

# H<sub>2</sub> に富む原始地球型惑星大気の熱的構造

The thermal structure of H<sub>2</sub>-rich proto-atmosphere  
on a terrestrial planet

齊藤 大晶

Saito, Hiroaki

北海道大学大学院理学院宇宙理学専攻

惑星宇宙グループ

Planetary and Space Group,

Department of Cosmo Sciences,

Division of Science, Hokkaido University.

平成 22 年 3 月 28 日

## 要旨

現在までに確認されている液体の水で覆われている惑星は地球のみである。海洋の存在は生命を維持する上でも必要不可欠であると広く考えられている。太陽系の惑星は約 46 億年前に、微惑星の衝突と合体の繰り返しにより形成された。Matsui and Abe (1986) によれば、原始地球に集積した  $\text{H}_2\text{O}$  をはじめとする揮発性成分は、微惑星衝突により起こる脱ガスによって原始大気を形成する、この原始大気の保温効果によって地表面温度が上昇し、ついにはマグマオーシャンが形成される。このマグマオーシャンへ  $\text{H}_2\text{O}$  が溶解することによって大気中の  $\text{H}_2\text{O}$  の量はそれ以上増えなくなり、結果として現在の海洋質量程度 ( $\sim 1.4 \times 10^{21}$  kg) の原始水蒸気大気が維持される。微惑星集積が収まると、やがてその水蒸気が冷えて海洋となったと考えられている (Abe and Matsui, 1988)。

従来の研究では原始大気の成分として、 $\text{H}_2\text{O}$  と  $\text{CO}_2$  のみが仮定されてきたが、近年、原始大気には大量の  $\text{H}_2$  が含まれていた可能性が示唆されている。Kuramoto and Matsui (1996) は集積期の原始惑星におけるガス - ケイ酸塩 - 金属鉄間の元素配分の熱力学モデルを構築し、原始大気が  $\text{H}_2\text{O}$  と大量の  $\text{H}_2$  で構成されうること示唆した。 $\text{H}_2$  は赤外線をほとんど吸収しないが、大量に存在すると大気平均分子量を低下させる効果を持つ。地表に液体の  $\text{H}_2\text{O}$  が存在している場合には、この効果により大気中の水蒸気量が増加する。その結果、大気的全光学的深さが増し、原始大気の保温効果が強くなり、マグマオーシャンの出現条件に影響を与える可能性がある。

そこで本研究では  $\text{H}_2\text{O}$  と  $\text{H}_2$  の 2 成分で構成される原始大気を仮定し、地球型惑星の形成期におけるマグマオーシャンの出現条件を明らかにすることを目的とする。

岩石が融解する地表面温度において、微惑星の集積フラックスの値が  $F_{\text{IRtop}}^\dagger$  の値を上まわるとき、マグマオーシャンが発生するものとする。ここでは Abe and Matsui

(1986) に倣い, 岩石の融解温度を 1500 K とした.

惑星表面に存在する全  $\text{H}_2\text{O}$  量を  $1/100 M_{ocean}$  から  $1 M_{ocean}$ , 惑星半径を  $1/2 R_{\oplus}$  から  $2 R_{\oplus}$ , 惑星表面に存在する全  $\text{H}_2$ /全  $\text{H}_2\text{O}$  のモル比を 0.01 から 10 まで変化させて  $F_{\text{IRtop}}^{\uparrow}$  の地表面温度  $T_s$  に対する依存性をそれぞれ求めた. ここで,  $M_{ocean}$  は現在の地球の海洋質量 ( $1.4 \times 10^{21}$  kg),  $R_{\oplus}$  は現在の地球半径 ( $6.4 \times 10^6$  m) である.  $\text{H}_2$  のモル比を大きくすると,  $F_{\text{IRtop}}^{\uparrow}$  の値が小さくなり, 大気の保温効果が強くなる. 状況を単純化して数式を用いた解析を行ったところ, これは大気平均分子量が  $\text{H}_2$  の分子量に近づき小さくなることと, 比熱が変化することの, 2 つの効果に依っていることがわかった. また, 惑星表面に存在する全  $\text{H}_2\text{O}$  量を増加させる, あるいは惑星半径を減少させることも大気の保温効果を強める.

パラメータに依らず, マグマオーシャンが形成されるには惑星表面へ供給されるエネルギーフラックスが約  $300 \text{ W m}^{-2}$  を超える必要がある. これは地球が  $5 \times 10^7$  年で集積成長した場合に実現される平均的な集積エネルギーフラックスにほぼ相当する. 現在の地球と同サイズの原始惑星を想定し, Kuramoto and Matsui (1996) が推定した  $\text{H}_2/\text{H}_2\text{O}$  比が 10 を与えた場合, 惑星表面に存在する全  $\text{H}_2\text{O}$  量が  $1/100 M_{ocean}$  でもマグマオーシャンが形成される可能性がある. ただし, マグマオーシャンの形成に必要な  $\text{H}_2\text{O}$  量は集積エネルギーフラックスの値に依存する. 火星サイズまでの原始惑星は 100 万年オーダーの時間で集積成長したことが確からしいと理論的に推定されており, この場合, 火星サイズに達した原始惑星にはマグマオーシャンが形成される可能性が高いと考えられる.

---

# 目次

<b>1</b>	<b>はじめに</b>	<b>1</b>
1.1	原始大気とマグマオーシャンの形成	1
1.2	先行研究の問題点	2
1.3	本研究の目的	2
<b>2</b>	<b>大気構造モデル</b>	<b>2</b>
2.1	基本的仮定	3
2.2	光学的深さ	4
2.3	灰色大気における放射伝達方程式	5
2.4	対流圏構造	6
2.4.1	湿潤断熱減率	6
2.4.2	乾燥断熱減率	7
2.5	成層圏構造	7
<b>3</b>	<b>計算手法</b>	<b>8</b>
3.1	各成分の地表面分圧の決定	9
3.1.1	H <sub>2</sub> O がすべて蒸発している場合	9
3.1.2	H <sub>2</sub> O がすべて蒸発していない場合	9
3.2	放射対流平衡構造およびフラックス計算	10
<b>4</b>	<b>結果と考察</b>	<b>11</b>
4.1	考慮したパラメーター範囲	11
4.2	大気の温度構造	11
4.3	放射フラックスと地表面温度の関係	13
4.4	H <sub>2</sub> の増加により保温効果が強くなる理由	16
4.5	惑星半径と保温効果の関係	17

---

4.6	マグマオーシャンの形成条件 . . . . .	18
5	結論	20
6	謝辞	22
A	本論文で登場する数式の導出	24
A.1	上向き赤外放射フラックス $F_{IR}^{\uparrow}$ の導出 . . . . .	24
A.2	湿潤偽断熱減率の導出 . . . . .	25
A.3	乾燥断熱減率の導出 . . . . .	26

# 1 はじめに

## 1.1 原始大気とマグマオーシャンの形成

地球は約 46 億年前に原始太陽系星雲における無数の微惑星の衝突合体により形成されたと考えられている。集積時の衝突においては、衝突エネルギーの解放だけではなく、急速に熱せられた  $\text{H}_2\text{O}$  を主とするガスの放出が起こる。この現象を脱ガスと呼ぶ。全球を包むように生成された原始大気の内容は、表層で解放される衝突エネルギー、表層から宇宙空間への放射熱輸送、および表層のエネルギーバランスに影響する。具体的には、脱ガスによってできる原始大気の光学的厚さが大きくなることにより、強い温室効果が生じ、原始地球の地表面温度が上昇する。そしてついには原始地球の表層を融解させるまでの温度となり、原始地球はマグマオーシャンで覆われていたと予想される (Matsui and Abe, 1986)。

マグマには水蒸気を吸収する性質がある。そのためマグマオーシャンに水蒸気が溶け込み、大気中の水蒸気量は頭打ちとなる。大気組成が  $\text{H}_2\text{O}$  のみで構成されていると仮定した場合、マグマオーシャンと平衡状態にある原始大気中に存在する  $\text{H}_2\text{O}$  の総量は現在の地球の海水量 ( $\approx 1.4 \times 10^{21} \text{kg}$ ) にほぼ一致する (Matsui and Abe, 1986)。

