

惑星観測用大気揺らぎ補償光学系のための惑星
表面模様の相関追跡による波面測定方法の研究

北海道大学大学院理学院宇宙理学専攻
学籍番号 20143080

合田 周平

平成28年2月26日

要旨

地上の望遠鏡による天体観測では、大気揺らぎという地球大気の屈折率分布の不規則変動により空間分解能が制限される。例えば、北海道大学が口径 1.6m ピリカ望遠鏡を設置したサイト (北海道名寄市) では空間分解能は可視光 $0.5\mu\text{m}$ で約 2 秒角となり、望遠鏡が持つ本来の分解能 0.08 秒角に比べて大きく制限される。そこで北海道大学では、現在ピリカ望遠鏡に搭載するための太陽系惑星観測用大気揺らぎ波面補償光学系の開発を行っている。本補償光学系では、木星サイズ程度の視野 (約 50 秒角) に渡り、可視光 $0.5\mu\text{m}$ より長い波長域にて、0.4 秒角程度の空間分解能でモニター観測可能なシステムの構築を目標としている。

補償光学系はこれまで恒星や銀河などを対象とした天体観測や太陽観測において実用化され活用されてきているが、これら従来の補償光学系を太陽系惑星のモニター観測に利用するには補正に必要な波面測定方法についての問題がある。天文用補償光学系では、通常観測対象のごく近傍に明るい点状の波面参照光源 (一般に恒星) が必要で、惑星のような広がった天体自身を参照光源とすることができない。木星などでは、その衛星を参照星とすることが可能であるが、惑星と衛星の位置関係が補正に都合の良い配置となる条件 (期間) は限られており、モニター観測には不都合である。一方、太陽用補償光学系では、黒点 (典型的に 10–30 秒角スケール) や粒状斑 (1–2 秒角スケール) などの模様をもった広がった光源を波面参照光源として利用し、その動きを相関追跡によって測定することで波面測定を行っており、木星や土星など表面に模様を持った惑星の場合にも応用できる可能性がある。しかし、相関追跡による波面測定を精度よく行うためには明るくかつ比較的コントラストの高い表面模様を利用する必要があるが、惑星の表面輝度は太陽に比べて非常に暗く (例えば木星では 15 等級も暗い)、その表面模様のコントラストも太陽の黒点や粒状斑 (50–70% ないし 30–40%) に比べて一般的に低い (木星では 20–30% 程度)。また、太陽の粒状斑は同質のものが太陽表面全面に渡って不偏に存在しているのに対し、惑星の表面模様は場所によるサイズや形状およびコントラストの違いが大きく、表面模様のどの部分が波面測定の参照光源として利用可能あるいは最適なのかも明らかではない。

そこで、本研究では、まず模様を持った広がった光源に対して相関追跡による波面測定を行った場合の波面測定誤差を明るさ、形状、バックグラウンドなどの値を用いて定式化を行った。そして、過去の実測の木星の高分解能撮像画像から、名寄のサイトにて波面測定の参照光源として利用した場合の木星表面模様の明るさ、形状パラメータ、コントラスト値などの木星表面全面に渡るマップを作製し、これに定式化した誤差の式を適用することで、木星表面模様を相関追跡の参照光源として波面測定した場合の波面測定誤差の見積りの木星表面全面に渡るモデル化を試みた。さらには、ピリカ望遠鏡に相関追跡法を利用したシャックハルトマン波面センサを搭載し、実際に月と木星の表面模様を用いた波面測定を行い、その波面測定誤差の測定値とモデル化による見積値との比較からモデル化の妥当性を評価した。

相関追跡による波面測定における波面測定誤差については、Thomas et al. (2006) が点光源を参照光源とした場合について定式化を行っており、本研究では、これを模様を持った広がった光源の場合に拡張した。この定式化においては、波面測定誤差は、バックグラウンド光を除いた模様全体の光子数 (明るさ)、バックグラウンド光子数、模様の形状の自

自己相関関数の広がり (FWHM) の 3 つのパラメータで、もしくは模様のコントラスト、バックグラウンド光子数、模様の形状の自己相関関数の広がり (FWHM) の 3 つのパラメータで決定される。木星表面模様の形状などのパラメータマップの作成には、ハッブル望遠鏡で取得された画像を使用した。作成したマップと波面測定誤差の見積もりから、大赤斑やベルト中の雲模様などコントラストが 20-30% 程度の明るい表面模様が木星全面の約 48% の領域で見られ、これらの模様を利用すれば 0.4 秒角の空間分解能を達成するための波面測定精度が得られるという見積りが得られた。

ピリカ望遠鏡を用いた実際の相関追跡による波面測定の誤差の測定には、開発中の惑星観測用補償光学系の波面センサのプロトタイプを製作した。惑星の観測可能時期の制限から、まず 2015 年 9 月に惑星の代わりに月面模様を利用した波面測定観測を行った。その誤差の測定値の模様の光子数、バックグラウンド、形状パラメータやコントラストに関する依存性から、光源が明るい場合についての波面測定誤差の定式化の妥当性を評価し、妥当であることを確認した。また、2015 年 11 月から 1 月にかけて木星表面模様を利用した波面測定観測を行い、実際に木星表面模様を利用した場合のモデル化の妥当性の評価を試みた。天候不良のため木星表面模様については月面模様の場合に比べて十分な観測データが得られなかったものの、得られた誤差の測定値に関してはモデルによる見積値との一致が見られ、木星の場合にもモデル化は妥当だと考えられる。したがって、木星の約 48% の領域にあるコントラストが 20% 以上の木星模様を使った相関追跡による波面測定を行うことで、木星に関しては目標としている 0.4 秒角の分解能の達成が可能であると結論付けられる。

目次

1	イントロダクション	5
1.1	大気揺らぎ	5
1.2	補償光学	9
1.2.1	波面センサ	10
1.2.2	可変形鏡	13
1.2.3	システムの制御	14
1.2.4	単層共役補償光学系 (SCAO)	15
1.2.5	複数層共役補償光学系 (MCAO)	16
1.3	ピリカ望遠鏡に搭載する補償光学系	17
1.3.1	惑星観測用大気揺らぎ補償光学系	17
1.3.2	ピリカ望遠鏡	17
1.4	惑星観測用補償光学系で達成できるサイエンス	21
1.5	シャックハルトマン波面センサによる波面測定方法	26
1.5.1	天文用補償光学系の一般的な波面測定方法	26
1.5.2	太陽用補償光学系の波面測定方法	27
1.5.3	惑星観測用補償光学系の波面測定方法	29
1.5.4	現状の問題点	29
1.6	研究目的	29
2	木星模様の波面測定誤差の見積	30
2.1	波面測定誤差の定式化	30
2.2	見積もりで使用する木星画像の作成	32
2.2.1	条件設定	32
2.2.2	ハッブル宇宙望遠鏡で撮像された木星画像	32
2.2.3	名寄の大気揺らぎの大きさを表す恒星像	34
2.2.4	木星画像の畳み込み	37
2.3	木星模様の波面測定誤差の見積	38
3	模様を使った時の波面測定誤差の測定	50
3.1	波面測定誤差の測定原理	50
3.2	波面センサ	51
3.2.1	光路図	51
3.2.2	要求されるスペック	52
3.2.3	実際の設計	53
3.2.4	CCD	57
3.2.5	マイクロレンズアレイのバックフォーカスの測定	60
3.3	測定の流れ	63
3.4	解析手法	63
3.4.1	リファレンスイメージの作成	63
3.4.2	波面再構成	64

3.5	測定データ	66
3.6	誤差の定式化の観測的な評価	68
3.7	木星観測による測定誤差の定式化の評価	71
3.8	木星観測によるモデル化した模様パラメータの評価	73
4	結論	75

1 イントロダクション

本来望遠鏡の光学性能はその口径のサイズで決まるが、地上観測で得られる星像は大気揺らぎという大気の屈折率分布の不規則変動により口径のサイズに関わらず大気揺らぎの大きさまでの空間分解能しか得られない。そのため大気揺らぎを補正して望遠鏡本来の光学性能に近づける補償光学装置は、高い空間分解能が必要となるような観測に必須の装置である。本節では、始めに大気揺らぎとそれに関連したパラメータについて説明する。次に補償光学の一般的な知識について述べた後、現在開発中の補償光学装置のサイエンスケースと目標性能について紹介する。最後に本補償光学装置の問題点と本研究の目的を述べる。

1.1 大気揺らぎ

大気揺らぎは、地上観測の観測性能を制限する主な要因である。大気揺らぎの温度揺らぎ、屈折揺らぎはコルモゴロフの乱流理論 (Kolmogorov's model) で表される (Kolmogorov., 1941)。コルモゴロフの理論では、大きい空間スケールの揺らぎほど大きなエネルギーを持ち (図 1.1)、揺らぎのエネルギーは大きな空間スケールから小さな空間スケールへと分配されていく。地球上の場合では、太陽からのエネルギーを大きな空間スケールの揺らぎが受け取り、それが風の流れや対流によって小さい空間スケールの揺らぎに分かれていく。これにより温度と屈折率のムラが生じる。このような屈折率が不均一である媒質中を天体からの光が通過することで位相が変化する。またこの媒質が風に乗って移動することで、天体からの光波面の位相の時間的・空間的変動を引き起こす (図 1.2)。

