は小惑星力学に関する最近の研究の基本的な前進である。なぜなら永年共鳴の配置の結合は実際は片方の半長軸を中心としたものよりもむしろ (a, e, I) 空間の外見に一致するからである。小惑星帯におけるこれらの外見の配置は Williams(1969) と Williams & Faulkner(1981) で計算されている。彼らは振動数 $A - g_5, A - g_6, B - g_6$ がすべて近似的にゼロである永年共鳴について研究した。それらは "線形永年共鳴 "とされ、注意したようにこの章で発展した永年摂動理論によってそのその存在が提案される。これらは ν_5, ν_6, ν_{16} の永年共鳴としても知られていて、添え字は固有振動数に含まれる i 番目の値を示している（$\nu_1 = g_1, \nu_{10} = g_{10}, \nu_{11} = f_1, \nu_{18} = f_8$）。

図 7.19 は小惑星帯における固有半長軸-固有傾斜角空間での線形永年共鳴の配置である。このとき $e_{\rm proper} = 0.1$ である（Milani & Knezevic 1990 より）。これらは主要小惑星帯の小惑星に関する固有要素の実際の分布の重ねあわせである。$\sin I_{\rm proper} < 0.3$ の場合、要素は Milani & Knezevic(1990) によって計算され、Lemaitre & Morbidelli(1994) の要素はより大きな傾斜角の場合に使われた。図 7.19 では特異点は 2.5 と 3.3AU 付近にある。ここは小惑星の軌道周期が木星の軌道周期と簡単な比になっていて、平均運動が 3:1 と 2:1 の共鳴にある位置である（8 章参照）。ここでは平均運動共鳴の影響を考えた永年理論を使う必要がある。2AU 付近の付加的な特異点についてはすでに述べられている（上記、図 7.12a 参照）。小惑星の分布は明らかに無作為ではなく、部分的には多くの共鳴位置でのカークウッド間隙の存在によっている（図 1.7、9.8 節参照）。しかし $a - I$ 空間での主要な小惑星帯の内側の淵が $I < 15\,^\circ$ における ν_6 の永年共鳴の位置と関連があることも明らかである。より傾斜角が大きな場合では三つの永年共鳴と 3:1 のカークウッド間隙によってグループが分離されている。

他の永年共鳴はダランベールのような振動数の許容される組み合わせの関係を前提にすれば可能である。これらは "非線形永年共鳴 "で、どれも運動方程式中の離心率か傾斜角またはその両方のより強い力が必要である。これらのうちの九つ（$A + B - g_5 - f_6, A + B - g_6 - f_6, A + B - g_5 - f_7, A - 2g_6 + g_5, A - 2g_6 + g_7, A - 3g_6 + 2g_5, B - f_6 - g_5 + g_6, 2A + B - 2g_6 - f_6, 3A + B - 3g_6 - f_6$）は小惑星帯の重要な永年共鳴を引き起こす。

永年共鳴のもう一つの形は軌道傾斜角が大きく、小さな天体に存在するが、この形には系の固有振動数がまったく含まれない。$\dot{\omega} = 0$ のとき "Kozai 共鳴 "が生じる。ここで ω は近点経度である。$\varpi = \omega + \Pi$ なので共鳴条件は $A = B$ に帰着する。扁平率が無い離心率と傾斜角の小さな軌道に関しては A と B は大きさが等しく符号は逆である。$A = B$ という状況は軌道傾斜角の大きな場合にのみ生じる。同一平面上を運動する惑星の重力影響の下で運動する質量を持たない天体の問題は、もしそれぞれの平均運動同士で共鳴が無ければ、円軌道が自由度 1 の系に変換できることがわかる（8 章参照)。Kozai(1962) は円軌道で運動する木星による摂動小惑星が半長軸では永年変化しないが、離心率と傾斜角は常に定数である量

$$H_K = \sqrt{1 - e^2} \cos I \tag{7.151}$$

のような変化を受けると述べている。半長軸に関してはここで注意すべき点は、これが第三ドローネーモーメント H が定数であることを記述するもう一つの方法であることである（式 2.176 参照)。これは 3.4 節のティスランド関係にも関連している。この定数の結論は微小天体の軌道の離心率と傾斜角が I が最小のとき e が最大の（逆の場合も同じ）ように結合されることである。

Kozai 理論は Michel & Thomas(1995) で四つの大きな惑星に拡大されている。その理論は小さな傾斜角なら ω は $\omega = 0$ °や $\omega = 180$ °の安定な点で秤動可能であるということを述べている。傾斜角が 30 °より大きな場合にはこれらの点は不安定になり $\omega = 90$ °と $\omega = 270$ °に新たに安定な点が現れる。Thomas & Morbidelli(1996) によれば e と I が大きな軌道にのみ Kozai 共鳴は影響を与えることができる。それらは Bailey et al.(1992) の、Kozai 共鳴はいくつかの長周期彗星が太陽に接近するメカニズムであるという推定も立証した。

7.12 高次永年理論

この章ではわれわれの惑星の長周期変化の理論として、Brouwer & van Woerkom(1950) の永年理論を使った。これは線形理論と呼ばれその大部分は 7.7 節の方法のように、一次までの質量と、離心率と傾斜角が二次までの摂動関数の展開によるものである。Hill(1897) による扱い方を使い、Brouwer & van woerkom は木星と土星の相互作用を計算するためにより高次の理論の組み込みを試みた。これらの相互作用は g_9 と g_{10} の固有振動数を発生させ、それに関連した固有ベクトルを表 7.1-7.3 に示した。

軌道要素により高次の項を組み込み、Bretagnon(1974) は永年理論を質量が二次のオーダーの惑星以外の全ての惑星に適用した。後のバージョン（Bretagnon 1982）では相対論と月の摂動の影響を組み込んだ。Duriez(1979) の手法に従って、新しい永年理論は Laskar(1985, 1986a) で工夫された。これには Bretagnon の後の方の理論と同じ摂動が含まれているが、離心率と傾斜角について同じ高次までの項が加えられている。その結果の理論は 3000 万年の期間にわたる数値積分とフーリエ解析された。同時期の多くの研究者たちは惑星軌道の長期安定性の研究において、太陽系の外まで広がる数値積分を行った。内惑星の軌道の

積分もあった。例えば Quinn et al.(1991) は地球の軌道を 300 万年のタイムスケールで調査した。その後さらに 600 万年にまで伸ばされ、結果は Laskar(1989) の半解析的な永年理論と比較され、良い一致が得られた（Laskar et al.1992）。これらの研究の全ては惑星の永年相互作用に関する深い洞察を与える。これらの詳細については 9.10 節で調査する。