Matsui and Abe (1988) は吸収係数の波長依存性と気体の非理想性を考慮に入れた一次元放射対流平衡モデルを用いて  $\text{H}_2\text{O}$  と  $\text{CO}_2$  で構成された原始大気の構造を求めた。彼らは、太陽放射および微惑星衝突によって大気に供給されるエネルギー量を考慮し、微惑星の集積によるエネルギーフラックスが  $300 \text{ W/m}^2$  を超えると海洋は存在できず、 $\text{H}_2\text{O}$  はすべて水蒸気として大気中存在することを示した。この際、大気中に存在する  $\text{H}_2\text{O}$  の量が約  $10^{21} \text{ kg}$  以上であれば地表面温度が岩石の融点を上回ることを示し、Matsui and Abe (1986) の結果を裏付けた。

微惑星集積が収まると、やがて大気中の水蒸気が冷えて海洋になったと考えられる (Matsui and Abe, 1986)。つまり海洋の質量を決定するプロセスとして、マグマ

オーシャンの発生が重要な役割を担っていたと考えられる。

## 1.2 先行研究の問題点

これらの先行研究はマグマオーシャンの形成によって、海洋の総質量が大まかに決定される可能性を示したが、考慮されている大気組成は、 $\text{H}_2\text{O}$  のみの場合か  $\text{H}_2\text{O}$ 、 $\text{CO}_2$  の場合に限ったものである。しかし原始地球の大気組成についてははっきりわかってはおらず、他の大気組成の場合についても検討する必要がある。例えば Kuramoto and Mastui (1996) は集積期の物質分化の物理化学プロセスを理論的に解析し、原始地球の大気に  $\text{H}_2$  が大量に存在し得たことを示唆している。彼等のモデルによれば、微惑星に含まれる金属鉄が  $\text{H}_2\text{O}$  を還元し、原始大気中の  $\text{H}_2/\text{H}_2\text{O}$  分圧比がおよそ 10 にも達する可能性がある。

## 1.3 本研究の目的

そこで本研究では原始大気が  $\text{H}_2\text{O}$  と  $\text{H}_2$  からなる場合を仮定し、一次元放射対流平衡モデルを構築して原始地球大気構造を数値的に解析し、マグマオーシャンの形成条件について考察する。 $\text{H}_2$  は赤外線をほとんど吸収しないが、大量に存在すると大気の実効分子量を低下させ、大気構造を変化させる。その結果、原始大気の保温効果が変わり、マグマオーシャンの形成条件に影響を与える可能性がある。

# 2 大気構造モデル

本研究では、Matsui and Abe (1988) に比べて簡単な設定（平行平板灰色大気、理想大気）で海洋と平衡状態にある大気の大気放射特性を解析することに成功した Nakajima et al. (1992) の大気モデルを改良したモデルを構築して、どの程度の微惑星の集積エネルギーフラックスと大気量 ( $\text{H}_2\text{O}$  および  $\text{H}_2$ ) が存在したらマグマオーシャンが形成されるのか数値的に調べる。

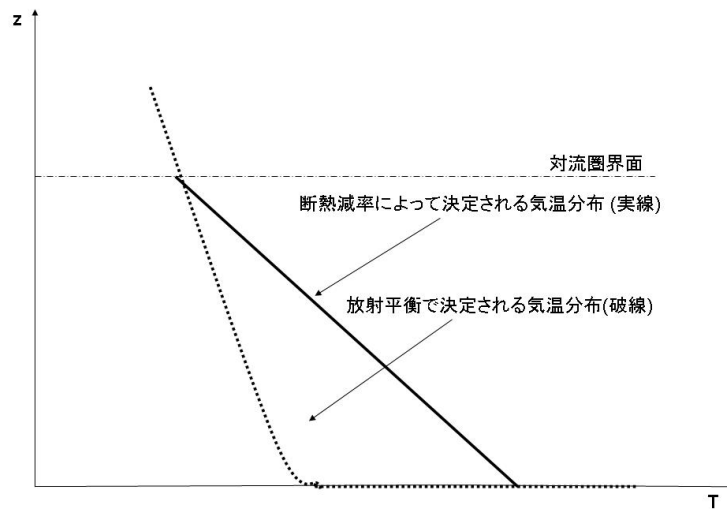


図 1: 気温の高度分布の模式図

## 2.1 基本的仮定

大気温度構造は大気中における熱輸送過程によって決まる。密度の高い大気領域の熱輸送過程には対流と放射の 2 つがある。前者によって温度構造が決定される領域を対流圏と呼び、後者により決定される領域を成層圏と呼ぶ (図 1)。本研究では、対流圏と成層圏の 2 層で構成されている灰色大気モデルを考える。対流圏の温度減率は凝結性成分が飽和しているかしていないかにより場合分けする必要がある。凝結性成分が飽和している場合には湿潤断熱減率に、飽和していない場合には乾燥断熱減率に従うものとする。また成層圏での凝結性成分のモル分率は一定とし、その値は対流圏界面での値に一致するものとする。

大気モデルにはさらに以下の仮定をおく。大気は  $\text{H}_2\text{O}$  (以下、凝結性成分) と  $\text{H}_2$  (以下、非凝結性成分) で構成されており、かつ理想気体であるものとする。非凝結性成分は太陽放射と赤外放射の双方に対して透明とする。凝結性成分は、太陽放射を透過するが赤外吸収能を持ち、その吸収係数は波長によらず一定、すなわち灰色大気を仮定する。次に大気の厚みは惑星半径よりも十分小さく、水平一様な平行



平板大気であると仮定する. 局所熱力学平衡 (LTE) が成り立つものとし, また放射散乱の効果は無視する.

## 2.2 光学的深さ

大気上端からの光学的深さ  $\tau$  を次のように定義する.

$$d\tau = -(\rho_{\text{H}_2\text{O}}\kappa_{\text{H}_2\text{O}} + \rho_{\text{H}_2}\kappa_{\text{H}_2})dz \quad (1)$$

ここで  $\rho_i$  と  $\kappa_i$  はそれぞれ各成分  $i$  の密度と赤外吸収係数 ( $i = \text{H}_2\text{O}, \text{H}_2$ ),  $z$  は高度を表す.

静水圧平衡が成立していると仮定すると, 以下の関係が成立する.

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g \quad (2)$$

ここで  $\rho = \rho_{\text{H}_2} + \rho_{\text{H}_2\text{O}}$ ,  $p$  は圧力,  $g$  は重力加速度である. 式 (2) を式 (1) に代入し  $dz$  を消去して整理すると,

$$d\tau = (\rho_{\text{H}_2\text{O}}\kappa_{\text{H}_2\text{O}} + \rho_{\text{H}_2}\kappa_{\text{H}_2})\frac{dp}{\rho g} \quad (3)$$

ここで各成分の分子量を  $m_i$ , モル分率を  $x_i$  とすると平均分子量  $m$  は以下のように表せる.

$$m = x_{\text{H}_2\text{O}}m_{\text{H}_2\text{O}} + x_{\text{H}_2}m_{\text{H}_2} \quad (4)$$

これらを用いて式 (3) は次のように表される.

$$d\tau = (\kappa_{\text{H}_2}x_{\text{H}_2}m_{\text{H}_2} + \kappa_{\text{H}_2\text{O}}x_{\text{H}_2\text{O}}m_{\text{H}_2\text{O}})\frac{dp}{mg} \quad (5)$$

本研究では非凝結性成分  $\text{H}_2$  の赤外吸収係数  $\kappa_{\text{H}_2}$  は 0 であると仮定したので, 式 (5) はさらに簡単に表すことができる.

$$d\tau = \kappa_{\text{H}_2\text{O}}x_{\text{H}_2\text{O}}m_{\text{H}_2\text{O}}\frac{dp}{mg} \quad (6)$$

$\text{H}_2\text{O}$  の吸収係数は水蒸気分圧  $p_{\text{H}_2\text{O}}$  に比例すると仮定し、以下のように与える (Houghton, 2001).

$$\kappa_{\text{H}_2\text{O}} = 1.0 \times 10^{-5} p_{\text{H}_2\text{O}} \quad (7)$$

ここで  $\kappa_{\text{H}_2\text{O}}$  と  $p_{\text{H}_2\text{O}}$  の単位はそれぞれ  $\text{m}^2/\text{kg}$ , Pa である.