大気揺らぎの強度は、屈折率構造関数 $C_n^2(h)$ で表される (単位は $m^{\frac{2}{3}}$ 、 h は高度)。この関数は、任意の 2 点間の屈折率の違いを空間平均することで得られる。地表付近は風との摩擦により強い対流が発生しやすいため、強い揺らぎの層がある。ジェット気流が起きる高度 (およそ 10km) よりも高い高度になると揺らぎが小さくなっていく。表 1.1 は、MASS-DIMM と呼ばれる装置を使用して、2014 年 9 月から 2015 年 10 月まで名寄で観測して得られた高度毎の $C_n^2(h)$ の比率である。名寄は、地表付近の揺らぎが最も大きく、0.5km と 2km の層が 2 番目に大きいような大気揺らぎ構造をしている。

次に大気揺らぎの状態を表すいくつかのパラメータについて説明する。

表 1.1: 1 年間の測定で得た名寄の高度毎の $C_n^2(h)$ の比率
(合田周平., 2014 の結果に半年間の結果を加えたもの)

高度	C_n^2 の割合
16km	8.4 %
8km	1.6 %
4km	5.3 %
2km	14.9 %
1km	2.5 %
0.5km	16.8 %
地表層	50.6 %

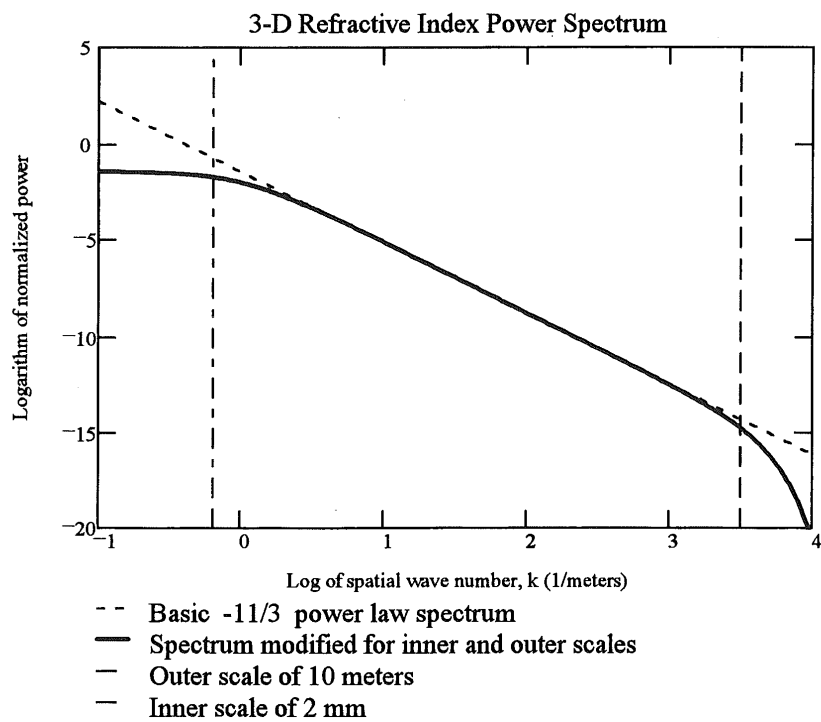


図 1.1: Kolmogorov 乱流のパワースペクトル (Hardy., 1998)
縦軸はエネルギーの大きさ、横軸は波数でありエネルギーの空間スケールを表す。

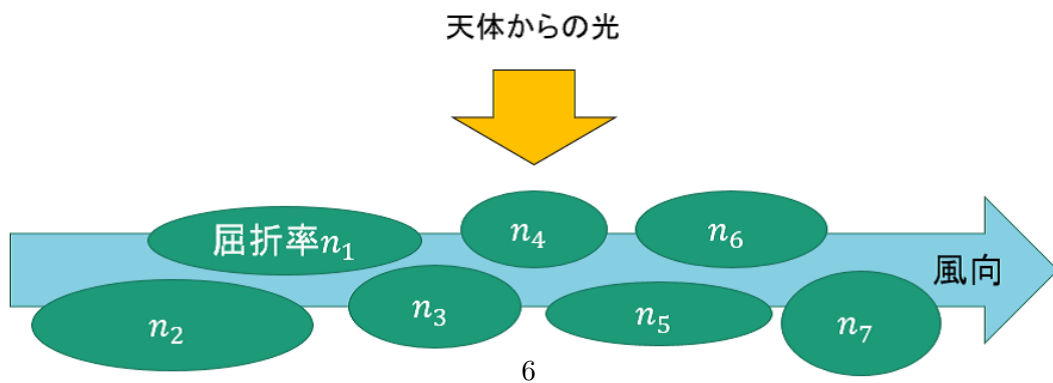


図 1.2: 不均一な屈折率を持つ媒質が風で運ばれる様子

フリードパラメータ (Fried Parameter) r_0

フリードパラメータ r_0 は、大気揺らぎの強さを表す指標として用いられており、Fried. (1966) によって定義されている。 r_0 の大きさは、波面の RMS が 1[rad] になるような円形開口の直径を表している (図 1.3 の左図)。 r_0 の式は次のように表すことができる。

$$r_0 = [0.423k^2(\sec\zeta) \int dh C_n^2(h)]^{-3/5} \quad (1.1)$$

ここで k は波数 $k = 2\pi/\lambda$ 、 ζ は観測している天体の高度角である。波長に対して $\lambda^{6/5}$ の依存性を持っていることが分かる。よって観測波長が長くなるほど、 r_0 の値が大きくなっていく。名寄の場合の平均的な r_0 のサイズは、 $r_0=6\text{cm}$ である ($\lambda=550\text{nm}$ の場合)。

シーイング ϵ

シーイングは、大気揺らぎの影響を受けた状態の星像の広がり的大小を表している。長時間露出した星像の PSF の FWHM(半値幅) がシーイングのサイズに対応しており、また r_0 から次のように計算することができる。

$$\epsilon = 0.98 \frac{\lambda}{r_0} \quad (1.2)$$

もし望遠鏡の口径が r_0 よりも小さい場合、PSF の半値幅 (FWHM) は望遠鏡の回折限界で決まる。しかし、望遠鏡の口径が r_0 よりも大きい場合、PSF の FWHM は望遠鏡の口径の大きさによらずシーイングの大きさで決まる。名寄の平均的な ϵ のサイズは $\epsilon=1.9$ 秒角であり、名寄で r_0 サイズよりも口径の大きい望遠鏡を使い観測した場合 1.9 秒角の空間分解能しか得られない。

Isoplanatic Angle θ_0

Isoplanatic Angle は、2 方向の大気揺らぎの差が RMS で 1[rad] になるような角度を表しており (図 1.3 の中央図)、次のような式で書ける (Hardy., 1998)。

$$\theta_0 = [2.914k^2(\sec\zeta)^{8/3} \int dh C_n^2(h) h^{5/3}]^{-3/5} \quad (1.3)$$

θ_0 も r_0 と同じく、波長依存性がある。観測波長が長くなるほど、 θ_0 が大きくなっていく。名寄の場合の平均的な θ_0 のサイズは、 $\theta_0 \sim 1$ 秒角である ($\lambda=550\text{nm}$ の場合)。

Coherence Time τ_0

Coherence Time は、大気揺らぎが変化しないタイムスケールである (図 1.3 の右図)。以下の式で書くことができる (Hardy., 1998)。

$$\tau_0 = 0.31r_0/\bar{v} \quad (1.4)$$

$\bar{v}$ は平均風速である。名寄の場合の平均的な τ_0 のサイズは、 $\tau_0 \sim 1\text{ms}$ である。

Greenwood Frequency f_G

Greenwood Frequency は、大気揺らぎの周波数を表すパラメータであり、以下の式で表さ

れる (Greenwood, 1977)。

$$f_G = [0.102k^2(sec\zeta) \int dh C_n^2(h) v^{5/3}(h)]^{3/5} \quad (1.5)$$

風速が一定であると仮定すると、Greenwood Frequency は以下のように近似することができる (Hardy., 1998)。

$$f_G = 0.43 \frac{v}{r_0} \quad (1.6)$$

v は風速である。

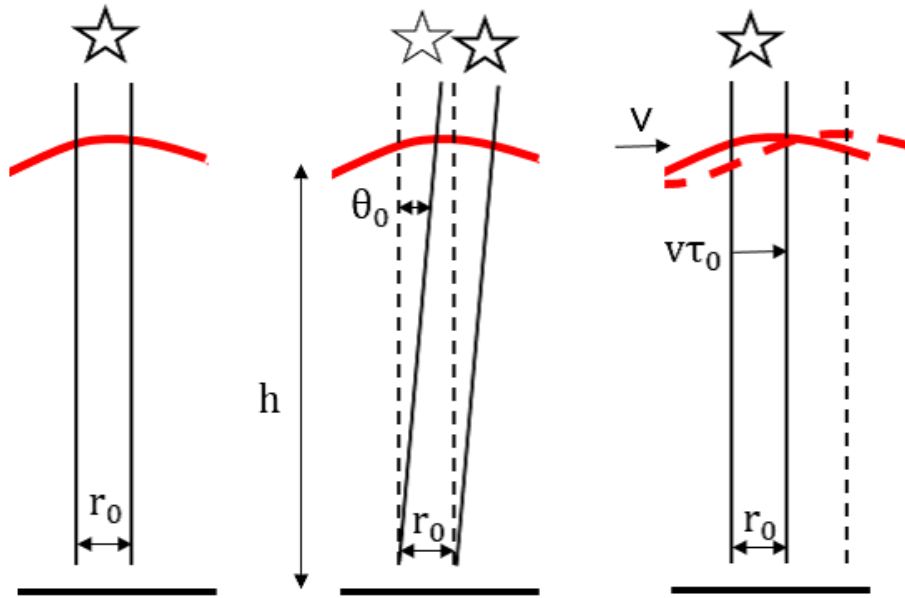


図 1.3: (左) フリードパラメータ (中央) Isoplanatic Angle (右) Coherence Time の模式図

最後に収差の量を評価する方法として、ストレール比を紹介する。ストレール比は、無収差の状態で作られた PSF のピーク値と、収差がある状態の PSF の低下したピーク値の比である。つまり収差によって、どのくらい光源が広がっていくかを表している。無収差時の PSF のピーク値を I_0 、収差がある時の PSF のピーク値を I とすると、ストレール比は $SR = I/I_0$ と書くことができる。またストレール比は、歪んだ光波面の RMS から以下のように近似的に表すことができる。

$$SR \sim \exp(-\sigma_\phi^2) = \exp[-2\pi(\sigma_\lambda/\lambda)^2] \quad (1.7)$$

