

# 2 層モデルを用いた回転球面上の減衰 乱流の数値計算

Numerical calculation of decaying turbulence on  
a rotating sphere using two-level model

土屋 貴志

TSUCHIYA Takashi

北海道大学大学院理学院宇宙理学専攻  
惑星物理学研究室

Department of Cosmosciences,  
Graduate School of Science, Hokkaido University,  
Physical Planetology Laboratory

2008 年 1 月 31 日提出

## 要旨

木星の帯状構造の形成メカニズムに関連して、これまで数多くの球面乱流計算が行われてきた。順圧モデルなどの1層モデルを用いた Williams(1978) や Cho and Polvani(1996) などの研究により、帯状構造の南北スケールは Rhines スケール ( $\sqrt{\Omega a/U}$ ;  $\Omega$  は自転角速度,  $a$  は惑星半径,  $U$  は速度スケール) で決定されるという議論がなされてきた。それらに対して Kitamura and Matsuda(2004) は大気の成層効果や鉛直成分を表現できる2層モデルを用いた回転球面上の減衰乱流の数値計算を行った。彼らは2層モデルの結果と1層モデルの結果の類似性を調べ、浮力に対して回転の効果が大きい場合に順圧モードが卓越すること、回転の効果が小さい場合に上層と下層は独立して2次元非発散系と同様の運動を行うことを示した。

しかし、球面乱流場の初期値依存性が存在することが Yoden and Yamada(1993) で示されているにも関わらず、Kitamura and Matsuda(2004) ではそれぞれの計算は1つの初期場を用いてしか行われていない。よって初期値を変えた計算を行ない、結果の再現性を調べる必要がある。また、傾圧モードから順圧モードへのエネルギーの輸送がどのようにして起こるのか明らかにされていない。パラメータ設定が少なく、計算結果に対するパラメータ依存性が捉えにくいなどの問題がある。

そこで、本研究では複数の初期場、幅広いパラメータ設定で、3次元球面プリミティブ方程式系に基づく2層モデルにおける回転球面上の減衰乱流の数値計算を行った。その結果、ロスビー数(水平加速度項と転向力項の比)が大きい場合には初期場によって赤道付近で卓越する傾圧東西平均風の風向きが変わることがわかった。これは Kitamura and Matsuda(2004) のロスビー数が大きい場合には赤道付近で東向きの傾圧東西平均風が卓越するという主張とは異なる結果である。順圧成分と傾圧成分のエネルギーの時間発展を見ることで、両者のエネルギー交換が計算開始から比較的早い段階で平衡状態に達することがわかった。自転角速度が大きい場合には初期場の依存性が弱く、自転角速度が小さい場合には初期場の依存性が強いことが示された。木星のように高回転している場合には、鉛直構造を考慮しても、帯状構造の形成に影響を与えないことが確認された。2層モデルでは傾圧モードの影響は小さく、結果として順圧モデル的であった。

---

# 目次

要旨	i
第1章 はじめに	1
第2章 数値計算モデルの解説	3
2.1 支配方程式系	3
2.2 2層モデル	5
2.3 数値モデル	7
2.4 計算パラメータ設定	9
第3章 計算結果	12
3.1 流れ場	12
3.2 東西平均風	24
3.2.1 順圧モード	24
3.2.2 傾圧モード	26
3.3 エネルギースペクトル	28
3.4 初期場依存性	33
3.4.1 アンサンブル実験	33
3.4.2 エネルギーピーク	37
3.5 木星	40
第4章 まとめ	43

---

図目次

2.1 モデルで用いた鉛直グリッドの概念図 . . . . . 5

2.2 高解像度実験 (T170) の初期場の例 . . . . . 9

2.3 各実験のパラメータ設定図 . . . . . 11

3.1 各実験の T=16.27 における赤道から見た順圧渦度場 . . . . . 13

3.2 各実験の T=16.27 における北極から見た順圧渦度場 . . . . . 14

3.3 各実験の T=16.27 における南極から見た順圧渦度場 . . . . . 15

3.4 各実験の T=16.27 における赤道から見た傾圧渦度場 . . . . . 16

3.5 実験 1 の T=16.27 における順圧渦度場と傾圧渦度場 . . . . . 19

3.6 実験 3 の T=16.27 における順圧渦度場と傾圧渦度場と傾圧発散場 . 20

3.7 実験 15 の上層渦度場と下層渦度場の時間発展 . . . . . 22

3.8 実験 18 の上層渦度場と下層渦度場の時間発展 . . . . . 23

3.9 各実験の T=14.92~16.27 で平均した順圧東西平均風分布 . . . . . 25

3.10 各実験の T=14.92~16.27 で平均した傾圧東西平均風分布 . . . . . 27

3.11 T=16.27 における傾圧渦度, 順圧渦度, 傾圧発散のエネルギースペクトル . . . . . 30

3.12 実験 1, 3, 15, 18 の順圧渦度, 傾圧渦度, 傾圧発散のエネルギースペクトルの時間発展 . . . . . 31

3.13 実験 1, 3, 15, 18 の順圧渦度, 傾圧渦度, 傾圧発散のエネルギー比率の時間発展 . . . . . 32

3.14 3 種類の初期場による各実験の T=0 における東西平均風分布 . . . 33

3.15 3 種類の初期場による各実験の T=14.92~16.27 で平均した順圧東西平均風分布 . . . . . 35

3.16 3 種類の初期場による各実験の T=14.92~16.27 で平均した傾圧東西平均風分布 . . . . . 36

3.17 実験 5 における初期場のエネルギーピーク ( $n_0$ ) を変えた実験の結果 1 . . . . . 38

3.18 実験 5 における初期場のエネルギーピーク ( $n_0$ ) を変えた実験の結果 2 . . . . . 39

3.19 実験 20 (木星パラメータ, T=85) の計算結果. . . . . 41

3.20 木星パラメータを用いた強制 2 次元順圧モデルの計算結果 (Williams 1978) . . . . . 42

3.21 木星パラメータを用いた 2 次元浅水モデルの計算結果 (Cho and Plovani 1966) . . . . . 42

# 第1章 はじめに

木星の大気が帯状構造を持つことは昔からよく知られており, そのメカニズムを解明しようとこれまで数多くの数値計算が行われてきた.

Williams(1978) は回転球面上の 2 次元順圧非発散モデルで強制を伴った乱流の数値計算を行った. その結果, 統計的な渦度強制を用いたモデルにおいて帯状構造を示す結果を得た. しかし, Williams(1978) のモデルは計算領域において経度の周期性と赤道の対称性を利用している点や, 強制の与え方が現実に則しているのかわからない点で問題がある. Nozawa and Yoden(1997) は Williams(1978) を再計算するにあたり, 完全な球面領域を用いた回転球面上の強制 2 次元乱流の数値計算を行い, 周極渦や帯状構造の結果を得て, その解析を行った. しかし, これらの計算は順圧モデルで行われている点で問題がある. 順圧モデルは順圧成分のみを扱うので, 大気の成層効果や鉛直成分が十分考慮されていないからである.

Cho and Polvani(1996) は回転球面上の浅水モデルを用いて減衰乱流の数値計算を行った. このモデルでは順圧モデルで考慮されなかった成層効果や鉛直成分が表現される. 木星パラメータを与えた計算の結果では, 赤道領域において卓越した西向き東西平均風を得た. しかし, 浅水モデルが成層効果, 鉛直成分を持つと言っても現実の大気は層状であるので, やはり 3 次元モデルを用いた計算を行う必要があると考えられる.

Kitamura and Matsuda(2004) は大気の成層効果や鉛直成分を表現できる 2 層モデルを用いた回転球面上の減衰乱流の数値計算を行った. そして, ラムパラメータ, ロスビー数, フルード数という無次元パラメータを用いて以下のような結論を出した. ラムパラメータが小さい場合, 上層と下層で独立した運動を行う, その様子は 2 次元非発散のものと似ている. ラムパラメータが大きい場合, 上層と下層間で相互作用が働く. この場合, 順圧モード, 傾圧モードという概念が有効である. 初期に傾圧成分しかない状態で計算を行っても, 最終的に順圧成分が卓越する. 順圧モードではロスビー数が小さい場合, 帯状構造や極付近に西向きの周極渦が現れる. 傾圧モードではフルード数が大きい場合, 振幅が赤道付近に集中する. フルード数が小さい場合は発散成分は無視できるほど小さいが, フルード数が大きくなると発散

成分が大きくなる。

しかし、一連の計算が一つの初期場によって行われているので初期場の依存性が考慮されていない、エネルギースペクトルの時間発展が示されておらず各変数のエネルギーの流れがわからない、また無次元パラメータの設定をもう少し広く行わなければ計算結果に対するパラメータの影響が捉えにくいなどの問題点がある。

そこで、本研究では上記の問題点を考慮し、2層モデルを用いた回転球面上の減衰乱流の数値計算を、複数の初期場を用いて、より広いパラメータ設定で行った。そしてその計算結果を用い、各パラメータが2層モデルの計算結果に対しどのような影響を与えるのか調べる。また初期場によって2層モデルの計算結果がどの程度変わるのか調べる。さらに木星パラメータを用いた2層モデルの計算を行い、これまで2次元モデルで行われてきた Williamas(1978), Cho and Polvani(1996) の木星パラメータを用いた計算との比較を行い2次元モデルの結果と2層モデルの結果を議論する。

本論文の構成は以下である。この後、数値計算のモデルの解説を行う。次に数値計算の結果について議論する。最後にまとめを述べる。

---

## 第2章 数値計算モデルの解説

本章では本研究に用いた数値計算モデルについて述べる。まず数値計算で用いた支配方程式を述べる。その後2層モデル、数値モデル、計算パラメータ設定について述べる。

### 2.1 支配方程式系

本研究で用いた支配方程式系は以下のものである。

- 連続の式

$$\frac{\partial \pi}{\partial t} + \mathbf{v}_H \cdot \nabla_{\sigma} \pi = -\nabla_{\sigma} \cdot \mathbf{v}_H - \frac{\partial \dot{\sigma}}{\partial \sigma} \quad (2.1)$$

- 静水圧の式

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} = -\frac{RT}{\sigma} \quad (2.2)$$

- 渦度方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta}{\partial t} = & \frac{1}{a(1-\mu^2)} \frac{\partial}{\partial \lambda} \left\{ -(\zeta + f)U - \dot{\sigma} \frac{\partial V}{\partial \sigma} - \frac{RT'}{a}(1-\mu^2) \frac{\partial \pi}{\partial \mu} + F_{\varphi} \cos \varphi \right\} \\ & - \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \mu} \left\{ (\zeta + f)V - \dot{\sigma} \frac{\partial U}{\partial \sigma} - \frac{RT'}{a}(1-\mu^2) \frac{\partial \pi}{\partial \lambda} + F_{\lambda} \cos \varphi \right\} \\ & - K_{HD} \left\{ (-1)^{\frac{N_D}{2}} \nabla^{N_D} - \left( \frac{2}{a^2} \right)^{\frac{N_D}{2}} \right\} \zeta \end{aligned} \quad (2.3)$$

- 発散方程式

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial D}{\partial t} = & \frac{1}{a(1-\mu^2)} \frac{\partial}{\partial \lambda} \left\{ (\zeta + f)V - \dot{\sigma} \frac{\partial U}{\partial \sigma} - \frac{RT'}{a}(1-\mu^2) \frac{\partial \pi}{\partial \lambda} + F_\lambda \cos \varphi \right\} \\
 & + \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \mu} \left\{ -(\zeta + f)U - \dot{\sigma} \frac{\partial U}{\partial \sigma} - \frac{RT'}{a}(1-\mu^2) \frac{\partial \pi}{\partial \mu} + F_\varphi \cos \varphi \right\} \\
 & - \nabla_\sigma^2 \left\{ \Phi + R\bar{T}\pi + \frac{U^2 + V^2}{2(1-\mu^2)} \right\} \\
 & - K_{HD} \left\{ (-1)^{\frac{N_D}{2}} \nabla^{N_D} - \left( \frac{2}{a^2} \right)^{\frac{N_D}{2}} \right\} D
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

- 熱力学の式

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial T}{\partial t} = & - \frac{1}{a(1-\mu^2)} \frac{\partial UT'}{\partial \lambda} - \frac{1}{a} \frac{\partial VT'}{\partial \mu} + T'D - \dot{\sigma} \frac{\partial T}{\partial \sigma} \\
 & + \kappa T \left( \frac{\partial \pi}{\partial t} + \mathbf{v}_H \cdot \nabla_\sigma \pi + \frac{\dot{\sigma}}{\sigma} \right) + \frac{Q}{C_p} \\
 & - (-1)^{\frac{N_D}{2}} K_{HD} \nabla^{N_D} T + D'(D)
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

ここで,  $\lambda$ : 経度,  $\varphi$ : 緯度,  $u$ : 東西方向の速度,  $v$ : 経度方向の速度,  $T$ : 温度,  $p$ : 圧力,  $p_s$ : 地表面圧力,  $\Omega$ : 自転角速度,  $R$ : 大気気体定数,  $C_p$ : 大気定圧比熱,  $K_{HD}$ : 水平拡散係数,  $F_\lambda$ : 小規模運動過程による力,  $F_\varphi$ : 小規模運動過程による力,

$$\begin{aligned}
 U &= u \cos \varphi, \\
 V &= v \cos \varphi, \\
 \mu &= \sin \varphi, \\
 \pi &= \ln p_s, \\
 f &= 2\Omega \sin \varphi, \\
 \mathbf{v}_H &= (u, v), \\
 \sigma &= \frac{p}{p_s}, \\
 \nabla_\sigma &= \frac{1}{a \cos \varphi} \left( \frac{\partial}{\partial \lambda} \right)_\sigma + \frac{1}{a} \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} \right)_\sigma, \\
 \dot{\sigma} &= \frac{\partial \sigma}{\partial t}, \\
 \Phi &= gz,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\zeta &= \frac{1}{a(1-\mu^2)} \frac{\partial V}{\partial \lambda} - \frac{1}{a} \frac{\partial U}{\partial \mu}, \\ D &= \frac{1}{a(1-\mu^2)} \frac{\partial U}{\partial \lambda} + \frac{1}{a} \frac{\partial V}{\partial \mu}, \\ \nabla_\sigma^2 &= \frac{1}{a^2(1-\mu^2)^2} \frac{\partial}{\partial \lambda^2} + \frac{1}{a^2} \frac{\partial}{\partial \mu} \left\{ (1-\mu^2) \frac{\partial}{\partial \mu} \right\}, \\ T &= \bar{T}(\sigma) + T', \\ \kappa &= \frac{R}{C_p}\end{aligned}$$

である。

## 2.2 2層モデル

本研究における2層モデルとは圧力、水平風速、温度などを鉛直方向において2つの高度で表現するモデルである。鉛直グリッドの概念図を図2.1に示す。鉛直速度

level	$\sigma$
5/2 —————	0
2 — — — — T <sub>1</sub> V <sub>1</sub> — — — —	0.21
3/2 —————	0.5
2 — — — — T <sub>2</sub> V <sub>2</sub> — — — —	0.74
1/2 —————	1

図 2.1: モデルで用いた鉛直グリッドの概念図。実線を半整数レベル、破線を整数レベルと呼ぶ。

$\sigma$  は半整数レベル 1/2, 3/2, 5/2 で定義し、渦度  $\zeta$ , 発散  $D$ , 温度  $T$  は整数レベル 1, 2 で定義する。上層のある従属変数を  $A_1$ , 下層のある従属変数を  $A_2$  とするとき、

- 順圧モード (barotropic mode)

$$A_t = \frac{A_1 + A_2}{2} \tag{2.6}$$

- 傾圧モード (baroclinic mode)

$$A_c = \frac{A_1 - A_2}{2} \quad (2.7)$$

とする. ここで添え字  $t$  は順圧 (barotropic), 添え字  $c$  は傾圧 (baroclinic) を意味する. 上層と下層で同じ運動をしている場合 ( $A_1 = A_2$ ), 順圧モードのみ存在し, 傾圧モードはゼロである. つまり, 順圧モードは平均値であり, 鉛直方向に一様な運動を表現する. それに対して, 上層と下層で反対の運動をしている場合 ( $A_1 = -A_2$ ), 傾圧モードのみ存在する. 実際の運動は順圧モードと傾圧モードの和で表現される.