### 2.3 灰色大気における放射伝達方程式

吸収係数  $\kappa_\nu$  が波長に依らず一定であるような灰色大気を仮定すると、放射伝達方程式は、以下のように表される.

$$\cos \theta \frac{dI}{d\tau} = I - B \quad (8)$$

ここで  $B$  は全波長で積分したプランク関数であり、全波長で積分した放射強度  $I$  は光学的深さ  $\tau$  と放射の進む方向を表す天頂角  $\theta$  と方位角の関数である.

地面からの一様な熱放射が伝達される場合を扱うため、以下のような近似をする.

- $I$  は方位角によらない
- 上向き ( $0 < \theta < \pi/2$ ), 下向き ( $\pi/2 < \theta < \pi$ ) それぞれで放射強度の天頂角依存性は小さい.

上向きの放射強度, 下向きの放射強度をそれぞれ  $I^\uparrow$ ,  $I^\downarrow$ ,  $\Omega$  を立体角とすると, 上向き赤外放射フラックス  $F_{IR}^\uparrow$ , 下向き赤外放射フラックス  $F_{IR}^\downarrow$  は次のように表される.

$$F_{IR}^\uparrow = \int_{\text{上半球}} d\Omega \cos \theta I = \pi I^\uparrow$$

$$F_{IR}^\downarrow = - \int_{\text{下半球}} d\Omega \cos \theta I = \pi I^\downarrow$$

ここで  $\int d\Omega$  式 (8)  $\times \cos \theta$  より,

$$\frac{2}{3} \frac{dF_{IR}^\uparrow}{d\tau} = F_{IR}^\uparrow - \pi B \quad (9)$$

$$-\frac{2}{3} \frac{dF_{IR}^\downarrow}{d\tau} = F_{IR}^\downarrow - \pi B \quad (10)$$

式 (9), (10) を積分することによって以下が求まる.

$$F_{IR}^\uparrow(\tau) = \pi B(\tau) - \int_{\tau_b}^{\tau} \frac{d}{d\tau'} (\pi B(\tau')) \times \exp\left(-\frac{3}{2}(\tau' - \tau)\right), \quad (11)$$

$$F_{IR}^\downarrow(\tau) = \pi B(\tau) - \int_0^{\tau} \frac{d}{d\tau'} (\pi B(\tau')) \times \exp\left(-\frac{3}{2}(\tau - \tau')\right) - \pi B(0) \exp\left(-\frac{3}{2}\tau\right) \quad (12)$$

ここで,  $\tau_b$  は大気的全光学的深さである. また大気上端からの正味上向き赤外放射  $F_{IR}^\uparrow(0)$  は  $F_{IRtop}^\uparrow$  と表す. 式 (9), (10) から式 (11), (12) を導く詳しい導出は Appendix A.1 に別途記載しているので参照のこと.

## 2.4 対流圏構造

### 2.4.1 湿潤断熱減率

対流圏において凝結性成分が飽和している場合, 温度減率は湿潤断熱減率に従う.

湿潤断熱減率  $\Gamma_{wet}$  は以下のように表される.

$$\Gamma_{wet} = \frac{\frac{RT}{pc_{pH_2}} + \frac{x_{H_2O}^* l}{x_{H_2} pc_{pH_2}}}{x_{H_2} + x_{H_2O}^* \frac{c_{pH_2O}}{c_{pH_2}} + \frac{x_{H_2O}^* l^2}{x_{H_2} RT^2 c_{pH_2}}} [\text{K} \cdot \text{Pa}^{-1}] \quad (13)$$

ここで,  $x_{H_2O}^*$  は凝結性成分の飽和モル分率,  $c_{pH_2}$ ,  $c_{pH_2O}$  は凝結性成分および非凝結性成分の定圧モル比熱,  $l$  は単位モル数あたりの蒸発潜熱,  $R$  は気体定数,  $T$  は温度である. なお, この式の導出は Appendix A.2 に記述した.

### 2.4.2 乾燥断熱減率

対流圏において凝結性成分が飽和していない場合、温度減率は乾燥断熱減率に従う。乾燥断熱減率  $\Gamma_{dry}$  は以下のように表される。

$$\Gamma_{dry} = \frac{R}{x_{H_2O}c_{pH_2O} + x_{H_2}c_{pH_2}} \frac{T}{p} [\text{K} \cdot \text{Pa}^{-1}] \quad (14)$$

なお、この式の導出は Appendix A.3 に記述した。

## 2.5 成層圏構造

成層圏は放射平衡にある。成層圏にある凝結性成分のモル分率は一定で対流圏界面の値と等しい。 $\tau$  に関する温度構造は正味上向き赤外放射  $F_{IRtop}^\uparrow$  をパラメータをして放射伝達方程式から得られる。式 (11) – 式 (12) より

$$\frac{2}{3} \frac{d(F_{IR}^\uparrow - F_{IR}^\downarrow)}{d\tau} = F_{IR}^\uparrow + F_{IR}^\downarrow - 2\pi B \quad (15)$$

放射平衡にある大気ではあらゆる高度で正味上向き赤外放射は一定であるので、上式から次式が得られる。

$$F_{IR}^\uparrow + F_{IR}^\downarrow = 2\pi B \quad (16)$$

次に式 (11) + 式 (12) より

$$\frac{2}{3} \frac{d(F_{IR}^\uparrow + F_{IR}^\downarrow)}{d\tau} = F_{IR}^\uparrow - F_{IR}^\downarrow \quad (17)$$

正味外向き赤外放射フラックス  $F_{IRtop}^\uparrow$  は、上向き赤外放射  $F_{IR}^\uparrow$  と下向き赤外放射  $F_{IR}^\downarrow$  と次の関係にあることを考慮し、次のような関係式が得られる。

$$\frac{2}{3} \frac{d(F_{IR}^\uparrow + F_{IR}^\downarrow)}{d\tau} = F_{IRtop}^\uparrow \quad (18)$$

次に、 $\tau = 0$  において、 $F_{IR}^\uparrow = F_{IRtop}^\uparrow$ 、 $F_{IR}^\downarrow = 0$  の境界条件を用い、積分をすると

$$\pi B = \frac{1}{2} F_{IRtop}^{\uparrow} \left( \frac{3}{2} \tau + 1 \right) \quad (19)$$

が得られる.

表 1: 本論文に利用する数値

物理定数	
気体定数	$R = 8.314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$
重力加速度	$g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$
ステファン・ボルツマン定数	$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$
パラメータ	
非凝結性成分 ( $\text{H}_2$ ) の分子質量	$m_{\text{H}_2} = 2.0 \times 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1}$
凝結性成分 ( $\text{H}_2\text{O}$ ) の分子質量	$m_{\text{H}_2\text{O}} = 18.0 \times 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1}$
凝結性成分 ( $\text{H}_2\text{O}$ ) の定圧モル比熱	$c_{\text{H}_2\text{O}} = 5.0R$
非凝結性成分 ( $\text{H}_2$ ) の定圧モル比熱	$c_{\text{H}_2} = 3.5R$
凝結性成分 ( $\text{H}_2\text{O}$ ) の蒸発潜熱	$l = 43655 \text{ J mol}^{-1}$
凝結性成分 ( $\text{H}_2\text{O}$ ) の吸収係数	$\kappa_{\text{H}_2\text{O}} = 1.0 \times 10^{-2} \text{ m}^2 \text{ kg}^{-1}$
非凝結性成分 ( $\text{H}_2$ ) の吸収係数	$\kappa_{\text{H}_2} = 0.0 \text{ m}^2 \text{ kg}^{-1}$
飽和水蒸気圧曲線の定数	$p_0^* = 1.4 \times 10^{11} \text{ Pa}$

### 3 計算手法

惑星表層における  $\text{H}_2\text{O}$  と  $\text{H}_2$  の総質量, および大気下端における温度  $T_s$  の値を与え, 大気の放射対流平衡構造と正味上向き赤外放射フラックス  $F_{IRtop}^{\uparrow}$  を数値的に求める. 具体的な計算手法は以下の通りである.