σ_ϕ は波面の位相の RMS(単位は rad) であり、 σ_ϕ は位相の光学的な距離の RMS(単位は μm 、波長の単位は μm) である。位相の RMS が同じでも短波長ほど SR の値が小さくなるので、短波長の方が大気揺らぎの影響を受けやすいことが分かる。

1.2 補償光学

恒星からの光は宇宙空間では平面波であるが、地球の大気ゆらぎを通過することで、平面波が歪み乱れた波面となってしまう。その結果、地上で観測した星像は大気揺らぎによりゆれ動き、ぼけてしまう。このように地球大気の大気揺らぎの影響は、地上観測の質を制限する要因の1つである。補償光学は、大気揺らぎによって歪んだ波面をリアルタイムで測定して補正し、望遠鏡本来の光学性能を実現するシステムである。マウナケアでは、すばる望遠鏡 (口径 8m) やケック望遠鏡 (口径 10m)、ジェミニ望遠鏡 (口径 8m) などの望遠鏡に補償光学システムが搭載されており、様々な天文学的成果がでている。また TMT(Thirty Meter Telescope) をはじめ、次世代の超大型望遠鏡においても、補償光学装置は必須になっている。

補償光学システムは大きく分けると、大気揺らぎを測定する波面センサ、コントロールシステム、大気揺らぎを補正する可変形鏡の3つの要素で構成されている (図 1.4)。

1. 大気揺らぎの測定には、波面センサを使用する。補正を行うターゲット天体、もしくはターゲットの近くにある明るいガイド星 (恒星、衛星) の光の位相を小開口に分割し、各開口ごとの波面情報を測定する。ここで測定できる波面は、ガイド星が通過した経路の大気揺らぎとなる。
2. 波面センサから得られた大気揺らぎの情報をもとに、波面の歪みをキャンセルするように可変形鏡を制御する。可変形鏡の変形量を求めるために、波面センサで測定した情報を使い行列計算を行う。
3. 大気揺らぎの補正には、表面の形を変形することのできる可変形鏡が使用される。計算で推定した波面と逆位相の形に可変形鏡の形を変形させることで、光位相を補正して平面波に近づける。

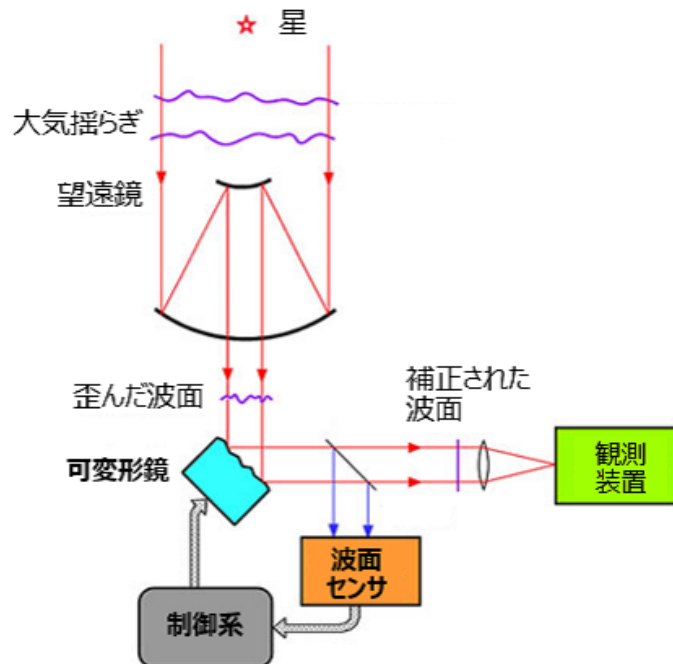


図 1.4: 補償光学系の模式図

[<http://www.nalux.co.jp/subaru.htm>] の図を改変

1.2.1 波面センサ

波面センサは、波面の位相の形を測定する装置である。ここではシャックハルトマン波面センサ (Shack-Hartmann Wavefront Sensor) と波面曲率センサ (Wavefront Curvature Sensor) について説明する。

シャックハルトマン波面センサ

シャックハルトマン波面センサは、検出器の前方にレンズレットアレイを置く事によって、入射光を分割して局所的な波面の傾きを測定することができる。図 1.5 のようにレンズレットアレイに平行光が入射すると、それぞれのレンズ (これをサブアパーチャーと呼ぶ) 毎に検出器上に結像される。この時結像される位置は、各サブアパーチャーから垂直な位置となり、この位置を参照位置とする。次に図 1.6 のように位相が歪んだ波面が入射すると、結像される位置は各サブアパーチャー上の波面の傾きに対応して参照位置から dr 分移動する。よって各サブアパーチャーで像の位置を測定し像の移動距離を求めることで、各サブアパーチャー上の波面の傾き α を得ることが出来る。レンズレットアレイの焦点距離を f とすると、波面の傾きは $\alpha \sim dr/f$ と表すことができる。この波面の傾き分布の情報から波面の再構成を行うことで全体の波面形状を求めることができる。この波面センサは星像の位置を図るために一つのサブアパーチャーにつき最低 4 素子の検出器が必要になる。

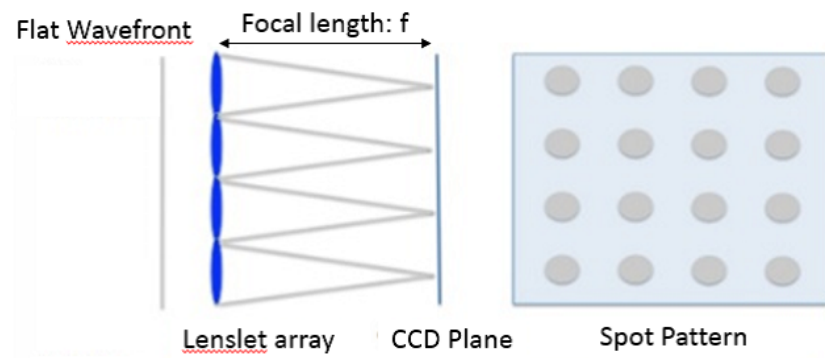


図 1.5: 平行光が入射した場合

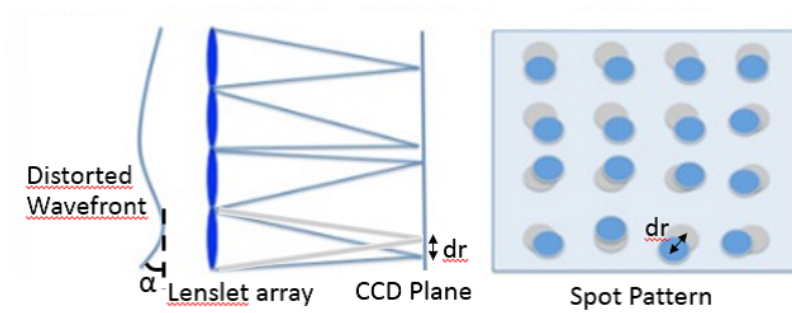


図 1.6: 歪んだ波面が入射した場合

[<http://www.adaptica.com/site/en/pages/faq-adaptive-optics>] の図を改変

シャックハルトマン波面センサの各サブアパーチャーで生じる測定誤差について説明する。ここでいう測定誤差とは、フォトンノイズや読み出しノイズによる誤差である。サブアパーチャーの口径を $d[m]$ 、観測波長を $\lambda[m]$ 、点光源の角度サイズを $\theta[\text{秒角}]$ とすると、点光源の位置測定時の x 方向の誤差は以下のように書くことができる (Hardy., 1998)。

$$\sigma_{\alpha,x} = \begin{cases} \frac{\pi}{8SNR} [(\frac{3\lambda}{2d})^2 + \theta^2]^{1/2} & (r_0 > d) \\ \frac{\pi}{8SNR} [(\frac{3\lambda}{2r_0})^2 + \theta^2]^{1/2} & (r_0 < d) \end{cases} \quad (1.8)$$

ここで SNR(Signal to Noise Ratio) は、天体からの光とノイズの比であり以下のように書ける。

$$SNR = \frac{N_{ph}}{\sqrt{N_{ph} + N_{bg} + N_{pix}N_r^2}} \quad (1.9)$$

N_{ph} は点光源からの光子数、 N_{pix} はサブアパーチャーのピクセル数、 N_{bg} は点光源以外の背景光 (バックグラウンド) からの光子数、 N_r は読み出しノイズである。この式より、点光源が明るいほど測定誤差が小さくなることが分かる。

波面曲率センサ

シャックハルトマン波面センサが波面の傾き (1 次微分) の分布を測定するのに対し、波面曲率センサは波面の曲率 (2 次微分) の分布を測定する。図 1.8 は波面曲率センサの模式図である。もし波面センサに入射した波面が平面波ならば望遠鏡の瞳位置の前後で光強度分布に差はないが、波面が歪んでいるとサブアパーチャー毎に波面の曲率が変わり焦点を結ぶ位置がずれるので、瞳の前後で光強度分布に差が生じる。よってサブアパーチャー毎に瞳の前後で明るさの差を測定することで波面の曲率の分布を求めることができる。シャックハルトマン波面センサはサブアパーチャー毎に最低 4 素子の検出器が必要なのに対し、波面曲率センサはサブアパーチャー毎に 1 素子の検出器だけでよい。検出器の数が少なくて済むため、暗い波面参照星でも波面測定を行うことができる。