粘性を省いたモデルの順圧モードと傾圧モードの式は (2.1) ~ (2.5) より

- 順圧モード (barotropic mode)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta_t}{\partial t} = & -\frac{1}{1-\mu^2} \frac{\partial}{\partial \lambda} \left\{ \left( \frac{\mu}{Ro} + \zeta_t \right) U_t + \zeta_c U_c + D_c V_c \right\} \\ & + \frac{\partial}{\partial \mu} \left\{ \left( \frac{\mu}{Ro} + \zeta_t \right) V_t + \zeta_c V_c - D_c U_c \right\} \end{aligned} \quad (2.8)$$

- 傾圧モード (baroclinic mode)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta_c}{\partial t} = & -\frac{1}{1-\mu^2} \frac{\partial}{\partial \lambda} \left\{ \left( \frac{\mu}{Ro_a} + \zeta_t \right) U_c + \zeta_c U_t \right\} \\ & + \frac{\partial}{\partial \mu} \left\{ \left( \frac{\mu}{Ro_a} + \zeta_t \right) V_c + \zeta_c V_t \right\}, \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$(2.10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial D_c}{\partial t} = & \frac{1}{1-\mu^2} \frac{\partial}{\partial \lambda} \left\{ \left( \frac{\mu}{Ro_a} + \zeta_t \right) V_c + \zeta_c V_t \right\} \\ & - \frac{\partial}{\partial \mu} \left\{ \left( \frac{\mu}{Ro_a} + \zeta_t \right) U_c + \zeta_c U_t \right\} - \nabla_\sigma^2 \left( \frac{\Phi'_c}{Fr^2} + \frac{U_t U_c + V_t V_c}{1-\mu^2} \right), \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$(2.12)$$

$$\frac{\partial \Phi'_c}{\partial t} = -\frac{1}{1-\mu^2} \left[ \frac{\partial (U_t \Phi'_c)}{\partial \lambda} + (1-\mu^2) \frac{\partial (V_t \Phi'_c)}{\partial \mu} \right] - \left( 1 - \frac{\Phi'_c}{\gamma} \right) D_c \quad (2.13)$$

と記述することができる. また (2.8) - (2.13) の導出に際し, 速度  $U_0$  (初期場の代表的速度スケール) と惑星半径  $a$  を用いて無次元化を行った.

(2.8) - (2.13) にはロスビー数

$$Ro = \frac{U_0}{2\Omega a} \quad (2.14)$$

とフルード数

$$Fr = \frac{U_0}{\sqrt{gH}} \quad (2.15)$$

と呼ばれる無次元パラメータが含まれている。ロスビー数は水平加速度と転向力の比であり、ロスビー数が大きい場合は回転の効果は相対的に無視され、逆にロスビー数が小さい場合はその運動に対し回転の効果が効くことを示す。フルード数は慣性力と浮力の比であり、慣性力が重力加速度に対しどの程度効果を持つのか判断する指標となる。またフルード数とロスビー数の比を取るとラムパラメータ (バーガー数)

$$\varepsilon = \left(\frac{Fr}{Ro}\right)^2 = \left(\frac{2\Omega a}{\sqrt{gH}}\right)^2 = \left(\frac{a}{L_R}\right)^2 \quad (2.16)$$

と呼ばれる無次元パラメータが導出される。ここで  $L_R = \sqrt{gH}/2\Omega$  は極付近におけるロスビーの変形半径である。ロスビーの変形半径は地衡流平衡になるための空間スケールの指標に用いられ、波が  $1/2\Omega$  時間あたりに位相速度  $\sqrt{gH}$  で進む距離に等しい。つまり、 $a \gg L_R$  の場合、波が伝播しきる前に回転の効果が効いて地衡流平衡に達し、流体表面の凹凸は維持されると機械的に説明できる。第3章では、ラムパラメータ、ロスビー数、フルード数という3つの無次元パラメータを用い、計算結果について議論する。

## 2.3 数値モデル

本研究の数値計算ではモデルに3次元球面プリミティブ方程式系に基づく惑星大気大循環モデル DCPAM を用いた。

DCPAM の水平方向の格子点の位置は、Gauss 緯度、等間隔の経度で、離散化はスペクトル変換法を用いている。鉛直方向の格子点の取り方、離散化は Arakawa and Suarez(1983) のスキームを用いている。時間積分スキームは基本的に leap frog 法を用いているが、拡散項は後方差分もしくは前方差分としている。水平拡散係数

$$K_{HD} = \left(\frac{n(n+1)}{a^2}\right)^{-\frac{N_D}{2}} \frac{1}{\tau} \quad (2.17)$$

は最大波数  $N$  の波が特徴的な時間  $\tau$  (EFold Time) で減衰するような値を選ぶ必要がある。本研究では  $\tau = 8640$  とした。計算モードを抑えるために時間フィルター (Asselin, 1972) 係数 0.05 を 20 ステップ毎に適用している。さらに  $\Delta t$  を大

大きく取るために、重力波の項に semi-implicit の手法 (Bourke) を適用している。またレイリー摩擦とニュートン冷却の効果は無効化した。

計算解像度は解析用の高解像度実験とアンサンブル用の低解像度実験の2種類を行った。高解像度実験は全波数 T170, 水平方向の格子点数は経度方向 512, 緯度方向 256, 鉛直方向の格子点数は 2, 低解像度実験は全波数 T85, 水平方向の格子点数は経度方向 256, 緯度方向 128, 鉛直方向の格子点数は 2 である。重力波の最も速い周波数を  $N/Fr$  としたので, CFL 条件は

$$\frac{N\Delta t}{Fr} < 1$$

となる。

### 初期条件

本研究では初期場は傾圧渦度のみで構成する。傾圧渦度のスペクトル空間における運動エネルギーの総和は

$$K_{\zeta_c} = \sum_{n=1}^N \sum_{m=-n}^n \frac{(\zeta_c^{nm})^2}{2n(n+1)} \quad (2.18)$$

である。そして初期エネルギースペクトル  $E_n$  の分布を

$$E_n(t=0) = \frac{E_0 n^{\gamma/2}}{(n+n_0)^2} \quad (2.19)$$

とする。このスペクトル分布は Cho and Polvani(1966) で与えられたものと同じである。本研究では初期場の運動エネルギー (無次元) を 1 とした。図 2.3 に高解像度実験用の初期場の例を示す。これは  $(n_0, \gamma) = (40, 40)$  の場合における傾圧渦度のエネルギースペクトルの分布と傾圧渦度場である。傾圧渦度場は有次元系で表されている。有次元化には初期場の速度スケール  $U_0$  と惑星半径  $a$  を用いている。初期条件の依存性を調べる計算では、エネルギーピークの位置, つまり  $n_0$  を変えたものや、乱数種を変えることにより渦度分布を微妙に変化させた初期場を用いて計算を行った。

### 境界条件

鉛直流に関する境界条件は

$$\dot{\sigma} = 0 \quad \text{at} \quad \sigma = 0, 1 \quad (2.20)$$

である。

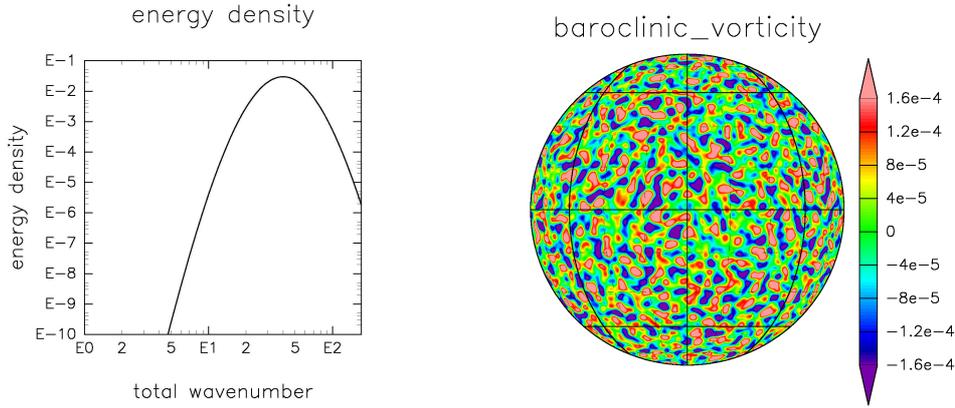


図 2.2: 高解像度実験 (T170) の初期場の例. 左図がエネルギースペクトル (無次元), 右図が傾圧渦度場 (有次元) を示す.

## 2.4 計算パラメータ設定

本研究ではラムパラメータ, ロスビー数, フルード数を変えた計算を 19 種類行った. ここでロスビー数とフルード数の与え方を説明する. ロスビー数は

$$Ro = \frac{U_0}{2\Omega a} \quad (2.14)$$

より, 初期場の速度スケール  $U_0$ , 自転角速度  $\Omega$ , 惑星半径  $a$  から決まる. 一方フルード数は

$$Fr = \frac{U_0}{\sqrt{gH}} \quad (2.15)$$

であるので,  $H$  を求める必要がある.  $H$  は

$$H = \frac{\Gamma(p_{\frac{3}{2}})p_{\frac{3}{2}}^2}{8g}, \quad \Gamma(p) = -\left(\frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial p} + \frac{\bar{\alpha}}{\gamma p}\right) \quad (2.21)$$

であるので (Kitamura 2004), (2.15) に (2.21) を代入するとフルード数は

$$Fr = \frac{2\sqrt{2}U_0}{\sqrt{R_d T \left(\frac{p_{\frac{3}{2}}^2}{p_1 p_2} - \frac{1}{\gamma}\right)}}$$

と表すことができる. よってフルード数は初期場の速度スケール  $U_0$ , 大気気体定数  $R_d$ , 温度  $T$ , 圧力  $p_1, p_{\frac{3}{2}}, p_2$ , 比熱比  $\gamma = C_p/C_v$  から決まる.

表 2.1 に各実験のパラメータ設定を示す. また各実験の  $\varepsilon, Ro, Fr$  の関係をまとめたグラフを表 2.1 のグラフを図 2.3 に示す.

Run	$\varepsilon$	$Ro$	$Fr$	$\Omega$ [1/s]	$a$ [m]	$U_0$ [m/s]	$T$ [K]	$R_d$	$C_p$
1	1000	$1.25 \times 10^{-3}$	$3.95 \times 10^{-2}$	$6.29 \times 10^{-4}$	$6.37 \times 10^6$	10	285	$1.97 \times 10^3$	$6.88 \times 10^3$
2	1000	$2.5 \times 10^{-3}$	$7.91 \times 10^{-2}$	$3.14 \times 10^{-4}$	$6.37 \times 10^6$	10	285	$4.90 \times 10^2$	$1.72 \times 10^3$
3	1000	$1.0 \times 10^{-2}$	$3.16 \times 10^{-1}$	$7.85 \times 10^{-5}$	$6.37 \times 10^6$	10	285	$1.07 \times 10^2$	$3.07 \times 10^1$
4	1000	$2.5 \times 10^{-2}$	$7.91 \times 10^{-1}$	$3.14 \times 10^{-5}$	$6.37 \times 10^6$	10	285	$1.72 \times 10^1$	4.90
5	100	$2.5 \times 10^{-3}$	$2.5 \times 10^{-2}$	$3.14 \times 10^{-4}$	$6.37 \times 10^6$	10	285	$4.91 \times 10^3$	$1.72 \times 10^4$
6	100	$1.0 \times 10^{-2}$	$1.0 \times 10^{-1}$	$7.85 \times 10^{-5}$	$6.37 \times 10^6$	10	285	$1.07 \times 10^3$	$3.07 \times 10^2$
7	100	$2.5 \times 10^{-2}$	$2.5 \times 10^{-1}$	$3.14 \times 10^{-5}$	$6.37 \times 10^6$	10	285	$1.72 \times 10^2$	$4.91 \times 10^1$
8	100	$4.0 \times 10^{-2}$	$4.0 \times 10^{-1}$	$1.96 \times 10^{-5}$	$6.37 \times 10^6$	10	285	$6.68 \times 10^1$	$1.91 \times 10^1$
9	10	$2.5 \times 10^{-3}$	$7.91 \times 10^{-3}$	$3.14 \times 10^{-4}$	$6.37 \times 10^6$	10	285	$1.72 \times 10^5$	$4.91 \times 10^4$
10	10	$1.0 \times 10^{-2}$	$3.16 \times 10^{-2}$	$7.85 \times 10^{-5}$	$6.37 \times 10^6$	10	285	$1.07 \times 10^4$	$3.07 \times 10^3$
11	10	$2.5 \times 10^{-2}$	$7.91 \times 10^{-2}$	$3.14 \times 10^{-5}$	$6.37 \times 10^6$	10	285	$4.90 \times 10^2$	$1.72 \times 10^3$
12	10	$4.0 \times 10^{-2}$	$1.27 \times 10^{-1}$	$1.96 \times 10^{-5}$	$6.37 \times 10^6$	10	285	$1.91 \times 10^2$	$6.70 \times 10^2$
13	1	$1.0 \times 10^{-2}$	$1.0 \times 10^{-2}$	$7.85 \times 10^{-5}$	$6.37 \times 10^6$	10	285	$3.07 \times 10^4$	$1.07 \times 10^5$
14	1	$2.5 \times 10^{-2}$	$2.5 \times 10^{-2}$	$3.14 \times 10^{-5}$	$6.37 \times 10^6$	10	285	$4.90 \times 10^3$	$1.72 \times 10^4$
15	1	$4.0 \times 10^{-2}$	$4.0 \times 10^{-2}$	$1.96 \times 10^{-5}$	$6.37 \times 10^6$	10	285	$1.92 \times 10^3$	$6.71 \times 10^3$
16	1	$7.91 \times 10^{-2}$	$7.91 \times 10^{-2}$	$9.81 \times 10^{-6}$	$6.37 \times 10^6$	10	285	$4.82 \times 10^2$	$1.69 \times 10^3$
17	0	$\infty$	$1.27 \times 10^{-2}$	0	$6.37 \times 10^6$	10	285	$1.92 \times 10^4$	$6.71 \times 10^4$
18	0	$\infty$	$4.0 \times 10^{-2}$	0	$6.37 \times 10^6$	10	285	$1.92 \times 10^3$	$6.71 \times 10^3$
19	0	$\infty$	$1.27 \times 10^{-1}$	0	$6.37 \times 10^6$	10	285	$1.92 \times 10^2$	$6.71 \times 10^2$
20	10985	$2.0 \times 10^{-3}$	$2.09 \times 10^{-1}$	$1.75 \times 10^{-4}$	$7.15 \times 10^7$	50	124	$3.78 \times 10^3$	$1.10 \times 10^4$

表 2.1: 各実験のパラメータ設定表.

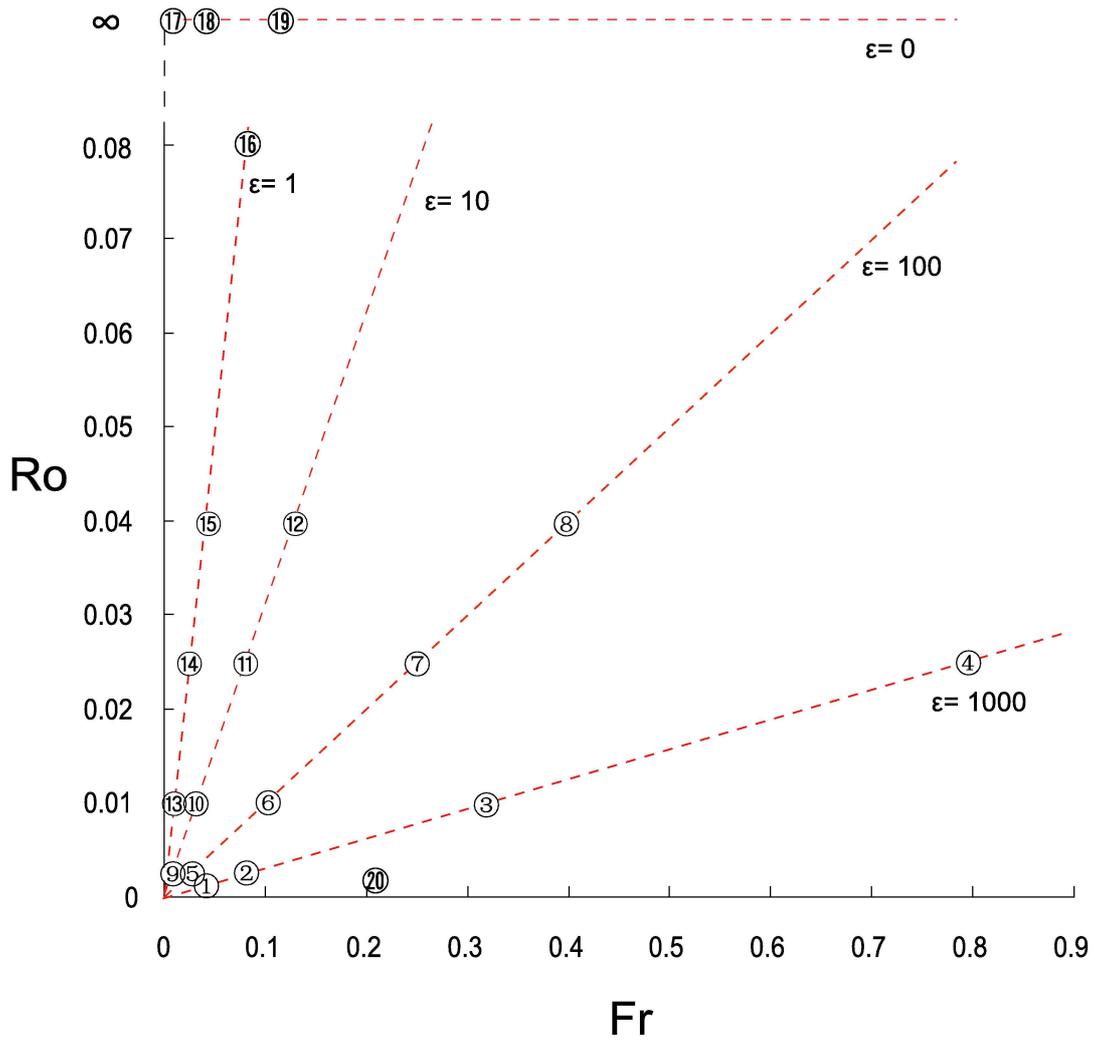


図 2.3: 各実験のパラメータ設定図. 横軸が  $Fr$ , 縦軸が  $Ro$ , 破線が  $\epsilon$  となっている. 数字は実験ナンバーに対応している.