### 3.1 各成分の地表面分圧の決定

パラメータとして, 惑星表層における  $\text{H}_2\text{O}$  の総質量  $M_{\text{H}_2\text{O}}$  と  $\text{H}_2/\text{H}_2\text{O}$  モル比  $r$  を与える. ここから  $\text{H}_2$  の総質量  $M_{\text{H}_2}$  が以下のように得られる.

$$M_{\text{H}_2} = r \left( \frac{m_{\text{H}_2}}{m_{\text{H}_2\text{O}}} \right) M_{\text{H}_2\text{O}} \quad (20)$$

#### 3.1.1 $\text{H}_2\text{O}$ がすべて蒸発している場合

もしも  $\text{H}_2\text{O}$  がすべて蒸発していれば, ここから原始大気の総質量を用いて地表面圧力  $p_{\text{all}} (= p_{\text{H}_2\text{O}} + p_{\text{H}_2})$  が以下のように得られる.

$$p_{\text{all}} = \frac{(M_{\text{H}_2\text{O}} + M_{\text{H}_2})g}{4\pi R_p^2} \quad (21)$$

ここで  $R_p$  は惑星半径,  $g = g_{\oplus}(R_p/R_{\oplus})$ ,  $g_{\oplus} = 9.8 \text{ m s}^{-2}$  である. 地表面における  $\text{H}_2\text{O}$  と  $\text{H}_2$  の分圧  $p_{\text{H}_2\text{O}}$ ,  $p_{\text{H}_2}$  は以下のように表される.

$$p_{\text{H}_2\text{O}} = \left( \frac{1}{r+1} \right) p_{\text{all}} \quad (22)$$

$$p_{\text{H}_2} = \left( \frac{r}{r+1} \right) p_{\text{all}} \quad (23)$$

#### 3.1.2 $\text{H}_2\text{O}$ がすべて蒸発していない場合

前節で求めた  $p_{\text{H}_2\text{O}}$  が飽和蒸気圧  $p_v$  よりも大きい場合,  $\text{H}_2\text{O}$  はすべて蒸発していないことになる. この場合,  $p_{\text{H}_2\text{O}}$  は飽和蒸気圧で与えられ, 残りの  $\text{H}_2\text{O}$  は海洋として存在する.  $\text{H}_2\text{O}$  がすべて蒸発している場合と比較したとき,  $\text{H}_2$  の総質量  $M_{\text{H}_2}$  は変化しないが, 各成分の分圧は変化する. 従って  $p_{\text{H}_2}$  を  $p_{\text{H}_2\text{O}}$  と  $M_{\text{H}_2}$  を用いて表す.

まずこれら 3 つの量の間になり立つ関係式を求める.  $p_{\text{H}_2}$  と  $p_{\text{H}_2\text{O}}$  から大気の総質量  $M_{\text{all}} (= M_{\text{H}_2\text{O}} + M_{\text{H}_2})$  は次のように表される.

$$M_{\text{all}} = \frac{4\pi R_p^2}{g} (p_{\text{H}_2} + p_{\text{H}_2\text{O}}) \quad (24)$$

混合比が高度に依らないとして、大気の総質量のうち水素が占めている割合は次のように表される。

$$\frac{M_{\text{H}_2}}{M_{\text{all}}} = \frac{\left(\frac{p_{\text{H}_2}}{p_{\text{H}_2\text{O}}}\right) \left(\frac{m_{\text{H}_2}}{m_{\text{H}_2\text{O}}}\right)}{1 + \left(\frac{p_{\text{H}_2}}{p_{\text{H}_2\text{O}}}\right) \left(\frac{m_{\text{H}_2}}{m_{\text{H}_2\text{O}}}\right)} \quad (25)$$

従って  $\text{H}_2$  の総質量は  $p_{\text{H}_2}$  と  $p_{\text{H}_2\text{O}}$  の関数として、以下のように書き下せる。

$$M_{\text{H}_2} = \frac{4\pi R_p^2}{g} \left(\frac{p_{\text{H}_2}}{p_{\text{H}_2\text{O}}}\right) \left(\frac{m_{\text{H}_2}}{m_{\text{H}_2\text{O}}}\right) \frac{p_{\text{H}_2\text{O}} + p_{\text{H}_2}}{1 + \left(\frac{p_{\text{H}_2}}{p_{\text{H}_2\text{O}}}\right) \left(\frac{m_{\text{H}_2}}{m_{\text{H}_2\text{O}}}\right)} \quad (26)$$

具体的には式 (26) を分圧  $p_{\text{H}_2}$  の 2 次方程式として解を求めることにより、飽和蒸気圧  $p_v$  と  $\text{H}_2$  の総質量  $M_{\text{H}_2}$  の関数として分圧  $p_{\text{H}_2}$  が得られる。

### 3.2 放射対流平衡構造およびフラックス計算

まず大気全層が対流圏で構成されていると仮定して、気温分布を求める。大気圧を対数スケールでほぼ等間隔に刻むように、大気圧の刻み幅  $h$  を  $h = -\frac{\varepsilon \times p}{(1.0 + \varepsilon)}$  のように置いた。今回は  $\varepsilon = 0.1$  と設定した。

放射対流平衡構造は以下のような手順で求める。初めに与えた気温分布に対して、式 (11), (12) を用いて、上向き赤外放射フラックス  $F_{IR}^\uparrow$  および下向き赤外放射フラックス  $F_{IR}^\downarrow$  を台形公式を利用し数値的に求める。

そして対流圏界面は以下のように決定する。まず正味上向き赤外放射フラックスの収束  $\text{div}F_{net} \equiv \frac{dF_{net}}{d\tau}$  は次のように表される。

$$\text{div}F_{net} = F_{IR}^\uparrow + F_{IR}^\downarrow - 2\sigma T^4 \quad (27)$$

気温が十分に低い高度では正味上向き赤外放射フラックスの収束が正になる。そのような高度では放射加熱が起き、成層圏が形成される。成層圏は放射平衡状態にあり正味上向き赤外放射フラックスの収束の値は 0 である。したがって対流圏界面における正味上向き赤外放射フラックスの収束の値も 0 である必要がある。そこ

で  $\text{div}F_{net}$  が 0 になる高度を外挿法により求め、対流圏界面の位置を求める。具体的には対流圏界面に一番近い対流圏の 2 格子点 ( $\text{div}F_{net}$  が負から正になる直前の格子点) から外挿した。それより上空の温度構造は放射平衡状態にあるとみなし、(19) 式に従う。ここで正味上向き赤外放射フラックス  $F_{IRtop}^\uparrow$  は対流圏界面における値を用いる。

ただし全層対流圏として初期計算を行うと、本来成層圏である領域での凝結性成分のモル分率を低く評価していることになる。そこで不足している分を考慮して、大気構造を再計算する。そしてもう一度新しく求めた光学的深さをを用いて放射フラックスを逐次的に再計算することにより、対流圏界面を決定する。

## 4 結果と考察

### 4.1 考慮したパラメーター範囲

惑星表面に存在する全  $\text{H}_2\text{O}$  量を  $1/100 M_{ocean}$  から  $1 M_{ocean}$ 、惑星表面に存在する  $\text{H}_2/\text{H}_2\text{O}$  のモル比を 0.01 から 10 まで変化させて  $F_{IRtop}^\uparrow$  の地表面温度  $T_s$  に対する依存性をそれぞれ求めた。ここで、 $M_{ocean}$  は現在の地球の海洋質量 ( $1.4 \times 10^{21}$  kg)、 $R_\oplus$  は現在の地球半径 ( $6.4 \times 10^6$  m) である。

### 4.2 大気の温度構造

まず最初に大気の温度構造を考察する。図 2、図 3 はそれぞれ  $\text{H}_2/\text{H}_2\text{O}$  モル比が 0.01 および 10 の時の圧力と地表面温度の関係を表している。ここでは  $\text{H}_2\text{O}$  量を  $1 M_{ocean}$ 、惑星半径は現在の地球半径とした。

図 2 からほぼ  $\text{H}_2\text{O}$  から成る大気の温度構造の特徴について以下のようなことがわかる。まず地表面温度  $T_s$  によらず、成層圏の気温分布はほぼ等温である。これは成層圏における光学的深さが 1 よりも非常に小さいため鉛直方向に温度変化がほぼないためである。



