

# 火星大気中の鉛直対流に関する 数値実験

乱流混合長の表現方法が摩擦速度に与える影響

村橋 究理基

MURAHASHI Kuriki

北海道大学 大学院理学院

宇宙理学専攻

地球流体力学研究室

## 要旨

火星大気には定常的にダストが存在している。ダストは太陽放射を吸収・散乱, 赤外放射を吸収・射出し, これらに伴う大気加熱を介して火星気象に大きな影響を与えている。このことが観測などによって示されている (Montabone et al., 2005)。ダストは風による応力 (または摩擦速度) がある閾値を超えると発生すると考えられている。鉛直対流に伴う風によるダスト巻き上げを数値モデルを用いて研究した例として Odaka et al. (2001) がある。Odaka et al. (2001) では 2 次元の非静力学モデルを用い, 日変化によって生じる火星大気の鉛直対流を計算し, 対流に伴う水平風速から計算された地面の風応力が, ダストを巻き上げるのに十分な値を持つ場合ことを示した。近年では静力学モデルにダストの巻き上げ過程を導入し, ダストの巻き上げとそれに伴う大気対流の変化が与える相互フィードバック作用に関する計算 (Rafkin, 2009) や, 地表面から対流圏上空へのダスト輸送の計算 (Spiga et al., 2013) がなされている。

最近, 2 次元の領域モデルを用いた杉山 他 (2014) の数値計算において, モデル内におけるサブグリッドスケールの乱流混合長の表現方法の違いが, 対流層の厚さや温度構造に影響をもたらすことが示唆された。その結果, 対流の強さの違いが水平風の強度に影響を及ぼし, それに伴って, ダスト巻き上げ過程に関わる風応力の強さに変化が現れると考えられる。本研究では対流に伴う風による地面応力が, 乱流混合長の表現方法の違いによってどのような影響されるかを調べることを目的とする。対流の様子について注目するため, 大気中にダストのない条件で混合長の表現方法を変えた数値実験を行う。

使用した数値モデルは地球流体電脳倶楽部で開発している非静力学モデル `arare5/deepconv` (<http://www.gfd-dennou.org/arch/deepconv/>) を用いた。このモデルは支配方程式系に準圧縮方程式 (Klemp and Wilhelmson, 1978), 地面フラックスの表現にバルク法 (Louis, 1979), 乱流モデルに 1.5 次のクロージャモデル (Klemp and Wilhelmson, 1978) を用いている。また熱強制として Odaka et al. (2001) の 1 次元モデルにおけるダストのない条件下での地面温度と放射加熱率分布の計算結果を与えた。この 1 次元モデルの計算は北半球の夏 ( $L_s = 100^\circ$ ) の北緯  $20^\circ$  を想定したものである。境界条件として水平方向に周期境界条件, 鉛直方向に滑りなし, 応力なし条件を用いた。また計算領域は水平 50 km, 鉛直 20 km, 解像度は水平,

---

鉛直ともに 100 m とした。火星の現地時刻 (Local Time : LT) で 6:00 を計算開始時刻とし、3 日間計算を行った。乱流混合長には杉山 他 (2014) にならい、次の 2 つの表現方法を採用した。1 つは Deardorff (1980) に基き、乱流混合長を各格子点の計算格子間隔とする方法 (この場合を混合長固定実験と呼ぶ)。もう 1 つは Prandtl の混合距離理論に基き、混合長を高度によって変化させる方法 (この場合を混合長可変実験と呼ぶ) である。

まず数値モデルの信頼度について評価するために先行研究である Odaka et al. (2001) と混合長固定実験の結果の比較を行った。混合長固定実験の方が全体的に風速が強まる傾向にあったが、生じる対流セルのスケールは同程度であり、温位分布についても対流層の高度である 2-10 km において一致した。平均風速の高度分布についてもピークとなる高度は一致していた。以上より混合長固定実験においては、先行研究に準じるような結果が得られた。続いて混合長固定実験と混合長可変実験の結果の比較を行った。生じる対流セルのスケール及び対流層の高さに違いは見られず、平均温位分布に関しても地表面から高度 1km までを除き、一致した。しかし平均風速の強度に大きな違いが見られた。混合長可変実験の結果は、混合長固定実験と比べ、平均的に 1.4 倍程度強い風が吹く。これに伴い風応力の空間平均値及び最大値についても 2 倍程度の差が生じた。風応力の大きさについて頻度分布をとると混合長可変実験の方が発生する風応力の強度範囲が広いことが確認された。

本研究の結果から、乱流混合長の表現方法の違いが対流層における風速に影響を与え、風応力に変化が現れることが確認できた。今回のケースでは風応力の値に、2 倍程度の違いが現れた。以上の結果は、ダスト巻き上げ閾値を判断するのに影響を及ぼす可能性がある。そのため、対流場の様子や拡散の構造などを観測結果などと比較した上で、乱流混合長の適切な表現方法について検討する必要があると思われる。

---

# 目次

<b>第1章 序論</b>	<b>7</b>
1.1 火星大気とダスト	7
1.2 火星大気ของダストに関する数值計算	8
1.2.1 火星大気の数値計算における乱流混合長依存性	9
1.3 本研究の目的	12
1.4 本論文の構成	12
<b>第2章 数值モデル</b>	<b>13</b>
2.1 定式化	13
2.1.1 支配方程式系	13
2.2 準圧縮方程式系のエネルギー方程式	16
2.2.1 運動エネルギー方程式	16
2.2.2 熱エネルギー方程式	16
2.3 乱流パラメタリゼーション	17
2.4 離散化	18
2.4.1 格子と変数の配置	18
2.4.2 空間, 時間方向の離散化の概要	18
2.5 計算設定	19

---

---

<b>第3章 実験結果</b>	<b>24</b>
3.1 混合長固定実験の結果	24
3.1.1 風の分布	24
3.1.2 温位分布	31
3.1.3 検証結果	31
3.2 混合長変化実験の結果	31
3.2.1 風の分布	32
3.2.2 温位分布	39
3.2.3 加熱率分布	39
3.3 各実験における風応力	44
3.4 議論	48
<b>第4章 まとめ</b>	<b>49</b>
<b>付録A: 準圧縮方程式系の導出</b>	<b>51</b>
A.1 基礎方程式	51
A.2 準圧縮方程式系の導出	54
A.2.1 基本場と擾乱場の分離	54
A.2.2 水平方向の運動方程式の線形化	55
A.2.3 鉛直方向の運動方程式の線形化	55
A.2.4 圧力方程式の線形化	56
A.2.5 熱の式の線形化	57
A.3 まとめ	57
<b>付録B: 乱流パラメタリゼーションスキームの導出</b>	<b>59</b>

---

B.1 乱流パラメタリゼーションスキーム . . . . . 59

B.1.1 乱流運動エネルギー方程式の導出 . . . . . 60

B.1.2 乱流拡散係数を用いた表現 . . . . . 64

図目次

1.1 バイキング 1 号, および 2 号の観測による, 光学的厚さの日変化. 上図がバイキング 2 号の観測結果, 下図がバイキング 1 号の観測結果である. 縦軸が光学的厚さ, 横軸が時間で, 着陸してからの日数を示している. (Leovy and Zurek, 1979, Fig. 1 より抜粋) . . . . . 7

1.2 ダストストームが生じている年 (MY 25) と生じていない年 (MY 24) における火星中心黄経  $L_s = 195^\circ - 225^\circ$  の期間で平均された温度と平均東西流の子午面分布である. 図 (a) が MY 24 における温度分布. 図 (b) が MY 25 における温度分布. 図 (c) が MY 24 における東西流分布. 図 (d) が MY 25 における東西流分布. (Montabone et al., 2005, Fig. 7 より引用) . . . . . 8

1.3 風応力によって巻き上げられたダストによる透過率の年変化 (実線) と, ダストデビルによって巻き上げられたダストによる透過率の年変化 (点線). (Kahre et al., 2006, Fig. 10 より引用) . . . . . 9

1.4 鉛直風の空間分布と水平平均温度の鉛直分布. 上段は, 混合長を高度に応じて変化させた場合, 下段は, 混合長が格子点間隔と同じである場合の結果. 左の鉛直風分布は縦軸が高度, 横軸が水平領域 (約 50 km). 赤色が上昇流, 青色が下降流を表す. 右の温度の鉛直分布は, 赤線がモデルによる計算結果, 青線は計算モデルとは異なる 1 次元モデルによる理論値で, 上段も下段も同じものである. (杉山 他, 2014 より抜粋) . . . . . 10

1.5 乱流混合長の概念図. 縦軸が高さ, 点線が交わるところが計算格子点を表す. 矢印のついた渦がサブグリッドスケールで考慮する乱流を模式的に表し, 渦の大きさは混合長の大きさを表す. . . . . 11

2.1 格子点の配置. 「非静力学モデル deepconv の離散化」から引用. . . . . 18

---

2.2	添字と境界の設定. 実際に計算する添字の範囲は 1 から im である. 「非静力学モデル deepconv の離散化」から引用. . . . .	19
2.3	地葉面温度の時間変化. 縦軸が温度, 横軸が LT を示す. . . . .	20
2.4	4 時間ごとの放射加熱率の鉛直分布. それぞれ LT = 6, 10, 14, 18, 24, 26 に相当するもの. 縦軸が高度, 横軸が放射加熱率を示す. . . . .	21
2.5	温位の鉛直分布の初期値. LT = 6 に相当するもの. 縦軸が高度, 横軸 が温位を示す. . . . .	22
2.6	混合長可変実験における混合長の高度変化. 縦軸が高度 [m], 横軸が 混合長の長さを示す. . . . .	23
3.1	鉛直風の分布. 左列が混合長固定実験, 右列が Odaka et al. (2001). 横軸が水平方向 (x), 縦軸が高度 (z). それぞれ上から LT = 12, 14, 16, 18 の図. 等値線間隔は 5 m/s で, 実線が正, 破線が負を示す. 上昇域 に暖色, 下降域に寒色のトーンをつけている. . . . .	25
3.2	鉛直風水平 2 乗平均の平方根 ( $\sqrt{w^2}$ ) の分布. 縦軸が高度 (z), 横軸が 鉛直速度の 2 乗平均 ( $\sqrt{w^2}$ ). 赤線が混合長固定実験, 黒点線が Odaka et al. (2001) の結果を示す. それぞれ左上から LT = 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24 の図. . . . .	26
3.3	高度 4950 m における鉛直風水平 2 乗平均の平方根の時間変化. 縦 軸が鉛直風水平 2 乗平均の平方根, 横軸が時刻. 赤線が混合長固定 実験, 黒点線が Odaka et al. (2001) の結果を示す. . . . .	27
3.4	水平風の分布. 左列が混合長固定実験, 右列が Odaka et al. (2001). 横軸が水平方向 (x), 縦軸が高度 (z). それぞれ上から LT = 12, 14, 16, 18 の図. 等値線間隔は 5 m/s で, 実線が正, 破線が負を示す. 西風域 に暖色, 東風域に寒色のトーンをつけている. . . . .	28
3.5	水平風水平 2 乗平均の平方根 ( $\sqrt{u^2}$ ) の分布. 縦軸が高度 (z), 横軸が 鉛直速度の 2 乗平均 ( $\sqrt{u^2}$ ). 赤線が混合長固定実験, 黒点線が Odaka et al. (2001) の結果を示す. それぞれ左上から LT = 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24 の図. . . . .	29

---

3.6 モデル下層における水平風の 2 乗平均の平方根の時間変化. 縦軸が水平風水平 2 乗平均の平方根, 横軸が時刻. 赤線が混合長固定実験, 黒点線が Odaka et al. (2001) の結果を示す. 混合長固定実験はモデル最下層である高度 50 m における水平平均. Odaka et al. (2001) は本実験における高度 50 m に近い高度 75 m における平均値. . . . . 30

3.7 温位偏差の分布. 左列が混合長固定実験, 右列が Odaka et al. (2001). 横軸が水平方向 (x), 縦軸が高度 (z). それぞれ上から LT = 12, 14, 16, 18 の図. 等値線は 0 線を示す. 上昇域に暖色, 下降域に寒色のトーンをつけている. . . . . 32

3.8 水平平均した温位の鉛直分布. 縦軸が高度 (z), 横軸が温位 ( $\theta$ ). 赤線が混合長固定実験, 黒点線が Odaka et al. (2001) の結果を示している. それぞれ左上から LT = 6, 10, 14, 18, 22, 26 の図. . . . . 33

3.9 鉛直風の分布. 左列が混合長変化実験, 右列が混合長固定実験. 横軸が水平方向 (x), 縦軸が高度 (z). それぞれ上から LT = 12, 13, 14, 15 の図. 等値線間隔は 5 m/s で, 実線が正, 破線が負を示す. 上昇域に暖色, 下降域に寒色のトーンをつけている. . . . . 34

3.10 鉛直風水平 2 乗平均の平方根 ( $\sqrt{w^2}$ ) の分布. 縦軸が高度 (z), 横軸が鉛直速度の 2 乗平均 ( $\sqrt{w^2}$ ). 赤線が混合長固定実験, 青線が混合長変化実験の結果を示す. それぞれ左上から LT = 10, 11, 12, 13, 14, 15 の図. . . . . 35

3.11 高度 4950 m における鉛直風水平 2 乗平均の平方根の時間変化. 縦軸が鉛直風水平 2 乗平均の平方根, 横軸が時刻. 赤線が混合長固定実験, 青線が混合長変化実験の結果. . . . . 36

3.12 水平風の分布. 左列が混合長変化実験, 右列が混合長固定実験. 横軸が水平方向 (x), 縦軸が高度 (z). それぞれ上から LT = 12, 13, 14, 15 の図. 等値線間隔は 5 m/s で, 実線が正, 破線が負を示す. 西風域に暖色, 東風域に寒色のトーンをつけている. . . . . 37

3.13 水平風水平 2 乗平均の平方根 ( $\sqrt{u^2}$ ) の分布. 縦軸が高度 (z), 横軸が鉛直速度の 2 乗平均 ( $\sqrt{u^2}$ ). 赤線が混合長固定実験, 青線が混合長変化実験の結果. それぞれ左上から LT = 10, 11, 12, 13, 14, 15 の図. . . . . 38

3.14 モデル下層における水平風の 2 乗平均の平方根の時間変化. 縦軸が水平風水平 2 乗平均の平方根, 横軸が時刻. 赤線が混合長固定実験, 青線が混合長変化実験の結果. . . . . 39

3.15	温位偏差の分布. 左列が混合長変化実験, 右列が混合長固定実験, 横軸が水平方向 ( $x$ ), 縦軸が高度 ( $z$ ). それぞれ上から $LT = 12, 13, 14, 15$ の図. 等値線は 0 線を示す. 上昇域に暖色, 下降域に寒色のトーンをつけている. . . . .	40
3.16	水平平均した温位の鉛直分布. 縦軸が高度 ( $z$ ), 横軸が温位 ( $\theta$ ). 赤線が混合長固定実験, 青線が混合長変化実験. それぞれ左上から $LT = 6, 10, 14, 18, 22, 26$ の図. . . . .	41
3.17	水平平均した加熱率の鉛直分布, 赤線が混合長固定実験, 青線が混合長変化実験の結果を示す. 線種の違いはそれぞれ, 実線が移流成分, 点線が拡散成分, 左上からそれぞれ $LT = 10-11, 11-12, 12-13, 13-14, 14-15$ の時間平均. 縦軸が高度 ( $z$ ), 横軸が加熱率 [K/day]. . . . .	42
3.18	水平平均した加熱率の鉛直分布, 赤線が混合長固定実験, 青線が混合長変化実験の結果を示す. 線種の違いはそれぞれ, 実線が移流成分, 点線が拡散成分, 破線が移流成分と拡散成分の和を表している. 左上からそれぞれ $LT = 10-11, 11-12, 12-13, 13-14, 14-15$ の時間平均. 縦軸が高度 ( $z$ ), 横軸が加熱率 [K/day]. 図 3.17 に対して横軸の範囲が 10 倍になっていることに注意されたい. . . . .	43
3.19	各時刻における風応力分布. 縦軸が風応力, 横軸が水平方向 ( $x$ ). 赤線が混合長固定実験, 青線が混合長変化実験の結果を示している. 左上から $LT = 13, 14, 15, 16, 17, 18$ の図. . . . .	44
3.20	風応力の水平平均値の時間変化. 赤線が混合長固定実験, 青線が混合長変化実験の結果を示す. 縦軸が風応力, 横軸が時刻 ( $LT$ ). . . . .	45
3.21	風応力の各時刻における最大値の時間変化. 縦軸が風応力, 横軸が時刻 ( $LT$ ). 赤線が混合長固定実験, 青線が混合長変化実験の結果を示す. . . . .	46
3.22	風応力の各時刻における強度ごとの頻度分布. 横軸が強度のランク (閾値) で, 左端から $< 0.002, 0.002-0.004, 0.004-0.006 \dots$ と続く. 縦軸は各ランクごとの値を示したデータの個数. 左列が混合長固定実験, 右列が混合長変化実験の結果を示す. それぞれ上から $LT = 12 - 13, 13 - 14, 14 - 15$ の 1 時間毎の値を集計した. . . . .	47

# 第1章 序論

## 1.1 火星大気とダスト

火星大気には定常的にダストが存在しており、火星気象に大きな影響を与えている。大気中のダストは太陽放射を吸収、散乱することや、赤外放射を吸収、射出することで、大気加熱率を変化させるためである。図 1.1 は大気の光学的厚さの変化についての観測結果である。図 1.1 下のバイキング 1 号の観測結果において、着陸から 200 日頃およびその後の 300 日頃に光学的厚さが急激に大きくなっている期間がある。これは火星で大規模なダストストーム(砂嵐)が発生した期間である。また図 1.2 は Mars Global Surveyor (MGS) による観測結果から、大気中のダストの量が少ない年と多い年における温度分布と東西流速分布の違いを示した図 (Montabone et al., 2005) である。

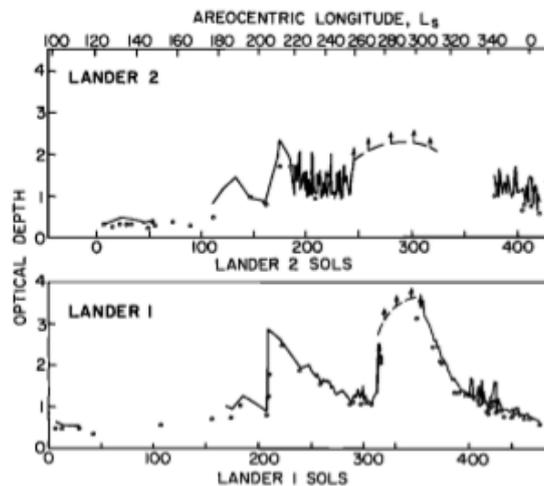


図 1.1: バイキング 1 号, および 2 号の観測による, 光学的厚さの日変化. 上図がバイキング 2 号の観測結果, 下図がバイキング 1 号の観測結果である. 縦軸が光学的厚さ, 横軸が時間で, 着陸してからの日数を示している. (Leovy and Zurek, 1979, Fig. 1 より抜粋)

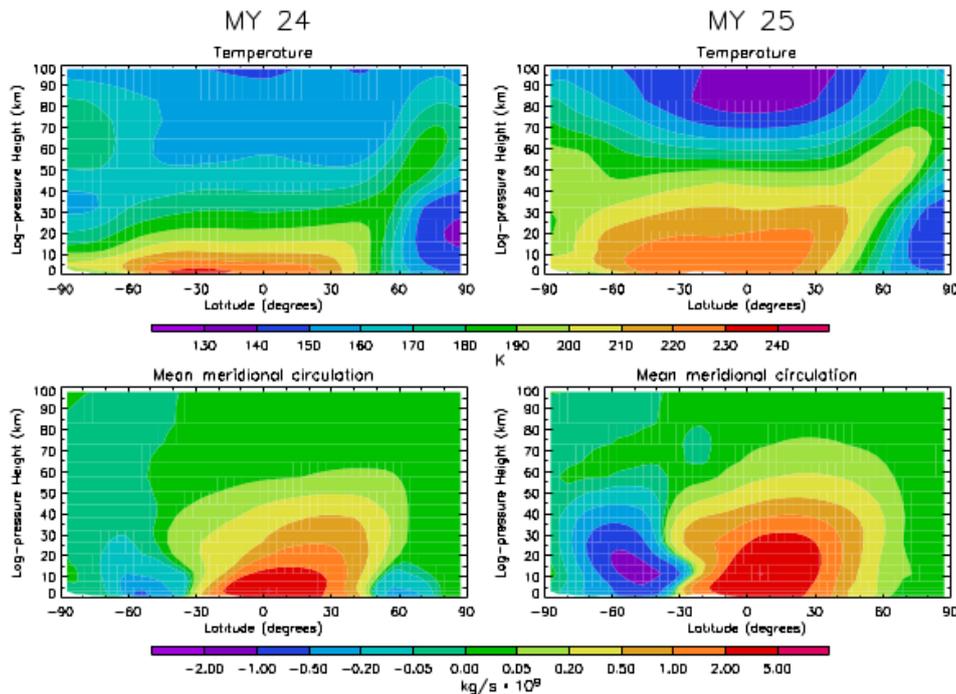


図 1.2: ダストストームが生じている年 (MY 25) と生じていない年 (MY 24) における火星中心黄経  $L_s = 195^\circ - 225^\circ$  の期間で平均された温度と平均東西流の子午面分布である。図 (a) が MY 24 における温度分布。図 (b) が MY 25 における温度分布。図 (c) が MY 24 における東西流分布。図 (d) が MY 25 における東西流分布。(Montabone et al., 2005, Fig. 7 より引用)

ダストは風によって地面から巻き上げられている。することで、火星大気中に存在し、巻き上げ過程としてダストデビル(塵旋風)によるものと、大気境界層において吹く風(風応力)によるものが考えられている。図 1.3 は火星 GCM を用いた計算において、全球平均した大気の光学的厚さの年変化を示したものである。それぞれの現象に起因するダストの効果によって、大気の光学的厚さが変化していることが示されている。

## 1.2 火星大気のだストに関する数値計算

ダスト巻き上げ過程を考慮した数値モデルを用いて、巻き上げ過程について注目した研究が行われている。Rafkin (2009) では、ダストの巻き上げとそれに伴う大気対流の変化の間の相互フィードバック作用に関する数値計算を行った。その結果、ダ

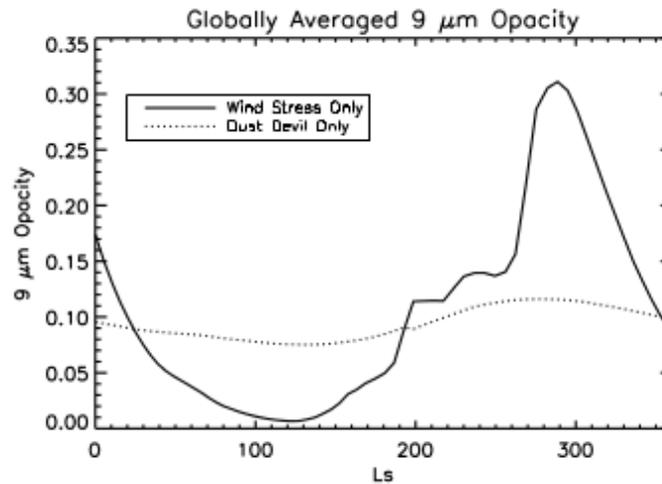


図 1.3: 風応力によって巻き上げられたダストによる透過率の年変化 (実線) と, ダストデビルによって巻き上げられたダストによる透過率の年変化 (点線). (Kahre et al., 2006, Fig. 10 より引用)

スト量の増加により熱放射量が上昇し, より強い流れ場を生み出すことで, さらにダストを巻き上げるというフィードバックが生じていることが示された. Spiga et al. (2013) では, 地表面から対流圏上層へのダスト輸送 (rocket dust storm) について, 領域モデルを用いて数値計算を行い, 北半球の冬の終わりごろから夏の終わりごろの, 低緯度域において “rocket dust storm” がもっともよく生じると予想した.