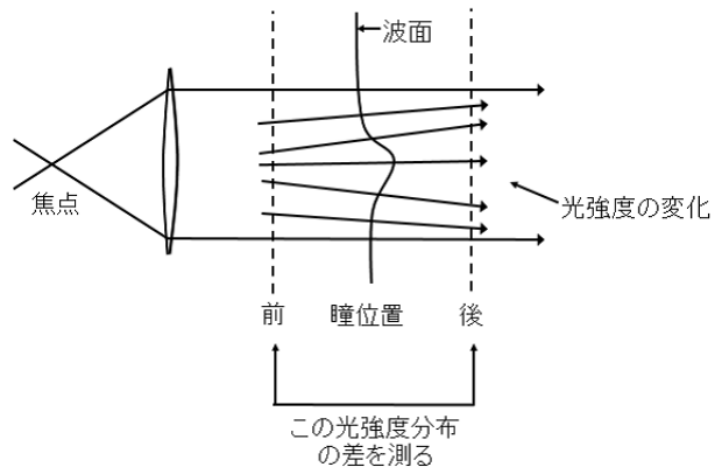


図 1.8: 波面曲率センサの原理

[<http://www.phys.chuo-u.ac.jp/public/tag/kougi/2003/buttoku2/parity.pdf>]

一般的に波面センサは、Coherence Time の時間内よりも早い動作周波数で波面測定を行う。もし 1 回の波面測定の時間が Coherence Time よりも長くなると、1 回の波面測定内に違う波面の形が重なり合い、測定した波面の形が真の波面の形と異なってしまう。この CCD の動作周波数によって決まる誤差成分を Sampling エラー σ_{sample}^2 と呼ぶことにする。

1.2.2 可変形鏡

波面の位相の歪みを補正するために、可変形鏡 (Deformable Mirror, DM) と呼ばれる鏡が用いられる。可変形鏡は表面の形を変形させることができ、可変形鏡の表面を反射させた時に歪んだ波面を波面誤差が小さくなるような形に変形させることで、補正を行うことができる。可変形鏡の変形方式はいくつか存在し、電圧をかけると変形する圧電素子 (ピエゾ素子) を使って鏡を変形させるピエゾタイプ、MEMS (Micro Electro Mechanical Systems) 技術を用いた方式で静電力によって鏡を変形させる MEMS タイプなどがある。

可変形鏡の素子数は大きくするほど、補正の分解能を上げることができる。よって理想的には可変形鏡の素子数は多ければ多いほど良いのだが、実際は波面センサのサブアパーチャの数や大きさ、補償の要求精度などのバランスを考えて素子数の数を決めなければならない。可変形鏡で波面の形を再現する時の誤差をフィッティングエラーと呼び、以下の式で表すことができる (Hardy., 1998)。

$$\sigma_{fit}^2 = a_F \left(\frac{d}{r_0} \right)^{5/3} \quad (1.10)$$

d は可変形鏡の素子のサイズである。また a_F は可変形鏡の素子のタイプによって決まる定数であり、隣り合う鏡が連続的か分割しているかどうか、また各素子の配置などで決まる。

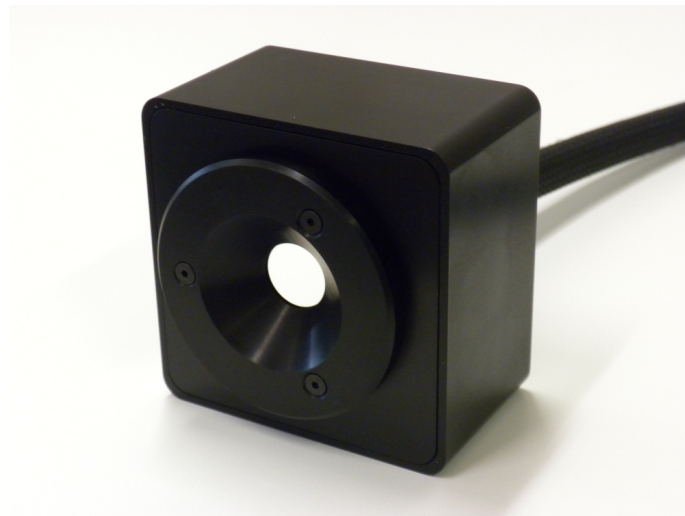


図 1.9: 可変形鏡 (ALPAO)

1.2.3 システムの制御

大気揺らぎは時間変動するので、繰り返し補正を行う必要がある。ここでは2つの制御方法、Closed Loop 制御と Open Loop 制御について説明する。

Closed Loop 制御

図 1.4 は Closed Loop 制御の模式図になる。Closed Loop 制御では波面センサの前に可変形鏡を置き、波面センサで補正後の波面残差を測定する。その残差の成分をキャンセルするように、1 ループ前の可変形鏡の変形量にフィードバックをかけて補正を再度行う。この制御方法により、常に補正後の残差成分を補正することになるので、波面センサで測定可能な波面の位相差の範囲が小さくて済む。フィードバックをかける際にゲインの値を変えて補正を繰り返していくため、Open Loop 制御に比べて測定精度が悪くても、高速で補正を繰り返すことで十分な補正制度を保つことが出来る。

Open Loop 制御

Open Loop 制御では、波面センサで測定した波面は可変形鏡で補正する前の生データとなり、波面センサで大気揺らぎによって歪んだ波面の絶対値を測定することになる。1 回の測定と補正の結果が1回の補正精度に反映されるため、Closed Loop 制御よりも高精度な測定と補正が必要になる。

以下では、システム全体の速度によって生じるエラーを説明する。 v を風速、波面計測から可変形鏡の鏡面変形までのタイムラグを τ とすると、システムの速度によって生じる誤差は以下のように表すことができる。これは Servo Lag エラーと呼ばれる (Tyler., 1994)。

$$\sigma_{servo}^2 = 28.4 \left(\frac{\tau v}{r_0} \right)^{5/3} \quad (1.11)$$

1.2.4 単層共役補償光学系 (SCAO)

現在使用されている補償光学系システムのほとんどは、1つのガイド星と1つの波面センサから大気揺らぎを測定するシステムである。このシステムは、単層共役補償光学系 (Single Conjugate Adaptive Optics) と呼ばれる。図 1.4 は、SCAO システムの模式図でもある。

SCAO は、1つのガイド星の方向の大気揺らぎ情報を測定して補正する。ガイド星と実際に補正する天体の角距離が離れている場合、それぞれの天体の光は大気揺らぎの異なる領域を通過している。従ってガイド星が補正する天体と離れていくと、ガイド星によって測定した大気揺らぎと補正する大気揺らぎがより異なっていくので、補正の精度が落ちていく。この誤差は Anisoplanatism エラーと呼び、以下の式で表すことができる。

$$\sigma_{\theta}^2 = \left(\frac{\theta}{\theta_0}\right)^{5/3} \quad (1.12)$$

θ はガイド星と実際に補正する天体の角距離、 θ_0 は Isoplanatic angle である。以下の図 1.10 は、発生する誤差は Anisoplanatism エラーのみだと仮定して、Isoplanatic angle=1 秒角 ($\lambda=550\text{nm}$) として式 1.7 と式 1.12 を使用して計算した結果である。横軸はガイド星と補正する天体の角距離であり、角距離が大きくなるほどストレール比が減少しているのが分かる。

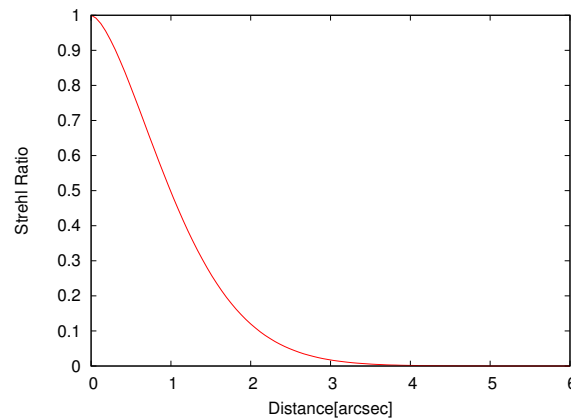


図 1.10: Anisoplanatic エラーによるストレール比の減少

図 1.10 の通り、SCAO で補正できる領域はガイド星の周囲から Isoplanatic angle 程度の視野範囲となる。名寄で可視光観測を行う場合 Isoplanatic angle は平均で約 1 秒角なので、ガイド星を中心にして半径約 1 秒角の視野範囲で補正されることになる。

1.2.5 複数層共役補償光学系 (MCAO)

多層共役補償光学系 (Multi Conjugate Adaptive Optics) は、複数のガイド星を用いて、ある高さの大気揺らぎの情報を推定し、補正したい複数の大気揺らぎの高さに光学的に共役な位置に複数の可変形鏡を設置し、各高度にある大気揺らぎを補正するシステムである。よって複数のガイド星がカバーする広い視野範囲の大気揺らぎを補正することができる。推定した広い視野範囲の大気揺らぎを完璧に補正するためには、その広い視野に対応した素子数の多い可変形鏡が複数必要になる。