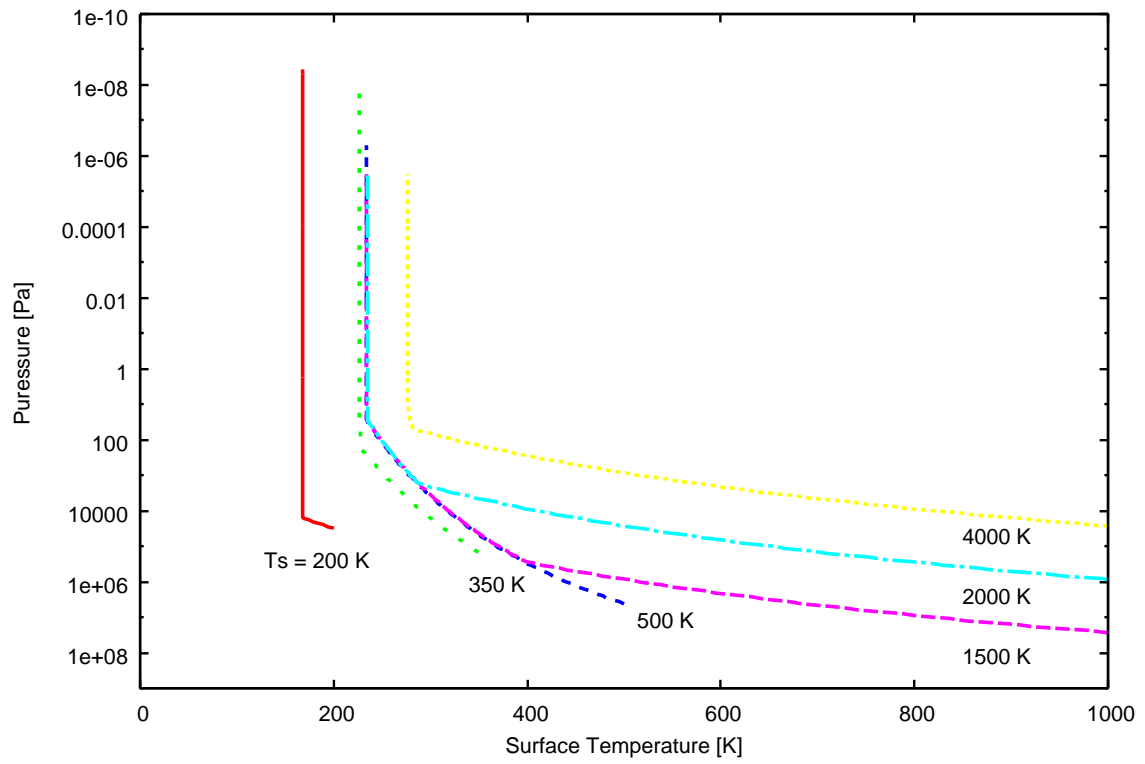


図 2: ほぼ  $\text{H}_2\text{O}$  から成る大気の温度構造.  $\text{H}_2/\text{H}_2\text{O}$  モル比=0.01.

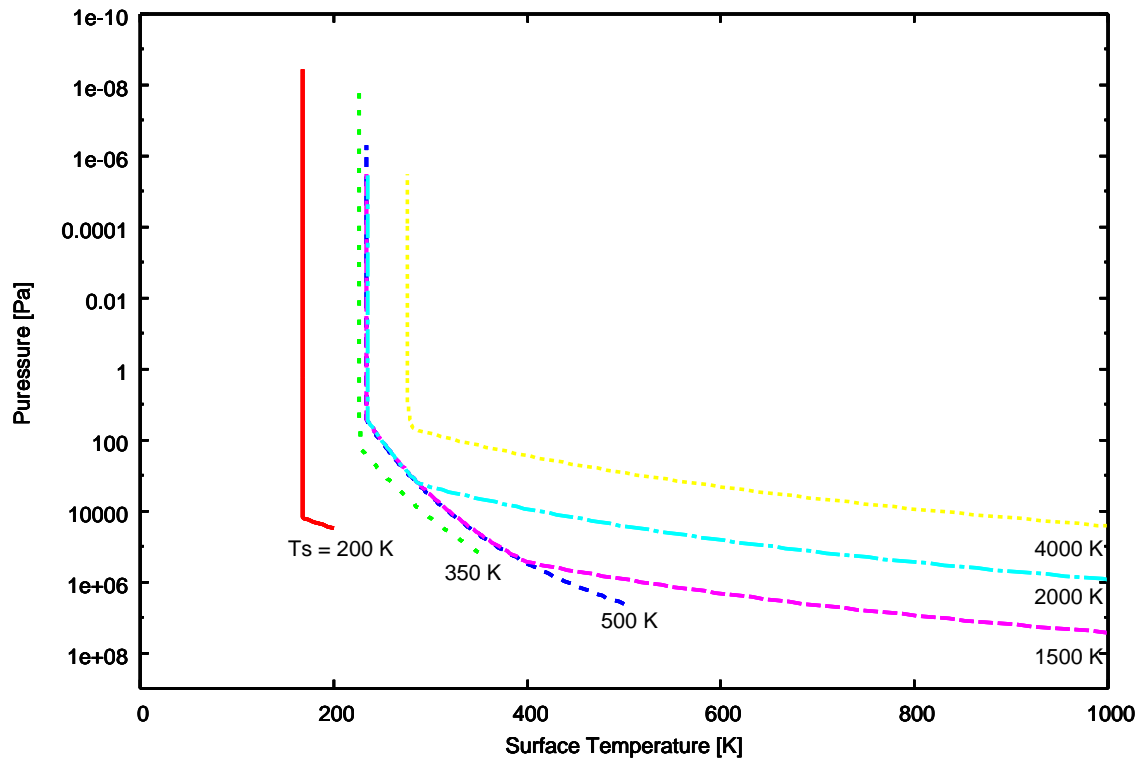


図 3: ほぼ  $H_2$  から成る大気の温度構造.  $H_2/H_2O$  モル比=10.

また対流圏の構造には地表面温度に依存して以下のような特徴がある.  $200\text{ K} < T_s < H_2O$  全蒸発温度の間にあるとき, 全層湿潤断熱減率に従い,  $H_2O$  全蒸発温度  $< T_s < 2500\text{ K}$  の間にあるとき, 下層は乾燥断熱減率に, 上層は湿潤断熱減率に従う.  $2500\text{ K} < T_s$  の間にあるとき全層乾燥断熱減率に従う.

一方, 大量に  $H_2$  を含む ( $H_2/H_2O = 1$ ) 大気の温度構造 (図 3) は以下のような特徴を持つ. 成層圏はほぼ水蒸気からなる大気の場合と同様にほぼ等温である. 対流圏の温度は, 湿潤断熱減率が乾燥断熱減率に近い.

### 4.3 放射フラックスと地表面温度の関係

次に大気上端からの正味上向き赤外放射フラックスと地表面温度の関係について考察する. 図 4 は放射フラックスの  $H_2/H_2O$  比依存性について, 図 5 は放射フラッ

クスの全  $\text{H}_2\text{O}$  量依存性について表したものである。ここでは惑星半径を現在の地球半径とした。

パラメータの与え方によらず、 $T_s$  の値を増加させると、 $F_{\text{IRtop}}^\uparrow$  の値は初め上昇し、ある温度範囲でほぼ一定値を取った後に再び上昇する。