具体的に風応力に注目して数値計算を行った研究として Odaka et al. (2001) がある. Odaka et al. (2001) では 2 次元の領域モデルを用いて, 高度 20 km まで領域における火星大気の大気運動に注目した数値計算を行った. その結果, 対流に伴う水平風速から計算された地表面への風応力が, 地表からのダスト巻き上げに十分な応力値を持つことが示された.

### 1.2.1 火星大気の数値計算における乱流混合長依存性

ダスト巻き上げ過程に関わる風応力は, 水平風による地面との摩擦速度によって決められる. 風速の強さは対流層の様子によって変わるため, 対流場について理解することが, ダスト巻き上げ過程について考察する上で重要であると考えられる. 対流に注目した研究として, 杉山 他 (2014) では領域モデルを用いた 2 次元火星大気の数値計算において, 乱流スキームにおける混合長の表現方法が大気対流層の厚さや温度の鉛直分布に影響を与えることが示された. 図 1.4 は混合長の表現による計

算結果の違いを示したものである。2つの結果について、まず鉛直風を比べると、強

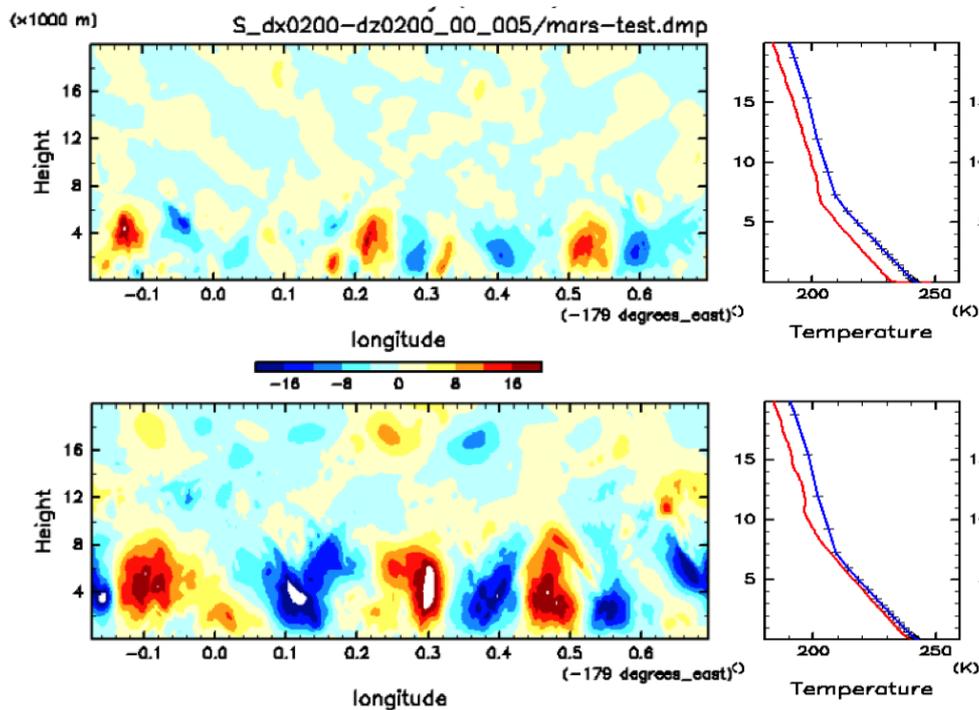


図 1.4: 鉛直風の空間分布と水平平均温度の鉛直分布. 上段は、混合長を高度に応じて変化させた場合、下段は、混合長が格子点間隔と同じである場合の結果. 左の鉛直風分布は縦軸が高度、横軸が水平領域 (約 50 km). 赤色が上昇流、青色が下降流を表す. 右の温度の鉛直分布は、赤線がモデルによる計算結果、青線は計算モデルとは異なる 1次元モデルによる理論値で、上段も下段も同じものである. (杉山 他, 2014 より抜粋)

さが明らかに変わっており、また対流セルの到達高度は、上図では高度 7 km 程度、下図では高度 10 km 程度であり、大きく異なっている。また温度の鉛直分布は青線で示した参照値に、下図の方が近い結果が得られているなど、2つの実験で違いが生じていることがわかる。このような対流場の変化に伴って、風による地面との摩擦速度にも違いが現れると考えられる。

#### 乱流スキームにおける混合長

一般的に大気の運動について考える場合、非常に小さな現象でもある様々な時空間スケールを持つ、乱流運動について考慮する必要がある。しかし数値モデルによる計算では、連続した量を取り扱うことができないため、空間及び時間を離散化して

取り扱うことが必要となる。空間を表現するのに、有限個の格子点を用いる場合、格子点間隔よりも小さなスケール(サブグリッドスケール)における運動について取り扱うことが原理的にできない。そのため、そのようなスケールにおける乱流運動について考慮するため、サブグリッドスケールにおける現象に関する物理量をパラメタライズすることによって、計算格子点における物理量と関連づけて扱う方法[乱流パラメタリゼーション(スキーム)]が考えられている。

乱流スキームにおける混合長とは、乱流をパラメタライズして考える際に考慮する乱流の代表的な大きさのことである。杉山 他(2014)では、混合長について次のような2つのケースを考えた。1つは乱流の代表的な大きさが計算で解像できない最大の大きさ(格子点間隔)と同じであるというケースである。もう1つは Prandtl の混合距離理論に従い、境界付近(地面付近)では水平流速の鉛直方向の変化が大きいため、混合長の大きさが相対的に小さくなることを考慮したケースである。図 1.5 にその概念図を示す。図の左側の同じ大きさの渦が並んでいる方が、格子点間隔と

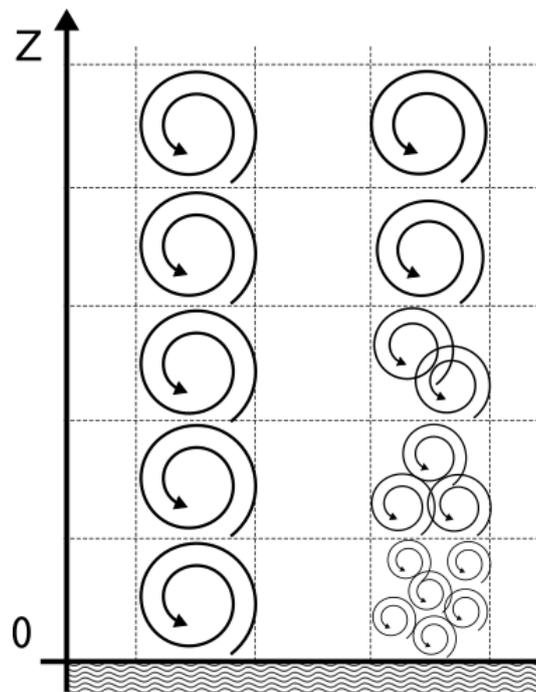


図 1.5: 乱流混合長の概念図。縦軸が高さ、点線が交わるところが計算格子点を表す。矢印のついた渦がサブグリッドスケールで考慮する乱流を模式的に表し、渦の大きさは混合長の大きさを表す。

同程度の大きさの乱流を考慮するケース。図の右側の高度によって渦の大きさが変化している方が、地面付近で小さくなる乱流を考慮するケースである。

乱流の扱い方には、はっきりと決まった方法がない。混合長については、どちらの

ケースにおいてもサブグリッドスケールにおける運動を考慮することはできるけどどちらの表現がより適切であるかは一概に定めることはできない。

### 1.3 本研究の目的

本研究では火星ダストの巻き上げ過程の一つに考えられている火星大気中の鉛直対流における風応力の効果について、調べることを目的とする。前述のように、大気の大気対流場は乱流混合長の表現の違いによって影響を受けることが杉山 他 (2014) によって示唆されている。このことを踏まえた上で、対流場の変化やそれに伴って風応力の強さがどのような影響を受けるか調べるために、地球流体電脳倶楽部で開発している非静力学モデル `deepconv / arare5` を用いて数値計算を行う。本研究では、乱流混合長の表現の違いによる計算結果への影響が、どのような特性を持っているのかを調べるために、地面の起伏なし、大気中のダストなしの理想化された条件で計算を行うこととする。混合長の違いによる大まかな特徴を把握するため、2次元で空間解像度を等方 100 m とした低解像度の簡単なモデルでの実験を行う。まずは先行研究である Odaka et al. (2001) に合わせた設定で計算を行い、結果を比較することで、計算の妥当性について検証する。その後、乱流混合長の表現を変えた実験を行い、対流構造や風応力にどのような影響があるか調査することを目指す。

### 1.4 本論文の構成

本論文の構成は次のようになっている。第 2 章では、本研究で用いた数値モデルについての概略を説明する。第 3 章では、計算結果を示す。まずは混合長固定実験の結果を示し、先行研究である Odaka et al. (2001) と比較することで、計算結果の妥当性を検証する。次に混合長変化実験の結果を示し、混合長固定実験と比較する。第 4 章では、本研究に関するまとめを行う。

---

## 第2章 数値モデル

第2章では、本研究で用いた数値モデル deepconv/arare5 について述べる。

### 2.1 定式化

#### 2.1.1 支配方程式系

本研究では2次元における数値実験を行うが、本節では3次元の場合の支配方程式系について説明する。

本研究では支配方程式系として準圧縮方程式系 (Klemp and Wilhelmson, 1978) を用いる。この準圧縮方程式系では、予報変数を水平一様な基本場成分と擾乱成分 (基本場からのずれ) に分離し、方程式の線形化を行なっている。擾乱場成分は基本場成分に比べて十分に小さいと仮定し、2次の微小量を無視する。本モデルでは予報変数として水平流速に  $u, v$ , 鉛直流速に  $w$ , エクスナー関数 (無次元圧力) に  $\pi$ , 温位に  $\theta$  をとる。その他の物理量である圧力  $p$ , 密度  $\rho$ , 温度  $T$  は予報変数から診断的に算出される。ここで、エクスナー関数及び温位は以下のように定義される。

$$\pi \equiv \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{R_d}{c_p}} = \frac{T}{\theta}, \quad (2.1)$$

$$\theta \equiv T \left( \frac{p_0}{p} \right)^{\frac{R_d}{c_p}}. \quad (2.2)$$

ここで、 $p_0, R_d, c_p$  はそれぞれ地表面での基準圧力, 単位質量あたりの気体定数, 定圧比熱を表している。本研究では火星大気を想定し, 気体定数は  $R_d \sim 191$  [J kg<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>]<sup>1)</sup>, 定圧比熱は  $c_p \sim 734$  [J kg<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>], 基準圧力は Odaka et al., 2001 に倣い

<sup>1)</sup>  $R_d^* = 8.31$  [J mol<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>], CO<sub>2</sub> 分子量  $M = 44.0$  [g mol<sup>-1</sup>] とすると

$$R_d = \frac{R_d^*}{M} \sim 189$$
 [J kg<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>]

である。

$p_0 \sim 700$  [Pa] としている. この方程式系においては, 変数を基本場と擾乱場に分離して考える. 基本場は静水圧平衡にあると仮定する. 物理量  $\phi$  の基本場成分を  $\bar{\phi}$ , 擾乱成分を  $\phi'$  と表すことにし, 各変数を以下のように基本場成分と擾乱成分に分けて表す.

$$u(x, y, z, t) = u'(x, y, z, t), \quad (2.3)$$

$$v(x, y, z, t) = v'(x, y, z, t), \quad (2.4)$$

$$w(x, y, z, t) = w'(x, y, z, t), \quad (2.5)$$

$$\theta(x, y, z, t) = \bar{\theta}(z) + \theta'(x, y, z, t), \quad (2.6)$$

$$\pi(x, y, z, t) = \bar{\pi}(z) + \pi'(x, y, z, t), \quad (2.7)$$

$$\rho(x, y, z, t) = \bar{\rho}(z) + \rho'(x, y, z, t). \quad (2.8)$$

流速の基本場成分はゼロであるので, 以後流速の擾乱成分については簡単のためプライム記号を省略する. 基本場は静水圧平衡状態にあるので, 以下の静水圧の式,

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial z} = -\bar{\rho}g \quad (2.9)$$

が成り立つ. ここで,  $g$  は重力加速度である. 式 (2.9) を  $\bar{\pi}$ ,  $\bar{\theta}$  で表すと,

$$\frac{\partial \bar{\pi}}{\partial z} = -\frac{g}{c_p \bar{\theta}} \quad (2.10)$$

となる.

簡単のため, 大気は  $\text{CO}_2$  からなるものとし, 理想気体とみなせるものとする. また惑星の回転の効果を見捨てる. このとき, 準圧縮方程式系は次のように表される.

### 運動方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z}\right) - c_p \bar{\theta} \frac{\partial \pi'}{\partial x} + \text{Turb}.u, \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z}\right) - c_p \bar{\theta} \frac{\partial \pi'}{\partial y} + \text{Turb}.v, \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\left(u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z}\right) - c_p \bar{\theta} \frac{\partial \pi'}{\partial z} + \text{Turb}.w + g \frac{\theta'}{\bar{\theta}}. \quad (2.13)$$

## 熱の式

$$\frac{\partial \theta'}{\partial t} = - \left( u \frac{\partial \theta'}{\partial x} + v \frac{\partial \theta'}{\partial y} + w \frac{\partial \theta'}{\partial z} \right) - w \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} + Q_{rad} + Turb.\theta'. \quad (2.14)$$

## 圧力方程式

$$\frac{\partial \pi'}{\partial t} = - \frac{\bar{C}_s^2}{c_p \bar{\rho} \bar{\theta}^2} \nabla \cdot \{ \bar{\rho} \bar{\theta} \mathbf{u}' \} + \frac{\bar{C}_s^2}{c_p \bar{\theta}^2} \frac{D\theta}{Dt}. \quad (2.15)$$

ここで,  $Q_{rad}$  は放射加熱項であり,  $C_s$  は音速である. 拡散項  $Turb.u_i, Turb.\theta$  はそれぞれ,

$$Turb.u_i = - \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \bar{\rho} K_m \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} \bar{\rho} \delta_{ij} E \right\}, \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} Turb.\theta &= - \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u_i \theta'} \\ &= \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \bar{\rho} K_h \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \right) \end{aligned} \quad (2.17)$$

である.  $K_m, K_h$  はそれぞれ運動量に対する乱流拡散係数, 温位に対する乱流拡散係数である.  $E$  はサブグリッドスケールにおける乱流運動エネルギーで

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} \overline{u^2 + v^2 + w^2} \\ &= \frac{K_m^2}{C_m^2 l^2} \end{aligned}$$

である. 乱流のパラメタリゼーションについては 2.3 節で述べる.

## 境界条件

水平方向に周期境界条件, 鉛直方向に応力なし条件を適用する. すなわち, 計算領域の  $x$  方向の長さを  $L_x$ ,  $y$  方向の長さを  $L_y$  とすると, 任意の物理量  $\phi$  に対する水平方向の境界条件は

$$\phi(x, y, z, t) = \phi(x + L_x, y, z, t) = \phi(x, y + L_y, z, t), \quad (2.18)$$

鉛直方向の長さを  $D$ , 鉛直速度  $w$  以外の予報変数を  $\psi$  とすると鉛直方向の境界条件は,

$$w = 0, \quad (z = 0, D), \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = 0, \quad (z = 0, D) \quad (2.20)$$

となる.

## 2.2 準圧縮方程式系のエネルギー方程式

### 2.2.1 運動エネルギー方程式

水平方向の運動方程式 (2.11) と鉛直方向の運動方程式 (2.13) より,

$$\frac{\partial \bar{\rho} K}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho} K \mathbf{u}) = -c_p \bar{\theta} \bar{\rho} \mathbf{u} \cdot \nabla \pi + \bar{\rho} \mathbf{u} \cdot \mathbf{D} + \bar{\rho} \frac{\theta}{\theta} g w - K \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (2.21)$$

となる. ここで,

$$K = \frac{1}{2}(u^2 + w^2),$$

$$\mathbf{D} = (D_u, D_w),$$

$$D_u = K_m \left( 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial x} \right),$$

$$D_w = K_m \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{2K_m}{\bar{\rho}} \frac{\partial}{\partial z} \left( \bar{\rho} \frac{\partial w}{\partial z} \right)$$

とした. 準圧縮系での連続の式は

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \bar{\rho} \mathbf{u} = 0 \quad (2.22)$$

であるので, 式 (2.22) を用いて式 (2.21) を変形すると,

$$\frac{\partial \bar{\rho} K}{\partial t} = -\bar{\rho} \mathbf{u} \cdot \nabla K - c_p \bar{\theta} \bar{\rho} \mathbf{u} \cdot \nabla \pi + \bar{\rho} \mathbf{u} \cdot \mathbf{D} + \bar{\rho} \frac{\theta}{\theta} g w \quad (2.23)$$

となる.

### 2.2.2 熱エネルギー方程式

熱力学の式 (2.14) に  $\bar{\rho}$  をかけ,  $\bar{\rho}$  は時間変化しないことに注意して変形すると,

$$\frac{\partial (\bar{\rho} \theta)}{\partial t} = -\bar{\rho} \mathbf{u} \cdot \nabla \theta - \bar{\rho} w \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} + \bar{\rho} Q + \bar{\rho} D_\theta \quad (2.24)$$

となる。ここで,

$$D_\theta = K_h \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{K_h}{\bar{\rho}} \frac{\partial}{\partial z} \left( \bar{\rho} \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)$$

である。連続の式 (2.22) を用いてさらに変形すると,

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\theta)}{\partial t} = -\nabla \cdot (\bar{\rho}\theta\mathbf{u}) + \theta \nabla \cdot (\bar{\rho}\mathbf{u}) - \bar{\rho}w \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} + \bar{\rho}Q + \bar{\rho}D_\theta \quad (2.25)$$

となる。

## 2.3 乱流パラメタリゼーション

Klemp and Wilhelmson (1978) および 坪木と榊原 (2001) で用いられている 1.5 次のクロージャモデルを用いている。このとき乱流運動エネルギーの時間発展方程式は,

$$\frac{dE}{dt} = B + S + D_E - \left( \frac{C_\varepsilon}{l} \right) E^{3/2} \quad (2.26)$$

と与えられる。ここで  $l$  は混合距離である。 $B, S$  はそれぞれ浮力と流れの変形速度による乱流エネルギーの生成項,  $D_E$  は乱流エネルギー拡散項, 第 4 項は乱流エネルギーの消散項である。

$$B = \frac{g}{\bar{\theta}} \overline{u_j \theta'}, \quad (2.27)$$

$$S = -\overline{(u_i u_j)} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}, \quad (2.28)$$

$$D_E = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( K_m \frac{\partial E}{\partial x_j} \right). \quad (2.29)$$

1.5 次クロージャモデルでは、レイノルズ応力は以下のように定義されている。

$$\overline{(u_i u_j)} = -K_m \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} \delta_{ij} E, \quad (2.30)$$

$$\overline{u_j \theta} = -K_h \frac{\partial \theta}{\partial x_j}. \quad (2.31)$$

ここで  $K_m$  は運動量に対する渦粘性係数であり,  $E$  はサブグリッドスケールの乱流運動エネルギー,  $K_h$  は渦拡散係数である。 $K_m, K_h$  は  $E$  を用いて以下のように表される。

$$K_m = C_m E^{1/2} l, \quad (2.32)$$

$$K_h = 3K_m. \quad (2.33)$$

パラメータ  $C_\varepsilon, C_m$  はともに 0.2 である。

## 2.4 離散化

### 2.4.1 格子と変数の配置

本研究で用いたモデルでは水平, 鉛直方向に変数をずらして互い違いに配置する. 水平方向には Arakawa C グリッド, 鉛直方向には Lorenz グリッドを用いる.

すべてのスカラー量 ( $\phi$ : 圧力の擾乱成分, 温位の擾乱成分など) を格子の中心に配置する. ベクトル量 (速度  $u$  など) は中心から次のように半格子ずらして配置する.  $x, y$  方向ベクトル量を評価する点は, 鉛直方向にはスカラー量と同じとし, 水平方向に半格子ずらす.  $z$  方向ベクトル量を評価する点は, 水平方向にはスカラー量と同じとし, 鉛直方向に半格子ずらす. 上記を図解すると 図 2.1 のようになる. また, 格子点の添字および境界については図 2.2 のように設定する.

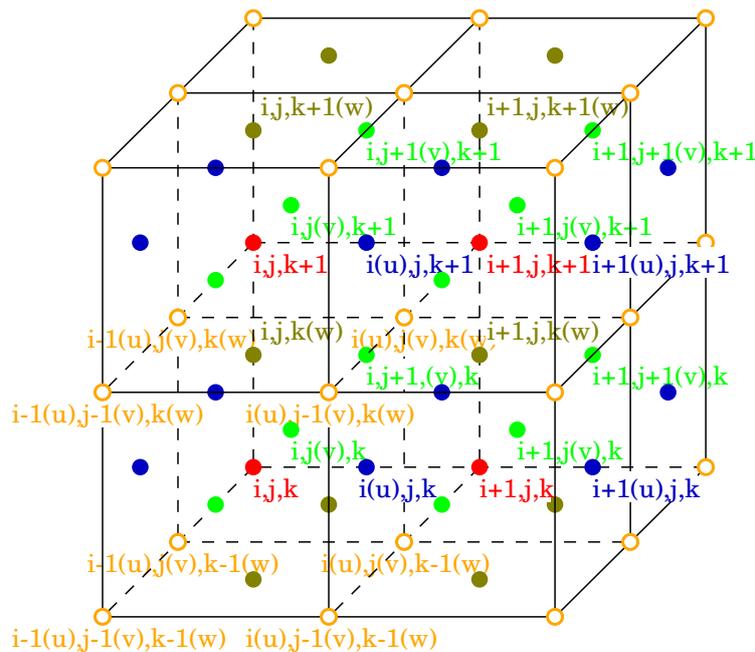


図 2.1: 格子点の配置. 「非静力学モデル deepconv の離散化」から引用.