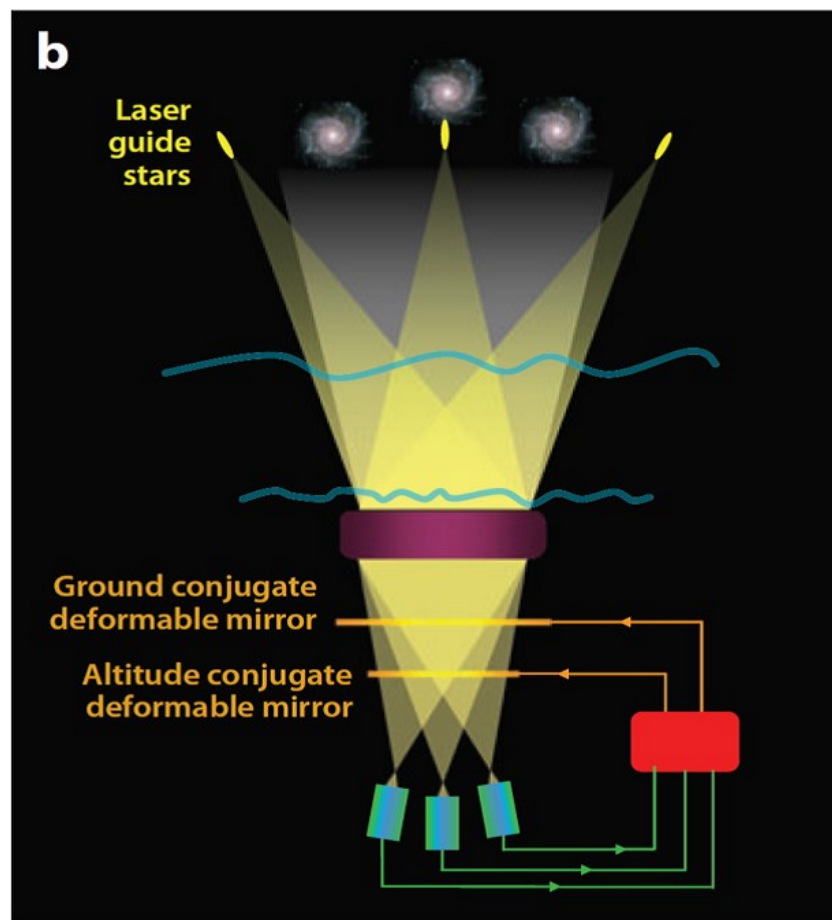


図 1.11: MCAO システム (Richard and Kasper., 2007)

1.3 ピリカ望遠鏡に搭載する補償光学系

現在北海道大学では惑星観測用の補償光学装置の開発を行っている。本小節ではまず装置の構成と目標性能について説明し、次に装置の搭載先として検討しているピリカ望遠鏡について述べる。そして最後に補償光学系装置を使ったサイエンスについて述べる。

1.3.1 惑星観測用大気揺らぎ補償光学系

惑星の大気循環メカニズムの解明には、惑星全体の大気の動きを数か月から数年のスケールに渡ってモニターすることが必要不可欠である。特に木星などでは大赤斑や東西風ジェットといった大規模構造などの生成メカニズムの解明のためには、木星の 1000km スケールの積乱雲を分解できる 0.4 秒角から 0.7 秒角程度の解像度が必要になる。そこで現在北海道大学では、北海道名寄市に設置した 1.6m ピリカ望遠鏡に搭載するための惑星観測用大気揺らぎ補償光学系を開発している。本補償光学系は、木星サイズの視野 (約 50 秒角) に渡り、可視光 $0.5\mu\text{m}$ 以上の波長域で、0.4 秒角程度の空間分解能の補正を目指しており、広い視野を補償できる MCAO システムの構成を検討している。装置の目標性能は表 1.2 の通りである。

表 1.2: 補償光学系の目標性能

波長域	0.5 μm よりも長波長
補正精度	0.4 秒角
補正精度	3.5 rad^2
補正視野	50 秒角
対象天体	木星、土星、金星などの太陽系惑星

可変形鏡の候補は、Boston Micromachines 社の Multi-3.5 を考えている (図 1.12)。スペックは表 1.3 に示している。この可変形鏡はアレイサイズが 12×12 の MEMS タイプである。ストローク量は $3.5\mu\text{m}$ であるが、必要なストローク量である約 $2.8\mu\text{m}$ を満たしている。(シーイング 3 秒角、天頂角 45 度の条件の時の大気揺らぎのストロークが $2.2\mu\text{m}$ 、望遠鏡収差のストロークが $0.6\mu\text{m}$ なので、必要ストロークはこれらの和となる。)

開発中の惑星観測用大気揺らぎ補償光学系は、北海道名寄市にある北大 1.6m ピリカ望遠鏡に搭載することを考えている。次にピリカ望遠鏡について説明を行う。

1.3.2 ピリカ望遠鏡

ピリカ望遠鏡は、北海道大学大学院理学研究院附属天文台の所有する、主鏡口径 1.6m の可視・赤外望遠鏡である (図 1.13 の左図)。位置座標は東経 142.5° 、北緯 44.4° であり、標高は海拔 161m である。この望遠鏡は豊富なマシンタイムの占有が可能であり、惑星や時間変動天体などのモニター観測を実施することができる。表 1.4 に望遠鏡の諸情報を示している。

表 1.3: Boston Micromachines Multi-3.5 のスペック

方式	MEMS
アクチュエータ アレイ	12×12
アクチュエータ ストローク	3.5 μm
アクチュエータ ピッチ	400 μm
有効面サイズ	4.4 mm × 4.4 mm
ミラーコーティング	アルミニウム
機械的応答速度	100 ms
表面精度	30 nm (RMS)
インターフェース	USB 2.0



図 1.12: Boston Micromachines Multi-3.5

[<https://www.thorlabs.co.jp/thorproduct.cfm?partnumber=DM140A-35-UM01>]

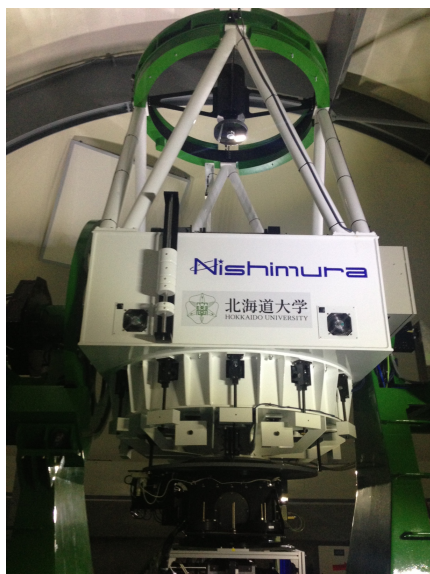


図 1.13: (左) ペリカ望遠鏡 (右)Multi-Spectral Imager

表 1.4: ペリカ望遠鏡の仕様

形式	リッチークレチアン
有効口径	1600 mm
合成焦点距離	19238mm
合成 F 値	F/12.0
焦点	カセグレン焦点、ナスミス焦点 × 2
架台	経緯台

MSI

次にピリカ望遠鏡に搭載されている可視マルチスペクトル撮像観測装置 MSI (Multi-Spectral Imager) について説明する。MSI は北海道大学大学院理学院理学研究院惑星宇宙グループによって開発された装置 (Watanabe et al., 2012) であり、現在はピリカ望遠鏡のカセグレン焦点に設置されている (図 1.13 の右図)。MSI は、電子増倍型 CCD (EMCCD: Electron Multiplying CCD) カメラと 2 種類の液晶波長可変フィルター (LCTF: Liquid Crystal Tunable Filter) を組み合わせて用いることで、可視光 $0.4\mu\text{m}$ から $1.1\mu\text{m}$ の波長域において、木星や金星などの太陽系内惑星の多波長撮像を行うことができる。表 1.5 に MSI の性能をまとめる。

表 1.5: MSI の性能 (Watanabe et al., 2012)

波長域	360–1050 nm
視野 (通常撮像モード)	3.3 分角 $\times$ 3.3 分角 (0.389 秒角/pixel)
視野 (高分解能撮像モード)	56 秒角 $\times$ 56 秒角 (0.11 秒角/pixel)
フィルター	
-LCTF	CRi VariSpec VIS-10: 波長域 400–720 nm バンド幅約 10nm (@650nm) CRi VariSpec SNIR-10: 波長域 650–1100 nm バンド幅約 10nm (@900nm)
-Narrow-band	360, 365, 370, 380, 390 nm (バンド幅 10nm)
-Broad-band	Johnson-Cousins U, B, V, R, I
カメラ	浜松ホトニクス C9100-13
アレイフォーマット	512pixel $\times$ 512pixel (ピクセルサイズ) $16\mu\text{m} \times 16\mu\text{m}$
読み出しモード	EMCCD モード、通常 CCD モード
ピクセルクロックレート	11MHz (EMCCD モード時), 0.69MHz, 2.75MHz
最大フレームレート (フルフレーム時)	31.9 フレーム/秒 (EMCCD モード時) 2 フレーム/秒 (通常 CCD モード時)
最小露出時間 (フルフレーム時)	0.031 秒 (EMCCD モード時)、0.488 秒 (通常モード時)
EM ゲイン	4–1200
CCD 冷却方式・冷却温度	電子冷却 (空冷)、 -65°C

LCTF は液晶を用いた Lyot フィルターの 1 種であり、電氣的に液晶を制御することで、透過波長のピークを高速で変化させることのできるフィルターである。MSI には VIS-10、SNIR-10 の 2 つの LCTF が搭載されており、それぞれ 400–720nm と 650–1100nm の波長域でバンド幅は約 10nm である。図 1.14 は LCTF の透過曲線を示す。この LCTF を用いることで多数の異なる波長で惑星を観測することができ、大気組成により高度方向に異なる波長分布を持つ惑星のスペクトルの 2 次元情報を短時間で取得することができる。カメラは EMCCD カメラを採用しており、EMCCD モード時は約 32 フレーム/秒の早いフレームレートでの撮像が可能である。