## 第3章 計算結果

本章では数値計算によって得られた結果を考察する。その際に2章で述べた無次元数を用いて議論していく。

### 3.1 流れ場

まずは運動の様子を考察する。図3.1に各実験の  $T=16.27$  における順圧渦度場、図3.2に図3.1を北極から見た図、図3.3に図3.1を南極から見た図、図3.4に各実験の  $T=16.27$  における傾圧渦度場をそれぞれ示す。

図3.1, 図3.2, 図3.3より順圧渦度場では以下のような特徴が見られる。ラムパラメータ一定の下で結果を比較すると、ロスビー数が小さい場合では渦度が東西に伸び帯状構造になっていることがわかる。ロスビー数が大きい場合ではコヒーレント渦が発生していることがわかる。ロスビー数一定の下で結果を比較すると、ラムパラメータが大きい場合ではコヒーレント渦が小さいことがわかる。また極渦の正負に以下のような傾向が見られる。北極ではロスビー数が小さくラムパラメータが大きい場合では負の極渦を持つ。ロスビー数が大きくラムパラメータ大きい場合では正の極渦を持つ。南極ではロスビー数が小さくラムパラメータが大きい場合では正の極渦を持つ。ロスビー数が大きくラムパラメータ小さい場合では負の極渦を持つ。

図3.4より傾圧渦度場では以下のような特徴が見られる。ラムパラメータ一定の下で結果を比較すると、ロスビー数が小さい場合では渦度が東西に伸び帯状構造になっていることがわかる。ロスビー数が大きい場合ではコヒーレント渦が発生していることがわかる。ロスビー数一定の下で結果を比較すると、ラムパラメータが大きい場合では振幅が赤道付近に集中していることに対し、ラムパラメータが小さい場合では振幅が球全体に渡って存在する。

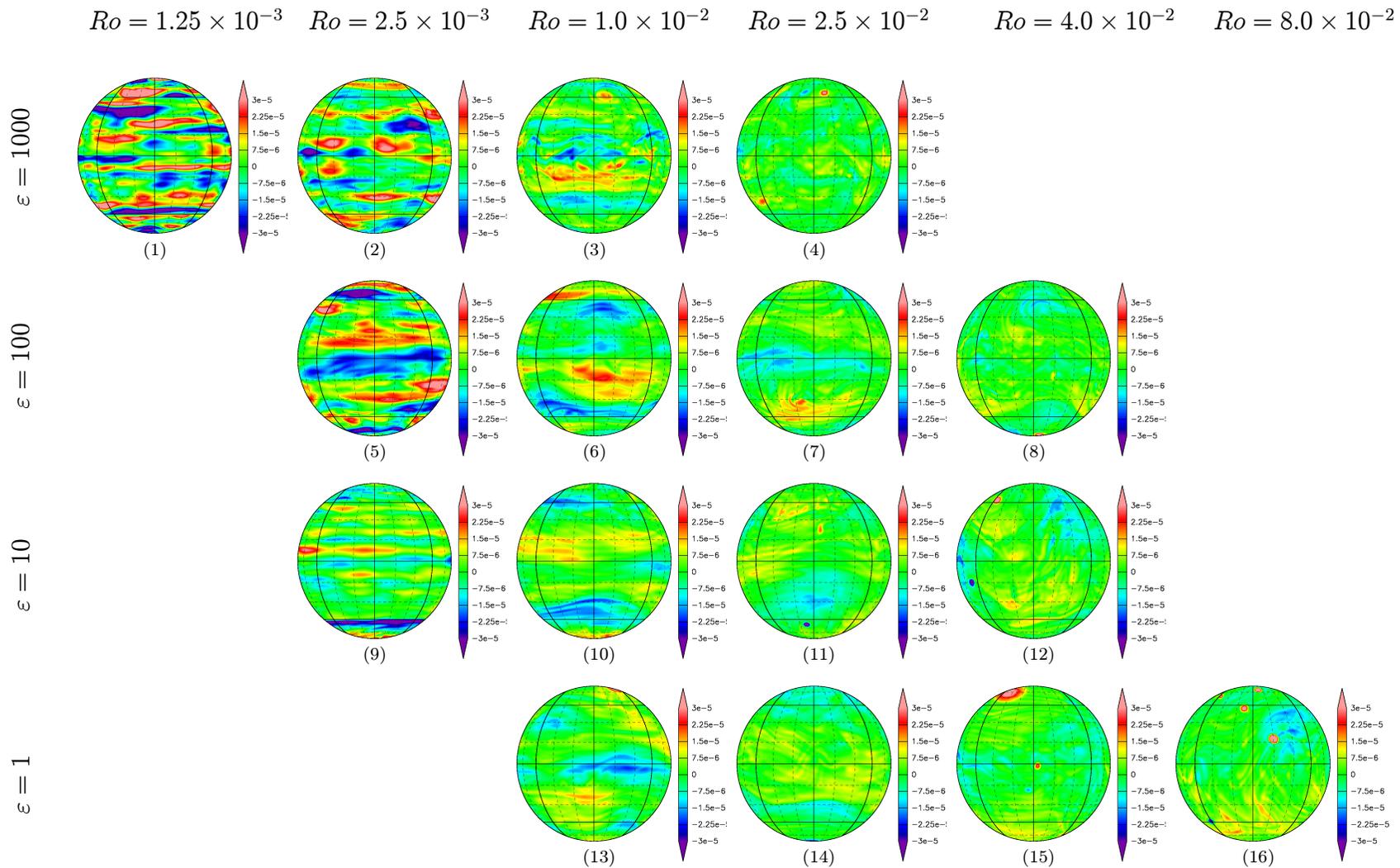


図 3.1: 各実験の  $T=16.27$  における赤道から見た順圧渦度場.

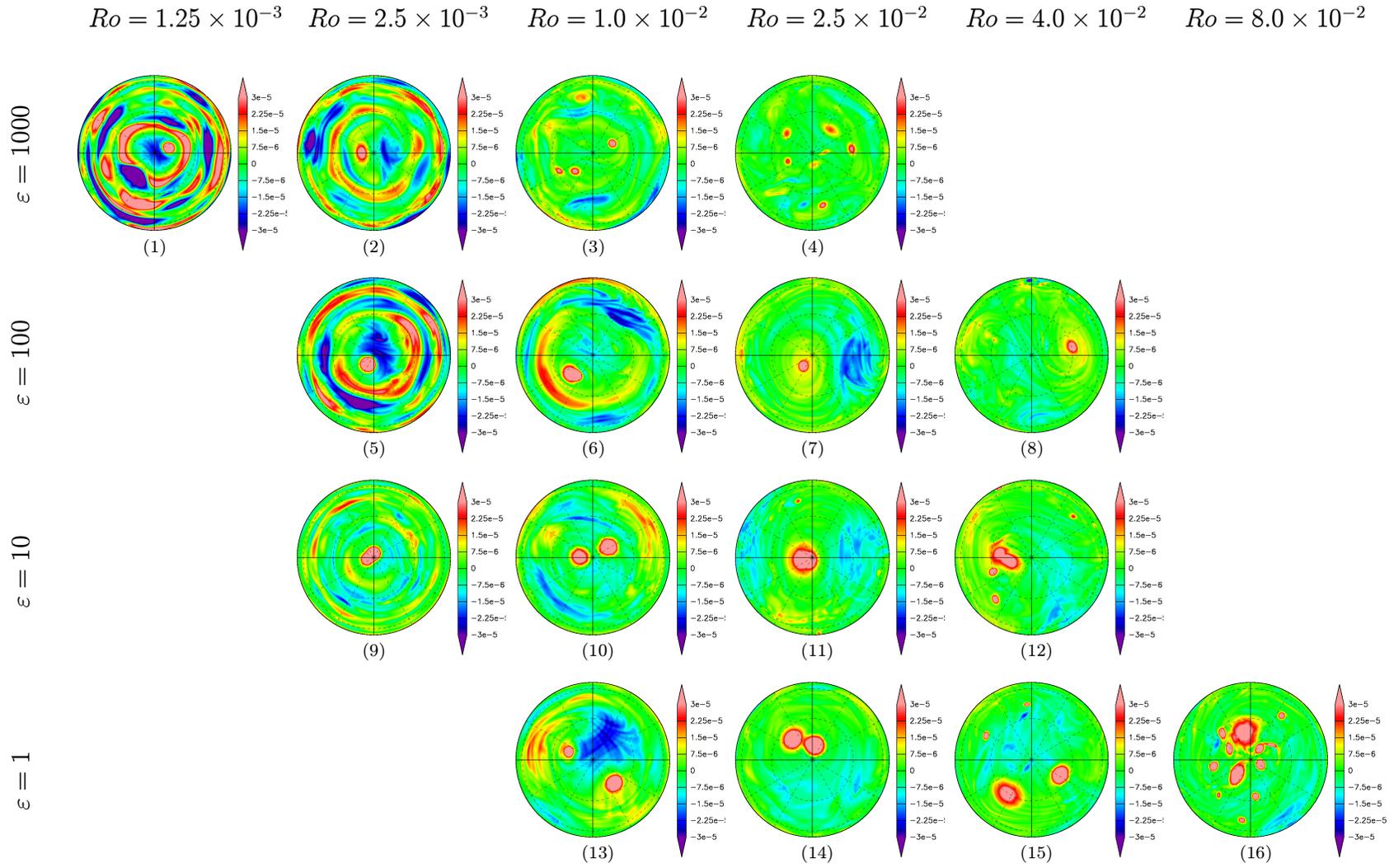


図 3.2: 各実験の  $T=16.27$  における北極から見た順圧渦度場.

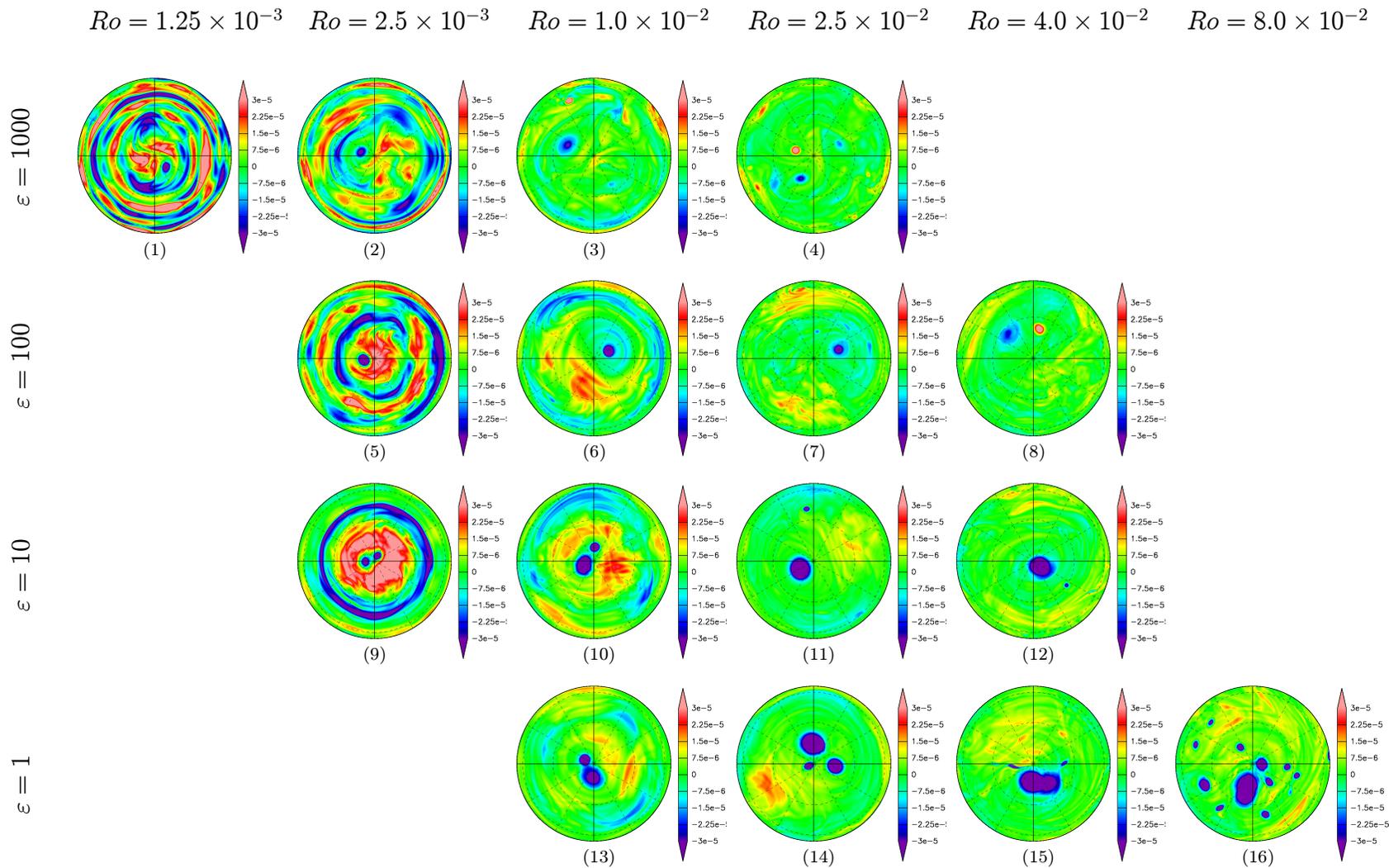


図 3.3: 各実験の  $T=16.27$  における南極から見た順圧渦度場.

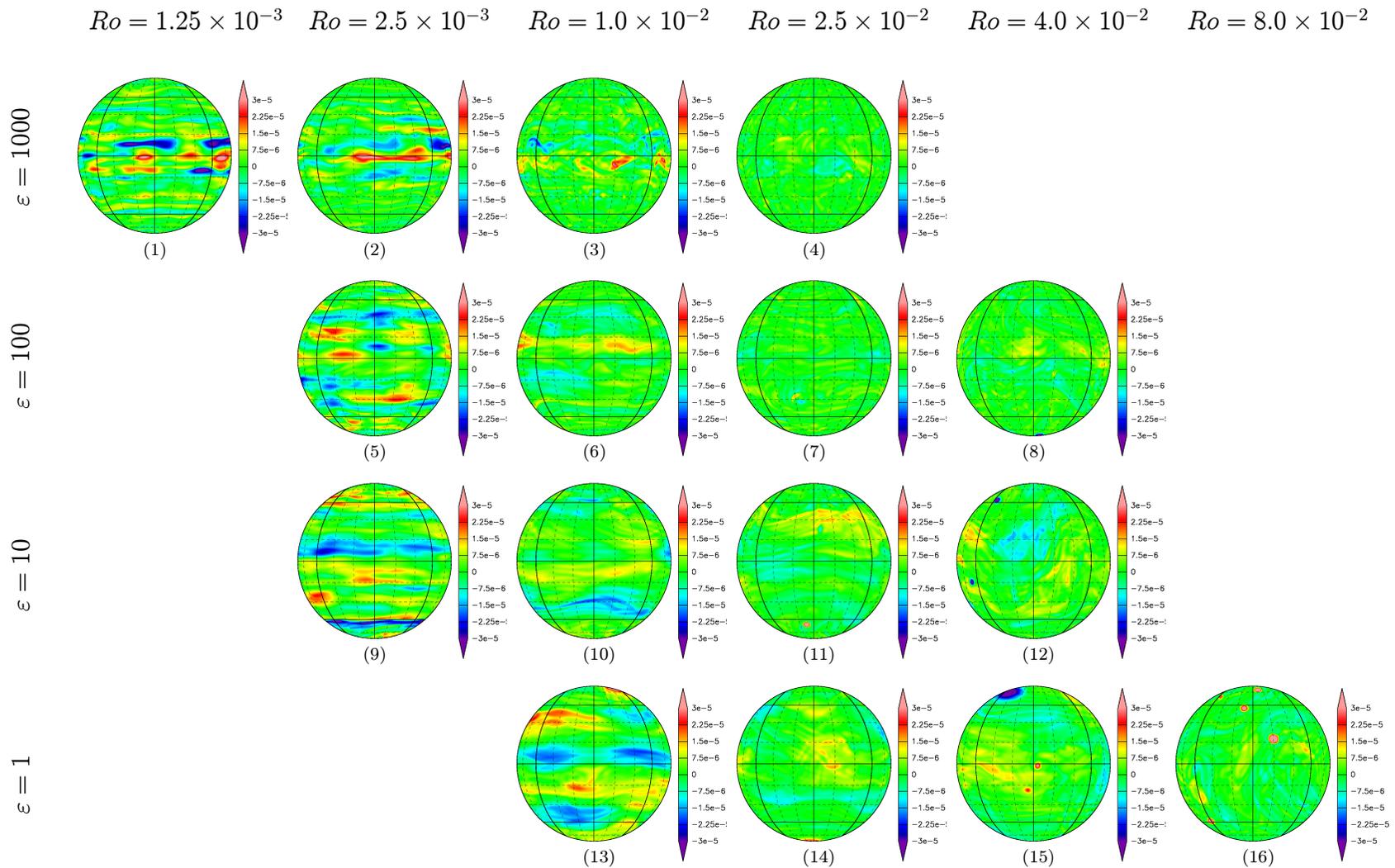


図 3.4: 各実験の  $T=16.27$  における赤道から見た傾圧渦度場.