### 2.4.2 空間, 時間方向の離散化の概要

空間方向の離散化は 2 次精度中心差分を用いる. 時間方向の離散化には時間分割法を用いる. 運動方程式と圧力方程式は短い時間刻み  $\Delta\tau$  で時間積分を行う. 音波に関する項の離散化には HE-VI 法を採用し,  $u, v$  の式は前進差分,  $w, \pi$  の式は後退差

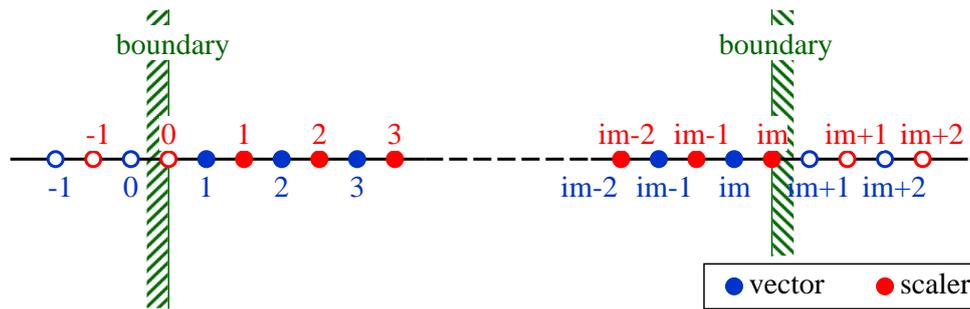


図 2.2: 添字と境界の設定. 実際に計算する添字の範囲は 1 から  $im$  である. 「非静力学モデル deepconv の離散化」から引用.

分で評価する. 音波にかかわらない項についてはリープフロッグスキームを用いて積分する. 熱の式はリープフロッグスキームを用いて長い時間刻み  $\Delta t$  で時間積分を行う. 離散化についての詳細は地球流体電脳倶楽部 deepconv 離散化マニュアルを参照のこと.

## 2.5 計算設定

本研究ではまず Odaka et al. (2001) の再現実験を行い, 次に乱流混合長を変えた計算を行う. Odaka et al. (2001) の設定にあわせ, 計算領域は鉛直方向に 20 km, 水平方向に 50 km とした. 格子点数は鉛直方向に 200 点, 水平方向に 500 点とし, 格子間隔は  $\Delta x = \Delta z = 100\text{m}$  である. 最下層の高度は 50 m である. 長い時間刻み  $\Delta t$  には 1.5 sec, 短い時間刻み  $\Delta \tau$  には 0.2 sec を設定した.

地表面温度の時間変化と大気の放射加熱率の時間変化について同じものを用いた. 同様に初期値として現地時間 (Local Time = LT) 6:00 の鉛直温位分布を設定した. ただし, Odaka et al. (2001) は地表面付近 100 m の鉛直格子が細かく設定されており, 最下層からそれぞれ 1.5625 m, 4.6875 m, 9.375 m, 18.75 m, 37.5 m, 75 m, となっている. そのため, モデル最下層 50 m においては 75 m の値をそれぞれ用いている. 地表面温度の時間変化, 放射加熱率の鉛直分布をそれぞれ図 2.3, 図 2.4 に示す. それぞれの値は 300 sec ごとに読み込む. 初期の温位鉛直分布を 図 2.5 に示す. また最下層に最大 3 K 差 (-1.5 から 1.5 K) の温位擾乱を配置する.

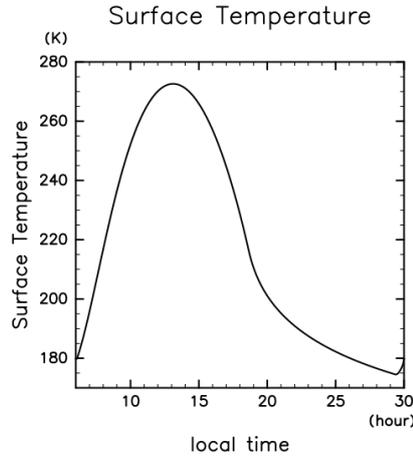


図 2.3: 地葉面温度の時間変化. 縦軸が温度, 横軸が LT を示す.

### 乱流混合長の設定

実験は 杉山, 他 (2014) にならい, 乱流の混合長を固定した実験 (以下では混合長固定実験と呼ぶ) と高度に応じて変化させる実験 (以下では混合長可変実験と呼ぶ) の 2 つを行う. 混合長固定実験において, 混合長  $l$  は式 (2.26) で示した  $l_0$  を用いる. したがって 2 次元設定の場合,  $l$  は

$$l = l_0 = (\Delta x * \Delta z)^{1/2} = 100[\text{m}] \quad (2.34)$$

と表される. これは計算格子間隔と等しい値である. 混合長可変実験において, 混合長  $l$  は地表付近で小さく, 高度が高くなるにしたがって  $l_0$  に漸近していくようなものを考える.

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{l_0} + \frac{1}{Kr \cdot z} \quad (2.35)$$

ここで  $z$  は鉛直座標.  $Kr$  はカルマン定数である, 混合長の高度変化を 図 2.6 に示す.

### スポンジ層の設定

計算領域上端の境界面において波の反射があるため, 境界の影響が現れてしまう. これを防ぐために, 波を減衰させるため, 境界上層にはスポンジ層を設定する. スポ

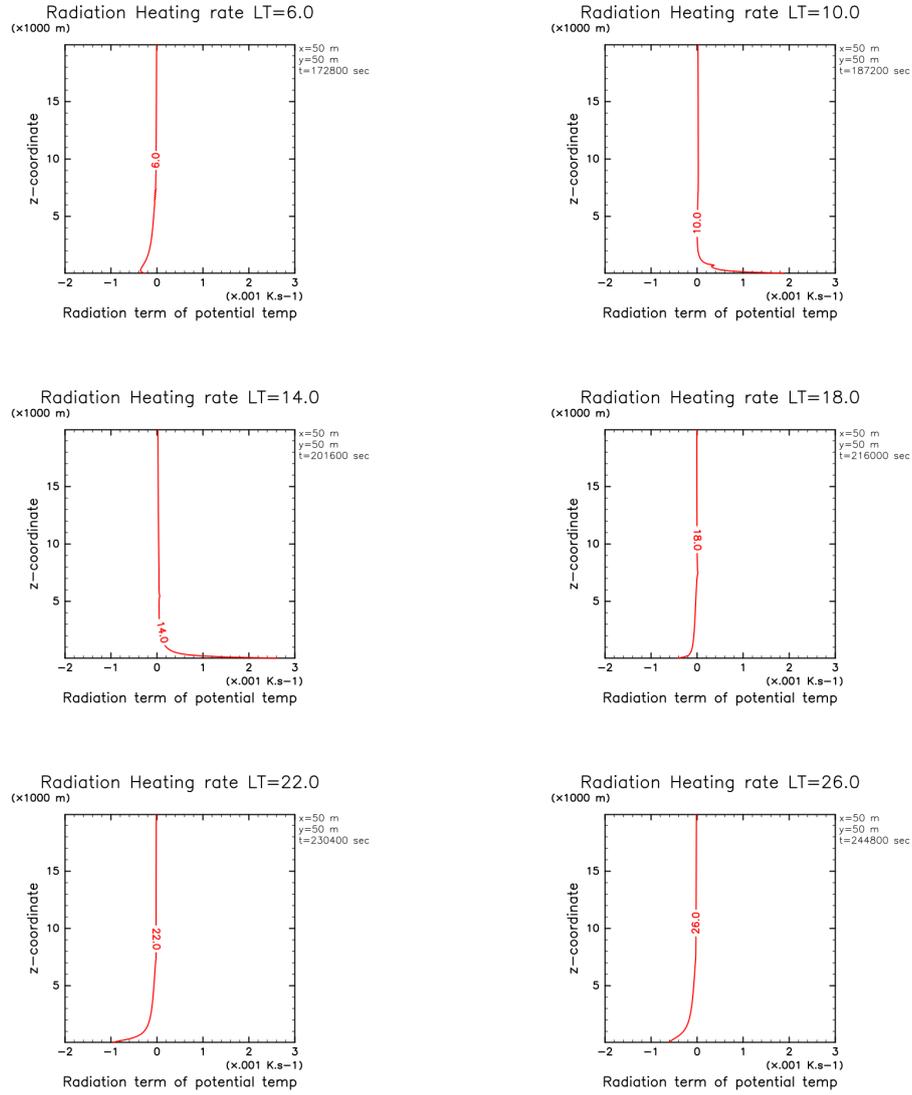


図 2.4: 4 時間ごとの放射加熱率の鉛直分布. それぞれ LT = 6, 10, 14, 18, 24, 26 に相当するもの. 縦軸が高度, 横軸が放射加熱率を示す.

ンジ層ではある任意の予報変数  $\psi$  に対して, 以下のような項を付け加えている.

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -\text{Adv.}\psi + \dots + \gamma(z)\psi \quad (2.36)$$

ここで  $\gamma$  は上部境界面に向かって小さくなる減衰係数である. 具体的に表すと

$$\gamma = \alpha \left( 1 - \cos \frac{\pi(z - z_{max} - d)}{d} \right)^3.$$

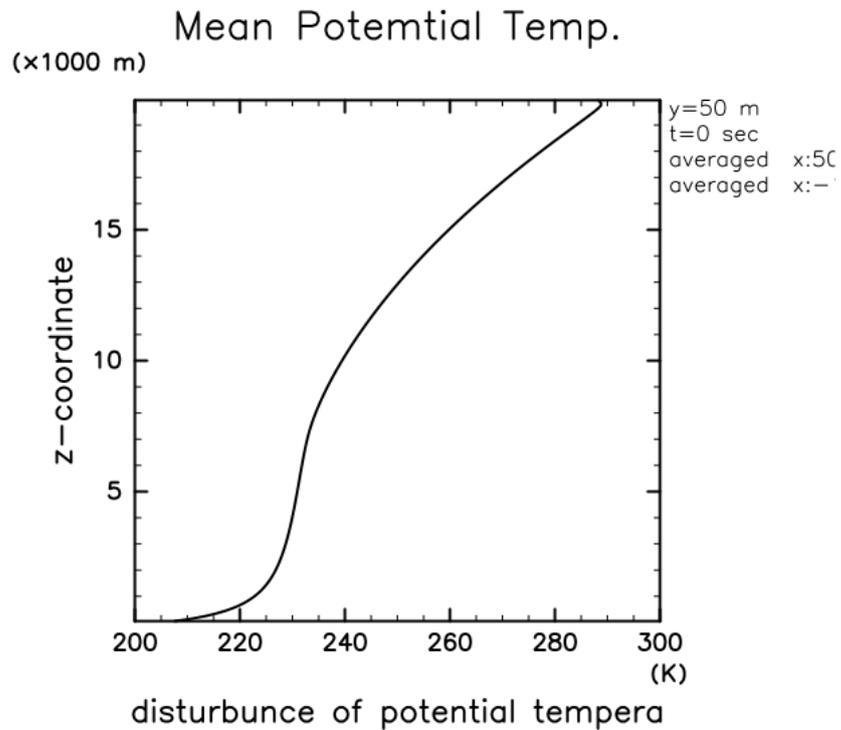


図 2.5: 温位の鉛直分布の初期値.  $LT = 6$  に相当するもの. 縦軸が高度, 横軸が温位を示す.

$\alpha$  は減衰定数であり, 時間の逆数の次元を持つ. また  $d$  はスポンジ層の厚さ,  $z$  及び  $z_{max}$  はそれぞれ, 鉛直座標, 鉛直座標の上端を表す. 本研究では  $1/\alpha = 42800\text{sec}$ ,  $d = 3\text{km}$  に設定する. また今回の実験では境界層の影響を抑えつつ, Odaka et al., 2001 の結果に寄せるため, 温位  $\theta$  とエクスター関数  $\pi$  について, 基本場の値ではなく, 擾乱場の値  $\psi' = [\theta', \pi']$  に対して減衰させるように変更した.

本研究で用いた火星大気を想定したパラメータ値を表 2.5.1 に示す.

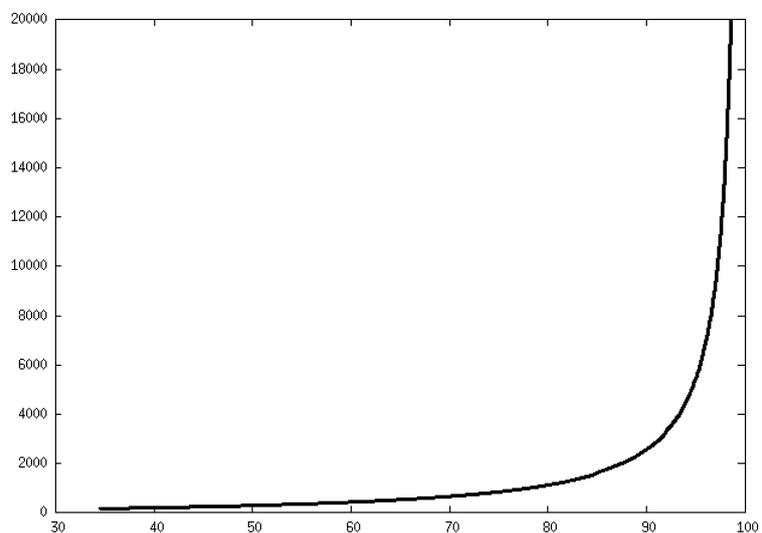


図 2.6: 混合長可変実験における混合長の高度変化. 縦軸が高度 [m], 横軸が混合長の長さを示す.

表 2.5.1: パラメータ設定

記号	意味	値
$g$	重力加速度	$3.72 \text{ m s}^{-2}$
$R_d$	火星大気的气体定数	$188.9 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
$c_p$	定圧比熱	$734 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
$Kr$	カルマン定数	3.5

## 第3章 実験結果

実験結果について記す。

### 3.1 混合長固定実験の結果

本節では混合長固定実験についての結果を示す。その結果を Odaka et al. (2001) と比較し、結果の妥当性を検証する。

#### 3.1.1 風の分布

鉛直風

図 3.1 に鉛直風の空間分布を示す。対流が成長し始める昼ごろから、減衰する夕方ごろ (LT = 12 から 18) まで 2 時間おきの時間変化である。左列の混合長固定実験について、LT = 16 の結果に注目すると、対流セルの水平スケールの大きさは、およそ数 km 程度である。風速は高度 5 km を中心に、上下 5 km の範囲に強い分布が集中している。最大風速は 25 m/s を超える部分も見られる。右列の Odaka et al. (2001) の結果と比較すると、対流セルの水平スケールは同程度である。また鉛直方向における強度の分布も高度 5 km を中心に同様の傾向が見られる。しかし強度は Odaka et al. (2001) の方が混合長固定実験と比べて全体的に低い。

鉛直風速の平均的な強度について確認する。図 3.2 は、鉛直風水平 2 乗平均の平方根  $\sqrt{w^2}$  の分布である。混合長固定実験である赤線について見ると、朝から LT = 18 ごろにかけて、風速はだんだん強まっていく。LT = 16 ごろにはピークに達し、高度 4 から 5 km 付近で最大 12 m/s 程度となり、高度 10 km 程度で弱くなる分布となっている。日没後の LT = 20 ごろには減衰しはじめ、LT = 24 ごろには、ほとんど鉛直風はなくなる。12 m/s 程度で高度 4 から 5 km 付近で最大となり、LT = 22 ごろにはほとんど減衰する。Odaka et al. (2001) と比較すると、LT = 14 ごろまでは、どちらの

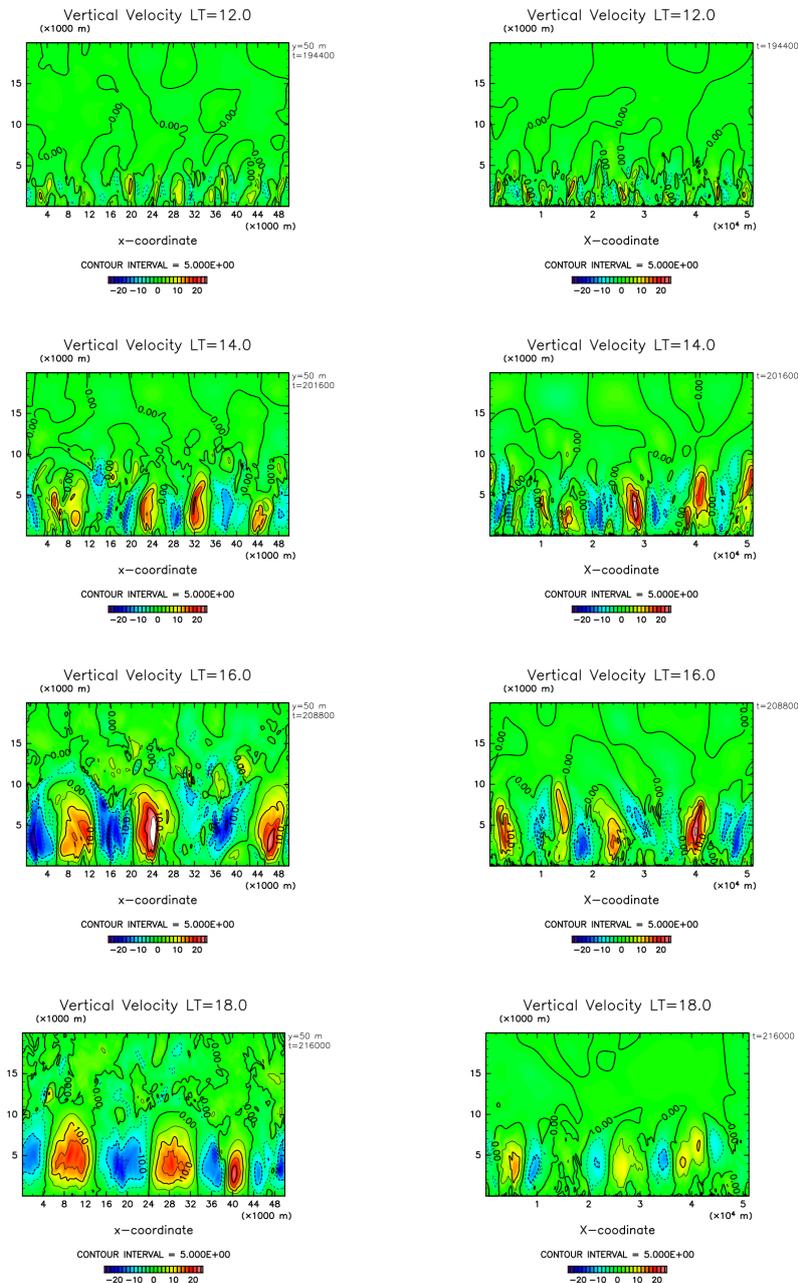


図 3.1: 鉛直風の分布. 左列が混合長固定実験, 右列が Odaka et al. (2001). 横軸が水平方向 (x), 縦軸が高度 (z). それぞれ上から LT = 12, 14, 16, 18 の図. 等値線間隔は 5 m/s で, 実線が正, 破線が負を示す. 上昇域に暖色, 下降域に寒色のトーンをつけている.

実験も同じような分布となっている. しかし LT = 16 の結果を見ると, 混合長固定実験では風速がさらに強まっているのに対し, Odaka et al. (2001) はすでに風速の

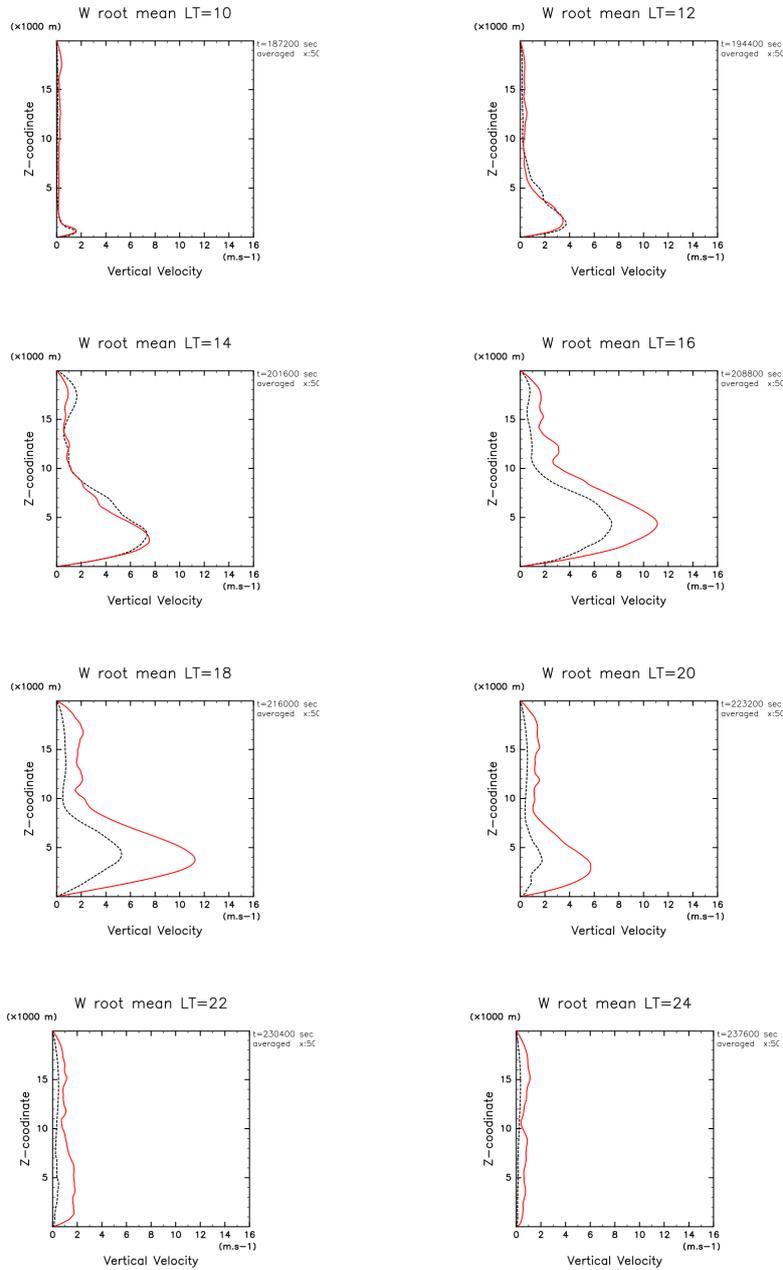


図 3.2: 鉛直風水平 2 乗平均の平方根 ( $\sqrt{w^2}$ ) の分布. 縦軸が高度 (z), 横軸が鉛直速度の 2 乗平均 ( $\sqrt{w^2}$ ). 赤線が混合長固定実験, 黒点線が Odaka et al. (2001) の結果を示す. それぞれ左上から LT = 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24 の図.