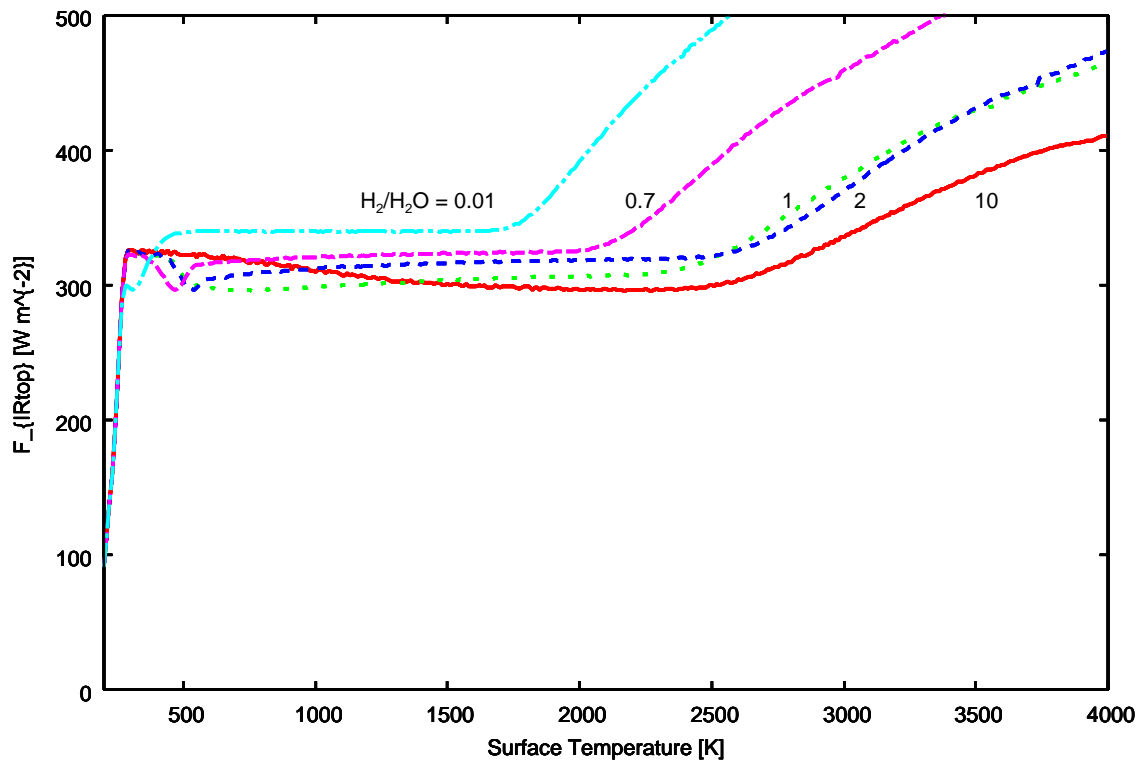


図 4:  $F_{\text{IRtop}}$  と  $T_s$  の関係 (  $\text{H}_2$  の割合を変化させた場合)

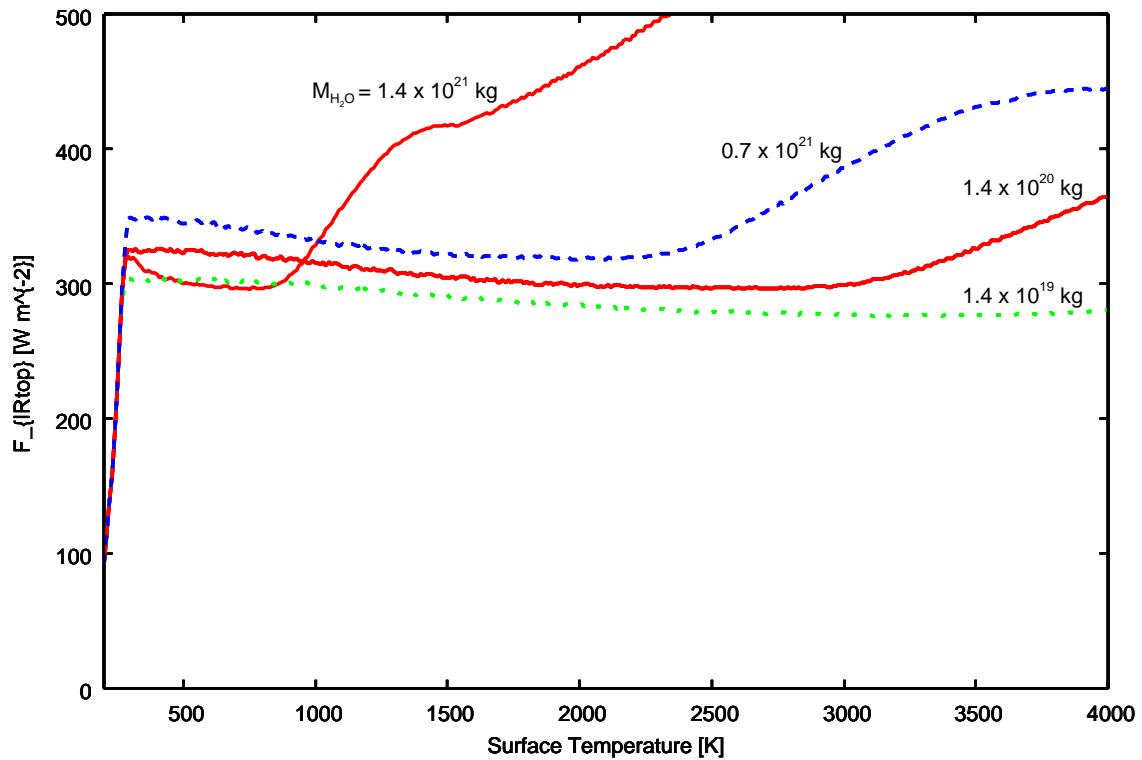


図 5:  $F_{IRtop}$  と  $T_s$  の関係 ( $H_2O$  量を変化させた場合)

これは次の理由による。  $T_s$  が低い場合、大気中に吸収物質である水蒸気の量が少ないため、地表面からの放射がほぼ直接宇宙空間へ射出される。  $T_s$  を増加させると、大気中の水蒸気量が増加し、大気の不透明度が上昇するため  $F_{IRtop}^{\uparrow}$  の上昇が抑えられる。このとき、大気中で水蒸気が飽和している場合には、気温と水蒸気量の関係が飽和蒸気圧曲線によって決定され、宇宙空間に射出をしている大気層の温度がほぼ一定となる。そのために  $F_{IRtop}^{\uparrow}$  がほぼ一定となる。さらに  $T_s$  を増加させると、大気は水蒸気に飽和しなくなり、宇宙空間に射出をしている大気層の温度が上昇する。これによって  $F_{IRtop}^{\uparrow}$  が再び上昇する。

#### 4.4 H<sub>2</sub> の増加により保温効果が強くなる理由

図 4, 5 を比較すると, H<sub>2</sub> のモル比を大きくすると,  $F_{\text{IRtop}}^{\uparrow}$  の値が小さくなり, 大気の保温効果が強くなる. 以下に示すように, これは大気平均分子量が H<sub>2</sub> の分子量に近づき小さくなることと, 比熱が変化することの, 2 つの効果に依っている.  $p_v, p_n$  をそれぞれ地表面における H<sub>2</sub>O と H<sub>2</sub> の分圧,  $C_{mix}, C_v, C_n$  をそれぞれ混合気体, H<sub>2</sub>O, H<sub>2</sub> の定圧モル比熱であるとする. このとき大気温度構造が乾燥断熱減率に従うと, 温度  $T$  と圧力  $p$  の関係は以下のように表される.

$$\frac{T}{T_s} = \left( \frac{p}{p_n + p_v} \right)^{\frac{R}{C_{mix}}} \quad (28)$$

一方, 光学的深さは式 (6), (7) を用いて, 積分を行うことによって

$$\tau = c \frac{x_v^2 m_v}{mg} p^2 \quad (29)$$

ここで  $c = 5.0 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ kg}^{-1} \text{ Pa}^{-1}$  である. 式 (28) と式 (29) を用いて, 温度と光学的深さの関係式は

$$T = T_s \left( \frac{mg}{cp_v^2 m_v} \tau \right)^{R/2C_{mix}} \quad (30)$$

ここで宇宙空間への実効的な放射面における光学的深さ  $\tau$  は  $\tau \sim 1$  であることを考慮し, その面での温度  $T_{out}$  を書き下すと以下のように表される.

$$T_{out} \sim T_s \left( \frac{mg}{cp_v^2 m_v} \right)^{R/2C_{mix}} \quad (31)$$

ここから  $p_n$  を大きくすると, 次の 2 つの理由によって実効的な放射面の温度が下がり, 放射フラックスの値が小さくなるのがわかる.

- 平均分子量  $m$  が 2 に近くなり,  $T_{out}$  の温度が下がる.
- $C_{mix}$  が小さくなり, 断熱べき指数  $\frac{R}{C_{mix}}$  が急になることによって,  $T_{out}$  の温度が下がる.

また, 惑星表面に存在する全 H<sub>2</sub>O 量を増加させると,  $p_n$  が増すことによって放射フラックスの値が下がる, すなわち大気の保温効果が強まるのがわかる.