表 3.1 に各実験  $T=16.27$  における順圧渦度, 傾圧渦度, 傾圧発散のエネルギー比率を示す. エネルギーの見積もりは波数空間における運動エネルギースペクトル  $E_{\zeta_t}^n$ ,  $E_{\zeta_c}^n$ ,  $E_{D_c}^n$  を積分して行った. なおエネルギースペクトルに関する記述は 3.3 節で行う. 表 3.1 より, 大まかな特徴として, ラムパラメータが大きい場合 (実験 1~8) では順圧渦度が卓越し, ラムパラメータが小さい場合 (実験 9~19) では順圧渦度と傾圧渦度の割合が同程度となるような傾向が見える. 傾圧発散に関しては, 実験 3,4,7,8 で比較的大きくなっている. つまり, ラムパラメータが大きくロスビー数が大きいときに傾圧発散が大きくなると言える.

Run	順圧渦度 ( $\zeta_t$ )	傾圧渦度 ( $\zeta_c$ )	傾圧発散 ( $D_c$ )
1	85.4	14.3	0.3
2	85.2	14.4	0.3
3	76.3	18.0	4.6
4	81.1	11.4	4.7
5	73.0	26.6	0.4
6	84.3	15.4	0.2
7	90.8	7.4	1.4
8	71.5	24.1	3.8
9	65.1	34.9	0.0
10	55.3	44.6	0.2
11	65.6	34.0	0.4
12	73.3	26.4	0.3
13	43.4	56.6	0.0
14	49.1	51.0	0.0
15	47.8	52.2	0.0
16	79.4	20.5	0.1
17	43.7	56.3	0.0
18	59.2	40.8	0.0
19	52.8	47.0	0.2

表 3.1: 各実験の  $T=16.27$  における順圧渦度, 傾圧渦度, 傾圧発散のエネルギー比率.

ここで以下のような 3 つのグループに分けることができる.

- 順圧渦度のみが卓越している.
  - 実験 1,2,5,6,12,16
- 順圧渦度が卓越し, 傾圧発散も比較的大きい.
  - 実験 3,4,7,8
- 順圧渦度と傾圧渦度が同程度である.
  - 実験 9,10,11,13,14,15,17,18,19

上記のそれぞれのグループの代表として, 実験 1,3,15 を, さらに回転の効果を確かめるために, 実験 18 を議論していく. またこれらの実験は Kitamura and Matsuda(2004) で議論された数値計算と同じパラメータ設定である.

図 3.5 は実験 1 ( $\{\varepsilon, Ro, Fr\} = \{1000, 2.5 \times 10^{-3}, 7.91 \times 10^{-2}\}$ ) の  $T=16.27$  における順圧渦度場と傾圧渦度場である.  $T=16.27$  における順圧渦度, 傾圧渦度, 傾圧発散のエネルギー比率はおよそ  $85.3 : 14.3 : 0.3$  であり, 順圧渦度が卓越していることがわかる. 順圧渦度場では球全体にわたり強い帯状構造が見える. 一方で傾圧渦度場では赤道付近において帯状構造が卓越している. よって, 赤道領域を除く全球において上層と下層は同じ方向に, 赤道領域では反対方向に運動をしているといえる. また, 順圧渦度場では周極渦が現れていることがわかる. これらの順圧渦度場における特徴, つまり全球にわたる帯状構造, 周極渦の出現は 2 次元非発散乱流でも見られる (Ishioka 1999).

---

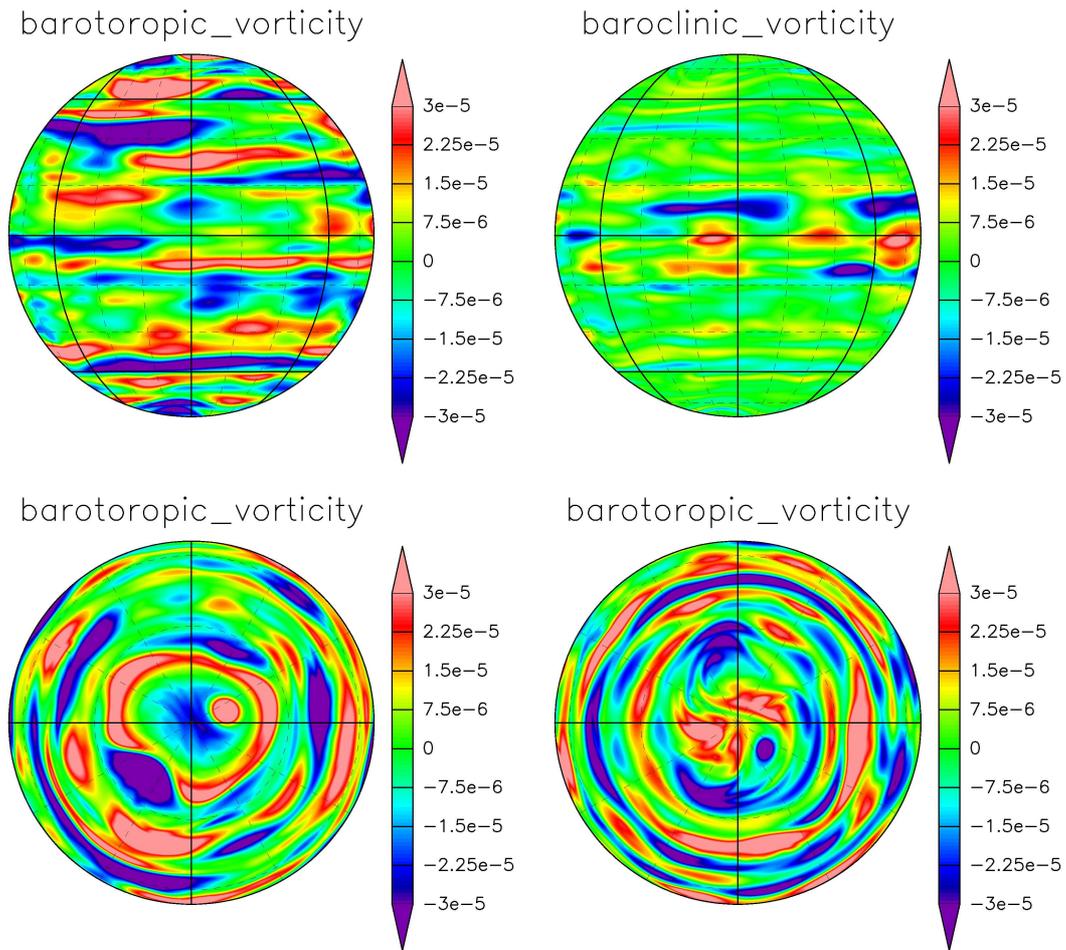


図 3.5: 実験 1 の  $T=16.27$  における赤道から見た順圧渦度場 (左上), 赤道から見た傾圧渦度場 (右上), 北極から見た順圧渦度場 (左下), 南極から見た順圧渦度場 (右下).

図 3.6 は実験 3 ( $\{\varepsilon, Ro, Fr\} = \{1000, 1.0 \times 10^{-2}, 3.16 \times 10^{-1}\}$ ) の  $T=16.27$  における順圧渦度場と傾圧渦度場と傾圧発散場である。  $T=16.27$  における順圧渦度, 傾圧渦度, 傾圧発散のエネルギー比率はおおよそ  $76.3 : 18.0 : 4.6$  であり, 実験 1 と比べると順圧渦度が卓越している点は同じだが, 傾圧発散が無視できないほどエネルギーを持っている点で異なる。 順圧渦度場では球全体に渡って帯状構造が存在するが, その南北スケールは実験 1 のものよりも大きくなっていることがわかる。 また実験 1 で見られるような順圧周極渦が存在しない (図 3.2, 図 3.3 参照)。 傾圧渦度場では赤道付近に強い振幅が見られる。 傾圧発散場は球全体に振幅が存在している。

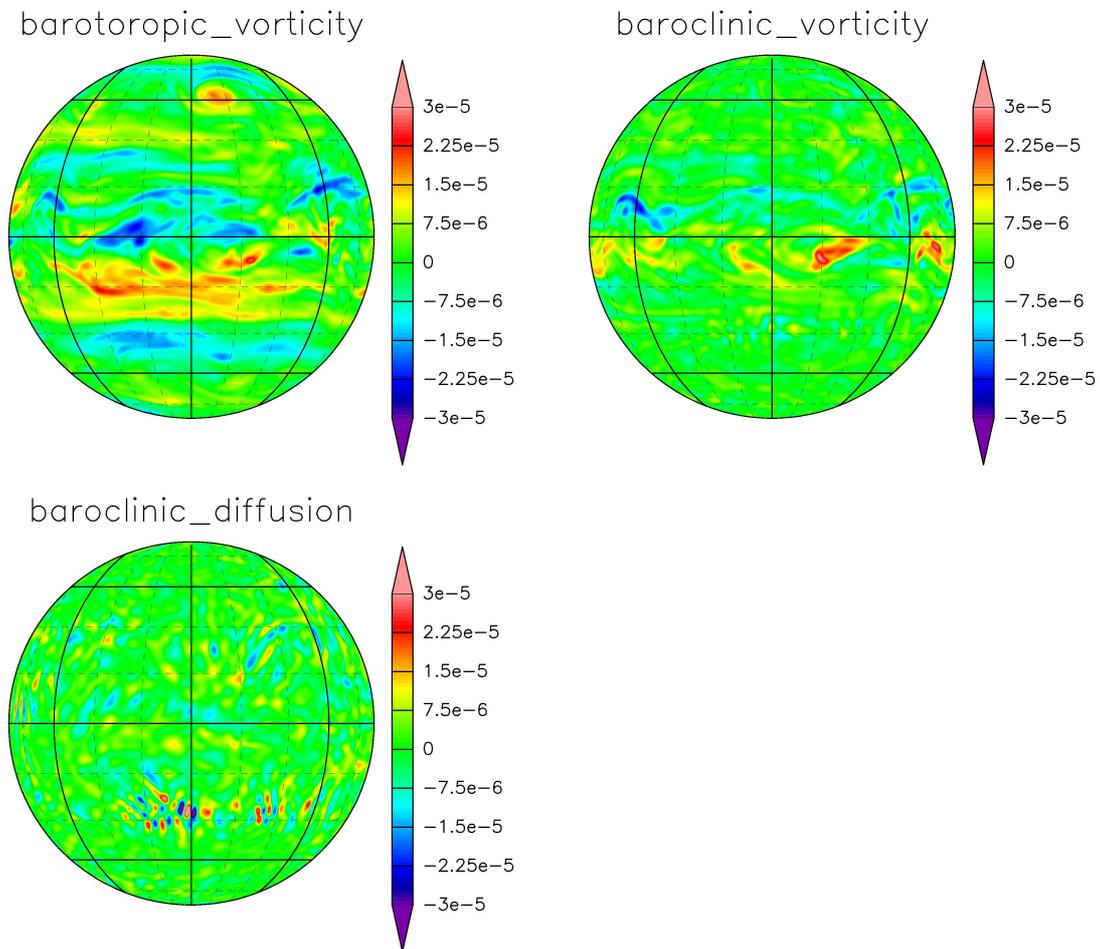


図 3.6: 実験 3 の  $T=16.27$  における赤道から見た順圧渦度場 (左上図) と傾圧渦度場 (右上図) と傾圧発散場 (左下図)。

図 3.7 は実験 15 ( $\{\varepsilon, Ro, Fr\} = \{1, 4.0 \times 10^{-2}, 4.0 \times 10^{-2}\}$ ) の上層渦度場と下層渦度場それぞれの  $T=4.07$  毎の時間発展である。  $T=16.27$  における順圧渦度, 傾圧渦度, 傾圧発散のエネルギー比率はおよそ  $47.8 : 52.1 : 0.01$  であり, 実験 1, 実験 3 とは異なり傾圧渦度が大きく, 順圧渦度と傾圧渦度のエネルギーが同程度である。初期に存在する無数の細かい渦が時間の経過とともに同符号の渦との融合によって凝集しコヒーレント渦を形成し, その過程で渦の総数が減っていく様子がわかる。最終的には上層・下層の北極付近に正のコヒーレント渦を, 南極付近に負のコヒーレント渦を形成する双極子構造が支配的となる。なおこれらのコヒーレント渦の位置は上層, 下層で一致しない。このケースでは上層と下層は互いに独立して発展しているといえる。

図 3.8 は実験 18 ( $\{\varepsilon, Ro, Fr\} = \{0, 4.0\infty, 4.0 \times 10^{-2}\}$ ) の上層渦度場と下層渦度場それぞれの  $T=4.07$  毎の時間発展である。このケースの設定を実験 18 の設定と比べると, フルード数は同じで, 回転が無い点においてのみ異なっている。  $T=16.27$  における順圧渦度, 傾圧渦度, 傾圧発散のエネルギー比率はおよそ  $59.2 : 40.8 : 0$  であり, 実験 15 の場合と同様に順圧渦度と傾圧渦度が同程度である。初期に存在する無数の細かい渦が時間の経過とともに同符号の渦と融合していく様子や, 上層と下層が互いに独立して発展している点は実験 15 と同じであるが, 渦の融合の速さや形成したコヒーレント渦が極付近に集まらず, 非等方的な構造となっている点で異なる。

本研究の実験 1, 3, 15, 18 の流れ場における計算結果では Kitamura and Matsuda(2004) が述べていた特徴を概ね伴っていた。

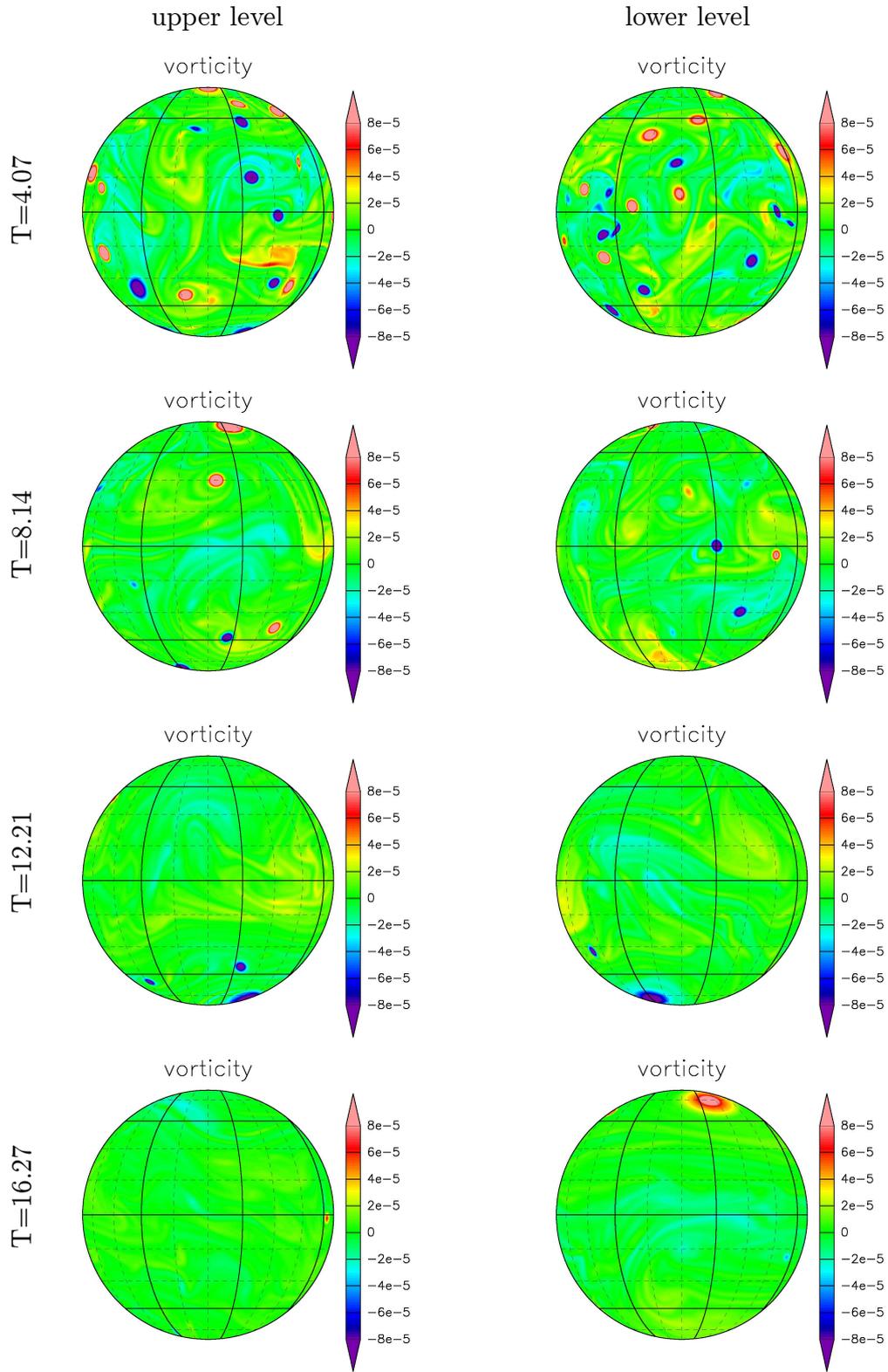


図 3.7: 実験 15 の上層渦度場 (左列) と下層渦度場 (右列) の時間発展.