強さはピークを迎えている. さらに Odaka et al. (2001) は LT = 18 ごろには, 鉛直風が減衰し始めるのに対し, 混合長固定実験では, LT = 20 ごろまで減衰し始めない.

鉛直風の時間変化について確認する. 図 3.3 に鉛直風がもっとも強くなっている高

度 (4950 m) における鉛直風水平 2 乗平均の平方根の時間変化を示す. 混合長固定

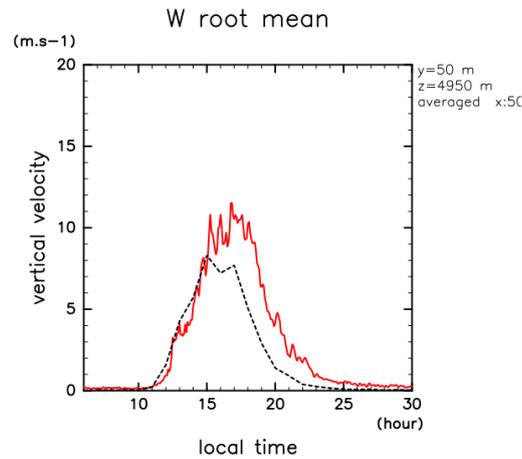


図 3.3: 高度 4950 m における鉛直風水平 2 乗平均の平方根の時間変化. 縦軸が鉛直風水平 2 乗平均の平方根, 横軸が時刻. 赤線が混合長固定実験, 黒点線が Odaka et al. (2001) の結果を示す.

実験は LT = 11 ごろから鉛直風が強まり, LT = 16 ごろにピークを迎え, LT = 18 ごろから減衰しはじめ, LT = 30 (翌 LT = 6) にかけて 0 となっていく. これに対し, Odaka et al. (2001) は LT = 10 ごろから強くなり, LT = 15 ごろまでは同じように強まり続ける. しかし LT = 15 をピークに LT = 17 ごろには減衰し始め, LT = 23 にはほとんど 0 となる. 以上のように, 混合長固定実験は Odaka et al. (2001) と比べると, 鉛直風が成長し始める時刻は同じだが, その後, 長い間強まり続け, 減衰し始める時刻も遅い.

### 水平風

図 3.4 に水平風の空間分布を示す. 対流が成長し始める昼ごろから, 減衰する夕方ごろ (LT = 12 から 18) まで 2 時間おきの時間変化である. 左列の混合長固定実験について, LT = 16 の結果に注目すると, 西風と東風の領域が水平方向には, 対流セルと同程度の間隔 (数 km 程度) で交互に生じており, 高度 2.5 km を境にその上下で風向きが変わり, 上層部分は高度 10 km 程度まで強い風となるような分布となっている. 風速は最大 25 m/s 程度生じている. 右列の Odaka et al. (2001) の結果と比較すると, 風速分布の構造はよく似ている. しかし風速の最大は 20 m/s 程度であり, 混合長固定実験の方が全体的に強度が高い.

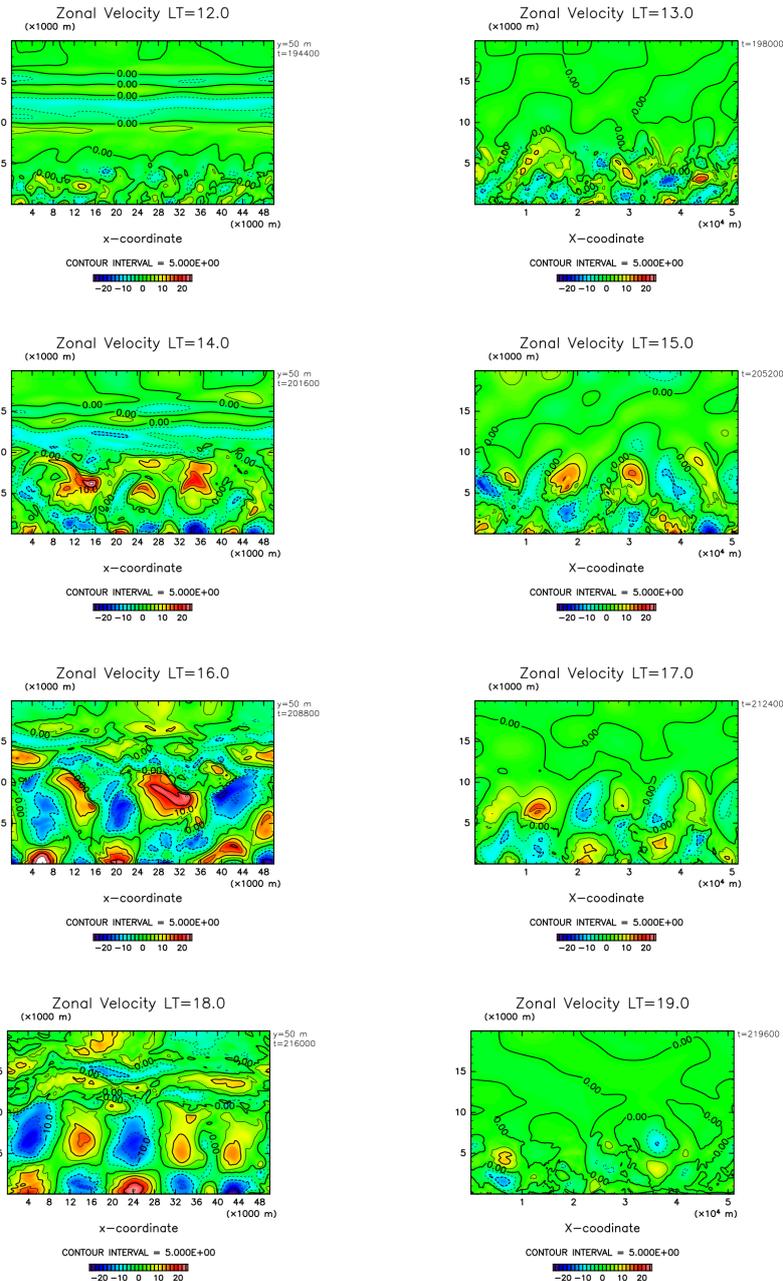


図 3.4: 水平風の分布. 左列が混合長固定実験, 右列が Odaka et al. (2001). 横軸が水平方向 (x), 縦軸が高度 (z). それぞれ上から LT = 12, 14, 16, 18 の図. 等値線間隔は 5 m/s で, 実線が正, 破線が負を示す. 西風域に暖色, 東風域に寒色のトーンをつけている.

水平風速の平均的な強度について確認する. 図 3.5 は, 水平風水平 2 乗平均の平方根  $\sqrt{u^2}$  の分布である. 混合長固定実験である赤線について見ると, LT = 10 の段階

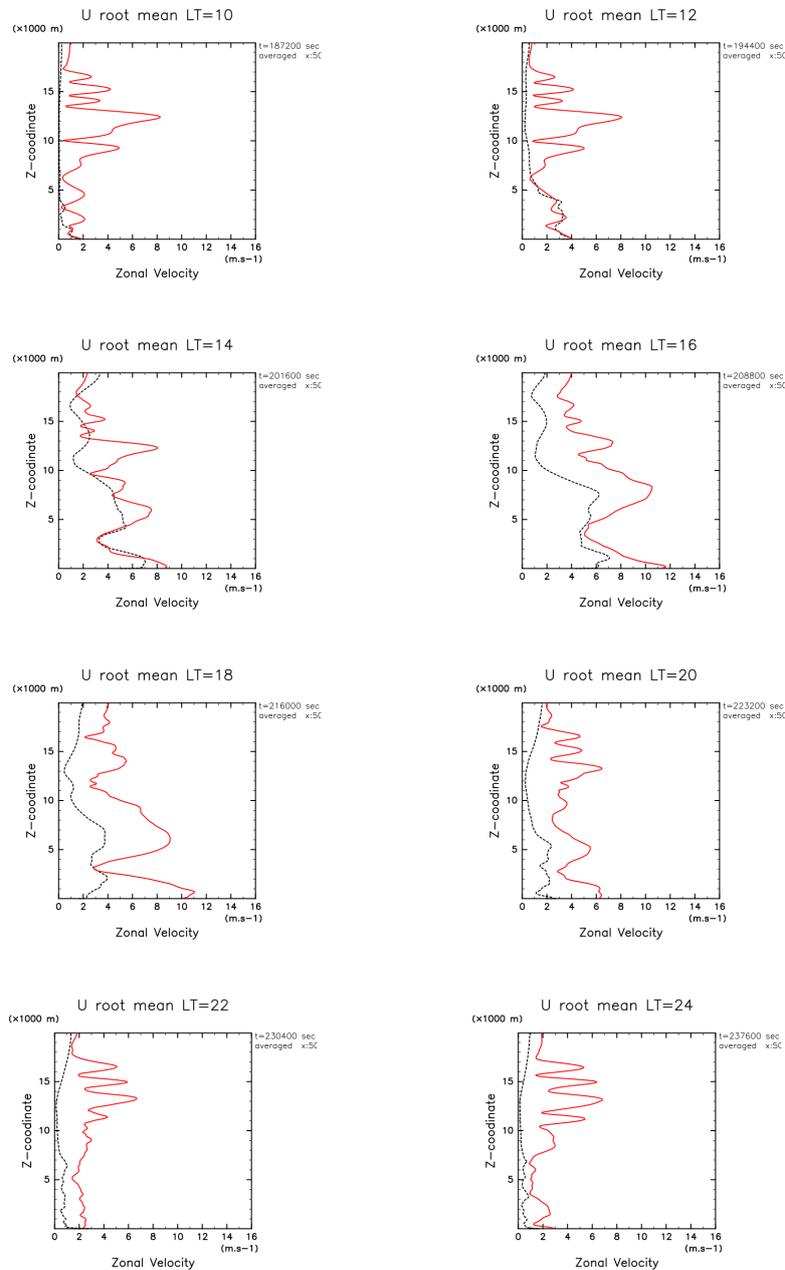


図 3.5: 水平風水平 2 乗平均の平方根 ( $\sqrt{u^2}$ ) の分布. 縦軸が高度 (z), 横軸が鉛直速度の 2 乗平均 ( $\sqrt{u^2}$ ). 赤線が混合長固定実験, 黒点線が Odaka et al. (2001) の結果を示す. それぞれ左上から LT = 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24 の図.

で高度 12 km 付近に風速 8 m/s 程度の風が生じている. LT = 18 ごろにかけて, だんだんと強まっていき, LT = 20 ごろには減衰し始めるが, 高度 10 km 以上の領域では, 最大 8 m/s 程度の風が流れ続けている. Odaka et al. (2001) と比較すると, LT

= 10 のときに下層 1 km の領域では、同じような分布となっているが、それより上層では、混合長固定実験は風が吹いているのに対し、Odaka et al. (2001) ではほとんど風が生じていない。その後、LT = 12, 14 の高度 6 km までの分布はよく一致している。しかし LT = 16 において高度 1 km より下層では、Odaka et al. (2001) の風速が減衰し始めるのに対し、混合長固定実験は風速が引き続き強まっている。LT = 18 以降は Odaka et al. (2001) が全体的に減衰し始めるが、混合長固定実験は LT = 20 まで減衰が始まらない。また LT = 22 以降 Odaka et al. (2001) がほとんど風速がなくなるのに対し、混合長固定実験では、特に高度 8 km 以上の上層において、強い水平風が吹き続ける。

水平風の時間変化について確認する。図 3.6 にモデル最下層の高度 50 m における水平風 2 乗平均の時間変化を示す、混合長固定実験は LT = 9 ごろから風速が強ま

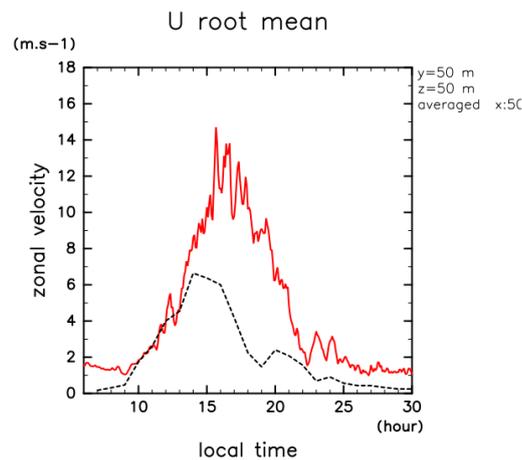


図 3.6: モデル下層における水平風の 2 乗平均の平方根の時間変化。縦軸が水平風 2 乗平均の平方根、横軸が時刻。赤線が混合長固定実験、黒点線が Odaka et al. (2001) の結果を示す。混合長固定実験はモデル最下層である高度 50 m における水平平均。Odaka et al. (2001) は本実験における高度 50 m に近い高度 75 m における平均値。

り始める。風速は LT = 16 ごろにピークに達し、風速が 14 m/s となる。その後減衰し始め、LT = 22 ごろまで減衰し、風速が 1 m/s 程度となる。Odaka et al. (2001) も同様に LT = 9 ごろから風速が強まり始め、どちらの実験も同じように強まっていく。しかし Odaka et al. (2001) は LT = 14 ごろから減衰し始める。また LT = 23 ごろには風速 1 m/s 以下まで弱まり、LT = 30 (翌 LT = 6) にはほとんど 0 m/s となってしまふ点が異なる。

### 3.1.2 温位分布

図 3.7 に温位偏差の空間分布を示す。対流が成長し始める昼ごろから、減衰する夕方ごろ (LT = 12 から 18) まで 2 時間おきの時間変化である。左列の混合長固定実験の結果を見ると、LT = 12 からプリュームが成長し始め、LT = 16 まで活発に高度 10 km までプリュームが生じている。LT = 18 にはほとんど生じなくなる。Odaka et al. (2001) と比較すると、プリュームの成長し始めから、LT = 16 のプリューム発生の様子はほとんど同様である。LT = 18 にほとんど生じなくなる点も同様である。

平均した温位分布について確認する。図 3.8 は水平平均した温位の鉛直分布である。混合長固定実験において LT = 6 では大気は安定成層している。LT = 10 には下層 1 km が地面から温められることによって、不安定な状態になり始める。高度 1 から 2 km における不安定な状態は LT = 22 ごろまで続き、LT = 24 ごろには冷却が始まる。高度 2 から 10 km は LT = 6 から 10 の朝以外の時間帯では、ほとんど等温位の状態になっており、高度 10 km 以上の領域は、ほぼ温位の低減率に沿った分布となっている。Odaka et al. (2001) と比較すると、LT = 10 で地面から温められることで大気下層が不安定な状態になるのは同様だが、LT = 18 には下層の冷却が始まる点が大きく異なる。この違いは Odaka et al. (2001) において、計算格子点間隔が地面付近では細かく設定されているが、本研究においては等間隔格子を用いており、それぞれ計算解像度が異なることが原因であると考えられる。しかし高度 2 から 10 km の領域はどの時間帯も概ね一致している。高度 10 km より上の領域については、2 つの結果にはずれが生じている。これは本研究では放射の効果を外プロファイルとして与えているため、温度が変化するとき伝播した波の影響が残ったままになってしまったためであると考えられる。

### 3.1.3 検証結果

以上の結果から、LT = 10 から 15 の時間帯における対流場については、風速強度の空間分布、時間変化、また温位の変化などからみて、Odaka et al. (2001) と比較して妥当な結果が得られていると考えられる。従って乱流混合長を変えた実験結果についてはこの時間帯に注目し、評価する。

## 3.2 混合長変化実験の結果

本節では混合長変化実験についての結果を示す。特に LT = 10 から 15 の時間帯について、混合長固定実験の結果と比較する、

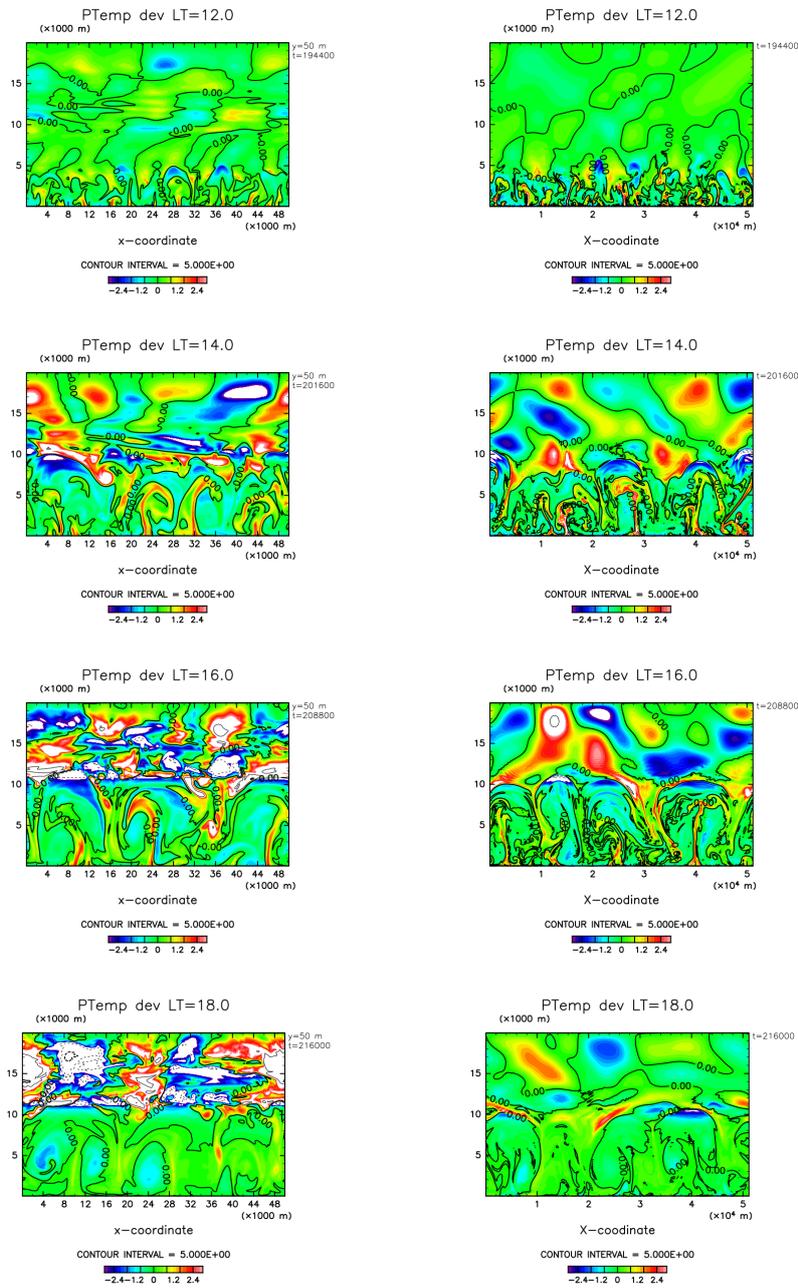


図 3.7: 温位偏差の分布. 左列が混合長固定実験, 右列が Odaka et al. (2001). 横軸が水平方向 (x), 縦軸が高度 (z). それぞれ上から LT = 12, 14, 16, 18 の図. 等値線は 0 線を示す. 上昇域に暖色, 下降域に寒色のトーンをつけている.

### 3.2.1 風の分布

#### 鉛直風

図 3.9 に鉛直風の空間分布を示す. 対流がある程度成長している LT = 12 から 15 まで 1 時間おきの時間変化である. 左列の混合長変化実験について, LT = 14 の結果

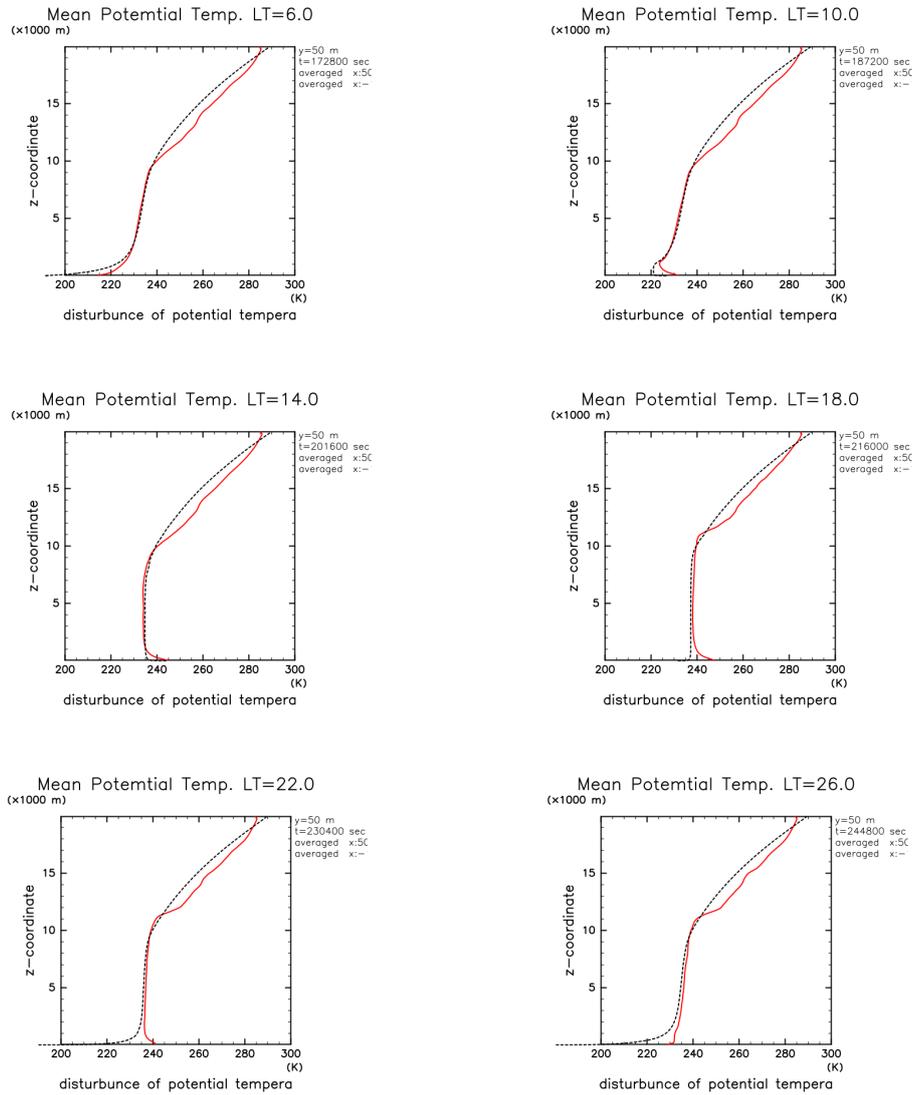


図 3.8: 水平平均した温位の鉛直分布. 縦軸が高度 (z), 横軸が温位 ( $\theta$ ). 赤線が混合長固定実験, 黒点線が Odaka et al. (2001) の結果を示している. それぞれ左上から LT = 6, 10, 14, 18, 22, 26 の図.