#### 4.5 惑星半径と保温効果の関係

図 6 は惑星半径を  $1/2 R_{\oplus}$  から  $2R_{\oplus}$  まで変化させた際の正味上向き赤外放射フラックスと地表面温度の関係を表している。ただし惑星の密度は一定 (現在の地球と同じ値) と仮定し,  $H_2O$  の量を現在の海洋質量とした。この図から, 惑星半径が増えると正味上向き赤外放射フラックスの値は高くなることがわかる。

惑星半径を増やすと重力加速度が大きくなる。  $H_2O$  が一部蒸発している場合, 地表面における水蒸気分圧は温度の関数として決まる。このとき重力加速度が大きいほど, 単位断面積を持った鉛直気柱内の水蒸気質量は小さくなる。従って吸収物質の量が減るため, 保温効果が弱まり, 正味上向き赤外放射フラックスの値が大きくなる。逆に惑星半径を減少させると大気の保温効果は強まる。

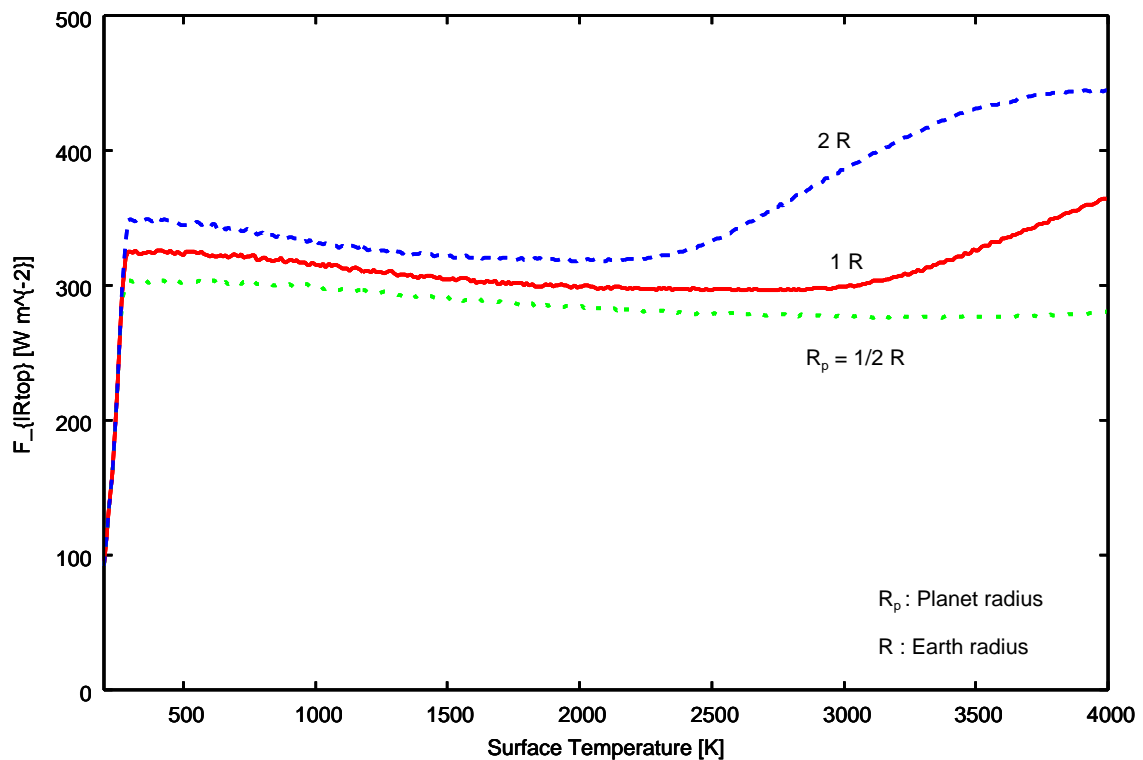


図 6:  $F_{IRtop}$  と  $T_s$  の関係 (惑星半径を変化させた場合)

#### 4.6 マグマオーシャンの形成条件

マグマオーシャンが形成されるには、原始惑星の質量および半径が地球のそれと等しい場合、 $\text{H}_2$  の割合に依らず惑星表面へ供給されるエネルギーフラックスが約  $300 \text{ W m}^{-2}$  を超える必要がある。4.3 節で述べた通り、大気上端からの正味上向き赤外放射フラックスは与えた地表面温度が増加するにつれて初め上昇し、一度ほぼ一定値をとった後に再び上昇する。その一定値は  $\text{H}_2$  の割合にあまり依らず約  $300 \text{ W m}^{-2}$  である (図 4, 5) マグマオーシャンが形成されるためにはその値以上のエネルギーフラックスが必要である。ちなみにこの値は Abe and Matsui (1988) の  $\text{H}_2\text{O}-\text{CO}_2$  大気に対して得た値に近い。それは彼等のモデルにおいても主要な赤外吸収物質は  $\text{H}_2\text{O}$  であり、また大気上端からの正味上向き放射フラックスが地表面温度に依存しなくなるような地表面温度の範囲では、宇宙空間へ射出をしている大気層の温度構造と水蒸気分布が飽和蒸気圧曲線によってほぼ決定されているためであると考えられる。

集積エネルギーフラックス  $F_{acc}$  の大きさは以下の式を用いて評価することができる。

$$F_{acc} = \frac{GM_p}{R_p} \frac{\dot{M}_p}{4\pi R_p^2} = \frac{\rho GM_p}{3} \quad (32)$$

ここで  $G$  は万有引力定数、 $M_p$ 、 $R_p$  はそれぞれ惑星の質量、半径、および平均密度である。 $\rho$  に地球の平均密度を代入すると、 $5 \times 10^7$  年で地球質量に達する質量成長率を与えた場合に、 $F_{acc} \sim 300 \text{ W m}^{-2}$  になる。

現在の地球と同サイズの原始惑星を想定し、Kuramoto and Matsui(1996) が推定した  $\text{H}_2/\text{H}_2\text{O}$  モル比 10 を与えた場合、 $300 \text{ W m}^{-2}$  以上の集積エネルギーフラックスが与えられると、惑星表面に存在する全  $\text{H}_2\text{O}$  量が  $1/100 M_{ocean}$  でもマグマオーシャンが形成される可能性がある (図 5)。マグマオーシャンの形成に必要な  $\text{H}_2\text{O}$  量は集積エネルギーフラックスの値に依存する。火星サイズまでの原始惑星は 100 万年オーダーの時間で集積成長したことが確からしいと理論的に推定されており、

この場合、集積エネルギーフラックスは、 $10^3 \text{ W m}^{-2}$  程度かそれ以上に達する。惑星が小さいほうが保温効果も大きいため (4.5 節) 火星サイズに達した原始惑星にはマグマオーシャンが形成される可能性が高いと考えられる。

## 5 結論

本研究では、 $\text{H}_2\text{O}$  と  $\text{H}_2$  からなる原始地球の大気を想定して、一次元放射対流平衡モデルを構築し、地表面温度  $T_s$  と大気上端における上向き赤外放射フラックス  $F_{IRtop}$  の関係を調べることにより、マグマオーシャンが形成される可能性について考察した。

$\text{H}_2\text{O}$  に対して  $\text{H}_2$  が大量に存在する場合、 $\text{H}_2$  が大気の保温効果を強める。その理由として、以下のような効果が働いていることがわかった。

- 平均分子量  $m$  が 2 に近くなり、 $T_{out}$  の温度が下がる。
- $C_{mix}$  が小さくなり、断熱べき指数  $\frac{R}{C_{mix}}$  が急になることによって、 $T_{out}$  の温度が下がる。

また惑星半径を  $2R_{\oplus}$  から  $1/2R_{\oplus}$  まで減少させた場合も保温効果は強まる。それは以下の理由による。惑星半径を減らすと重力加速度が小さくなる。 $\text{H}_2\text{O}$  が一部蒸発している場合、地表面における水蒸気分圧は温度の関数として決まる。このとき重力加速度が小さいほど、単位断面積を持った鉛直気柱内の水蒸気質量は大きくなる。従って吸収物質の量が増えるため、保温効果が強まり、正味上向き赤外放射フラックスの値が小さくなる。

パラメータに依らず、マグマオーシャンが形成されるには惑星表面へ供給されるエネルギーフラックスが約  $300 \text{ W m}^{-2}$  を超える必要がある。これは地球が  $5 \times 10^7$  年で集積成長した場合に実現される平均的な集積エネルギーフラックスに相当する。現在の地球と同サイズの原始惑星を想定し、Kuramoto and Matsui (1996) が推定した  $\text{H}_2/\text{H}_2\text{O}$  モル比 10 を与えた場合、惑星表面に存在する全  $\text{H}_2\text{O}$  量が 1/100



$M_{ocean}$  でもマグマオーシャンが形成される可能性がある。ただし、マグマオーシャンの形成に必要な  $H_2O$  量は集積エネルギーフラックスの値に依存する。火星サイズまでの原始惑星は 100 万年オーダーの時間で集積成長したことが確からしいと理論的に推定されており、この場合、火星サイズに達した原始惑星にはマグマオーシャンが形成される可能性が高いと考えられる。

## 6 謝辞

本修士論文を完成させるにあたり多くの先生方, 先輩方に御指導, 助言をいただきました. 特に倉本圭教授には夜遅くまで疑問を解決するまで粘り強く御指導いただきました. 同様に福井先輩にも本論文を書くにあたり色々な視点からの助言, 指導いただきました. また, 普段からのゼミ, セミナーにおける議論を通して多くの知識や示唆を頂いた惑星物理学研究室のみなさまに感謝いたします. 本当にありがとうございました.