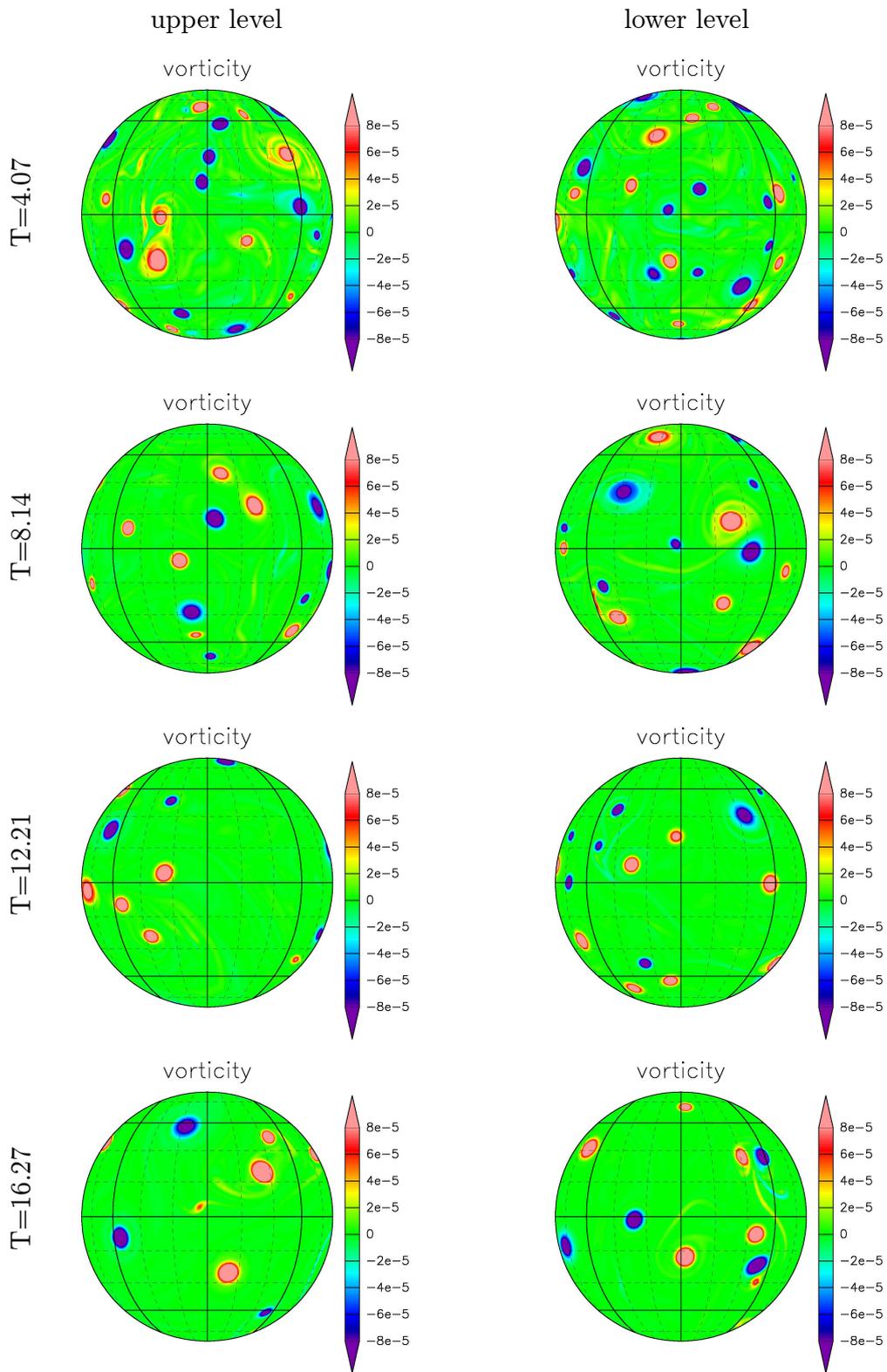


図 3.8: 実験 18 の上層渦度場 (左列) と下層渦度場 (右列) の時間発展.

## 3.2 東西平均風

3.1 節の議論において渦度場に帯状構造や周極渦が現れていることを確認した。そのような特徴が東西方向の運動とどのような関係があるのか調べるために、東西方向に平均をとった速度場、すなわち東西平均風について議論していく。

### 3.2.1 順圧モード

2次元非発散乱流で形成される帯状構造は $\beta$ 効果に起因され、その特徴的な南北スケールはRinesスケール (Rhines 1975) によって見積もることができる。球面モデルにおいて Rhines スケールと一致する特徴的な波数  $n_\beta$  は

$$n_\beta = a\sqrt{\frac{\langle\beta\rangle}{2U}} \quad (3.1)$$

である (Nozawa and Yoden 1997)。ここで

$$\langle\beta\rangle = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \beta\mu = \frac{\pi\Omega}{2a}$$

より, (3.1) は

$$n_\beta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2Ro}} \quad (3.2)$$

と記述することができる (Kitamura 2004)。

図 3.9 は各実験の  $T=14.92\sim 16.27$  で平均した順圧東西平均風分布である。ラムパラメータ一定の下で結果を比較すると、ロスビー数が小さくなるほど、すなわち回転が速くなるほど帯状構造の南北スケールが小さくなることがわかる。この特徴は 3.1 節で見た順圧渦度場の帯状構造と一致しているように見える。

実験 1, 5, 9, 10 の結果を見ると、周極付近で西向きの風が卓越していることがわかる。これは前章で確認した周極渦に起因されるものである。北極で負の渦度が卓越した場合には西向きの風が卓越し、正の渦度が卓越した場合には東向きの風が卓越する。南極で負の渦度が卓越した場合には東向きの風が卓越し、正の渦度が卓越した場合には西向きの風が卓越する。図 3.2 の実験 9 の結果を見ると、北極では正の渦度が卓越していること、図 3.3 の実験 9 の結果を見ると、南極でも正の渦度が卓越していることがわかる。つまり、順圧東西平均風分布は北極では東向きの東西平均風が、南極では西向きの東西平均風が卓越することを意味する。これらは 図 3.9 の実験 9 の結果から確認することができる。

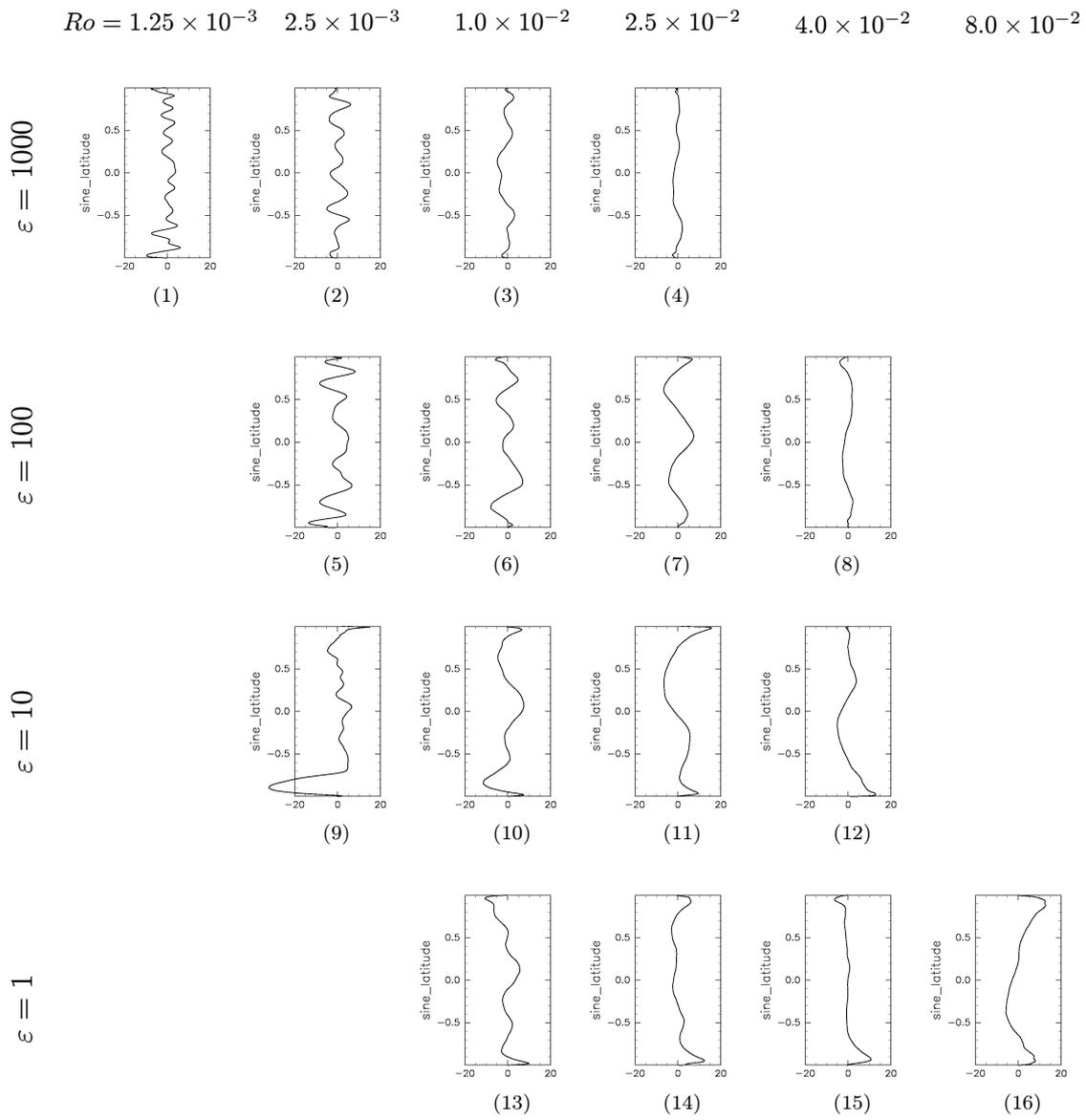


図 3.9: 各実験の  $T=14.92 \sim 16.27$  で平均した順圧東西平均風分布. 縦軸がサイン緯度, 横軸が風速 (有次元) を示す.

### 3.2.2 傾圧モード

図 3.10 は各実験の  $T=14.92\sim 16.27$  で平均した傾圧東西平均風分布である。ラムパラメータが一定の下で結果を比較すると、傾圧東西平均風も順圧東西平均風と同様にロスビー数が小さくなるほど帯状構造の南北スケールが小さくなることがわかる。

実験 2, 3, 6, 8 では東西平均風が赤道付近で最大風速を持っている。つまり、ラムパラメータが大きいとき、傾圧東西平均風の振幅は赤道領域に集中している。これは 3.1 節で見た赤道付近に限定される傾圧渦度場の振幅と関連している。その卓越した東西平均風の風向きは実験 2, 3 では西向き, 6, 8 では東向きである。

Kitamura(2004) はラムパラメータが大きい場合、傾圧モードにおいて赤道領域では初期条件にかかわらず東向きの東西平均風が発生すると述べている。しかし、本研究の実験 2, 3 では西向きの東西平均風が発生した。これらの相違を確かめるために、また純粋に 2 層モデルの初期場の依存性を確認するためにも初期場を変えたアンサンブル実験を行うことは興味深い。3.4 節でアンサンブル実験について議論する。

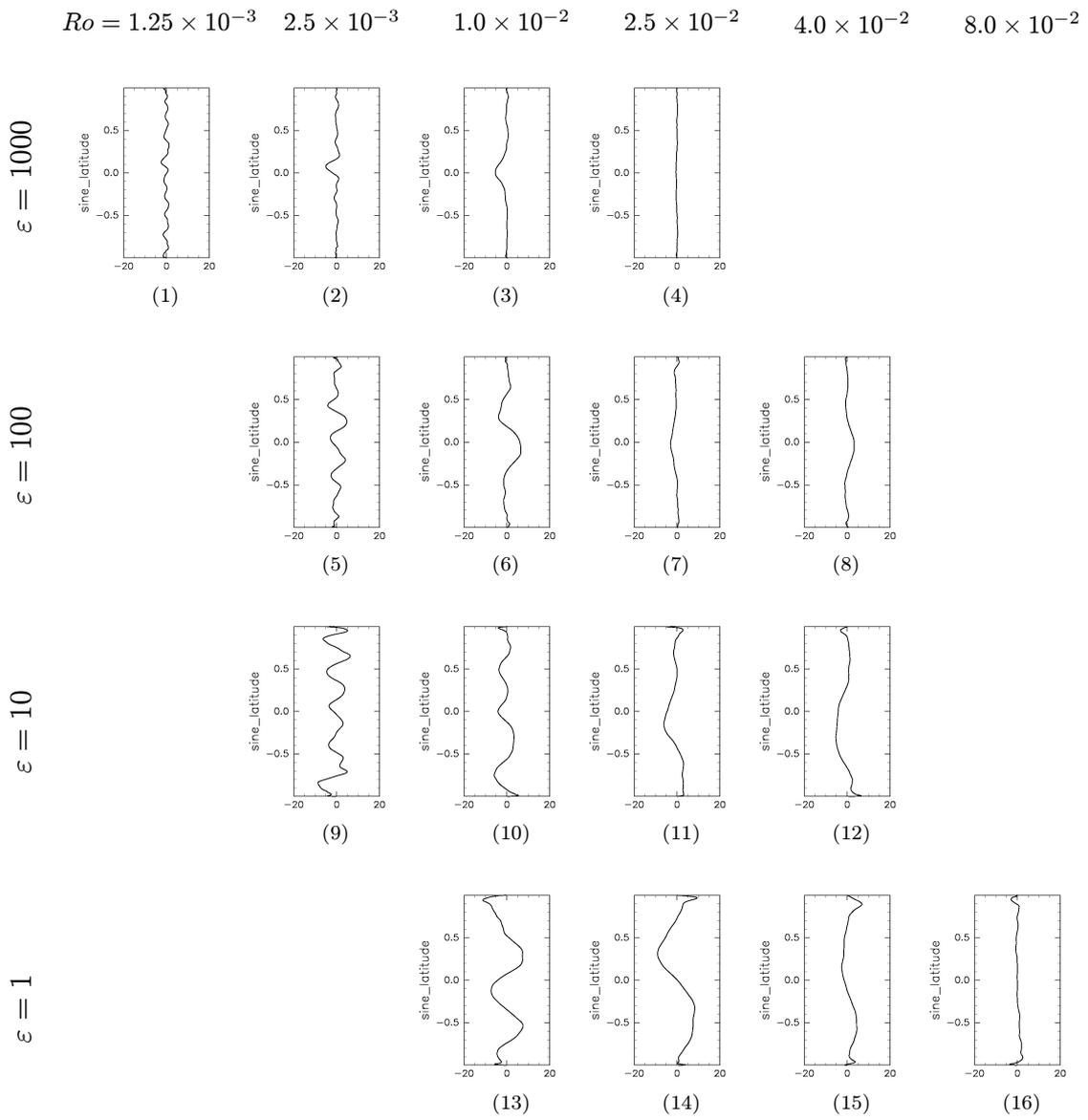


図 3.10: 各実験の  $T=14.92 \sim 16.27$  で平均した傾圧東西平均風分布. 縦軸がサイン緯度, 横軸が風速 (有次元) を示す.

### 3.3 エネルギースペクトル

3.1節, 3.2節と実数空間における現象を議論してきた. 今節では波数空間からの視点で議論を進める, 具体的には順圧渦度, 傾圧渦度, 傾圧発散それぞれのエネルギースペクトルを議論していく.

波数空間における運動エネルギースペクトルを考える. 全波数  $n$  を持つ順圧渦度 ( $\zeta_t$ ), 傾圧渦度 ( $\zeta_c$ ), 傾圧発散 ( $D_c$ ) のエネルギースペクトルはそれぞれ

$$E_{\zeta_t}^n(t) = \frac{1}{n(n+1)} \sum_{m=-n}^n |\zeta_t^{nm}|^2 \quad (3.3)$$

$$E_{\zeta_c}^n(t) = \frac{1}{n(n+1)} \sum_{m=-n}^n |\zeta_c^{nm}|^2 \quad (3.4)$$

$$E_{D_c}^n(t) = \frac{1}{n(n+1)} \sum_{m=-n}^n |D_c^{nm}|^2 \quad (3.5)$$

と表すことができる.

図 3.3 に各実験の  $T=16.27$  における順圧渦度, 傾圧渦度, 傾圧発散のエネルギースペクトルを示す. ラムパラメータが一定の下で結果を比較すると, ロスビー数が小さいほど順圧渦度, 傾圧渦度それぞれのエネルギースペクトルのピークが高波数側にあることがわかる. これは回転が速いほど  $\beta$  効果が強く効き, エネルギー逆カスケードが抑えられるからである (Rhines 1975). またロスビー数が大きいほど高波数領域において傾圧発散のエネルギースペクトルの減衰勾配が小さく値も大きいことがわかる. ロスビー数が一定の下で結果を比較すると, ラムパラメータが大きい場合では低波数領域において順圧渦度のエネルギースペクトルが傾圧渦度のエネルギースペクトルに対して卓越していることがわかる. 逆にラムパラメータが小さい場合では順圧渦度のエネルギースペクトルが傾圧渦度のエネルギースペクトルは同程度である. 傾圧発散のエネルギースペクトルはラムパラメータが大きいほど卓越している. これらの特徴は 3.1 節で議論した内容と整合性が取れている.