に注目すると, 対流セルの水平スケールの大きさは, およそ数 km 程度である. 風速は高度 5 km を中心に, 上下 5 km の範囲に強い分布が集中している. 最大風速は 25 m/s を超える部分も見られる. 右列の混合長固定実験の結果と比較すると, 対流セルの水平スケールは同程度である. また鉛直方向における強度の分布も高度 5 km を中心に同様の傾向が見られる. しかし強度は混合長変化実験の方が混合長固定実験と比べて全体的に強い.

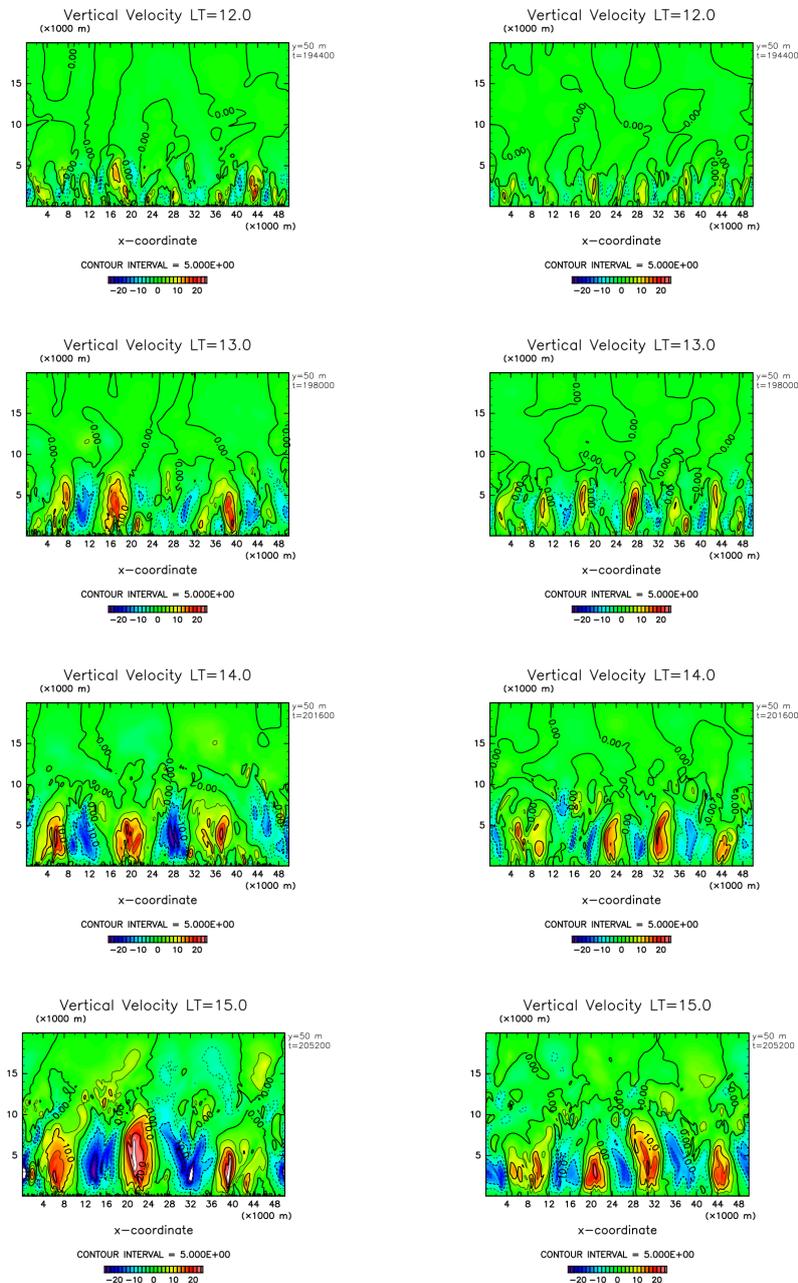


図 3.9: 鉛直風の分布. 左列が混合長変化実験, 右列が 混合長固定実験. 横軸が水平方向 (x), 縦軸が高度 (z). それぞれ上から LT = 12, 13, 14, 15 の図. 等値線間隔は 5 m/s で, 実線が正, 破線が負を示す. 上昇域に暖色, 下降域に寒色のトーンをつけている.

鉛直風速の平均的な強度について確認する. 図 3.10 は, 鉛直風水平 2 乗平均の平方根  $\sqrt{w^2}$  の分布である. 混合長変化実験である青線について見る. LT = 10 から 13

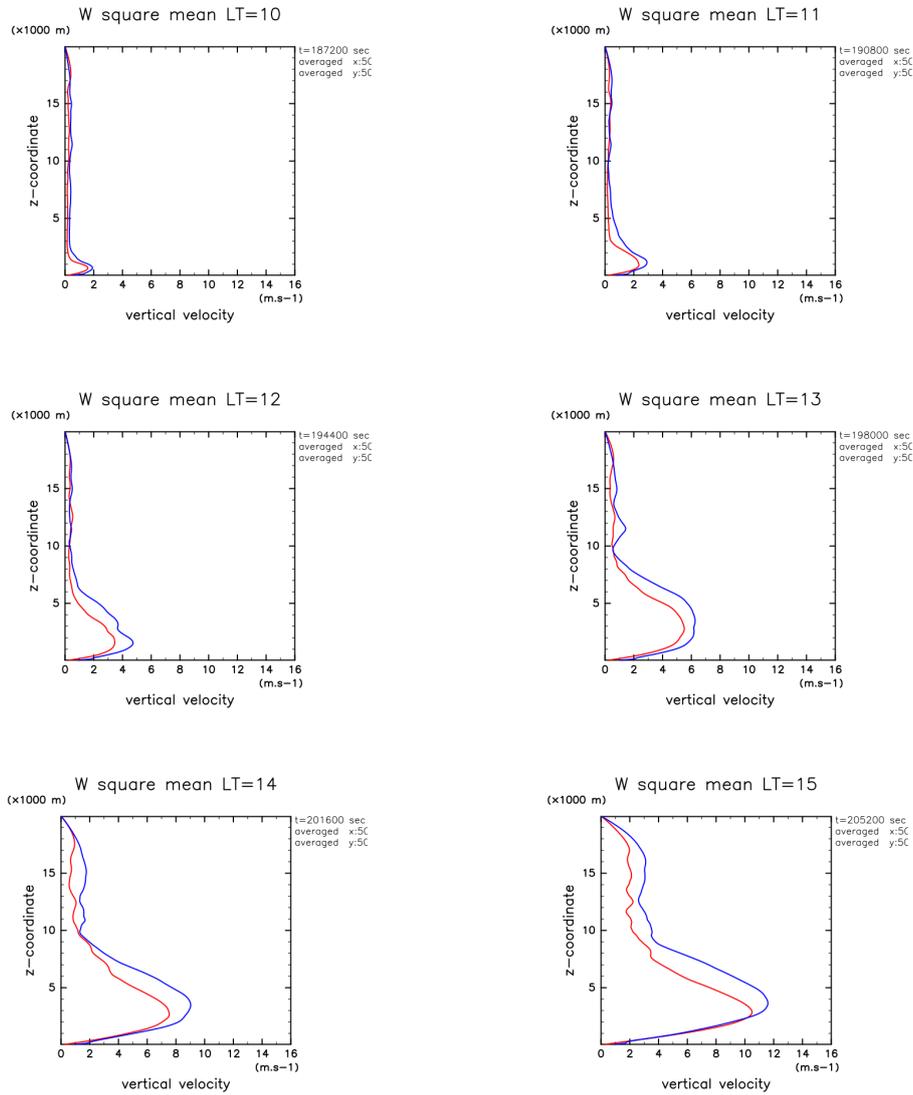


図 3.10: 鉛直風水平 2 乗平均の平方根 ( $\sqrt{\overline{w^2}}$ ) の分布. 縦軸が高度 ( $z$ ), 横軸が鉛直速度の 2 乗平均 ( $\overline{w^2}$ ). 赤線が混合長固定実験, 青線が混合長変化実験の結果を示す. それぞれ左上から LT = 10, 11, 12, 13, 14, 15 の図.

にかけて, だんだんと風速の強さがピークを迎える高度が高い高度に変化し, 高度 2 から 3 km 程度にもっとも強い風速をもつ分布になっている. LT = 15 について見ると, 風速は高度 10 km で低くなるような分布になっている. 混合長固定実験である赤線について見ると, ほとんど変化実験と同じ特徴を持った分布となっている. しかし全体的に変化実験の結果の方が風速が強い.

鉛直風の時間変化について確認する. 図 3.11 に鉛直風がもっとも強くなっている高

度 (4950 m) における鉛直風水平 2 乗平均の平方根の時間変化を示す. 混合長変化

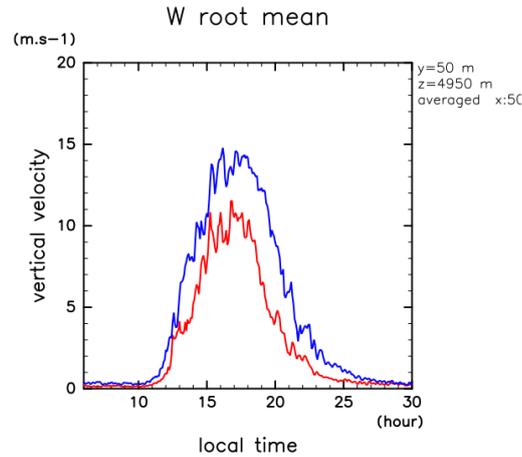


図 3.11: 高度 4950 m における鉛直風水平 2 乗平均の平方根の時間変化. 縦軸が鉛直風水平 2 乗平均の平方根, 横軸が時刻. 赤線が混合長固定実験, 青線が混合長変化実験の結果.

実験は LT = 11 ごろから鉛直風が強まり, LT = 16 ごろに風速 15 m/s 程度でピークを迎える. LT = 18 ごろから減衰しはじめ, LT = 30 (翌 LT = 6) にかけて 0 となっていく. LT = 10 から 15 の範囲に注目すると, 混合長固定実験も同様に風速が強まっていくが, 変化実験の方が 1 割程度大きな平均風速をもっている.

### 水平風

図 3.12 に水平風の空間分布を示す. 対流がある程度成長している LT = 12 から 15 まで 1 時間おきの時間変化である. 左列の混合長変化実験について, LT = 16 の結果に注目すると, 西風と東風の領域が水平方向には, 対流セルと同程度の間隔 (数 km 程度) で交互に生じており, 高度 2.5 km を境にその上下で風向きが変わり, 上層部分は高度 10 km 程度まで強い風となるような分布となっている. 風速は 25 m/s を超えるような部分も見られる. このような風の分布は, 右列の混合長固定実験でも同様な構造となっているが, 強度は全体的に変化実験の方が強い.

水平風速の平均的な強度について確認する. 図 3.13 は, 水平風水平 2 乗平均の平方根  $\sqrt{u^2}$  の分布である. 混合長変化実験である青線について見ると, LT = 10 の段階で高度 10 から 17 km にかけて風速 8 m/s 程度の風が生じている. 上空におけるこの風は LT = 10 から 15 にかけて常に存在している. LT = 13 から 15 の期間におい

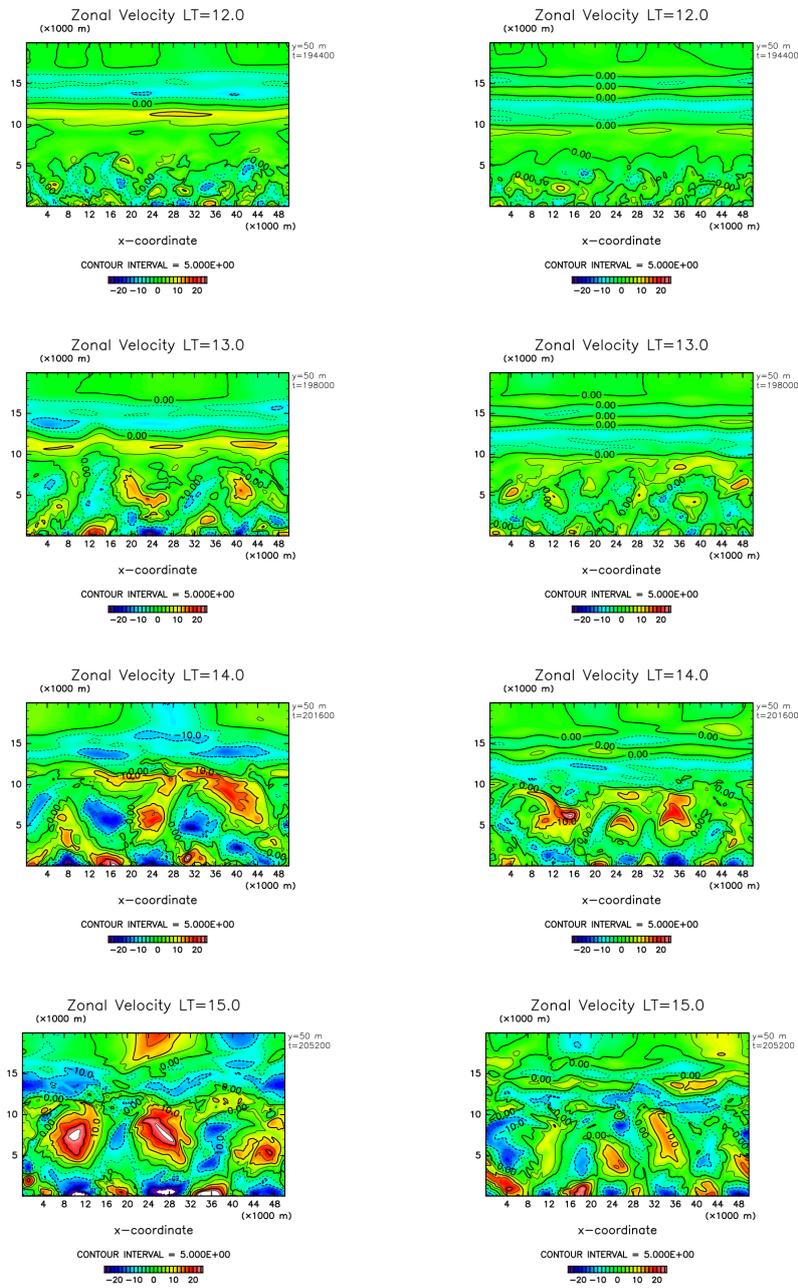


図 3.12: 水平風の分布. 左列が混合長変化実験, 右列が混合長固定実験. 横軸が水平方向 (x), 縦軸が高度 (z). それぞれ上から LT = 12, 13, 14, 15 の図. 等値線間隔は 5 m/s で, 実線が正, 破線が負を示す. 西風域に暖色, 東風域に寒色のトーンをつけている.

て, 地面付近の方が風が強く, 高度 2 から 3 km で極小となるような分布を持っている. 混合長固定実験と比べると, LT = 12 から 13 における地面付近高度 2 から 3

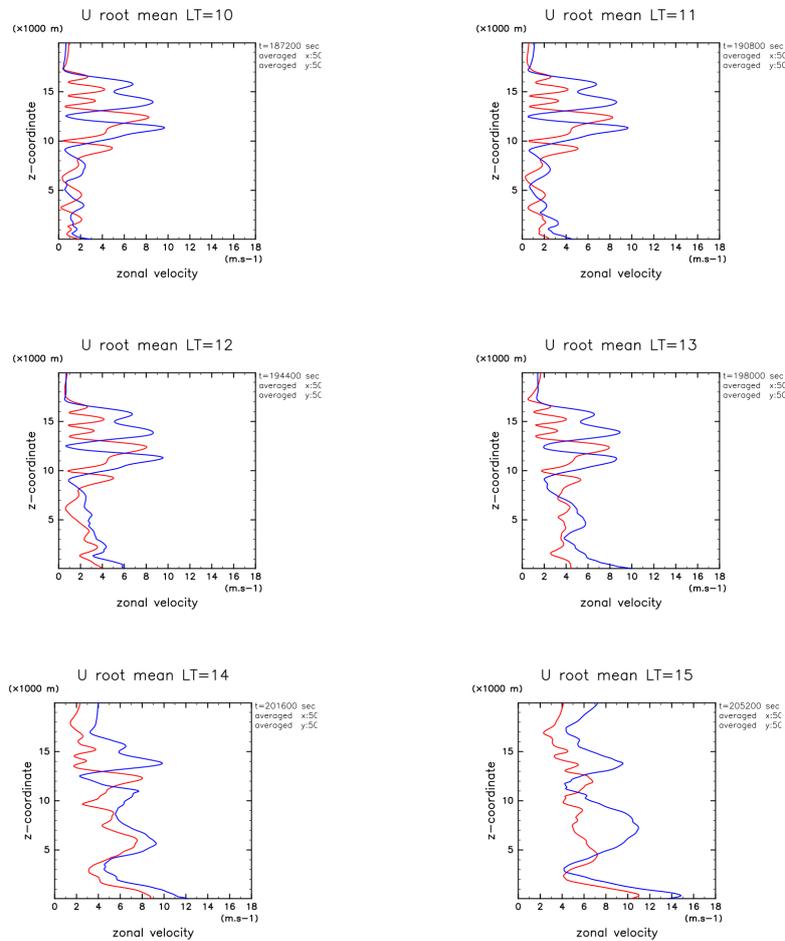


図 3.13: 水平風水平 2 乗平均の平方根 ( $\sqrt{u^2}$ ) の分布. 縦軸が高度 ( $z$ ), 横軸が鉛直速度の 2 乗平均 ( $\sqrt{u^2}$ ). 赤線が混合長固定実験, 青線が混合長変化実験の結果. それぞれ左上から LT = 10, 11, 12, 13, 14, 15 の図.

km 程度までの領域について, 似たような分布を持っているが, 全体的に変化実験の方が風速が強い.

水平風の時間変化について確認する. 図 3.14 にモデル最下層の高度 50 m における水平風 2 乗平均の時間変化を示す, 混合長変化実験である青線を見ると, LT = 9 ごろから風速が強まり始める. 風速は LT = 16 ごろにピークに達し, 風速が 17 m/s 程度となる. その後減衰し始め, LT = 22 ごろまで減衰し, 風速が 1 m/s 程度となる. 混合長固定実験と比べると, 風速が強まり始める時刻は同じだが, 変化率は変化実験の方が大きく, 全体的に変化実験の方が風速が強い.

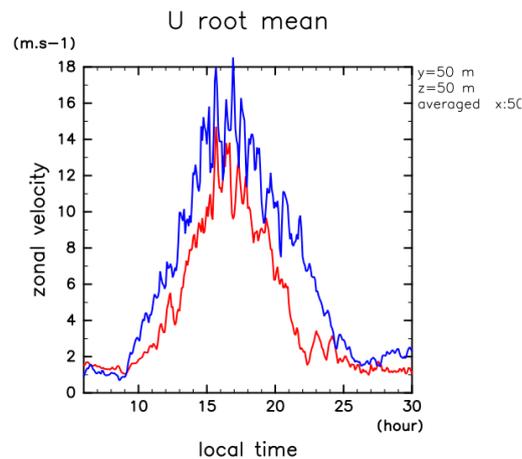


図 3.14: モデル下層における水平風の 2 乗平均の平方根の時間変化. 縦軸が水平風  
 水平 2 乗平均の平方根, 横軸が時刻. 赤線が混合長固定実験, 青線が混合長  
 変化実験の結果.

### 3.2.2 温位分布

図 3.15 に温位偏差の空間分布を示す. 対流がある程度成長している LT = 12 から  
 15 まで 1 時間おきの時間変化である. 左列の混合長変化実験の結果を見ると, LT =  
 12 から 15 において高度 10 km までプルームが生じている. 右列の混合長固定実  
 験においても同様の構造が現れている.

平均した温位分布について確認する. 図 3.16 は水平平均した温位の鉛直分布であ  
 る. 混合長変化実験において LT = 6 では大気は安定成層している. LT = 10 には下  
 層 1 km が地面から温められることによって, 不安定な状態になり始める. 高度 1  
 から 2 km における不安定な状態は LT = 22 ごろまで続き, LT = 24 ごろには冷却  
 が始まる. 高度 2 から 10 km は LT = 6 から 10 の朝以外の時間帯では, ほとんど等  
 温位の状態になっており, 高度 10 km 以上の領域は, ほぼ温位の低減率に沿った分  
 布となっている. 混合長固定実験と比較すると, 変化実験の方が若干温位が高いが,  
 ほとんど結果は一致している.

### 3.2.3 加熱率分布

温位分布に違いはなかったが, 風速の強さに差が生じてしまった原因について考察  
 するため, 加熱率分布について調べる. 図 3.17 は水平平均及び各時刻ごとに 1 時間

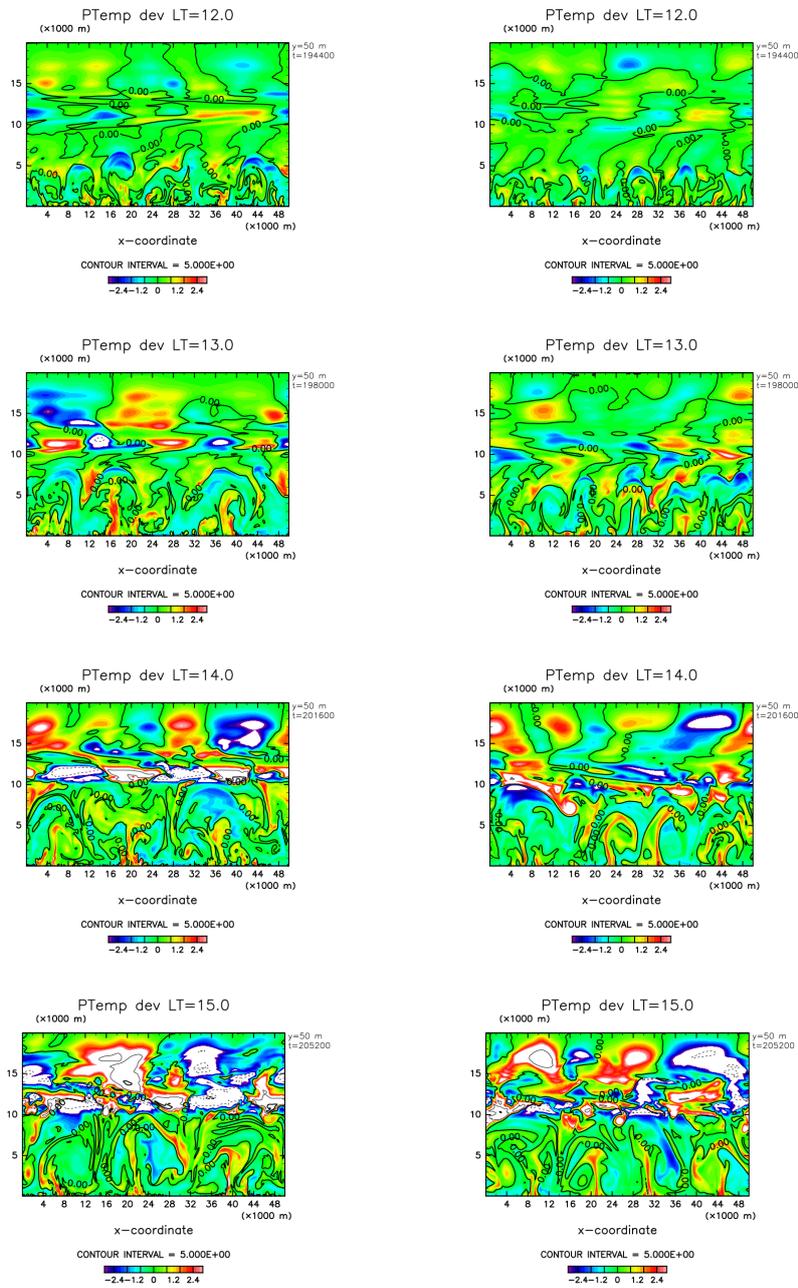


図 3.15: 温位偏差の分布. 左列が混合長変化実験, 右列が混合長固定実験, 横軸が水平方向 (x), 縦軸が高度 (z). それぞれ上から LT = 12, 13, 14, 15 の図. 等値線は 0 線を示す. 上昇域に暖色, 下降域に寒色のトーンをつけている.