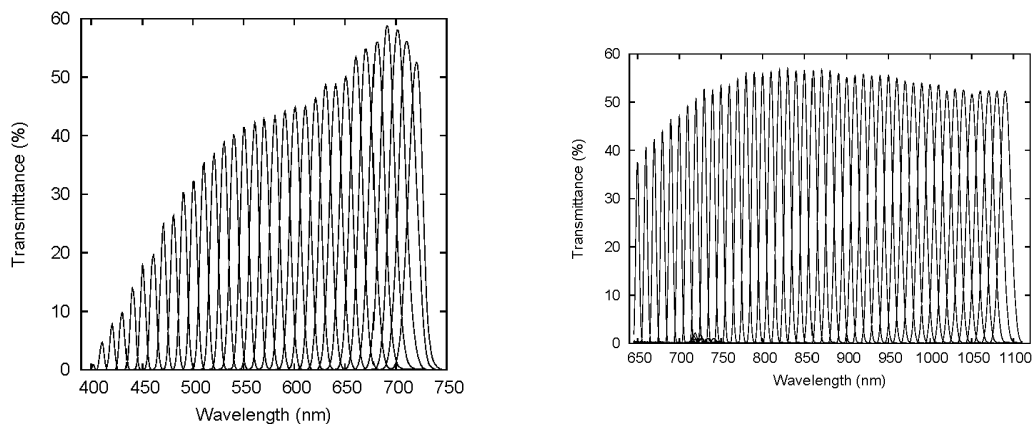


図 1.14: (左)VIS-10 の透過曲線 (右)SNIR-10 の透過曲線 [Watanabe et al., 2012]

MSI の高解像度撮像モードは、補償光学系で補正された天体像を撮像するためのモードである。視野は 56 秒角 $\times$ 56 秒角であり、木星全体がちょうど入るサイズになっている。ピクセルスケールは 0.11 秒角/pixel であり、補正のかかった天体を十分なサンプリングで撮像することが可能である。

1.4 惑星観測用補償光学系で達成できるサイエンス

以下では、ピリカ望遠鏡に搭載する惑星観測用大気揺らぎ補償光学系を使用することで、達成することのできるサイエンスについて説明する。

木星のラグランジュ点に存在している小惑星群は、トロヤ群小惑星と呼ばれている。トロヤ群小惑星は、木星の進行方向前方 60 度の位置 (L4) と木星の進行方向後方 60 度の位置 (L5) に存在している。2008 年 1 月の時点では L4 で約 1300 個強、L5 で約 1100 個近くのトロヤ群小惑星が確認されているが、トロヤ群の起源についてはわかっていないことが多い (渡部潤一 他 2008)。トロヤ群小惑星の形成プロセスを明らかにするためにはトロヤ群小惑星のサイズ分布や空間分布の情報が必要であり、これまでにする望遠鏡などの大口径望遠鏡によってサーベイ観測が行われてきた。しかし現状存在している大口径望遠鏡では、微少天体 (<10km) を検出できない問題がある。またトロヤ群小惑星のサイズ分布を求める手法の 1 つにガリレオ衛星のクレーターカウントがあるが、1km 以下のサイズのクレーターは誤差が大きい。よってトロヤ群小惑星の 1km 以下のサイズ分布について、ほとんど分かっていない状況である。そこで、トロヤ群小惑星の 1km 以下のサイズ分布を明らかにするために、木星と小天体の衝突による発光現象の観測を提案する。

木星の発光現象は、小天体が木星大気に衝突することで発生する現象である。1994 年にシューメーカーレヴィ彗星 (D/1993 F2) が木星に衝突し、地上からもその時の発光現象が観測された。このような小天体による発光現象は数 100 年に 1 度という頻度の現象だと考

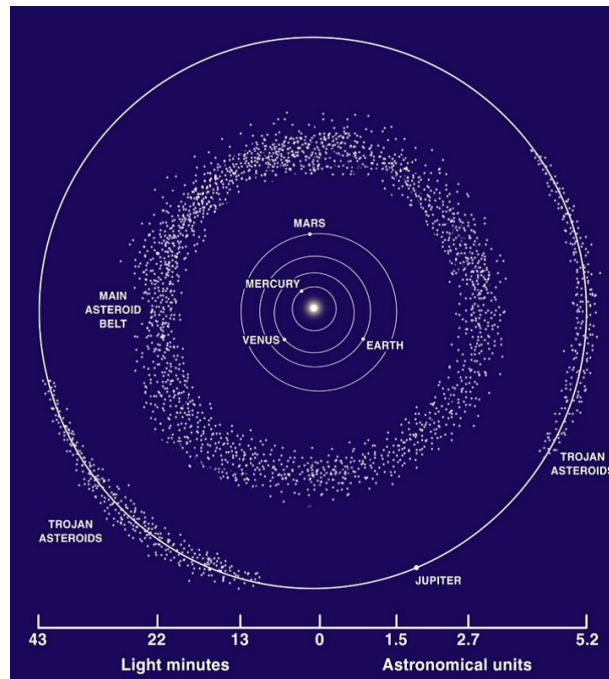


図 1.15: トロヤ群小惑星と太陽系内惑星の位置関係

[<http://solarsystem.nasa.gov/galleries/the-asteroid-belt>]

えられていたが、2010 年 6 月にアマチュア天文家によって木星表面の発光現象が観測された。また同年の 8 月、9 月にもアマチュア天文家によって同様の発光現象が確認された。このように近年になって複数の発光現象が観測されるようになった理由として、近年の CCD 技術の発達による CCD カメラの低ノイズ化や望遠鏡の大口径化が挙げられる。これらより木星表面の発光現象は高頻度で起きていると考えられる。

Hueso et al. (2013) は、2010 年 9 月にビデオカメラの撮影で得られた発光強度の時間変化 (図 1.17) から発光エネルギーを求め、衝突した小天体の直径を 8-13m と推定した。よって木星の発光現象を連続高速撮像によるモニター観測を行うことで、木星に衝突する直径 1km 以下の小天体のサイズ分布を求めることが期待できる。

木星と小天体の衝突頻度は、衛星のクレーターカウントやカイパーベルト天体のサイズ分布から予測されている。図 1.18 は、1 年間分の衝突頻度と小天体の直径の関係を示したグラフである。緑線はカイパーベルト天体のサイズ分布 (Zahnle et al., 2003)、赤線はトリトンのクレーターカウント (Schenk et al., 1999)、黒線はガニメデのクレーターカウント (Levison et al., 2000) である。小天体の直径が 1km 以上の場合 3 つのモデルはほぼ一致しているが、直径が 1km より小さくなるとそれぞれ異なる衝突頻度を取る。以上より、直径 1km 以下の衝突頻度予測には、3 つの候補が存在する。

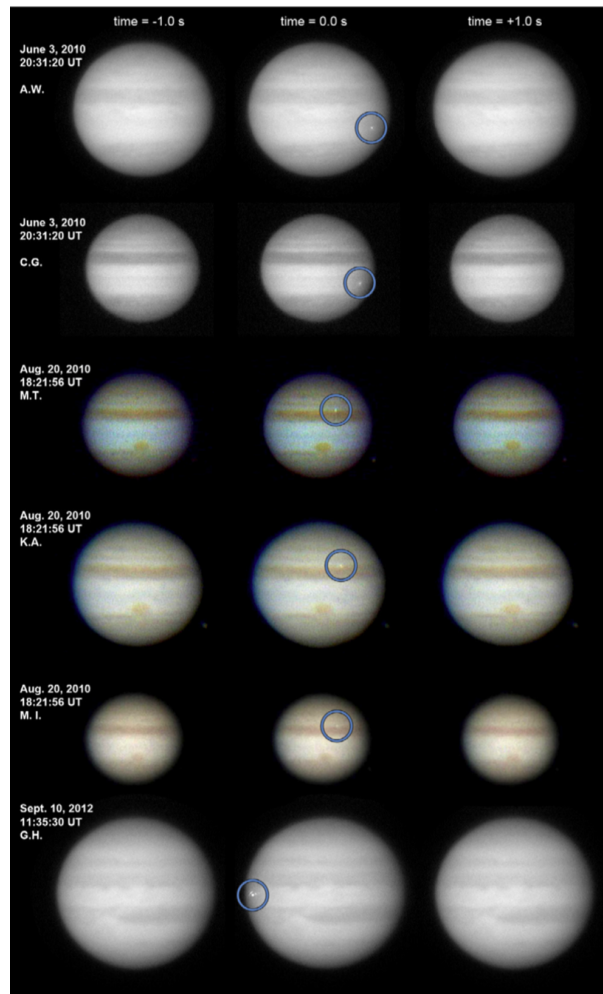


図 1.16: 2010 年 6 月, 8 月, 9 月に観測された木星閃光 (Hueso et al, 2013)

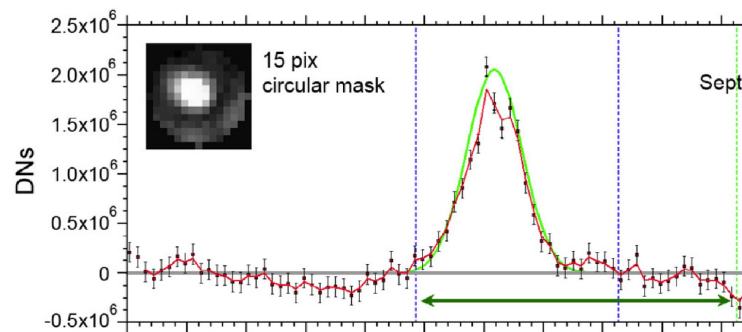


図 1.17: 2010 年 9 月に観測された木星発光強度の時間変化 (Hueso et al, 2013)