## 参考文献

- [1] Abe, Y., and Matsui, T., 1988: Evolution of an impact-generated H<sub>2</sub>O-CO<sub>2</sub> atmosphere and formation of a hot proto-ocean on earth. *J. Atmos. Sci.*, **45**, 3081-3101.
- [2] Houghton, J. T., 2002: *The physics of atmospheres*, third edition, Cambridge University Press, 350 pp.
- [3] Kuramoto, K., and Matsui, T., 1996: Partitioning of H and C between the mantle and core during the core formation in the Earth: Its implications for the atmospheric evolution and redox state of early mantle. *J. Geophys. Res.*, **101**, 14909-14932.
- [4] Matsui, T., and Abe, Y., 1986: Evolution of an impact-induced atmosphere and magma ocean on the accreting Earth. *Nature*, **319**, 303-305.
- [5] Nakajima, S., Hayashi, Y., and Abe, Y., 1992: A study on the runaway greenhouse effect with a one-dimensional radiative-convective equilibrium model. *J. Atmos. Sci.*, **49**, 2256-2266.

## A 本論文で登場する数式の導出

### A.1 上向き赤外放射フラックス $F_{IR}^\uparrow$ の導出

上向き赤外放射フラックス  $F_{IR}^\uparrow$  は次式に従う.

$$\frac{2}{3} \frac{dF_{IR}^\uparrow}{d\tau} = F_{IR}^\uparrow - \pi B \quad (33)$$

この微分方程式を解く. まず最初に  $\pi B = 0$  とすると

$$\frac{2}{3} \frac{dF_{IR}^\uparrow}{d\tau} = F_{IR}^\uparrow \quad (34)$$

となる. これを変数分離法で解くと

$$F_{IR}^\uparrow = A \exp\left(-\frac{3}{2}\tau\right) \quad (35)$$

この  $A$  を  $\tau$  に関する関数であるとして, 整理すると

$$\frac{dA(\tau)}{d\tau} = -\frac{3}{2}\pi B(\tau) \exp\left(-\frac{3}{2}\tau\right) \quad (36)$$

上式を  $\tau \sim \tau_b$  まで  $\tau$  について積分を実行すると

$$\begin{aligned} A(\tau) &= \int_{\tau_b}^{\tau} -\frac{3}{2} (\pi B(\acute{\tau})) \exp\left(-\frac{3}{2}\acute{\tau}\right) + A(\tau_b) \\ &= \pi B(\tau) \exp\left(-\frac{3}{2}\tau\right) - \pi B(\tau_b) \exp\left(-\frac{3}{2}\tau_b\right) \\ &\quad - \int_{\tau_b}^{\tau} \frac{d}{d\tau} (\pi B) \exp\left(-\frac{3}{2}\tau\right) d\tau + A(\tau_b) \end{aligned} \quad (37)$$

上式を (3) 式に代入して整理する.

$$F_{IR}^\uparrow = \pi B(\tau) - \pi B(\tau_b) \exp\left[-\frac{3}{2}(\tau_b - \tau)\right] - \exp\left(\frac{3}{2}\tau\right) \int_{\tau_b}^{\tau} \frac{d}{d\tau} (\pi B) \exp\left(-\frac{3}{2}\tau d\tau\right) + A(\tau_b) \exp\left(\frac{3}{2}\tau\right) \quad (38)$$

ここで  $\tau = \tau_b$  では  $F_{IR}^\uparrow(\tau_b) = \pi B(\tau_b)$  なので

$$A(\tau_b) = \pi B(\tau_b) \exp\left(-\frac{3}{2}\tau_b\right) \quad (39)$$

これにより

$$F_{IR}^{\uparrow}(\tau) = \pi B(\tau) - \int_{\tau_b}^{\tau} \frac{d}{d\tau'} \pi B \times \exp \left[ -\frac{3}{2}(\tau') \right] d\tau' \quad (40)$$

よって示された. 下向き赤外放射フラックス  $F_{IR}^{\downarrow}$  の導出についても上記の導出方法と同様である.

## A.2 湿潤偽断熱減率の導出

湿潤偽断熱減率  $\Gamma_{wet}$  を導くことにする.

$$\Delta Q = \Delta U + p\Delta V \quad (41)$$

ここで  $\Delta Q$ ,  $\Delta U$ ,  $\Delta V$  はそれぞれ系の熱量, 内部エネルギー, 体積の変化を表す. 断熱過程であることから  $\Delta Q = 0$  であり上式は次の様に表せる.

$$\Delta U = -p\Delta V \quad (42)$$

またここで  $p\Delta V$  を微小変化させて

$$\begin{aligned} p\Delta V &= \Delta(pV) - V\Delta p \\ &= RT\Delta n_v + (n_v + n_n)R\Delta T - (n_v + n_n)RT\frac{\Delta p}{p} \end{aligned} \quad (43)$$

のように表せる. ここで  $n_v$ ,  $n_n$  はそれぞれ凝結性成分と非凝結性成分のモル数を表す. また凝縮相の体積は無視した. 潜熱  $l$  は蒸発によるエンタルピーの変化であるので  $l$  は次のように表せる.

$$l = (\text{気相の内部エネルギー}) - (\text{液相の内部エネルギー}) + p\Delta V$$

よって凝結性成分 (気相  $n_v$  モル, 液相  $n_l$  モル) の内部エネルギーは次のように表される.

$$\int_{T_0}^T C_v n_v dT + \int_{T_0}^T C_v n_l dT - (l - pv_g)n_l$$

ただし  $v_g$  は気体 1mol あたりの体積である. これを用いると系全体の内部エネルギー変化は次のように書ける.

$$\Delta U = (n_v C_{Vv} + n_n C_{Vn})\Delta T + (l - RT)\Delta n_v \quad (44)$$

次にクラジウス・クライペイロンの式より微小変化した飽和蒸気圧を表すと

$$\frac{n_v + \Delta n_v}{n_v + n_n + \Delta n_v}(p + \Delta p) = p_0^* \exp\left(-\frac{l}{R(T + \Delta T)}\right) \quad (45)$$

式 (22) の両辺を Taylor 展開し  $\Delta n_v$  について解くと

$$\Delta n_v = \frac{l}{RT^2} \frac{n_v}{n_n} (n_v + n_n)\Delta T - \frac{n_v}{n_n} (n_v + n_n) \frac{\Delta p}{p} \quad (46)$$

よって式 (42) に式 (43), (44), (46) を代入し整理をすると求めるべき湿潤偽断熱減率  $\Gamma_{wet}$  が導かれる.

### A.3 乾燥断熱減率の導出

飽和していない空気の塊がそのまま飽和することなく, 上昇および下降する際, 周辺の大気と熱のやりとりを行わない状態変化を断熱変化という. その空気塊の温度変化の割合を乾燥断熱減率という. ここで乾燥断熱減率を  $\Gamma_{dry}$  と定義し, 導出する. 乾燥断熱減率は熱力学第 1 法則と静水圧平衡の式から導くことができる. それぞれの式は以下で示される.

$$\Delta Q = C_p \Delta T - \alpha \Delta p \quad (47)$$

$$\Delta p = -g\rho \Delta z \quad (48)$$

ここで, 断熱変化なので  $\Delta Q = 0$  である. 上 2 式から  $\Delta p$  を消去すると, 乾燥断熱減率は以下の様に示される.

$$-\frac{\Delta T}{\Delta z} = \frac{g}{C_p} \equiv \Gamma_p \quad (49)$$