平均をとった日中の加熱率の鉛直分布である. 混合長変化実験の方が混合長固定実験に比べて, 全体的に若干高い高度に加熱率が分布していることがわかる. また地面付近に強い加熱を持っていることがわかる. 地面付近の加熱率について見るため,

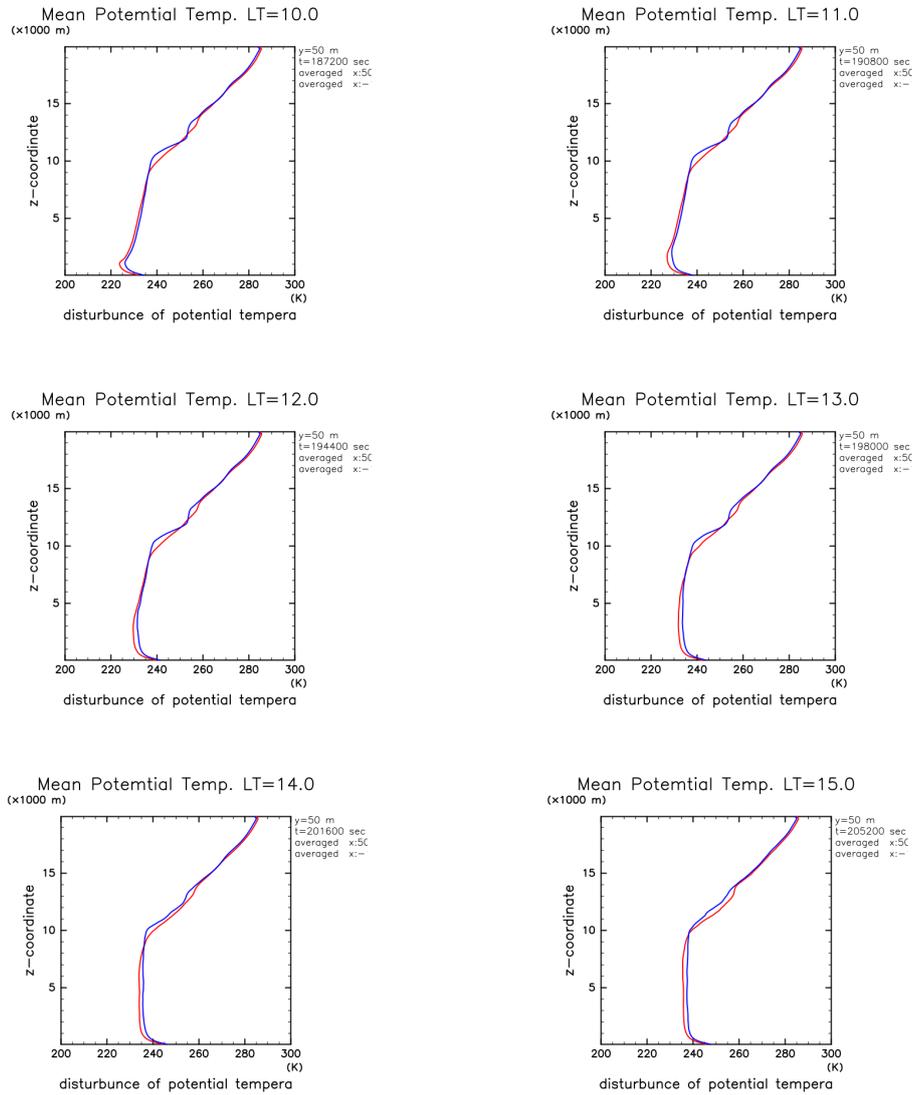


図 3.16: 水平平均した温位の鉛直分布. 縦軸が高度 ( $z$ ), 横軸が温位 ( $\theta$ ). 赤線が混合長固定実験, 青線が混合長変化実験. それぞれ左上から  $LT = 6, 10, 14, 18, 22, 26$  の図.

最下層から高度 1000 m の領域について, 同様に加熱率の移流成分及び拡散成分の鉛直分布を示したのが図 3.18 である. 2 つの結果を比べると, 混合長変化実験の拡散成分 (青点線) による加熱率が混合長固定実験と比べて, 小さいことがわかる. しかし移流成分と拡散成分の加熱率の和はどちらの実験でも同程度であり, 大きな違いが見られない. このことから混合長変化実験は, モデルで仮定した混合渦の大きさが小さいために, 熱の拡散量が小さくなり, その結果, 拡散されなかった分の熱が強い移流によって運ばれるようになったことで, 風速が強まっているのだと考えら

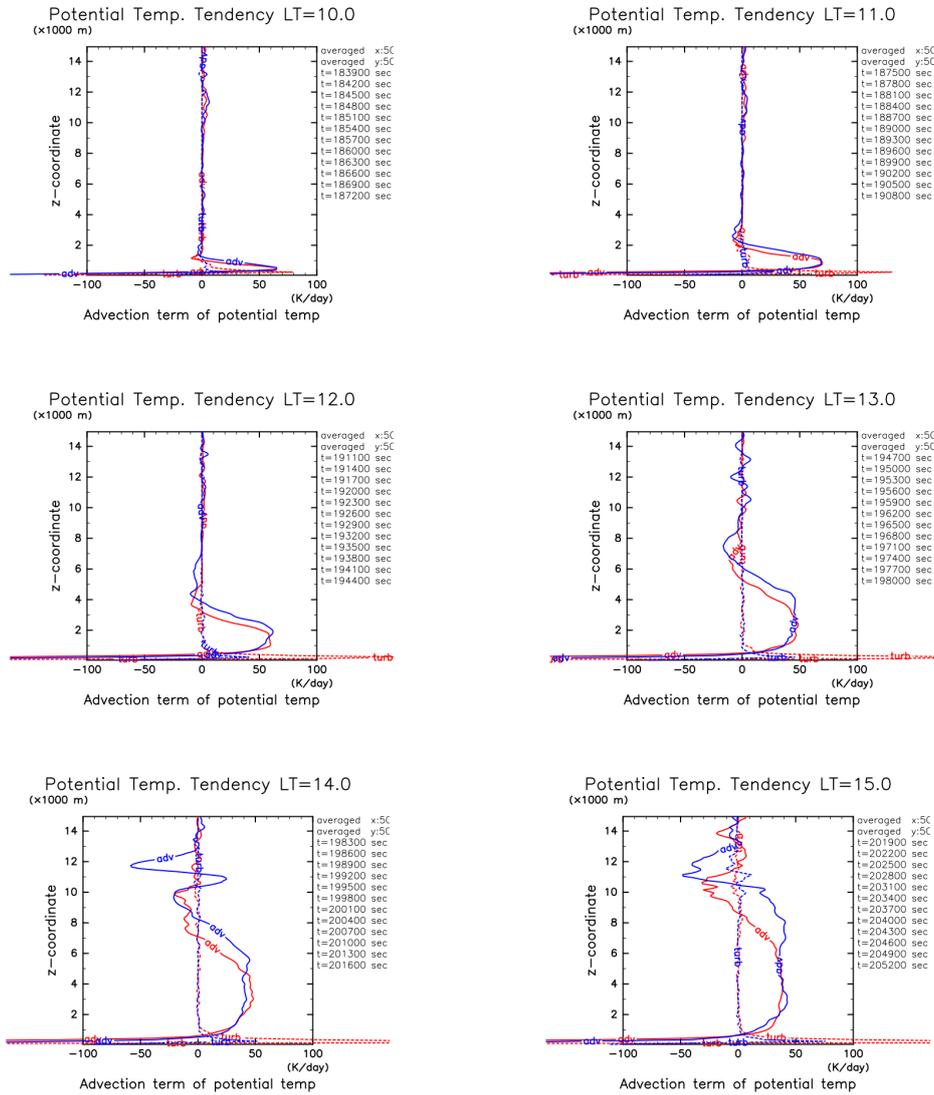


図 3.17: 水平平均した加熱率の鉛直分布, 赤線が混合長固定実験, 青線が混合長変化実験の結果を示す. 線種の違いはそれぞれ, 実線が移流成分, 点線が拡散成分, 左上からそれぞれ LT = 10-11, 11-12, 12-13, 13-14, 14-15 の時間平均. 縦軸が高度 (z), 横軸が加熱率 [K/day].

れる. このことから混合長の表現の違いによる拡散率の変化が, 風速の強さに影響を与えていると考えられる.

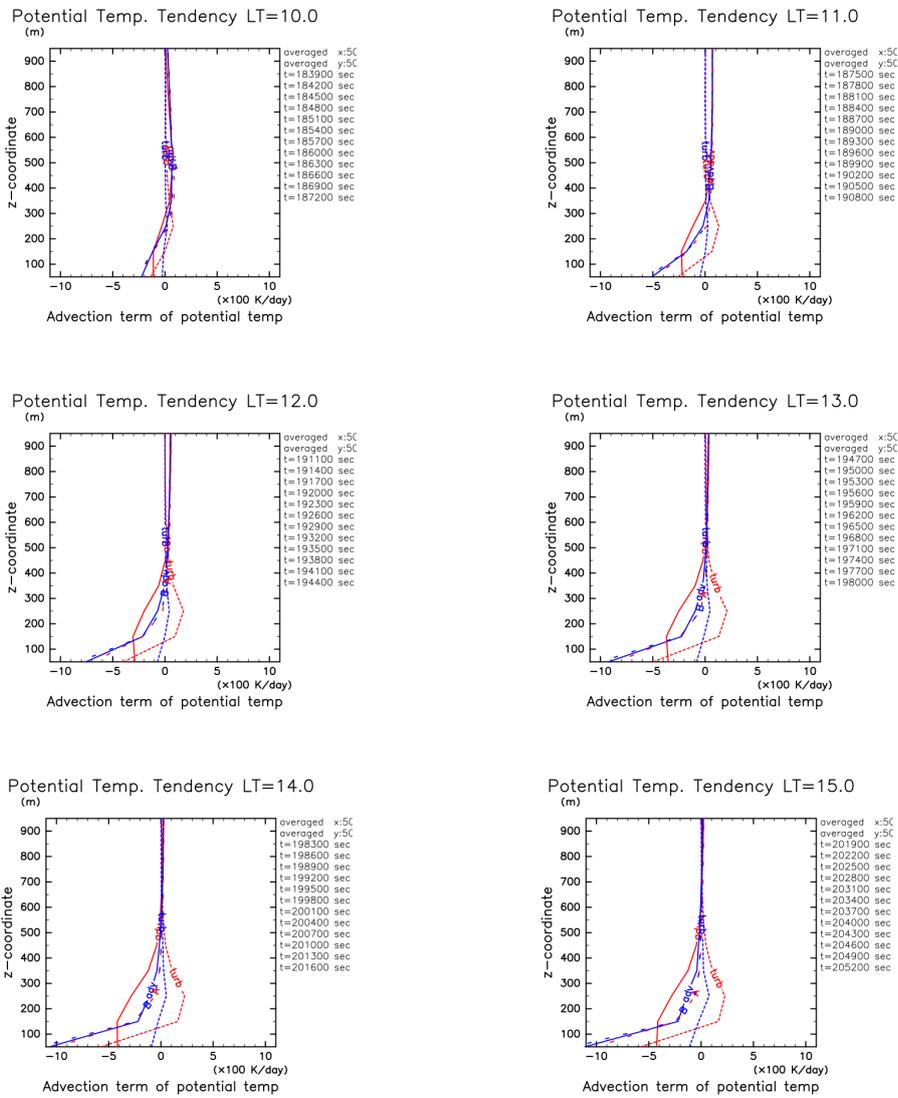


図 3.18: 水平平均した加熱率の鉛直分布, 赤線が混合長固定実験, 青線が混合長変化実験の結果を示す. 線種の違いはそれぞれ, 実線が移流成分, 点線が拡散成分, 破線が移流成分と拡散成分の和を表している. 左上からそれぞれ LT = 10-11, 11-12, 12-13, 13-14, 14-15 の時間平均. 縦軸が高度 (z), 横軸が加熱率 [K/day]. 図 3.17 に対して横軸の範囲が 10 倍になっていることに注意されたい.

### 3.3 各実験における風応力

乱流混合長を変えたそれぞれの実験において、ダスト巻き上げに重要な量である風応力についての結果を示す。図 3.19 は摩擦速度から計算された、地面に対する風応力の水平分布を示した図である。全体的に混合長変化実験の方が強い値を持ってい

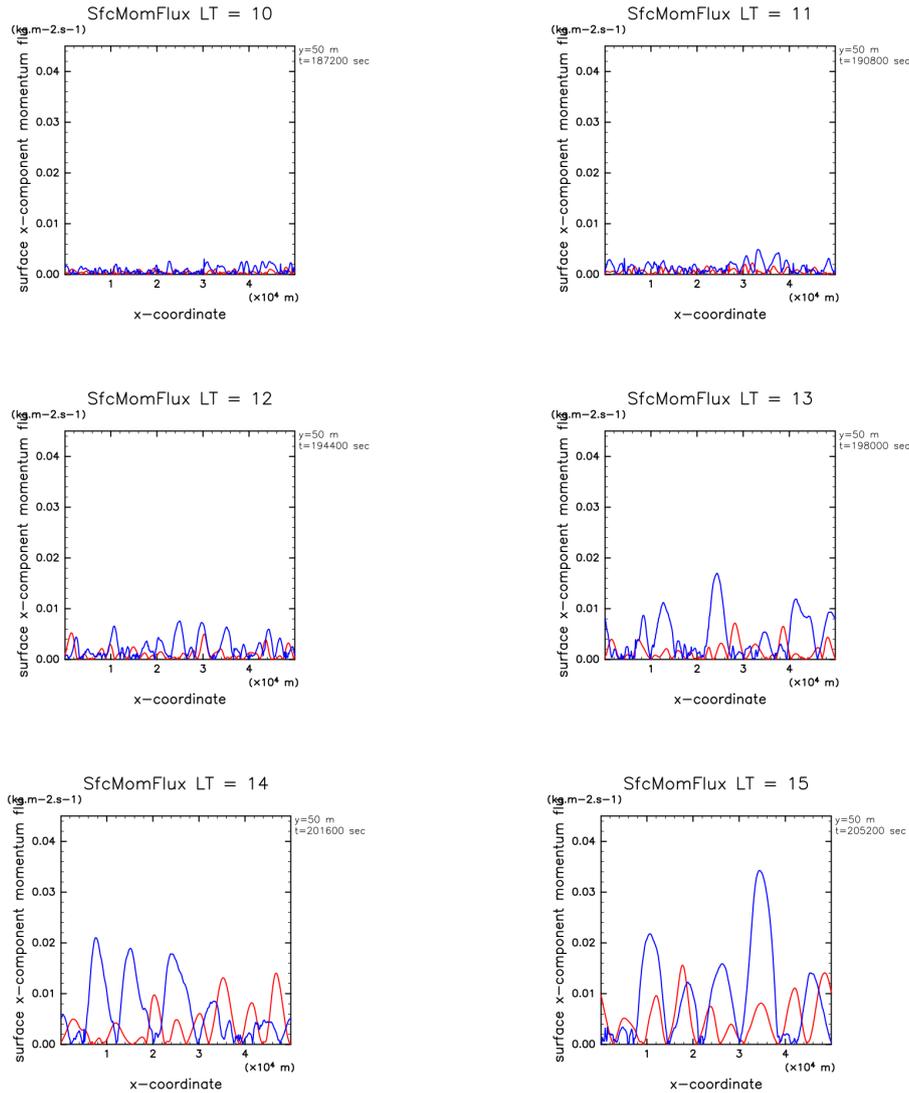


図 3.19: 各時刻における風応力分布. 縦軸が風応力, 横軸が水平方向 (x). 赤線が混合長固定実験, 青線が混合長変化実験の結果を示している. 左上から LT = 13, 14, 15, 16, 17, 18 の図.

る. 図 3.20, 図 3.21 はそれぞれ水平平均を取った風応力の時間変化と各時刻におけ

る風応力の最大値を示した図である。平均的にみても、最大値をみても、混合長変

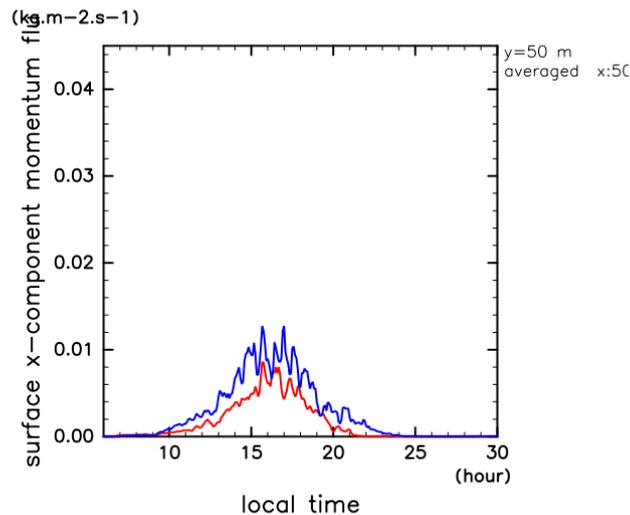


図 3.20: 風応力の水平平均値の時間変化. 赤線が混合長固定実験, 青線が混合長変化実験の結果を示す. 縦軸が風応力, 横軸が時刻 (LT).

化実験の方が強い風応力が生じていることがわかる. これは対流場の流れの強さが全体的に強かったことと整合的である. また 1 時間おきの風応力の強度の頻度分布について示したのが図 3.22 である. 混合長固定実験の場合では, 風応力の強度の頻度分布は指数的な分布になっているが, 混合長変化実験の場合は, かなり強い風応力の分布がみられる. 風応力の強度に幅が見られるため, 局所的に強い風が吹きやすい状態になっていると考えられる.

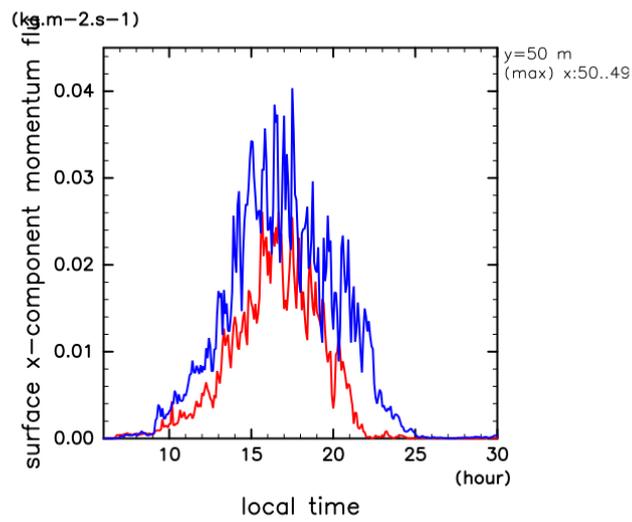


図 3.21: 風応力の各時刻における最大値の時間変化. 縦軸が風応力, 横軸が時刻 (LT). 赤線が混合長固定実験, 青線が混合長変化実験の結果を示す.

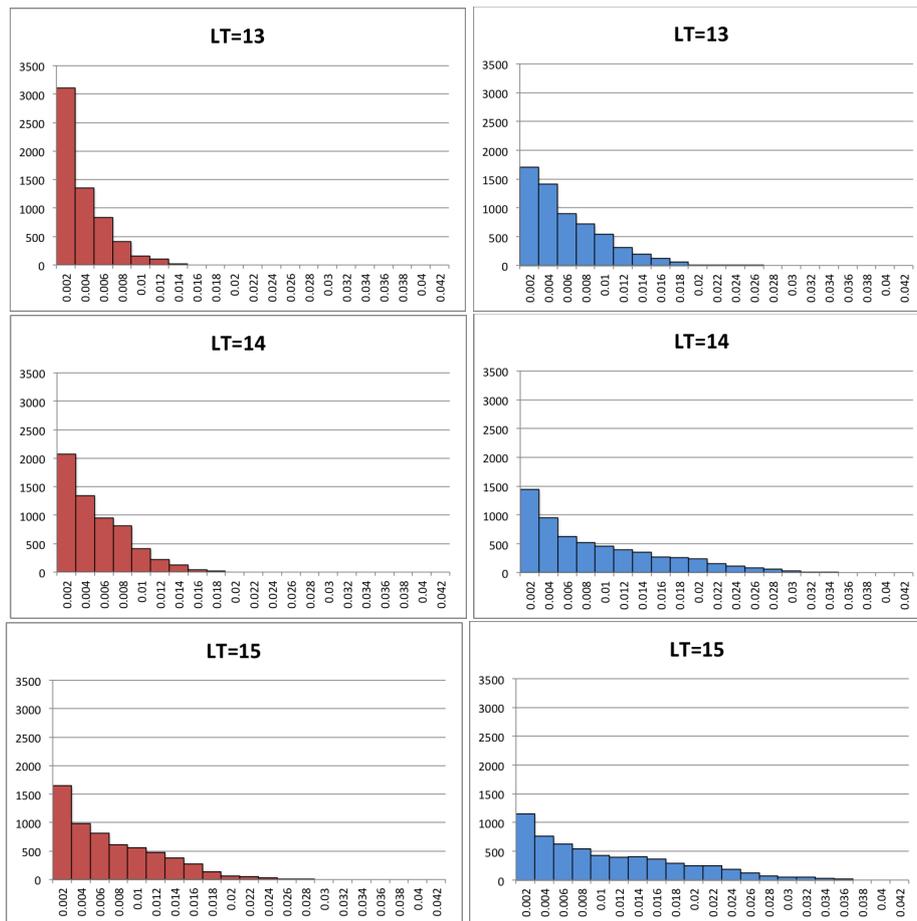


図 3.22: 風応力の各時刻における強度ごとの頻度分布. 横軸が強度のランク (閾値) で, 左端から  $< 0.002$ ,  $0.002-0.004$ ,  $0.004-0.006 \dots$  と続く. 縦軸は各ランクごとの値を示したデータの個数. 左列が混合長固定実験, 右列が混合長変化実験の結果を示す. それぞれ上から  $LT = 12 - 13$ ,  $13 - 14$ ,  $14 - 15$  の 1 時間毎の値を集計した.