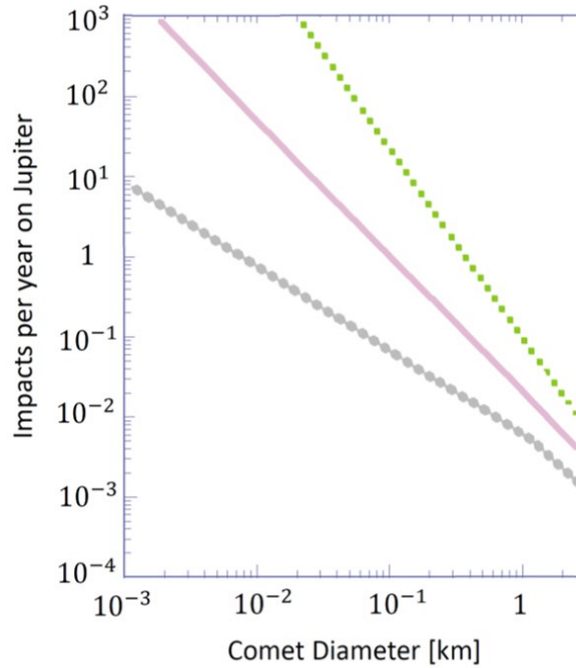


図 1.18: 1 年間分の衝突頻度と小天体の直径の関係 (Zahnle et al, 2003 の図を改変)

次に、天文台の 1.6m ピリカ望遠鏡を使って発光現象を観測した時の期待される観測頻度を見積もる。まず Hueso et al. (2013) による図 1.16、図 1.17 の 2010 年 6 月の発光現象の解析方法を利用して、発光現象のストレール比と検出できる小天体の限界直径の関係を計算した。ここでいうストレール比の定義は、理想的な回折限界像の中心強度を 1 とした時の、実際に得られた像の相対的な中心強度である。計算時の条件を以下に記載する。(ピリカ望遠鏡の光学パラメータは表 1.4 を参照, SN=10, 露出時間は発光現象時間の 1/20 倍, 観測波長は $0.9\mu\text{m}$)

この計算結果と図 1.18 の各衝突頻度から、3 つの衝突頻度のそれぞれで期待できる発光現象のストレール比と 1 年間で観測できる衝突頻度を求めた。この計算の条件を以下に記載する。(ピリカ望遠鏡の光学パラメータは表 1.4 を参照, SN=10, 露出時間は発光現象時間の 1/20 倍, 観測波長は $0.9\mu\text{m}$, 晴天率は 33%, 木星高度が 40 度以上)

観測時のシーイング条件を名寄の平均シーイングだと仮定すると、1 年間のモニター観測で ModelA では 81 個, ModelB では 0.61 個, ModelC では 0.004 個の発光現象の観測が期待される。もし ModelA のサイズ分布が正しいのであれば 81 個のサンプル数は十分であり、ModelB、ModelC と切り分けることができる。しかしもし ModelB のサイズ分布が正しいとすると 0.61 個のサンプル数は統計的な議論ができない。しかしもしストレール比が 0.02 よりも大きい条件で観測することができれば、ModelB での期待値は 4.1 個となり、3 つのモデルのどれが正しいのか切り分けることが可能になる。観測波長 $0.9\mu\text{m}$ のストレール比 0.02 は 0.5 秒角の空間分解能に相当する。以上より目標性能が 0.4 秒角の空間分解能であるピリカ望遠鏡に搭載する補償光学装置であれば、このサイエンスを達成することができる。

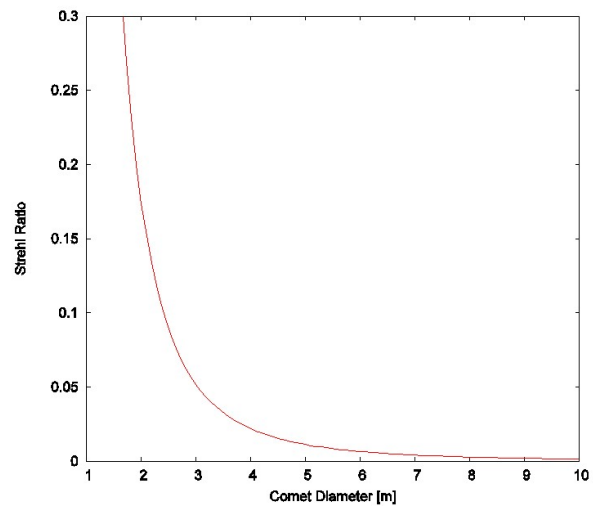


図 1.19: 発光現象のストレール比と、検出できる小天体の限界直径 [km]

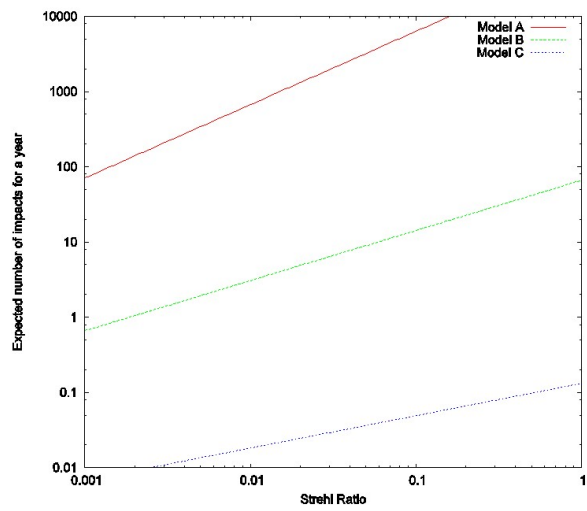


図 1.20: 発光現象のストレール比と、1 年間の観測で期待される衝突頻度

1.5 シャックハルトマン波面センサによる波面測定方法

大気揺らぎの測定には波面センサを使用する。シャックハルトマン波面センサでは各サブアパーチャー毎でスポット像の移動を求めることで波面の傾きを求めるが、スポット像の移動距離の求め方にはいくつかの方法がある。ここではまず天文用補償光学系の一般的な波面測定法について説明する。次に太陽用補償光学系の波面測定法を示し、その波面測定法を惑星観測用補償光学系に応用する上での問題点を提示する。

1.5.1 天文用補償光学系の一般的な波面測定方法

天文用補償光学系の一般的な波面測定方法として、シャックハルトマン波面センサを使った波面測定法が挙げられる。天文用補償光学系の波面測定の参照光源は恒星や衛星であるので、図 1.21 のような波面センサイメージになる。この図から、各サブアパーチャー毎にスポット像が存在することが分かる。スポットの結像位置は式 1.13 のように重心計算で求められる。

$$x_{cen} = \frac{\sum x I_{x,y}}{\sum I_{x,y}} \quad (1.13)$$

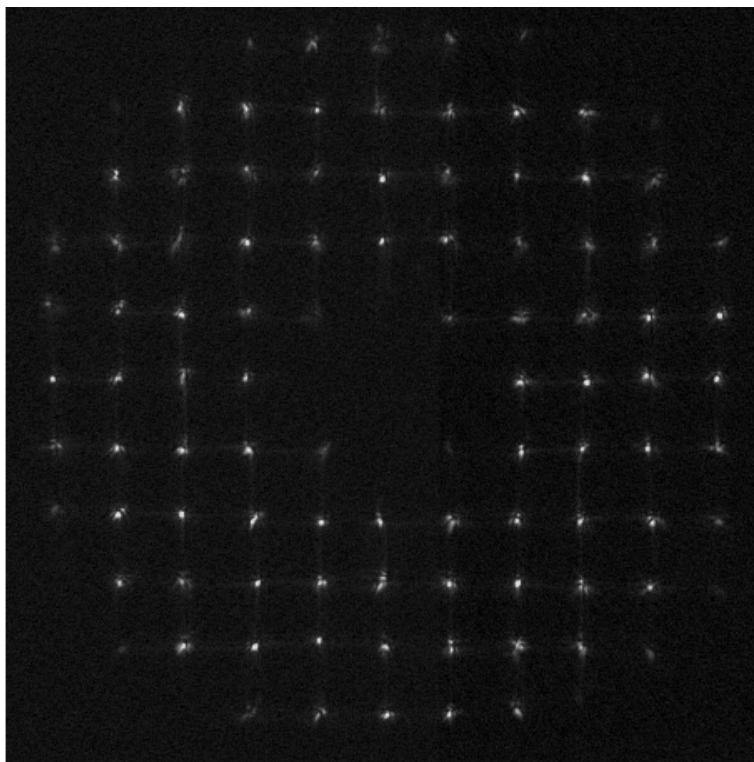


図 1.21: 恒星を導入した波面センサイメージ

ガイド星と補正するターゲットが離れるほど補償能力が低下するので、波面参照光源に点光源を使用して惑星を補正する場合、惑星周囲の衛星を使用するのが現実的な案である。ここで木星を例として、木星の衛星を波面参照光源として使用した状況を考える。木