図 3.12 に実験 1, 3, 15, 18 の順圧渦度, 傾圧渦度, 傾圧発散それぞれのエネルギースペクトルの時間発展を示す. 全ての実験において順圧渦度, 傾圧渦度, 傾圧渦度それぞれのエネルギースペクトルのピークは時間とともに低波数側へ遷移していることがわかる.

図 3.13 に実験 1, 3, 15, 18 の順圧渦度, 傾圧渦度, 傾圧発散それぞれのエネルギー比率の時間発展を示す. 初期場は傾圧渦度のみで構成されるので, 初期の傾圧渦度のエネルギー比率は 1 である. 時間が経つにつれ傾圧渦度から順圧渦度, 傾圧発散

にエネルギーが流れるのだが、そのエネルギーの交換の様相を図 3.13 から読み取ることができる。傾圧渦度と順圧渦度のエネルギーの時間発展は初期においては全ての計算で同じ特徴を持っている。T=0.11 付近で傾圧渦度と順圧渦度のエネルギーが同程度となる。しかし時間が経つにつれ、実験ごとの特徴が現れてくる。ラムパラメータが大きい場合では T=4.4 付近まで順圧渦度のエネルギーの割合は増え続け、傾圧渦度のエネルギーの割合は減り続ける。その後のエネルギーの時間発展は安定している。ラムパラメータが小さい場合では時間が経っても傾圧渦度と順圧渦度が同程度のエネルギーの割合のままである。

---

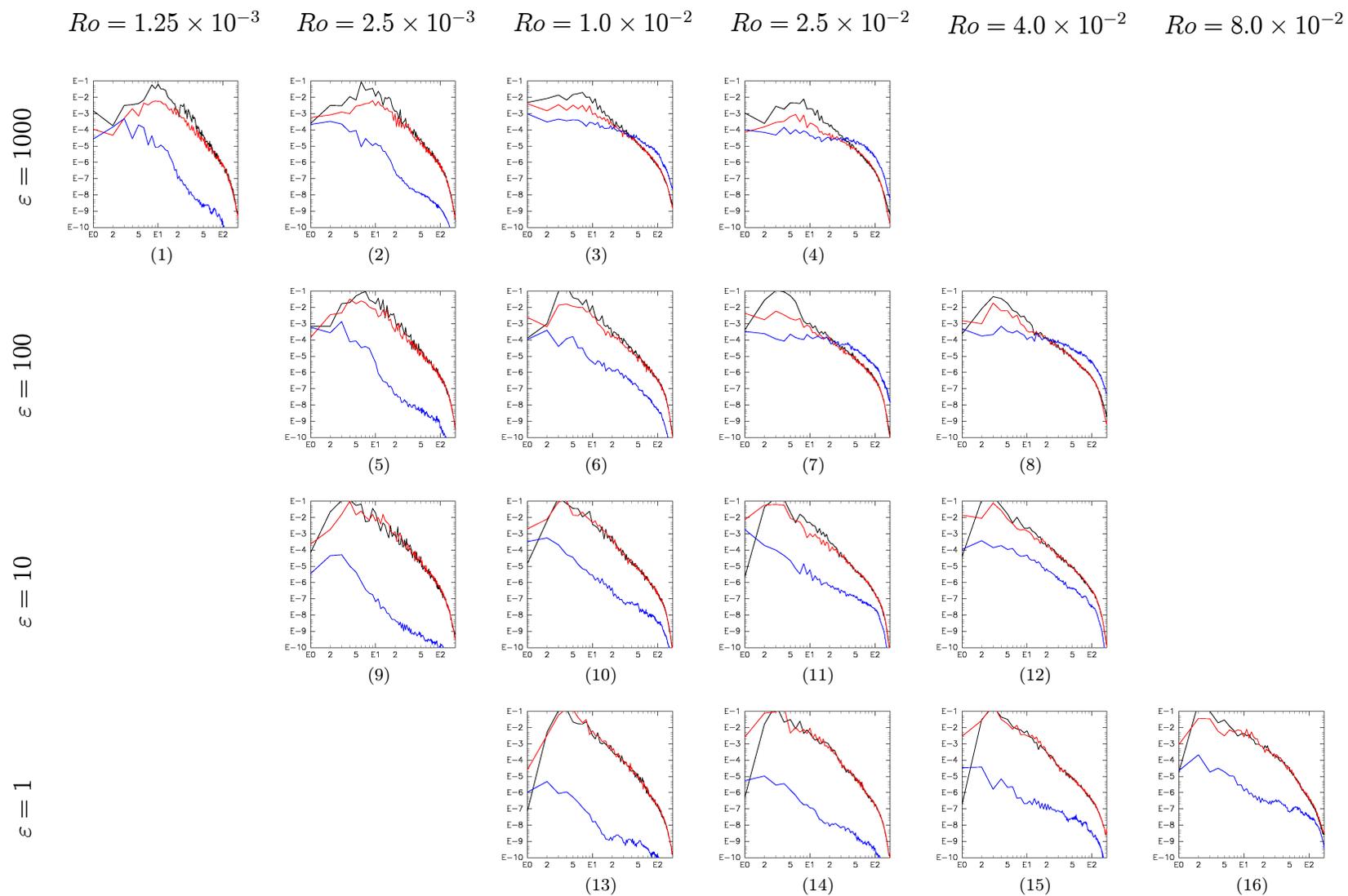


図 3.11:  $T=16.27$  における傾圧渦度 (黒線), 順圧渦度 (赤線), 傾圧発散 (青線) のエネルギースペクトル. 縦軸がエネルギー密度, 横軸が波数を表している.

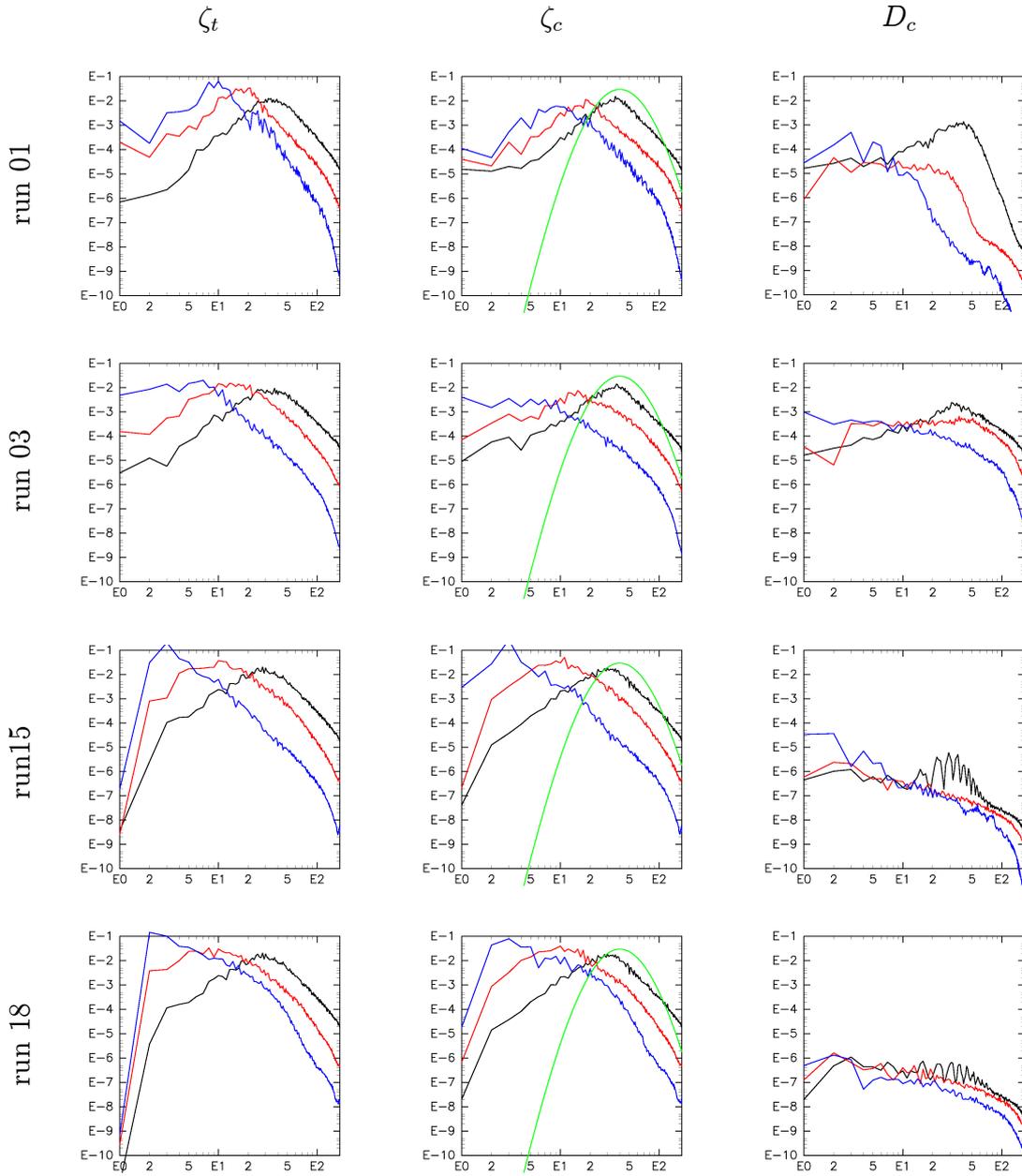


図 3.12: 実験 1, 3, 15, 18 の順圧渦度 ( $\zeta_t$ ), 傾圧渦度 ( $\zeta_c$ ), 傾圧発散 ( $D_c$ ) のエネルギースペクトルの時間発展. 緑線が初期を, 黒線, 赤線, 青線が  $T=0.135, 1.35, 16.27$  のエネルギースペクトルを表す. 縦軸がエネルギー密度, 横軸が波数を表している. 初期場では順圧渦度と傾圧発散はゼロであることに注意.

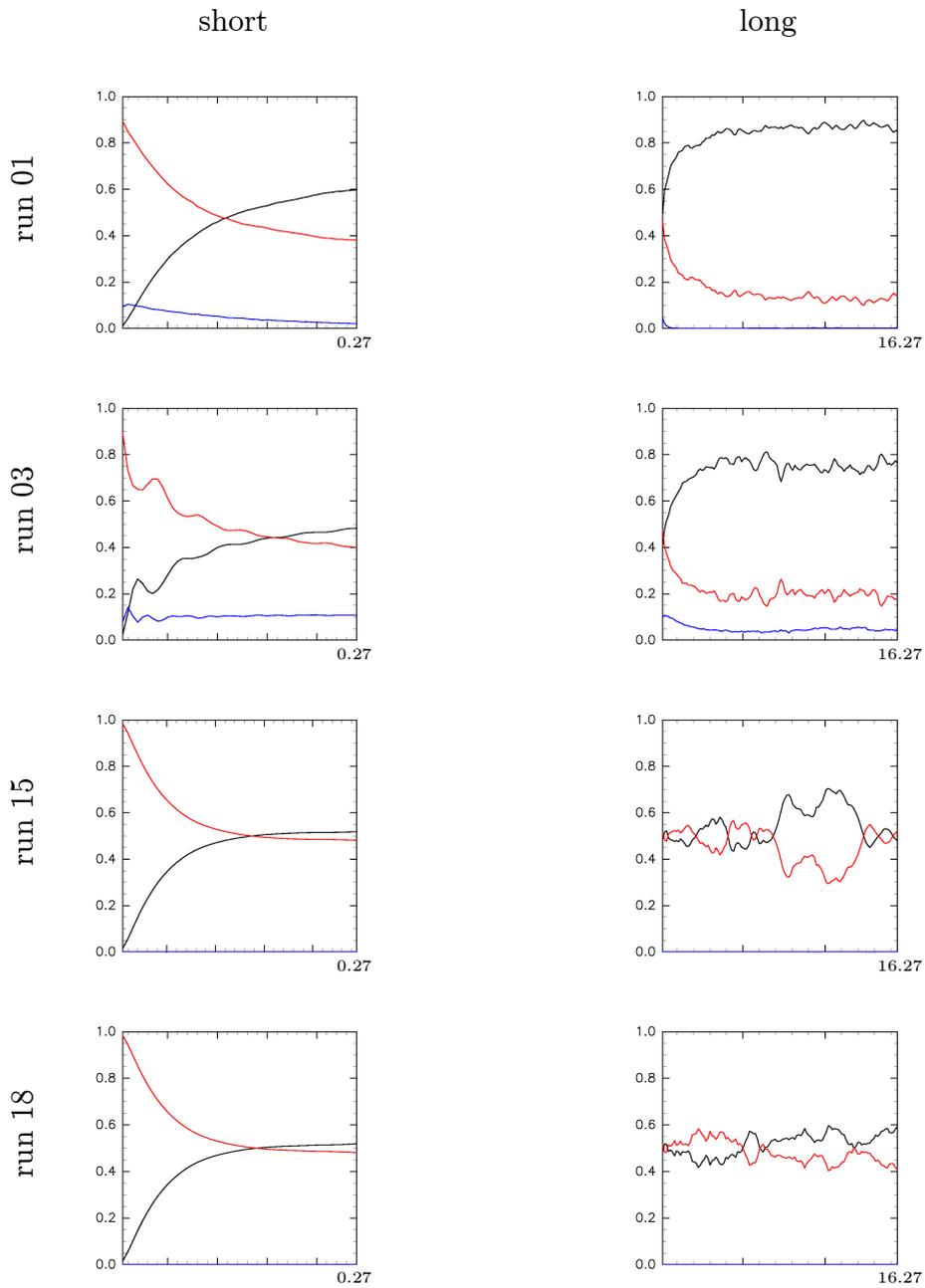


図 3.13: 実験 1, 3, 15, 18 の順圧渦度 (黒線), 傾圧渦度 (赤線), 傾圧発散 (青線) それぞれのエネルギー比率の時間発展. 縦軸がエネルギーの比率, 横軸が時間を表している. 左列が  $T=0.0056 \sim T=0.27$  におけるエネルギーの時間変化を, 右列が  $T=0.0056 \sim T=16.27$  におけるエネルギーの時間変化を示す.

### 3.4 初期場依存性

#### 3.4.1 アンサンブル実験

図 3.9 では極付近で卓越した順圧東西平均風を, 図 3.10 では赤道付近で卓越した傾圧東西平均風を見た. これらの卓越した東西平均風の向き, 大きさ, 出現する緯度などが初期場の依存によるものなのか調べるために, 解像度 T85 で 3 種類の初期場を用いたアンサンブル実験を行った. 初期場における渦度分布は (2.19) より与えられるエネルギースペクトル分布から作るのだが, その際に fortran の関数 random seed (乱数種) を用いている. この random seed の値を変えることにより, 初期場の渦度分布を変えることができる. それぞれの初期場の傾圧渦度場, エネルギースペクトル, 順圧東西平均風分布と傾圧東西平均風分布を図 3.14 に示す. エネルギースペクトルは各初期場共通である. また初期では傾圧成分のみ存在するので, 順圧東西平均風はゼロとなる.

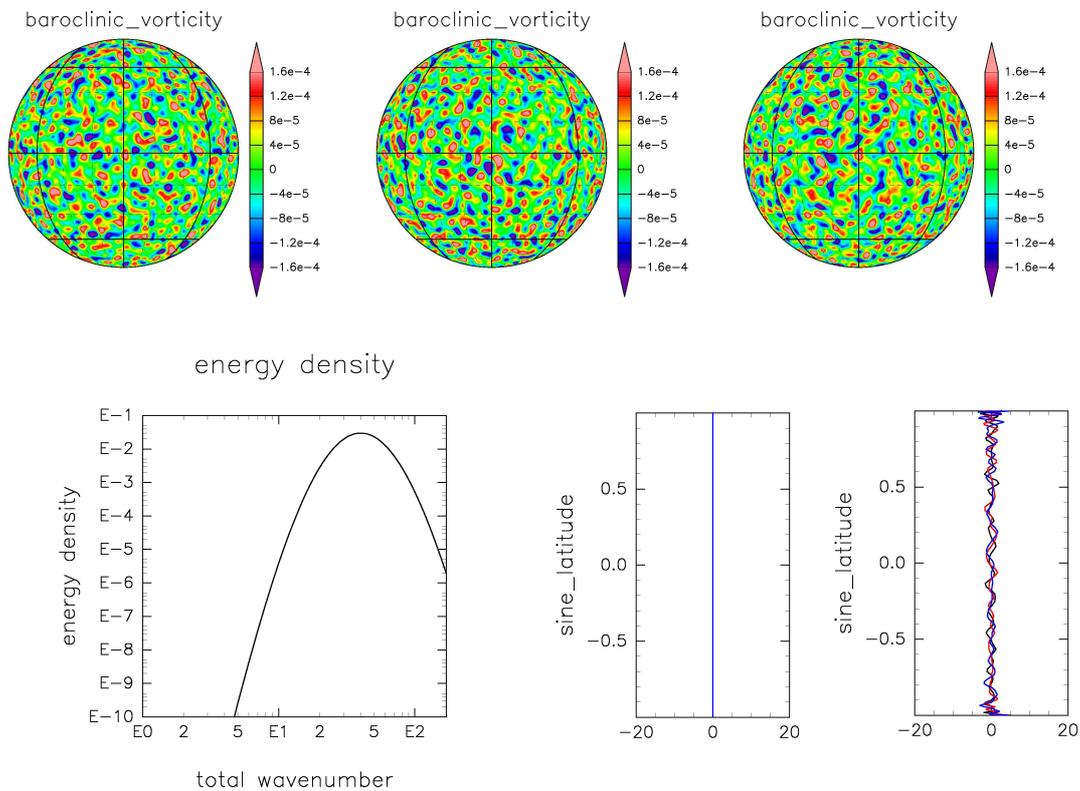


図 3.14: 3 種類の初期場の渦度場, エネルギースペクトル, 順圧東西平均風分布, 傾圧東西平均風分布. 黒線, 赤線, 青線が 3 種類の初期場それぞれを示している.