### 3.4 議論

乱流混合長の表現の仕方によって明らかに対流層における風の強さに影響が現れることがわかった。今回の実験結果では乱流混合長が地面付近で小さくなるように考えた場合（混合長変化実験）の方が、全体で一様にサブグリッドスケールで最大となる混合長を考えた場合（混合長固定実験）と比べ、流れの様子が強まることが示された。しかし乱流混合長の取り扱いによる影響が現れることを示唆した杉山 他 (2014) によれば、本研究における混合長固定実験に相当する実験と混合長変化実験に相当する実験の比較結果は、本研究と異なる傾向となっていた。図 1.4 に示したように、杉山 他 (2014) では、混合長を固定した計算の方が、高度変化させた計算よりも強い対流が生じ、対流層の厚さにも影響が出たとしている。また温度の鉛直構造にも地面付近の境界層と上空とで違う特徴が表れたとしている。今回の実験では鉛直風の大きさには影響が見られたが、対流層の厚さにはほとんど影響が見られなかった。また鉛直風の大きさに対する影響も逆の結果である。

杉山 他 (2014) と本研究の違いは以下の点があげられる。

- 地面付近の鉛直解像度
- モデル内での熱収支に関する計算の有無

鉛直解像度については、本研究は 100 m の等間隔であるのに対し、杉山 他 (2014) では地面付近が細くなっており、最小感覚が 3 m となっている。このために、大気境界層における温度構造が変わってしまい、影響を及ぼした可能性がある。熱収支については、本研究では Odaka et al. (2001) の 1 次元モデルの結果を外部プロファイルとして与えており、モデル内で熱収支に関して計算を行っていないため、結果に影響を及ぼした可能性がある。以上のような理由が考えられるが、杉山 他 (2014) では熱収支などの詳細な分析がなされておらず、主たる原因が何であるかは不明である。

しかし、混合長の扱いによって、地面付近の加熱率が変わり、その結果、対流層の流れ場に影響を与えることが確からしいことが本研究によって示された。

## 第4章 まとめ

本研究では地球流体電脳倶楽部で開発されている非静力学モデル `deepconv / arare5` を用いて火星大気中における鉛直対流について数値実験を行った。サブグリッドスケールにおける乱流の取り扱いについて Klemp and Wilhelmson (1978) の 1.5 次クロージャモデルを用いた。乱流の代表的な混合長として、最大のサブグリッドスケールを採用したものと、Prandtl の混合距離理論に従って、高度に応じて変化させたものの 2 つの実験を行った。放射伝達については Odaka et al. (2001) の 1 次元モデルで計算された大気の放射加熱率及び地面温度を用いた。また初期の温位分布についても Odaka et al. (2001) と同じものを使用した。計算領域は Odaka et al. (2001) に合わせ、水平 50 km, 鉛直 20 km とし、計算分解能は水平、鉛直ともに 100 m とした。計算時間は火星現地時刻 (Local Time) で 6:00 から 3 日間の 72 h 実行した。

本実験の結果, Odaka et al. (2001) と同様の設定による計算結果については次のような特徴が見られた。流れ場の様子から、生じる対流セルの大きさはどちらも水平スケールが数 km 程度、鉛直スケールが 10 km 程度となっており、概ね整合的な結果となっていた。また平均温位分布について、大気境界層より上空の 2 km 程度から対流層上端の 10 km まではよくあっていた、地面から 2 km 程度の領域については夜中における冷却が十分に効かず、全体的に高い温度をもつ結果となった。また風速についても全体的に 1.5 倍程度強い結果となった。Odaka et al. (2001) では地面付近の計算解像度が細かくなっており、本研究のように等方格子を用いていないため、このような違いが生じたものであると考えられる。

乱流混合長の表現を変えた計算については次のような特徴が見られた。流れ場について、対流セルのスケールに大きな違いは見られないが、平均風速は乱流混合長を高度に応じて変化させた実験の方が強い結果となった。加熱率によるエネルギーの釣り合いを確かめたところ、拡散による熱輸送と移流による熱輸送の釣り合いが 2 つの実験において大きく異なる結果となった。乱流混合長の表現の違いが大きな影響を与えたと考えられる。平均温位分布については概ねよく一致していた。この結果、混合長を高度に応じて変えた計算の方が摩擦速度が強まったことで、地面に対する風応力は平均的に強くなり、局所的に強い風応力が生じやすくなっていることが確認され、最大で 2 倍程度の強度の違いが現れた。このため、ダストの巻き上げ過程として風応力について検討する際に、乱流の表現方法による影響が大きいこと

が示された。

今回の研究では Klemp and Wilhelmson (1978) の乱流スキームについて乱流混合長の表現による影響について調査した。しかし乱流スキームとしては他にも Smagorinsky (1963) や Yamada and Mellor (1974) などが知られており、これら他の乱流スキームを用いた場合やスキームごとに混合長の表現を変えた場合で、結果が変わりうる可能性がある。さらにモデル同士の比較ではなく、実際の観測結果との比較を行い、乱流を表現するのにどのような方法が妥当であるのか検証することは課題の一つである。また前述のように、本研究について先行研究と比べた結果、地面付近の大気境界層における構造はあまり整合的ではない可能性がある。対流層の形成において、境界層における影響はかなり大きいことが予想され、地面付近ではもっと細かい解像度にした実験を試みる必要があると考えられる。他に熱収支に関して、本研究では熱放射を外部プロファイルとして与えたため、モデル内において熱収支の整合性が取れていない可能性がある。そのため、モデルに熱収支に関する過程を導入することも課題である。

---

## 付録 A: 準圧縮方程式系の導出

付録 A では本研究で用いた準圧縮方程式系 (2.11) ~ (2.15) を導出する.

### A.1 基礎方程式

温位  $\theta$ , 無次元圧力  $\pi$ , 風速  $u, v, w$ , 密度  $\rho$  を用いて基礎方程式系を表現すると以下の通りである. なお, ラグランジュ微分を以下のように表記する.

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \quad (\text{A.1})$$

運動方程式

$$\frac{Du}{Dt} + c_p \theta \frac{\partial \pi}{\partial x} = \text{Turb}.u, \quad (\text{A.2})$$

$$\frac{Dv}{Dt} + c_p \theta \frac{\partial \pi}{\partial y} = \text{Turb}.v, \quad (\text{A.3})$$

$$\frac{Dw}{Dt} + c_p \theta \frac{\partial \pi}{\partial z} = \text{Turb}.w - g. \quad (\text{A.4})$$

圧力方程式

$$\frac{D\pi}{Dt} = \frac{C_s^2}{c_p \theta} \left( -\nabla \cdot \mathbf{u} + \frac{1}{\theta} \frac{D\theta}{Dt} \right). \quad (\text{A.5})$$

熱の式

$$\frac{D\theta}{Dt} = Q_{rad} + Turb.\theta. \quad (A.6)$$

状態方程式

$$\rho = \frac{p_0}{R} \frac{\pi^{\frac{c_p}{R}-1}}{\theta}. \quad (A.7)$$

ここで,  $C_s$  は音速であり,

$$C_s^2 \equiv \frac{c_p}{c_v} R\pi\theta \quad (A.8)$$

である.

運動方程式 (A.2), (A.3), (A.4) に現れる圧力勾配は温位 (2.2), エクスナー関数 (2.1), 状態方程式 (A.7) を用いることで得られる.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} dp &= \frac{R\pi\theta}{p} d(p_0\pi^{\frac{c_p}{R}}) \\ &= \frac{R\pi\theta}{p} \left( \frac{p_0 c_p}{R} \pi^{\frac{c_p}{R}-1} \right) d\pi \\ &= \frac{R\pi\theta}{p} \left( \frac{c_p}{R} p\pi^{-1} \right) d\pi \\ &= c_p\theta d\pi. \end{aligned}$$

圧力方程式 (A.5) は連続の式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (A.9)$$

と状態方程式 (A.7) から得られる. まず密度の時間微分項は以下のように表される.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \rho}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{p_0 \pi^{\frac{c_p}{R}-1}}{R \theta} \right) \\
&= \frac{p_0}{R} \left\{ \frac{1}{\theta} \frac{\partial}{\partial t} (\pi^{\frac{c_p}{R}-1}) + \pi^{\frac{c_p}{R}-1} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{\theta} \right) \right\} \\
&= \frac{p_0}{R} \left\{ \frac{1}{\theta} \frac{\partial}{\partial \pi} (\pi^{\frac{c_p}{R}-1}) \frac{\partial \pi}{\partial t} + \pi^{\frac{c_p}{R}-1} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{\theta} \right) \frac{\partial \theta}{\partial t} \right\} \\
&= \frac{p_0}{R} \left\{ \frac{1}{\theta} \left( \frac{c_p}{R} - 1 \right) \pi^{\frac{c_p}{R}-2} \frac{\partial \pi}{\partial t} - \pi^{\frac{c_p}{R}-1} \frac{1}{\theta^2} \frac{\partial \theta}{\partial t} \right\} \\
&= \frac{p_0 \pi^{\frac{c_p}{R}-1}}{R \theta} \left\{ \left( \frac{c_p}{R} - 1 \right) \frac{1}{\pi} \frac{\partial \pi}{\partial t} - \frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} \right\} \\
&= \rho \left( \frac{c_v}{R} \frac{1}{\pi} \frac{\partial \pi}{\partial t} - \frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} \right) \\
&= \rho \left( \frac{c_p}{C_s^2} \theta \frac{\partial \pi}{\partial t} - \frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} \right).
\end{aligned}$$

ここで音速の式 (A.8) を使った. これより, 連続の式 (A.9) は

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) &= \rho \left( \frac{c_p}{C_s^2} \theta \frac{\partial \pi}{\partial t} - \frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} \right) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) \\
&= \frac{\rho}{\theta} \left( \frac{c_p}{C_s^2} \theta^2 \frac{\partial \pi}{\partial t} - \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\theta}{\rho} \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) \right) \\
&= 0
\end{aligned} \tag{A.10}$$

となる. 式 (A.10) の 3 行目, 第 2 項, 第 3 項をさらに変形すると,

$$\begin{aligned}
-\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\theta}{\rho} \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) &= -\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot (\rho \theta \mathbf{u}) - (\mathbf{u} \cdot \nabla) \theta \\
&= \frac{1}{\rho} \nabla \cdot (\rho \theta \mathbf{u}) - \frac{D\theta}{Dt}
\end{aligned}$$

となる. このとき式 (A.10) は

$$\begin{aligned}
\frac{\rho}{\theta} \left( \frac{c_p}{C_s^2} \theta^2 \frac{\partial \pi}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot (\rho \theta \mathbf{u}) - \frac{D\theta}{Dt} \right) &= 0, \\
\frac{\partial \pi}{\partial t} + \frac{C_s^2}{\rho c_p \theta^2} \nabla \cdot (\rho \theta \mathbf{u}) - \frac{C_s^2}{c_p \theta^2} \frac{D\theta}{Dt} &= 0.
\end{aligned}$$

これを整理すると,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \pi}{\partial t} &= -\frac{C_s^2}{\rho c_p \theta^2} \{ \mathbf{u} \cdot \nabla(\rho\theta) + \rho\theta \nabla \cdot \mathbf{u} \} - \frac{C_s^2}{c_p \theta^2} \frac{D\theta}{Dt} \\
&= -\frac{C_s^2}{\rho c_p \theta^2} \mathbf{u} \cdot \nabla(\rho\theta) - \frac{C_s^2}{c_p \theta} \nabla \cdot \mathbf{u} - \frac{C_s^2}{c_p \theta^2} \frac{D\theta}{Dt} \\
&= -\frac{\frac{c_p}{c_v} R \pi \theta}{c_p \theta^2} \frac{1}{\frac{p_0}{R\theta} \pi^{\frac{c_p}{R}-1}} \mathbf{u} \cdot \nabla \left( \frac{p_0}{R} \pi^{\frac{c_p}{R}-1} \right) - \frac{C_s^2}{c_p \theta} \nabla \cdot \mathbf{u} - \frac{C_s^2}{c_p \theta^2} \frac{D\theta}{Dt} \\
&= -\frac{R}{c_v} \pi^{-\frac{c_p}{R}+2} \left( \frac{c_p}{R} - 1 \right) \pi^{\frac{c_p}{R}-2} \mathbf{u} \cdot (\nabla \pi) - \frac{C_s^2}{c_p \theta} \nabla \cdot \mathbf{u} - \frac{C_s^2}{c_p \theta^2} \frac{D\theta}{Dt} \\
&= -(\mathbf{u} \cdot \nabla) \pi - \frac{C_s^2}{c_p \theta} \nabla \cdot \mathbf{u} - \frac{C_s^2}{c_p \theta^2} \frac{D\theta}{Dt}.
\end{aligned}$$

以上より, 式 (A.10) は

$$\frac{D\pi}{Dt} = \frac{C_s^2}{c_p \theta} \left( -\nabla \cdot \mathbf{u} + \frac{1}{\theta} \frac{D\theta}{Dt} \right) \quad (\text{A.11})$$

となり, 圧力方程式が得られる.

## A.2 準圧縮方程式系の導出

### A.2.1 基本場と擾乱場の分離

変数を基本場成分と擾乱成分に分離し, 基本場成分については静水圧平衡にあると仮定する. このとき, 変数は式 (2.3) から式 (2.8) のように書ける. また, 基本場は静水圧平衡にあると仮定しているので式 (2.10) が成り立つものとする.

### A.2.2 水平方向の運動方程式の線形化

水平方向の運動方程式を基本場成分と擾乱成分に分離する. 式 (2.3), (2.4) をそれぞれ式 (A.2), (A.3) に代入すると,

$$\begin{aligned}\frac{\partial u'}{\partial t} &= - \left( u' \frac{\partial u'}{\partial x} + v' \frac{\partial u'}{\partial y} + w' \frac{\partial u'}{\partial z} \right) \\ &\quad - c_p \left( \bar{\theta} \frac{\partial \bar{\pi}}{\partial x} + \bar{\theta} \frac{\partial \pi'}{\partial x} + \theta' \frac{\partial \bar{\pi}}{\partial x} + \theta' \frac{\partial \pi'}{\partial x} \right) + Turb.u, \\ \frac{\partial v'}{\partial t} &= - \left( u' \frac{\partial v'}{\partial x} + v' \frac{\partial v'}{\partial y} + w' \frac{\partial v'}{\partial z} \right) \\ &\quad - c_p \left( \bar{\theta} \frac{\partial \bar{\pi}}{\partial y} + \bar{\theta} \frac{\partial \pi'}{\partial y} + \theta' \frac{\partial \bar{\pi}}{\partial y} + \theta' \frac{\partial \pi'}{\partial y} \right) + Turb.v.\end{aligned}$$

上式において移流項以外の 2 次の微小項を消去し, 基本場成分が水平方向に変化しないことを利用すると, 以下の擾乱成分の式が得られる.

$$\frac{\partial u'}{\partial t} = - \left( u' \frac{\partial u'}{\partial x} + v' \frac{\partial u'}{\partial y} + w' \frac{\partial u'}{\partial z} \right) - c_p \bar{\theta} \frac{\partial \pi'}{\partial x} + Turb.u, \quad (A.12)$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t} = - \left( u' \frac{\partial v'}{\partial x} + v' \frac{\partial v'}{\partial y} + w' \frac{\partial v'}{\partial z} \right) - c_p \bar{\theta} \frac{\partial \pi'}{\partial y} + Turb.v. \quad (A.13)$$

### A.2.3 鉛直方向の運動方程式の線形化

鉛直方向の運動方程式を基本場成分と擾乱成分に分離する. 式 (2.5) を式 (A.4) に代入すると,

$$\begin{aligned}\frac{\partial w'}{\partial t} &= - \left( u' \frac{\partial w'}{\partial x} + v' \frac{\partial w'}{\partial y} + w' \frac{\partial w'}{\partial z} \right) \\ &\quad - c_p \left( \bar{\theta} \frac{\partial \bar{\pi}}{\partial z} + \bar{\theta} \frac{\partial \pi'}{\partial z} + \theta' \frac{\partial \bar{\pi}}{\partial z} + \theta' \frac{\partial \pi'}{\partial z} \right) - g + Turb.w.\end{aligned}$$

上式において移流項以外の 2 次の微小項を消去すると,

$$\begin{aligned}\frac{\partial w'}{\partial t} &= - \left( u' \frac{\partial w'}{\partial x} + v' \frac{\partial w'}{\partial y} + w' \frac{\partial w'}{\partial z} \right) \\ &\quad - c_p \left( \bar{\theta} \frac{\partial \bar{\pi}}{\partial z} + \bar{\theta} \frac{\partial \pi'}{\partial z} + \theta' \frac{\partial \bar{\pi}}{\partial z} \right) - g + Turb.w.\end{aligned}$$

さらに, 静水圧の式 (2.10) を利用すると, 以下の擾乱成分の式が得られる.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial w'}{\partial t} &= - \left( u' \frac{\partial w'}{\partial x} + v' \frac{\partial w'}{\partial y} + w' \frac{\partial w'}{\partial z} \right) \\
&\quad + c_p \bar{\theta} \left( \frac{g}{c_p \bar{\theta}} \right) - c_p \bar{\theta} \frac{\partial \pi'}{\partial z} + c_p \theta' \left( \frac{g}{c_p \bar{\theta}} \right) - g + Turb.w \\
&= - \left( u' \frac{\partial w'}{\partial x} + v' \frac{\partial w'}{\partial y} + w' \frac{\partial w'}{\partial z} \right) - c_p \bar{\theta} \frac{\partial \pi'}{\partial z} + \frac{\theta'}{\bar{\theta}} g + Turb.w. \quad (A.14)
\end{aligned}$$

## A.2.4 圧力方程式の線形化

圧力方程式 (A.5) を線形化する. 基本場成分は  $z$  のみの関数なので, 式 (A.5) の左辺は

$$\frac{D\pi}{Dt} = \frac{\partial \pi'}{\partial t} + w' \frac{\partial \bar{\pi}}{\partial z}$$

となる. 音速については以下のように基本場成分で表す.

$$\begin{aligned}
C_s^2 &= \frac{c_p}{c_v} R (\bar{\pi} + \pi') (\bar{\theta} + \theta') \\
&= \frac{c_p}{c_v} R (\bar{\pi} \bar{\theta} + \bar{\pi} \theta' + \pi' \bar{\theta} + \pi' \theta') \\
&\approx \frac{c_p}{c_v} R (\bar{\pi} \bar{\theta} + \bar{\pi} \theta' + \pi' \bar{\theta}) \\
&= \frac{c_p}{c_v} R \bar{\pi} \bar{\theta} \left( 1 + \frac{\theta'}{\bar{\theta}} + \frac{\pi'}{\bar{\pi}} \right) \\
&\approx \frac{c_p}{c_v} R \bar{\pi} \bar{\theta} \equiv \bar{C}_s^2. \quad (A.15)
\end{aligned}$$

ここで擾乱成分は基本場成分よりも十分小さいものとした. 以上から圧力方程式 (A.5) は

$$\frac{\partial \pi'}{\partial t} + w' \frac{\partial \bar{\pi}}{\partial z} = \frac{\bar{C}_s^2}{c_p \bar{\theta}} \left( -\nabla \cdot \mathbf{u}' + \frac{1}{\bar{\theta}} \frac{D\theta}{Dt} \right) \quad (A.16)$$

となる. さらに, 式 (A.16) 左辺の基本場の移流項と右辺の発散項を以下のようにまとめる.

$$\begin{aligned}
-w' - \frac{\bar{C}_s^2}{c_p \bar{\theta}} \nabla \cdot \mathbf{u}' &= -w' \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\bar{\rho} R \bar{\theta}}{p_0} \right)^{\frac{R}{c_v}} - \frac{\bar{C}_s^2}{c_p \bar{\theta}} \nabla \cdot \mathbf{u}' \\
&= -w' \frac{R}{c_v} \bar{\pi} \frac{1}{\left( \frac{\bar{\rho} R \bar{\theta}}{p_0} \right)} \frac{R}{p_0} \frac{\partial (\bar{\rho} \bar{\theta})}{\partial z} - \frac{\bar{C}_s^2}{c_p \bar{\theta}} \nabla \cdot \mathbf{u}' \\
&= -\frac{\bar{C}_s^2}{c_p \bar{\rho} \bar{\theta}^2} \left( w' \frac{\partial (\bar{\rho} \bar{\theta})}{\partial z} + \bar{\rho} \bar{\theta} \nabla \cdot \mathbf{u}' \right) \\
&= -\frac{\bar{C}_s^2}{c_p \bar{\rho} \bar{\theta}^2} \nabla \cdot (\bar{\rho} \bar{\theta} \mathbf{u}').
\end{aligned}$$

以上から、線形化された圧力方程式

$$\frac{\partial \pi'}{\partial t} = -\frac{\bar{C}_s^2}{c_p \bar{\rho} \bar{\theta}^2} \nabla \cdot (\bar{\rho} \bar{\theta} \mathbf{u}') + \frac{\bar{C}_s^2}{c_p \bar{\theta}^2} \frac{D\theta}{Dt} \quad (\text{A.17})$$

を得る.

### A.2.5 熱の式の線形化

熱の式 (A.6) を基本場成分と擾乱成分に分離すると

$$\frac{\partial(\bar{\theta} + \theta')}{\partial t} = -\left(u' \frac{\partial(\bar{\theta} + \theta')}{\partial x} + v' \frac{\partial(\bar{\theta} + \theta')}{\partial y} + w' \frac{\partial(\bar{\theta} + \theta')}{\partial z}\right) + Q_{rad} + T_{urb.}(\bar{\theta} + \theta').$$

基本場成分は  $z$  のみの関数であることを用いると、

$$\frac{\partial \theta'}{\partial t} = -\left(u' \frac{\partial \theta'}{\partial x} + v' \frac{\partial \theta'}{\partial y} + w' \frac{\partial \theta'}{\partial z}\right) - w' \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} + Q + T_{urb.} \theta' \quad (\text{A.18})$$

となる.

## A.3 まとめ

準圧縮方程式系をまとめると以下ようになる. ただし、擾乱を表す ' を省略した.

運動方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z}\right) - c_p \bar{\theta} \frac{\partial \pi'}{\partial x} + T_{urb.} u, \quad (\text{A.19})$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z}\right) - c_p \bar{\theta} \frac{\partial \pi'}{\partial y} + T_{urb.} v, \quad (\text{A.20})$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\left(u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z}\right) - c_p \bar{\theta} \frac{\partial \pi'}{\partial z} + T_{urb.} w + g \frac{\theta'}{\bar{\theta}}. \quad (\text{A.21})$$

圧力方程式

$$\frac{\partial \pi'}{\partial t} = -\frac{\bar{C}_s^2}{c_p \bar{\rho} \bar{\theta}^2} \nabla \cdot \{\bar{\rho} \bar{\theta} \mathbf{u}'\} + \frac{\bar{C}_s^2}{c_p \bar{\theta}^2} \frac{D\theta}{Dt}. \quad (\text{A.22})$$

---

熱の式

$$\frac{\partial \theta'}{\partial t} = - \left( u \frac{\partial \theta'}{\partial x} + v \frac{\partial \theta'}{\partial y} + w \frac{\partial \theta'}{\partial z} \right) - w \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} + Q_{rad} + Turb.\bar{\theta} + Turb.\theta'. \quad (A.23)$$

# 付録B: 乱流パラメタリゼーションスキームの導出

## B.1 乱流パラメタリゼーションスキーム

Klemp and Wilhelmson (1978) および 坪木と榊原 (2001) で用いられている 1.5 次のクロージャーを用いる. 2.3 節に載せた式を再掲すると, 乱流運動エネルギーの時間発展方程式は,

$$\frac{dE}{dt} = B + S + D_E - \left(\frac{C_\varepsilon}{l}\right) E^{\frac{3}{2}}. \quad (\text{B.1})$$

$l$  は混合距離,  $B$  と  $S$  はそれぞれ浮力と流れの変形速度による乱流エネルギー生成項,  $D_E$  は乱流エネルギー拡散項, 第 4 項は乱流エネルギーの消散項である.

$$B = \frac{g_j}{\theta} \overline{u'_j \theta'}, \quad (\text{B.2})$$

$$S = -\overline{(u'_i u'_j)} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}, \quad (\text{B.3})$$

$$D_E = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( K_m \frac{\partial E}{\partial x_j} \right). \quad (\text{B.4})$$

1.5 次のクロージャーでは, レイノルズ応力を以下のように定義する.

$$\overline{(u'_i u'_j)} = -K_m \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} \delta_{ij} E, \quad (\text{B.5})$$

$$\overline{u'_j \theta} = -K_h \frac{\partial \theta}{\partial x_j}. \quad (\text{B.6})$$

ここで  $K_m$  は運動量に対する渦粘性係数であり,  $E$  はサブグリッドスケールの乱流運動エネルギー,  $K_h$  は渦拡散係数である.  $K_m, K_h$  は  $E$  を用いて以下のように与えられる.

$$K_m = C_m E^{\frac{1}{2}} l, \quad (\text{B.7})$$

$$K_h = 3K_m. \quad (\text{B.8})$$

### B.1.1 乱流運動エネルギー方程式の導出

ここでは Mellor and Yamada (1973, 1974) の定式化の手順に沿って式 (B.1), (B.5), (B.6) の導出を行う。

考えているサブグリッドスケール内において、密度は一定、動粘性係数や拡散係数などの物理定数は一定とする。出発点となる方程式は、Mellor and Yamada (1973) の式 (7) および (8)

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \overline{u_k u'_i u'_j} + \overline{u'_k u'_i u'_j} - \nu \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{u'_i u'_j} \right] \\
& + \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{p u'_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \overline{p u'_j} + f_k (\varepsilon_{jkl} \overline{u'_l u'_i} + \varepsilon_{ikl} \overline{u'_l u'_j}) \\
& = -\overline{u'_k u'_i} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} - \overline{u'_k u'_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} - \beta (g_j \overline{u'_i \theta} + g_i \overline{u'_j \theta}) \\
& + p \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) - 2\nu \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k}, \tag{B.9}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \overline{u'_j \theta'}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \overline{u_k \theta' u'_j} + \overline{u'_k u'_j \theta'} - \alpha u'_j \frac{\partial \theta'}{\partial x_k} - \nu \theta' \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{p \theta'} + \varepsilon_{jkl} f_k \overline{u'_l \theta'} \\
& = -\overline{u'_j u'_k} \frac{\partial \theta}{\partial x_k} - \theta' \overline{u'_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} - \beta g_j (\theta')^2 + p \frac{\partial \theta'}{\partial x_k} - (\alpha + \nu) \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} \frac{\partial \theta'}{\partial x_k}. \tag{B.10}
\end{aligned}$$

および、(B.9) において  $i = j$  とした式

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial q^2}{\partial t} + u_k \frac{\partial q^2}{\partial x_k} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \overline{u'_k u'_j u'_j} - \nu \frac{\partial q^2}{\partial x_k} \right) = -\overline{u'_j u'_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} - \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{p u'_j} \\
& + g_j \beta \overline{u'_j \theta'} - 2\nu \left( \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} \right). \tag{B.11}
\end{aligned}$$

ここで

$$\begin{aligned}
q & \equiv \sqrt{\overline{(u'_i)^2}} \\
& = \sqrt{2E}
\end{aligned}$$

で、 $\nu, \alpha, \beta$  はそれぞれ動粘性係数、拡散係数、熱膨張率である。 $g_j$  は重力加速度ベクトルの第  $j$  成分、 $f_k$  はコリオリパラメタである。

(B.9) および (B.10) に現れる圧力に関する相関項および 3 次の相関量については以下の仮定をおく。

1.  $\overline{p \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right)}$  (圧力による運動エネルギーの再分配)

$$= -\frac{q}{3l_1} (\overline{u'_i u'_j} - \frac{\delta_{ij}}{3} q^2) + Cq^2 \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right),$$

とおく. ここで  $l_1$  は乱流の特徴的なスケール,  $C$  は無次元の定数である.

2.  $\overline{p \frac{\partial \theta'}{\partial x_k}}$  (圧力による熱エネルギー再分配)

1. の導出と同様の考察によって,

$$= -\frac{q}{3l_2} \overline{u'_i \theta'}$$

とおく. ここでの乱れのスケールは  $l_2$  とする.

3.  $2\nu \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k}}$  (粘性による散逸)

粘性に關与するような小スケールの現象は等方的とみて  $q$  のみで表現する.

$$= \frac{2}{3} \frac{q^3}{\Lambda_1} \delta_{ij}.$$

ここで  $\Lambda_1$  は粘性の及ぶ特徴的スケールである.

4.  $(\alpha + \nu) \overline{\frac{\partial u'_j}{\partial x_k} \frac{\partial \theta'}{\partial x_k}}$

$$= 0$$

とおく.

5.  $\overline{u'_k u'_i u'_j}, \overline{u'_k u'_j \theta'}, \overline{u'_k (\theta')^2}$

速度変動による  $\overline{u'_k u'_i u'_j}, \overline{u'_k u'_j \theta'}, \overline{u'_k (\theta')^2}$  と考え次のようにおく.

$$\overline{u'_k u'_i u'_j} = -q\lambda_1 \left( \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_k} + \frac{\partial \overline{u'_i u'_k}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u'_j u'_k}}{\partial x_i} \right),$$

$$\overline{u'_k u'_j \theta'} = -q\lambda_2 \left( \frac{\partial \overline{u'_k \theta'}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u'_j \theta'}}{\partial x_k} \right),$$

$$\overline{u'_k (\theta')^2} = -q\lambda_3 \frac{\partial \overline{(\theta')^2}}{\partial x_k}.$$

ここで  $\lambda_i (i = 1, 2, 3)$  はそれぞれの特徴的スケールである.

6.  $\overline{p u'_i}, \overline{p \theta'}$  (圧力変動による拡散)

$$\overline{p u'_i} = \overline{p \theta'} = 0$$

とする.

7.  $f_k(\varepsilon_{jkl}\overline{u'_l u'_i} + \varepsilon_{ikl}\overline{u'_l u'_j})$ ,  $f_k \varepsilon_{jkl}\overline{u'_l \theta'}$  (コリオリ項) コリオリ力の効果はないものと考え,

$$\begin{aligned} f_k \varepsilon_{jkl}\overline{u'_l u'_i} &= f_k \varepsilon_{ikl}\overline{u'_l u'_j} = 0, \\ f_k \varepsilon_{jkl}\overline{u'_l \theta'} &= 0 \end{aligned}$$

とする.

$$8. \overline{\alpha u'_j \frac{\partial \theta'}{\partial x_k}}, \overline{\nu \theta' \frac{\partial u'_j}{\partial x_k}} = 0 \quad (\text{B.12})$$

とする.

以上の近似を (B.9), (B.10), (B.11) に対して行うと, 以下の式を得る.

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt} (\overline{u'_i u'_j}) - \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ q \lambda_1 \left( \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_k} + \frac{\partial \overline{u'_i u'_k}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u'_j u'_i}}{\partial x_i} \right) - \nu \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{u'_i u'_j} \right] \\ = -\overline{u'_k u'_i} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} - \overline{u'_k u'_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} - \beta (g_j \overline{u'_i \theta'} + g_i \overline{u'_j \theta'}) \\ - \frac{q}{3l_1} (\overline{u'_i u'_j} - \frac{\delta_{ij}}{3} q^2) + C q^2 \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{q^3}{\Lambda_1} \delta_{ij}, \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt} (\overline{u'_j \theta'}) - \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ q \lambda_2 \left( \frac{\partial \overline{u'_k \theta'}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u'_j \theta'}}{\partial x_k} \right) \right] \\ = -\overline{u'_j u'_k} \frac{\partial \theta}{\partial x_k} - \overline{\theta' u'_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} - \beta g_j (\overline{\theta'})^2 - \frac{q}{3l_2} \overline{u'_j \theta'}, \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

$$\begin{aligned} \frac{D q^2}{Dt} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ q \lambda_1 \left( 2 \frac{\partial q^2}{\partial x_k} + \frac{\partial \overline{u'_j u'_k}}{\partial x_j} \right) - \nu \frac{\partial q^2}{\partial x_k} \right] \\ = -2 \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + 2 g_j \beta \overline{u'_j \theta'} - 2 \frac{q^3}{\Lambda_1} \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

ここで

$$\frac{D}{Dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla$$

である.

式 (B.13), (B.14), (B.15) に対し, さらに以下のような近似をとる.

- 式 (B.13) は, 右辺の第 4 項と第 5 項だけ考慮する. さらに (B.16) では  $C = 1/3$  とする.

- 式 (B.14) は, 右辺の第 1 項と第 4 項だけ考慮する. さらに  $\overline{u'_j u'_k} \sim q^2 \delta_{jk}/3$  とする.
- 式 (B.15) は, 左辺の 3 次相間項を無視する.

これらの近似を行うと, 式 (B.13), (B.14), (B.15) は

$$\overline{u'_i u'_j} = \frac{\delta_{ij}}{3} q^2 - ql_1 \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{B.16})$$

$$\overline{u'_j \theta'} = -ql_2 \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \quad (\text{B.17})$$

$$\frac{Dq^2}{Dt} = -2\overline{u'_j u'_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + 2g_j \beta \overline{u'_j \theta'} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \nu \frac{\partial q^2}{\partial x_k} \right] - 2 \frac{q^3}{\Lambda_1} \quad (\text{B.18})$$

となる. (B.16) は Mellor and Yamada (1974) の Level 1 モデルの  $\overline{u'_i u'_j}$  の式である. (B.17) は Mellor and Yamada (1974) の Level 1 モデルの  $\overline{u'_j \theta'}$  の式で  $(\theta')^2$  の項を無視したものに对应する. (B.18) は Mellor and Yamada (1974) の Level 3 モデルの  $q^2$  の式において, 3 次相間項を無視し粘性拡散項を残したものに对应する.

$ql_1 = K_m, ql_2 = K_h$  とし,  $q$  を  $E$  で表し動粘性係数を乱流拡散係数で置き換えると

$$\overline{u'_i u'_j} = \frac{2}{3} \delta_{ij} E - K_m \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{B.19})$$

$$\overline{u'_j \theta'} = -K_h \frac{\partial \theta}{\partial x_k} \quad (\text{B.20})$$

$$\frac{dE}{dt} = -\overline{u'_j u'_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + g_j \beta \overline{u'_j \theta'} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ K_m \frac{\partial q^2}{\partial x_k} \right] - \frac{2^{3/2}}{\Lambda_1} E^{3/2} \quad (\text{B.21})$$

となる. 理想気体の場合  $\beta = 1/\theta$  であることに注意すると, 式 (B.21) は散逸項の係数を除き (B.1) に一致する.

以上より, Klemp and Wilhelmson (1978) の乱流パラメタリゼーションは, Mellor and Yamada (1974) の Level 3 モデルと Level 1 モデルとを組み合わせたものと理解することができる. Klemp and Wilhelmson (1978) と同様に乱流運動エネルギーのみ予報し他の相関量は診断的に求めるモデルとして Mellor and Yamada (1974) の Level 2.5 モデルがある. しかし Level 2.5 モデルは Level 3 モデルと Level 2 モデルとの組合せであることに注意が必要である.

## B.1.2 乱流拡散係数を用いた表現

(B.1) 式を (B.7) 式を用いて  $K_m$  に関する式に変形する. まず (B.1) 式右辺の各項を書き下す. 浮力による乱流エネルギー生成項は,

$$B = \frac{g_j}{\theta} \overline{u'_j \theta'} = -\frac{g}{\theta} \overline{w' \theta'} = -\frac{g}{\theta} \left( K_h \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \quad (\text{B.22})$$

である. 次に流れの変形速度による乱流エネルギー生成項  $S$  は,

$$\begin{aligned} S &= -\overline{(u'_i u'_j)} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \\ &= \left\{ K_m \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} E \right\} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \\ &= 2K_m \left\{ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right\} \\ &\quad + K_m \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + K_m \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + K_m \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \\ &\quad - \frac{2}{3} E \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (\text{B.23})$$

である. 乱流エネルギー拡散項  $D_E$  は,

$$\begin{aligned} D_E &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left( K_m \frac{\partial E}{\partial x_j} \right), \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left( K_m \frac{\partial E}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_m \frac{\partial E}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_m \frac{\partial E}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (\text{B.24})$$

である. 以上の (B.22), (B.23), (B.24) 式を (B.1) 式に代入することで以下の式を得る.

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= -\frac{g}{\theta} \left( K_h \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) + 2K_m \left\{ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right\} \\ &\quad + K_m \left\{ \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right\} \\ &\quad - \frac{2}{3} E \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial x} \left( K_m \frac{\partial E}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_m \frac{\partial E}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_m \frac{\partial E}{\partial z} \right) \\ &\quad - \left( \frac{C_\varepsilon}{l} \right) E^{\frac{3}{2}}. \end{aligned} \quad (\text{B.25})$$

(B.25) 式を (B.7) を用いて  $K_m$  に関する式に変形する. 乱流エネルギー-拡散項は

$$\begin{aligned}
D_E &= \frac{1}{C_m^2 l^2} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left( K_m \frac{\partial K_m^2}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_m \frac{\partial K_m^2}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_m \frac{\partial K_m^2}{\partial z} \right) \right\} \\
&= \frac{1}{C_m^2 l^2} \left\{ K_m \frac{\partial^2 K_m^2}{\partial x^2} + \frac{\partial K_m}{\partial x} \frac{\partial K_m^2}{\partial x} + K_m \frac{\partial^2 K_m^2}{\partial y^2} + \frac{\partial K_m}{\partial y} \frac{\partial K_m^2}{\partial y} \right. \\
&\quad \left. + K_m \frac{\partial^2 K_m^2}{\partial z^2} + \frac{\partial K_m}{\partial z} \frac{\partial K_m^2}{\partial z} \right\} \\
&= \frac{K_m}{C_m^2 l^2} \left( \frac{\partial^2 K_m^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 K_m^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 K_m^2}{\partial z^2} \right) \\
&\quad + \frac{2K_m}{C_m^2 l^2} \left\{ \left( \frac{\partial K_m}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial K_m}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial K_m}{\partial z} \right)^2 \right\} \tag{B.26}
\end{aligned}$$

となるので, (B.25) 式を変形すると,

$$\begin{aligned}
\frac{2K_m}{C_m^2 l^2} \frac{dK_m}{dt} &= -\frac{g}{\theta} \left( K_h \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) + 2K_m \left\{ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right\} \\
&\quad + K_m \left\{ \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right\} \\
&\quad - \frac{2}{3} \frac{K_m^2}{C_m^2 l^2} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\
&\quad + \frac{K_m}{C_m^2 l^2} \left( \frac{\partial^2 K_m^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 K_m^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 K_m^2}{\partial z^2} \right) \\
&\quad + \frac{2K_m}{C_m^2 l^2} \left\{ \left( \frac{\partial K_m}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial K_m}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial K_m}{\partial z} \right)^2 \right\} \\
&\quad - \frac{C_\varepsilon}{C_m^3 l^4} K_m^3. \tag{B.27}
\end{aligned}$$

係数を整理すると,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial K_m}{\partial t} = & - \left( u \frac{\partial K_m}{\partial x} + v \frac{\partial K_m}{\partial y} + w \frac{\partial K_m}{\partial z} \right) - \frac{g C_m^2 l^2}{2\theta} \frac{K_h}{K_m} \left( \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \\
& + (C_m^2 l^2) \left\{ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right\} \\
& + \frac{C_m^2 l^2}{2} \left\{ \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right\} \\
& - \frac{K_m}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 K_m^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 K_m^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 K_m^2}{\partial z^2} \right) \\
& + \left( \frac{\partial K_m}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial K_m}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial K_m}{\partial z} \right)^2 - \frac{C_\varepsilon}{2 C_m l^2} K_m^2
\end{aligned}$$

となる.  $C_m = C_\varepsilon = 0.2$  と  $K_h = 3K_m$  という関係を用いると以下の式を得る.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial K_m}{\partial t} = & - \left( u \frac{\partial K_m}{\partial x} + v \frac{\partial K_m}{\partial y} + w \frac{\partial K_m}{\partial z} \right) - \frac{3g C_m^2 l^2}{2\theta} \left( \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \\
& + (C_m^2 l^2) \left\{ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right\} \\
& + \frac{C_m^2 l^2}{2} \left\{ \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right\} \\
& - \frac{K_m}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 K_m^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 K_m^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 K_m^2}{\partial z^2} \right) \\
& + \left( \frac{\partial K_m}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial K_m}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial K_m}{\partial z} \right)^2 - \frac{1}{2l^2} K_m^2. \tag{B.28}
\end{aligned}$$

## 謝辞

本研究を行うにあたり、多くの方々に支えていただき、また協力していただきました。特に指導教員である小高正嗣助教には、研究のテーマや方針、数値モデルの取り扱い方に関して、数多くの助言、ご指導をいただきました。また石渡正樹准教授には、研究方針や結果の考察方法などについて助言、ご指導をいただきました。地球流体力学研究室の荻原弘堯氏には、火星大気に関する基礎知識や計算機の扱いなどについてご教授いただきました。

本研究における数値計算では地球流体電脳倶楽部で開発している数値モデル、`arare5 / deepconv` を利用させていただきました。また計算結果の解析にも同グループによる描画ライブラリ `Dennou Club Library (DCL)` を利用させていただきました。

その他、私と関わっていただいたすべての方に、深く感謝申し上げます。

---

---

## 参考文献

- [1] Kahre, M. A., Murphy, J. R., and Haberle, R. M. 2006: Modeling the Martian dust cycle and surface dust reservoirs with the NASA Ames general circulation model, *J.Geophys.Res.*, **111**, E06008
  - [2] Klemp, J. B., and Wilhelmson, R. B., 1978: The simulation of threedimensional convective storm dynamics. *J.Atmos.Sci.*, **35**, 1070-1096
  - [3] Leovy, C. B., and Zurek, R. W., 1979: Thermal tides and Martian dust storms' direct evidencefor coupling, *J.Geophyes.Res.*, **84**, 2956-2968
  - [4] Mellor, G. L., and Yamada, T., 1974: A Hierarchy of turbulence closure models for planetary boundary layers, *J.Atmos.Sci.*, **31**, 1791-1806
  - [5] Michaels, T. I., and Rafkin, S. C. R., 2004: Large eddy simulation of atmospheric convection on Mars, *Q.J.R.Meteorol.Soc.*, **130**, 1251-1274
  - [6] Montabone, L., Lewis, S. R., Read, P. L., 2005: Interannual variability of Martian dust storms in assimilation of several years of Mars global surveyor observations, *Adv.Space.Res.*, **36**, 2146-2155
  - [7] Odaka M., Nakajima, K., Ishiwatari, M., and Hayashi, Y.-Y. 2001: A numerical simulation of thermal convection in the Martian lower atmosphere with a two-dimensional anelastic model. Nagare multimedia 2001, <http://www.nagare.or.jp/mm/2001/odaka/>
  - [8] Rafkin, C. S. R., 2009: A positive radiative-dynamic feedback mechanism for the maintenance and growth of Martian dust storms, *J.Geophys.Res.*, **114**, E01009
  - [9] Spiga, A., Faure, J., Madeleine, J.-B., Maattanen, A., and Forget F., 2013: Rocket dust storms and detached dust layers in the Martian atmosphere, *J.Geophys.Res.Planets*, **118**, 746-767
  - [10] カイマル, J. C. 著, 光田寧, 山田道夫訳, 1993: 微細気象学 大気教会層の構造と観測, 技報堂出版, pp.116.
-

- [11] 杉山耕一郎, 小高正嗣, 山下達也, 中島健介, 林祥介, deepconv 開発グループ, 2011: 非静力学モデル deepconv, <http://www.gfd-dennou.org/library/deepconv/>, 地球流体電脳倶楽部.
- [12] 杉山耕一郎, 小高正嗣, 中島健介, 高橋芳幸, 乙部直人, 西澤誠也, はしもとじょーじ, 長谷川晃一, 榊原篤志, 坪木和久, 2014: 雲解像モデル CReSS の火星大気への適用: 混合長の取り扱い, 日本気象学会 2014 年度秋季大会講演予稿集, p.139
- [13] 地球流体電脳倶楽部, 2012: 非静力学モデル deepconv の定式化, 44pp.  
[http://www.gfd-dennou.org/library/deepconv/arare5/arare5\\_current/doc/dailbu/pub/teishiki.pdf](http://www.gfd-dennou.org/library/deepconv/arare5/arare5_current/doc/dailbu/pub/teishiki.pdf)
- [14] 地球流体電脳倶楽部, 2012: 非静力学モデル deepconv の離散化, 43pp.  
[http://www.gfd-dennou.org/library/deepconv/arare5/arare5\\_current/doc/dai2bu/pub/main.pdf](http://www.gfd-dennou.org/library/deepconv/arare5/arare5_current/doc/dai2bu/pub/main.pdf)
-