図 3.15 に順圧東西平均風分布, 図 3.16 に傾圧東西平均風分布の  $T=16.27$  における結果を示す. まずは順圧東西平均風を議論する. 3.2.1 節では実験 1, 5, 9, 10 において周極付近に西向きの東西平均風が卓越することを見た. 図 3.15 では, 実験 1, 5, 9 では 3 つの計算全てにおいて周極付近で西向きの東西平均風が卓越しているが, 実験 10 の赤線はそのような傾向が見られない. また, それらの卓越した東西平均風の大きさや, 存在する緯度, 数は各計算で異なっていることがわかる. 例えば実験 9 では北極付近の東西風は赤線, 青線が卓越しているが南極付近の東西風は黒線を筆頭に全ての場合で卓越している. 初期場によって風の強さが北極側に偏る場合, 南極側に偏る場合, 北極と南極両方に等分する場合など異なった特徴が見られる.

次に傾圧東西平均風を議論する. 3.2.1 節では実験 2, 3 において西向きの東西平均風が, 実験 6, 8 において東向きの東西平均風が赤道付近で卓越することを見た. 図 3.16 で赤道付近に卓越した東西風が現れているのは実験 3, 7, 8 である. いずれの実験も初期場によって東西平均風の向きが一定でない, または卓越した東西平均風が現れないことがわかる.

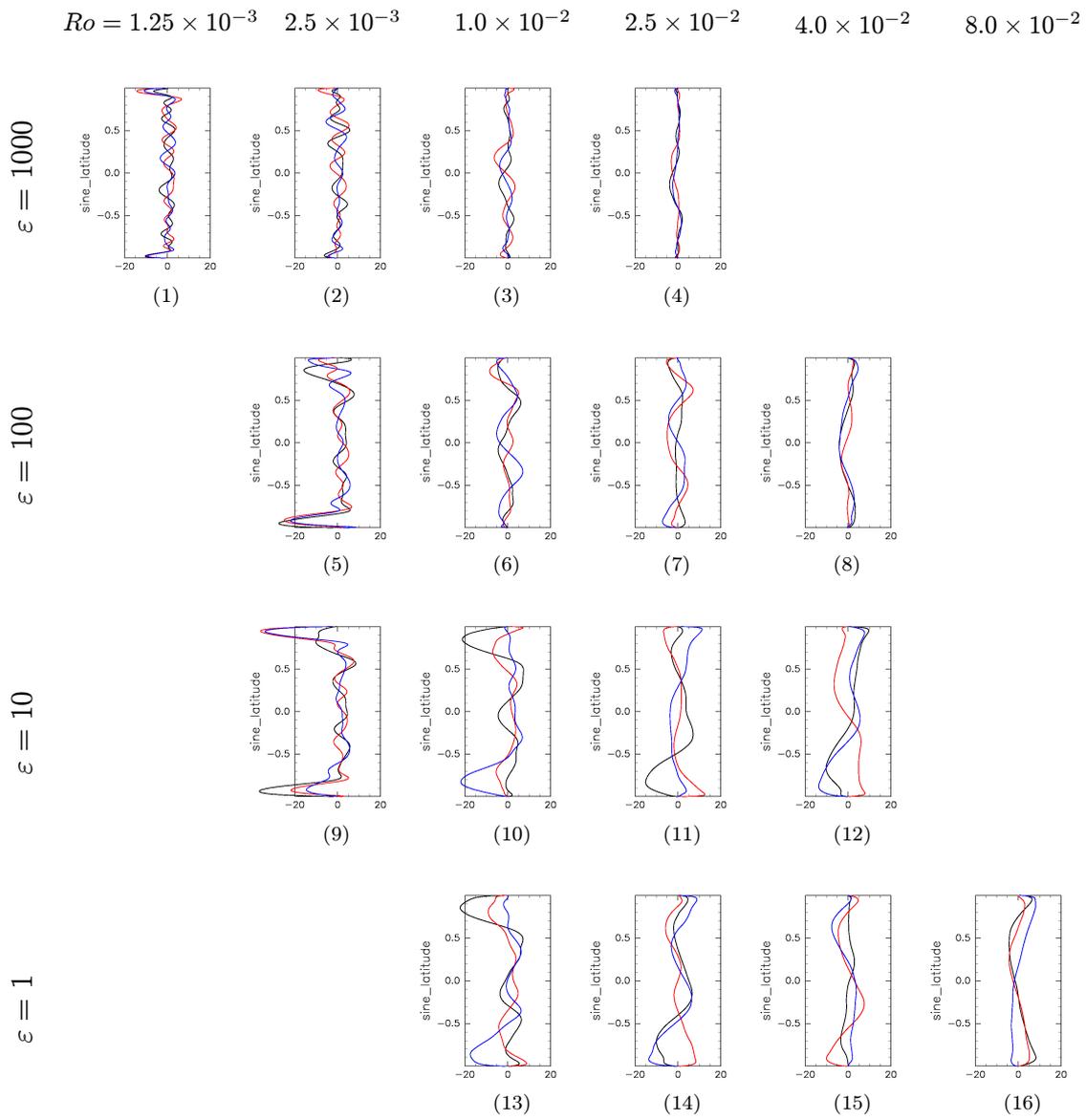


図 3.15: 3 種類の初期場による各実験の  $T=14.92 \sim 16.27$  で平均した順圧東西平均風分布. 縦軸がサイン緯度, 横軸が風速 (有次元) を示している.

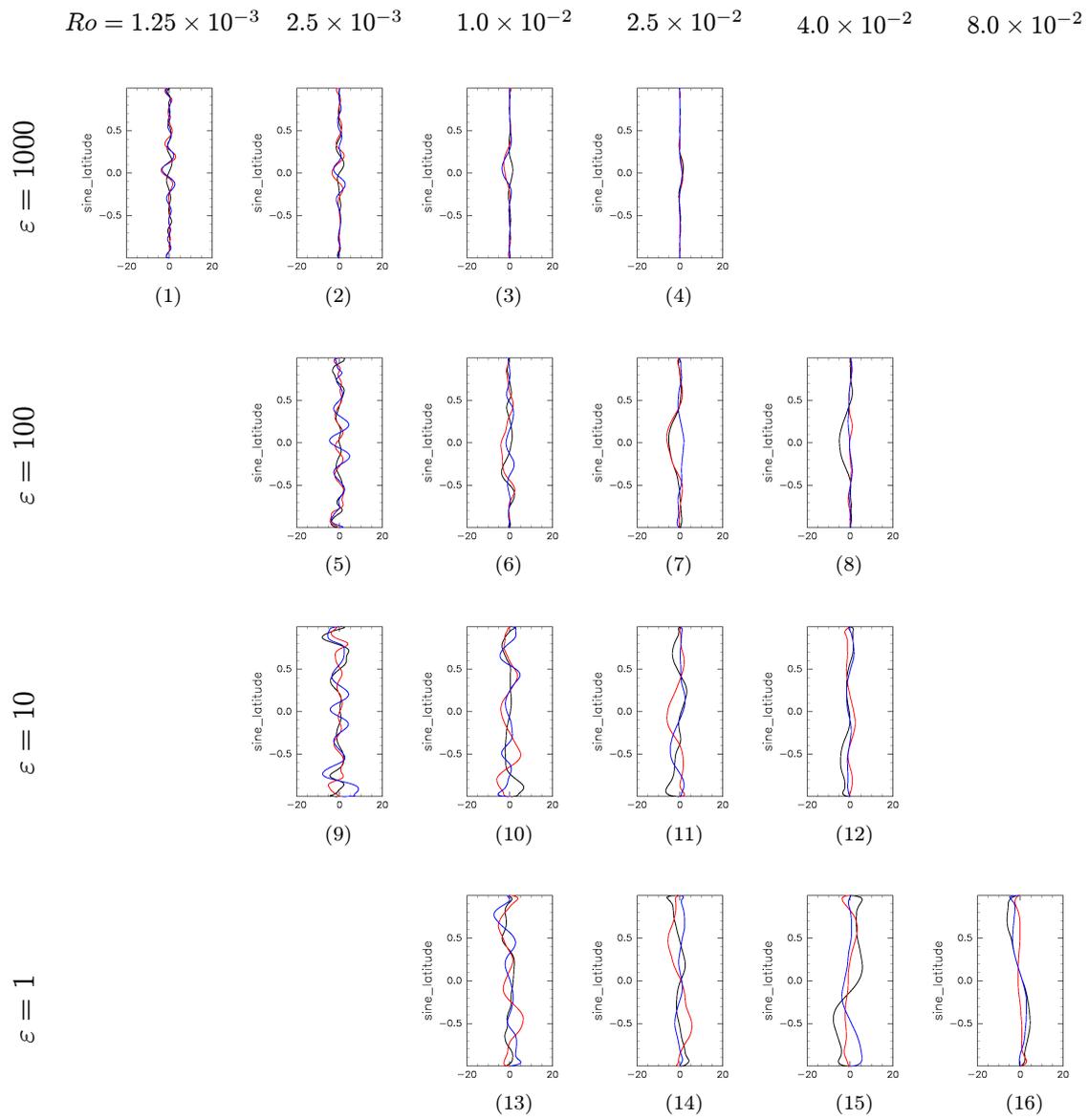


図 3.16: 3 種類の初期場による各実験の  $T=14.92 \sim 16.27$  で平均した傾圧東西平均風分布. 縦軸がサイン緯度, 横軸が風速 (有次元) を示している.

### 3.4.2 エネルギーピーク

Ishioka (1999) は 2 次元非発散順圧モデルにおいて初期場のエネルギーピークを変えた実験を行い、初期場のエネルギーピーク、すなわち初期場の渦度のスケールが減衰乱流の発展にどのような影響を与えるのか調べた。その結果、中・低緯度域において東風と西風が緯度方向に交互に並ぶ帯状縞構造が出現するためには、自転角速度が速いだけではなく、初期エネルギーを Rhines スケールより十分小さいスケールに与える必要があることが分かった。

この結果が 2 層モデルにおいても適用できるのか調べた。図 3.17 に実験 5 において初期場のエネルギーピークを変えた計算の  $T=16.27$  における順圧渦度場、傾圧渦度場、順圧東西平均風分布、傾圧東西平均風分布それぞれの結果を示す。計算に用いる初期場はエネルギースペクトル  $E_n$  の分布

$$E_n(t=0) = \frac{E_0 n^{\gamma/2}}{(n+n_0)^2} \quad (2.19)$$

において、 $n_0 = (4, 10, 40)$  として与えられる。 $n_0 = 10, 40$  の場合では順圧渦度場、傾圧渦度場において帯状構造が現れるが、 $n_0 = 4$  の場合では帯状構造が見えない。順圧東西平均風分布では全てのケースにおいて周極風が卓越していることがわかる。

図 3.18 に実験 5 において初期場のエネルギーピークを変えた計算の順圧渦度、傾圧渦度、傾圧発散それぞれのエネルギースペクトルの時間発展を示す。 $n_0 = 10, 40$  の場合、順圧渦度、傾圧渦度、傾圧発散それぞれのエネルギースペクトルは時間が経つにつれ低波数側へ遷移している。 $n_0 = 4$  の場合は逆に順圧渦度、傾圧渦度、傾圧発散それぞれのエネルギースペクトルは時間と共に高波数側へ遷移している。 $T=16.27$  における各変数のエネルギースペクトルのピークの波数は、初期場に関わらず同程度となっている。順圧渦度、傾圧渦度のエネルギースペクトルのおおよそのピークの波数は  $n = 6$ 、傾圧発散は  $n = 3$  である。

これらの結果より 2 層モデルにおいても 2 次元非発散乱流モデルと同様に帯状縞構造が出現するためには、初期エネルギーを Rhines スケールより十分小さいスケールに与える必要があることがわかった。

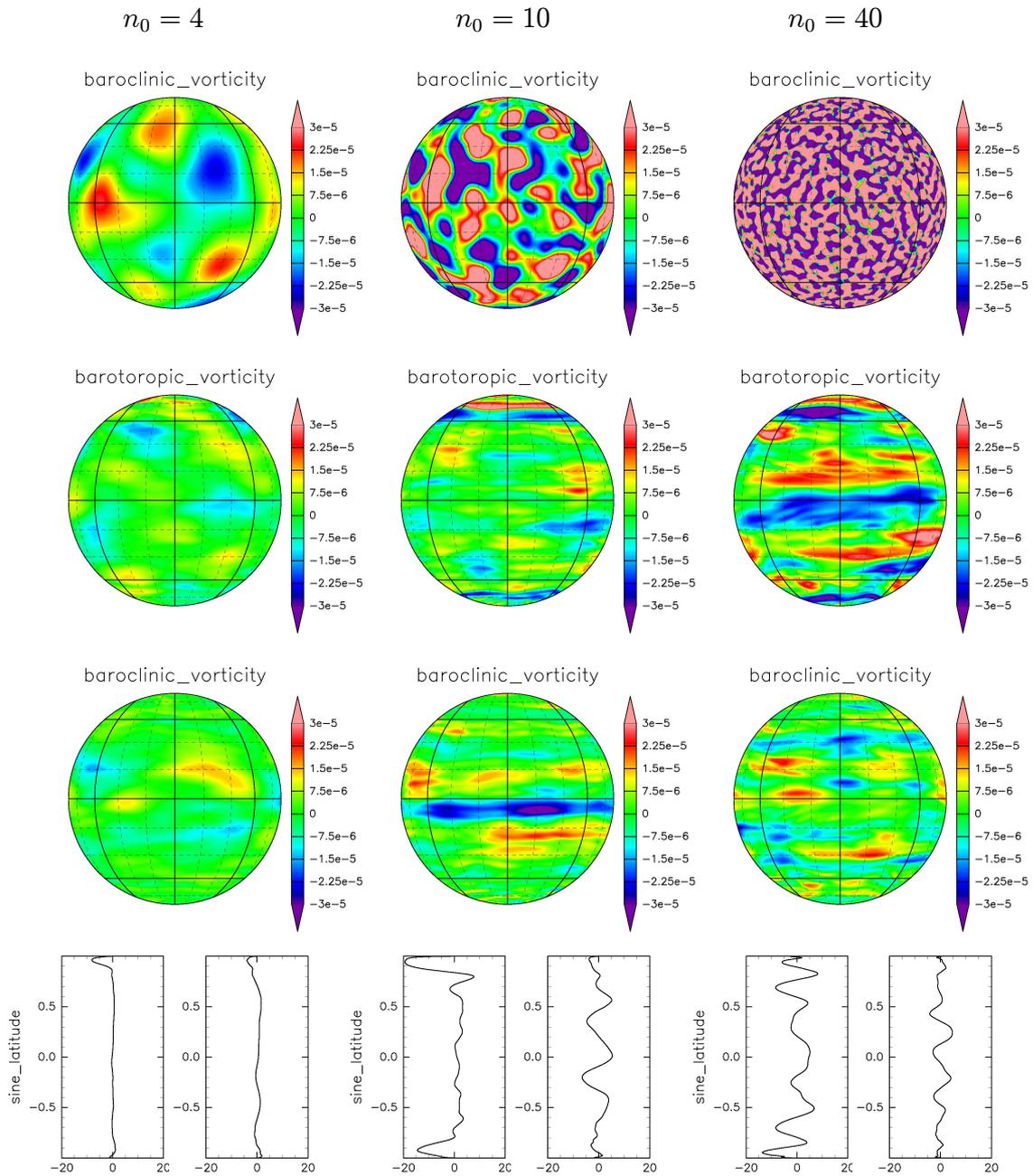


図 3.17: 実験 5 における初期場のエネルギーピーク ( $n_0$ ) を変えた実験の結果. 上から初期場,  $T=16.27$  における順圧渦度場, 傾圧渦度場, 順圧東西平均風分布 (左) と傾圧東西平均風分布 (右). 左列が  $n_0 = 4$ , 中列が  $n_0 = 10$ , 右列が  $n_0 = 40$ .

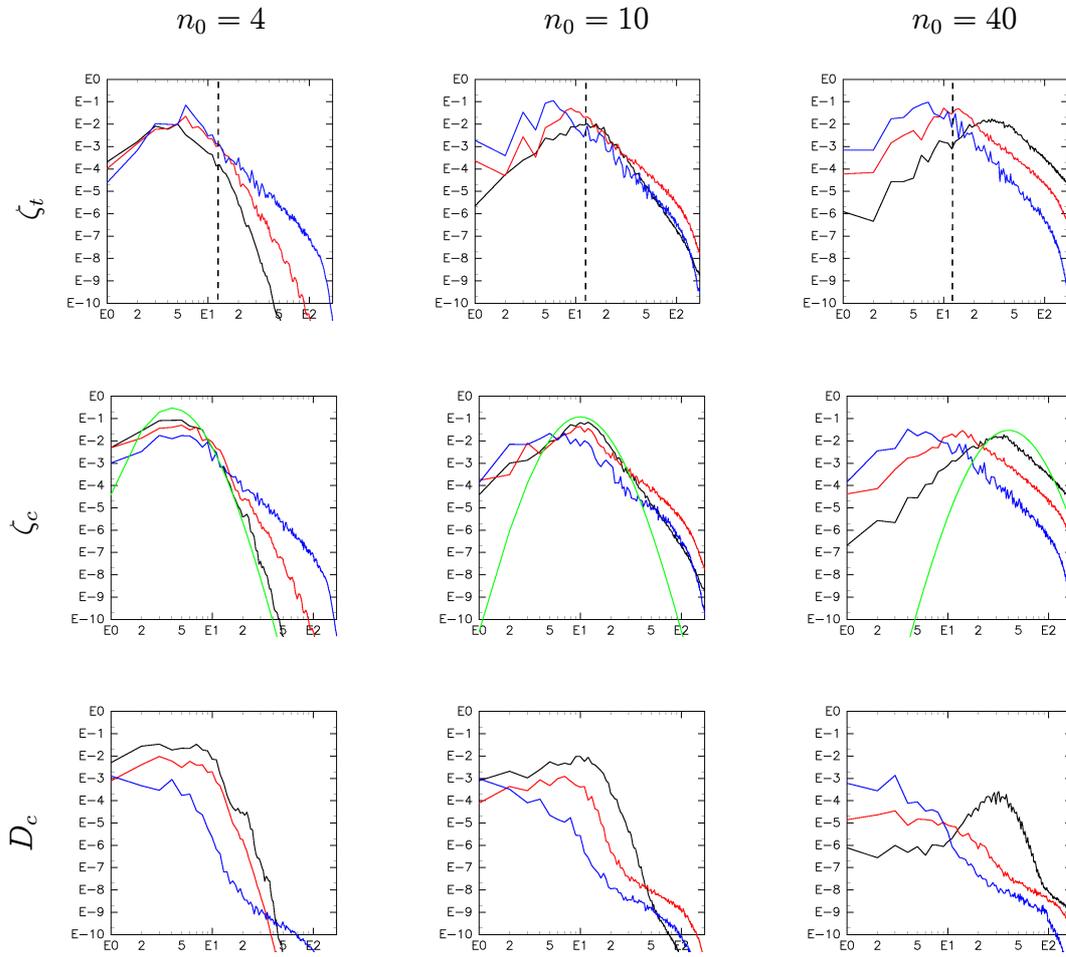


図 3.18: 実験 5 における初期場のエネルギーピーク ( $n_0$ ) を変えた実験の結果. 順圧渦度 ( $\zeta_t$ ), 傾圧渦度 ( $\zeta_c$ ), 傾圧発散 ( $D_c$ ) のエネルギースペクトルの時間発展を示す. 緑線が初期を, 黒線, 赤線, 青線が  $T=0.135$ ,  $T=1.35$ ,  $T=16.27$  のエネルギースペクトルを表す. 初期場では順圧渦度と傾圧発散はゼロであることに注意. 左列が  $n_0 = 4$ , 中列が  $n_0 = 10$ , 右列が  $n_0 = 40$ . 順圧渦度の図中の破線は実験 5 の Rhines スケールの波数.

### 3.5 木星

Williams(1978), Cho and Polvani(1996) など, これまで木星大気に関連した 2 次元球面モデルを用いた数値計算が数多く行われてきた. それらの結果が 2 層モデルにおいてどこまで適用できるのか知りたい. そこで, 本研究の 2 層モデルにおいて木星パラメータを用いた計算を行い, 2 次元モデルによる計算の結果と比較を行う.

図 3.19 は木星パラメータを与えた実験 (実験 20) の結果である. また, 初期場の依存性も考慮しなければならないので 3 種類の初期場を用いて計算を行った. 順圧渦度場では球全体に帯状構造が見える. 傾圧渦度場では振幅が赤道付近に限定されている. これら渦度場の特徴はラムパラメータが大きく, ロスビー数が小さい場合の計算の結果に似ている. 順圧東西平均風分布を見ると東西平均風が帯状構造を持ち, 赤道付近で卓越していることがわかる. 傾圧東西平均風分布を見ると赤道付近で東西平均風が卓越していることがわかる. ただし, その風向きは初期場によって異なる. エネルギースペクトルでは順圧渦度が卓越している.

図 3.20 に Williams(1978) が行った強制 2 次元順圧モデルの計算結果を, 図 3.21 に Cho and Polvani(1996) が行った 2 次元浅水モデルの計算結果をそれぞれ示す. これらの計算は全て木星パラメータを与えた計算である.

2 層モデルの順圧東西平均風が帯状構造を持つ点は Williams(1978) の結果と一致している. また 2 層モデルの傾圧東西平均風が赤道付近で卓越する点では, Cho and Polvani(1996) と一致する. しかし風向きの点では特徴が一致するとは言えない. それは, 2 層モデルにおける傾圧東西平均風分布では初期場によって赤道付近で卓越している東西平均風の風向きが変わるからである.

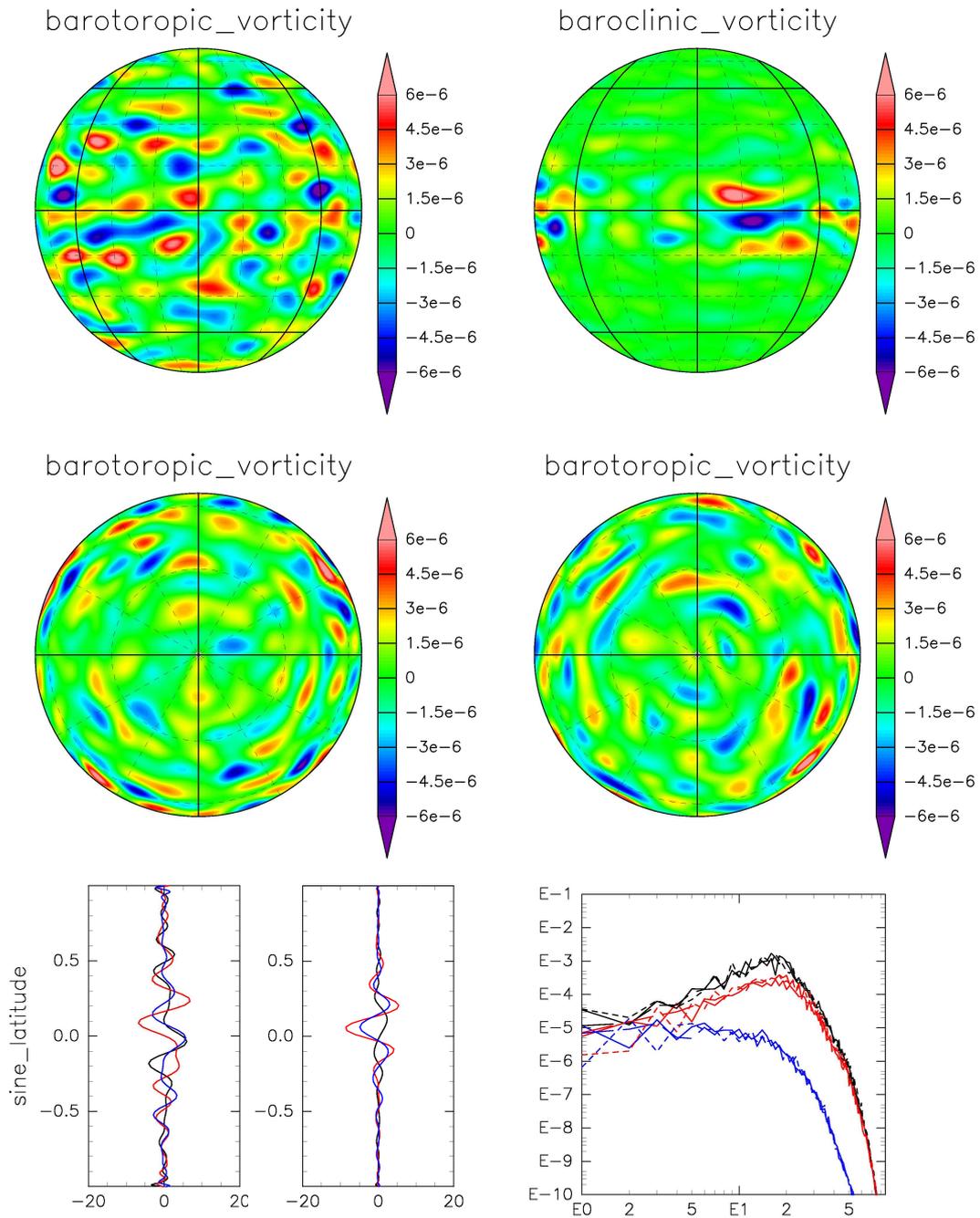


図 3.19:  $T=32.54$  における赤道から見た順圧渦度場 (左上), 傾圧渦度場 (右上), 北極から見た順圧渦度場 (左中), 南極から見た順圧渦度場 (右中), エネルギースペクトル (右下),  $T=16.27\sim 32.54$  の平均をとった東西平均風分布 (左が順圧, 右が傾圧) を示す. 黒線, 赤線, 青線はそれぞれ異なる初期場を用いた計算を表している. 順圧渦度場と傾圧渦度場は黒線の初期場の結果である.

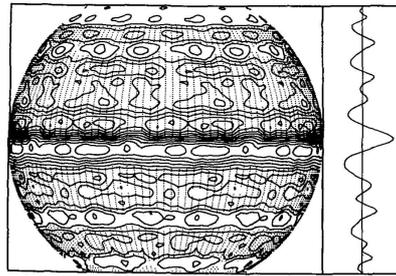


図 3.20: 木星パラメータを用いた強制 2 次元順圧モデルの計算結果. ただし, 赤道と経度の対称性を利用し計算領域を減らしている. 左図が流線関数場, 右図が東西平均風分布を示す.(Williams 1978)

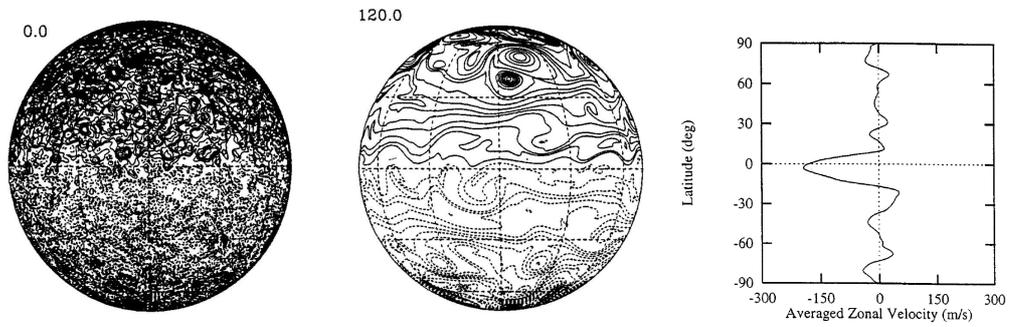


図 3.21: 木星パラメータを用いた 2 次元浅水モデルの計算結果. 左図が初期の渦度場, 中図が  $T=120$  日の渦度場, 右図が東西平均風分布.(Cho and Polvani 1996)

## 第4章 まとめ

本研究では2層モデルを用いた回転球面上の減衰乱流の数値計算を行った。ラムパラメータ、ロスビー数、フルード数という3つの無次元数を変えた計算を19種類行い、これら無次元数が2層モデルにおける減衰乱流に与える影響について調べた。さらに渦度スケールを変えた初期場、エネルギーピーク位置を変えた初期場など複数の初期場を用いた計算を行うことで初期場の依存性を調べた。

計算の結果、ロスビー数(水平化速度と転向力の比)が大きい場合には初期場によって赤道付近で卓越する傾圧東西平均風の風向きが変わることがわかった。これは Kitamura and Matsuda(2004) のロスビー数が小さい場合には赤道付近で東向きの傾圧東西平均風が卓越するという主張とは異なる結果である。また、順圧成分と傾圧成分のエネルギーの時間発展を見ることで、エネルギーのやり取りが、いつ、どれくらいの速さで起こっているのか確認した。

エネルギースペクトルの分布がまったく同じで、渦度分布のみが異なる初期場3種類を用いて初期場の依存性を調べるアンサンブル実験を行った(3種類ではアンサンブル実験として数が少なすぎるが、結果の触れ幅を見る分には問題ないと思われる)。傾圧東西平均風の分布では、ロスビー数が小さい場合では周極付近に西向きの東西平均風が確認できた。ロスビー数が大きい場合では同緯度において東西平均風が逆向きであったり、東西平均風が卓越する場合としない場合があるなど特徴が安定しない。これらより、自転角速度が大きい場合では初期場の依存性が弱く、自転角速度が小さい場合では初期場の依存性が強いことがわかった。

Ishioka(1999) が2次元非発散モデルで行った初期場のエネルギースペクトルのピークを変える実験を2層モデルで行った。そして Ishioka(1999) が述べたように帯状構造が出現するためには、自転角速度が大きく、初期場のエネルギースペクトルのピークは十分に小さくなければならないことを2層モデルでも確認した。

3種類の初期場を用い木星パラメータで実験を行った。その計算結果と、これまでに行われてきた木星パラメータを与えた Williams(1978) の傾圧非発散モデル実験や Cho and Polvani(1996) の浅水モデル実験の結果と比較した。傾圧モードでは帯

状構造が現れる点, 東西平均風が赤道付近で卓越する点で Williams(1978) と同じ結果が得られた. 傾圧モードでは赤道付近において東西平均風が卓越する点で Cho and Polvani(1996) と似ている結果が得られた. しかし風向きに関しては3種類の初期場の実験それぞれにおいて一定ではないので, 一致するとは言えない.

観測より木星の赤道では東向きの東西風が存在することがわかっている. Cho and Polvani(1996) の計算では赤道で西向きの東西平均風を得ている. 彼らは自分たちのモデルでは, 木星の赤道において東向きの東西風を作るメカニズムは扱いきれない問題だと述べているが, 彼らのモデルに比べより複雑な2層モデルにおいてもその問題の解決に至らなかった. この問題の解決にはより複雑な3次元モデルでの研究が必要だと思われる.

本研究の結果, 木星のように高回転している場合には, 鉛直構造を考慮しても, 帯状構造の形成に影響を与えないことが確認された. 2層モデルでは傾圧モードの影響は小さく, 結果として順圧モデル的であった.

---

## 謝辞

本研究を進めるにあたり, ご指導頂いた現指導教官である石渡正樹准教授と修士 1 年次の指導教官であった林祥介教授には大変感謝しております. また本研究の数値計算は森川靖博さんの作成した DCPAM を使用させて頂きました. 数値実験は環境研究所スーパーコンピューターシステムの SX-9 を用いて行いました. 作図には地球流体電脳ライブラリを用いました. ここに記し, 感謝を示します.

---

## 参考文献

- Cho, J.Y.-K., Polvani, L.M., 1971: The emergence of jets and vortices in freely evolving, shallow-water turbulence on a sphere. *Phys.Fluids.*, 8, 1531-1552.
- Kitamura, Y., Matsuda, Y., 2004: Numerical experiments of two-level decaying turbulence on a rotating sphere. *FluidDyn.Res.*, 34, 33-57.
- Masaki Satoh, 2004: Atmospheric Circulation Dynamics and General Circulation Methods, Praxis Publishing.
- Nozawa, T., Yoden, S., 1997: Spectral anisotropy in forced two-dimensional turbulence on a rotating sphere. *Phys.Fluids.*, 9, 3834-3842.
- Nozawa, T., Yoden, S., 1997: Formation of zonal band structure in forced two-dimensional turbulence on a rotating sphere. *Phys.Fluids.*, 9, 3834-3842.
- Rhines, R. B., 1975: Waves and turbulence on a beta-plane. *J.FluidMech.*, 69, 3, 417-443.
- Williams, G.P., 1977: Planetary Circulations: 1. Barotropic Representation of Jovian and Terrestrial Turbulence. *J.Atmos.Sci.*, 35, 1399-1426.
- Yoden, S., Yamada, M., 1993: A Numerical Experiment on Two-dimensional Decaying Turbulence on a Rotating Sphere. *J.Atmos.Sci.*, 50, 631-643.
- 石岡圭一, 2004: スペクトル法による数値計算入門. 東京大学出版会.
- 九州大学大学院総合理工学府大気海洋環境システム学専攻, 2001: 地球環境を学ぶための流体力学, 成山堂書店.
- 松田佳久, 2000: 惑星気象学, 東京大学出版会.
- 竹広真一, 小高正嗣, 石岡圭一, 石渡正樹, 林祥介, SPMODEL 開発グループ, 2006: 階層的地球流体力学スペクトルモデル集 (SPMODEL)  
<http://www.gfdennou.org/library/spmodel/>  
地球流体電脳倶楽部

森川靖大, 石渡正樹, 土屋貴志, 山田由貴子, 高橋芳幸, 小高正嗣, 堀之内武, 林祥介, DC-PAM 開発グループ, 2007: 惑星大気モデル DCPAM, <http://www.gfd-dennou.org/library/dcpam/>, 地球流体電脳倶楽部.