星の衛星であるガリレオ衛星は視等級が4-5等程度と充分明るく、波面参照光源として理想的である。ガリレオ衛星を波面参照光源として使用した場合、木星の補正がどのくらいの時間行えるか見積もってみる。各衛星の木星との各距離の変化はsin波で近似でき、また地球から見て衛星が木星の上に重なっている時に木星の補正が可能であると仮定する。その場合、24時間のうちガリレオ衛星が1つ以上重なっている時間は2.9時間しかないことが求められた。よってガリレオ衛星を使って木星を補正するには時間制限が大きい。加えてMCAOシステムで木星を補償するためには、木星上の複数点に参照光源が必要になる。このように惑星と衛星の位置関係が補正に都合のいい配置となる期間は限られているため、衛星を波面参照光源にすることは補償光学装置を使った惑星のモニター観測に不都合である。そこで私たちは常時惑星上で波面測定を行うために、惑星本体を使った波面測定法を検討している。

1.5.2 太陽用補償光学系の波面測定方法

天文用補償光学系とは違い、太陽用補償光学系では太陽表面の模様を波面参照光源として利用している。以下では太陽用補償光学系と波面測定方法について紹介する (Rimmele et al., 2011)。

これまで太陽上の小さいスケールの構造の物理を理解するために、高い空間分解能と高いスペクトル分解能 ($R > 300,000$) の分光器や高い偏光感度を持つ偏光器が必要だったが、これらの測定器を使うには長時間露出せざるを得なかった。しかし大気の Coherence Time は数 ms なので上記のような測定器を使い回折限界に近い情報を得ることは難しく、回折限界像を得ることはブロードバンドイメージングでしか行えなかった。しかし太陽補償光学系の登場で、太陽の分光・偏光観測において露出時間を制限しなくとも、回折限界に近い像を取得し精度の高い観測ができるようになった。

夜時間に使用する天文用補償光学系と昼時間に使用する太陽用補償光学系は、主に3つの違いがある。まず太陽の観測は主に可視光で行われている (380nm まで)。また太陽光によって地面に熱がたまり地表面の乱流が非常に強いので、夜時間の観測と比較すると昼時間のシーイング条件は極めて悪い。これらの理由から太陽 AO には素子数の多い DM を使った高次成分の補正に、システムの早いクロズドループが要求される。また恒星のような高コントラストな点光源が存在しないので、太陽補償光学系では黒点や粒状斑といった模様を用いた相関追跡による波面測定法を利用されており、高いコントラストの模様を使うほど波面測定の精度が向上すると示唆されている。

模様のコントラストは、(模様のプロファイルのピーク値とバックグラウンド値の差分) と (バックグラウンド値) の比で表す。黒点は太陽の模様の中で最もコントラストが高く、コントラストが50-70% で10-30秒角程度のスケールの模様である。粒状斑はコントラストが30-40% の模様であり、スケールは1-2秒角程度の小さい模様である。また太陽全球に普遍的に存在しているのが特徴であり、粒状斑を波面参照源として使用することで太陽のあらゆる場所の補正が可能となる。図1.22が黒点であり、図1.23が粒状斑である。また図1.22の黒点の周りにも粒状斑があり、それぞれの模様のサイズの違いを見ることができる。

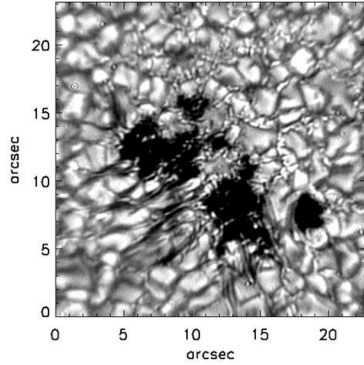


図 1.22: 黒点のイメージ
(Rimmele et al., 2011)

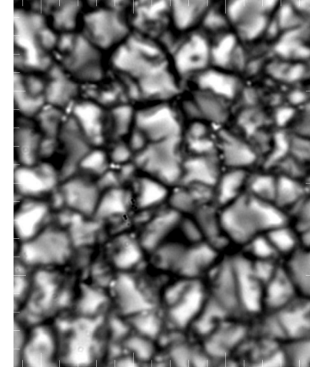


図 1.23: 粒状斑のイメージ (30 秒角 × 30 秒角)(Rimmele et al., 2011)

黒点や粒状斑のような面光源は、スポット像のように重心計算でスポットの結像位置を求めることができない。よって面光源を使った波面測定法には、相互相関法を使った手法が使用されている。この手法ではまず模様の参照画像を用意する。これをリファレンスイメージと呼ぶ。像の結像位置のズレ量は、リファレンスイメージとサブアパーチャーイメージの相関計算によって求めることができる。リファレンスイメージを $I_R(x, y)$ 、サブアパーチャーイメージを $I_{sub}(x, y)$ とすると、相互相関は以下のように計算することができる。

$$C(x, y) = \int_{D_c} I_{sub}(x_i, y_i) I_R(x_i + x, y_i + y) dx_i dy_i \quad (1.14)$$

D_c は積分領域である。 $C(x, y)$ は相互相関関数であり、 $C(x, y)$ のピーク位置がリファレンスイメージとサブアパーチャーイメージの最も相関の高い位置となる。

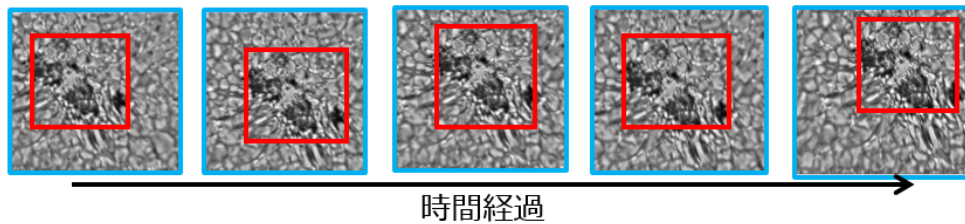


図 1.24: 大気揺らぎが時間変化するため、模様も時間変化することを表している。青枠画像がサブアパーチャーイメージ、赤枠画像がリファレンスイメージを示す。リファレンスイメージを使った相関追跡を行うことで、時間経過で変化する像のズレ量を求める。

アメリカ、ニューメキシコ州にある Dunn Solar Telescope は、複数の黒点や粒状斑を波面参照源として使用することで MCAO システムによる補償試験を達成している (Rimmele et al., 2010)。図 1.25 はその試験結果である。左右の図の視野は 45 秒角 × 45 秒角である。また図中の色は像の動きの残差量を表しており、濃い青色になるほど精度の高い補正を行っていることを示している。左側の図は一般的な SCAO システムで補正した結果であ

り、中心から半径 5 秒角程度の補正しか行われていない。右側の図は MCAO システムで補正した結果であり、視野全域に渡り補正が行われていることが分かる。

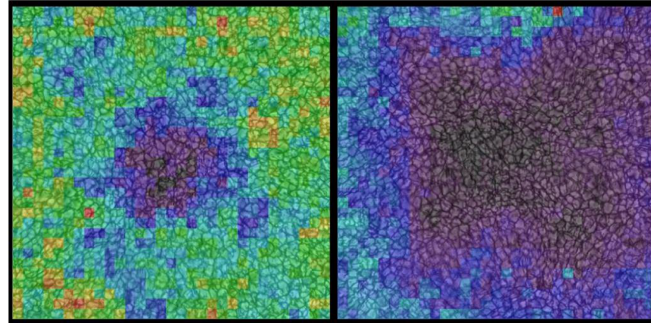


図 1.25: DST の MCAO 試験の様子 (Rimmele et al., 2010)

1.5.3 惑星観測用補償光学系の波面測定方法

本補償光学系では、惑星のモニター観測を行うために惑星自身を波面参照光源とし、太陽用補償光学系と同じように表面模様の相関追跡によって波面を測定することを検討している。そのため波面センサはシャックハルトマン波面センサの採用を考えている。木星や土星など模様がある惑星の場合は惑星模様を使った相関追跡を行うが、金星など模様のほとんどない惑星の場合は曲率方式による低次成分の揺らぎの波面測定を検討している。

1.5.4 現状の問題点

惑星自身を波面参照光源とする際の問題点を以下に挙げる。まず惑星の表面輝度は、太陽に比べると暗い。例えば木星の場合は太陽よりも約 15 等級暗い。また惑星の表面模様のコントラストは、太陽の黒点 (50–70%) や、粒状斑 (30–40%) に比べると低い。木星の場合は 20–30% である。加えて太陽の粒状斑は太陽表面全面に渡り不偏に存在しているが、惑星の表面模様は場所によるサイズやコントラストなどの違いが大きい。

1.6 研究目的

以上の問題点を踏まえて、惑星観測用補償光学系で 0.4 秒角の空間分解能を達成するために、どのような波面測定方法が最適であるか明らかにすることを研究目的とする。また本研究では、惑星観測用補償光学系のメインターゲットである木星の場合について検討を行うことにする。よって木星の場合にどのような波面測定方法が最適であるか明らかにするために、以下の 4 点を行う。

1. 模様に対して相関追跡を使った時の波面測定誤差の定式化
2. 木星模様のコントラストなどのパラメータのモデル化と波面測定誤差の見積
3. 月面観測による、波面測定誤差の定式化の妥当性の評価
4. 木星観測による、波面測定誤差の定式化とパラメータのモデル化の妥当性の評価

2 木星模様の波面測定誤差の見積

本節では、木星模様を使用して波面測定を行った時の波面測定誤差の見積もりを行う。まず始めに見積もりに使用する波面測定誤差の定式化について、次に模様パラメータのモデル化に使用するための木星画像の畳み込みによる作成方法について説明し、最後に木星模様のパラメータのモデル化と波面測定誤差の見積の結果を示す。

2.1 波面測定誤差の定式化

まず始めに模様の例を使い、模様のパラメータの説明を行う。図 2.1 は模様の例である。この画像のサイズは 7.8 秒角 $\times$ 7.8 秒角である。次にこの模様のプロファイルの x 方向の断面を図 2.2 に表す。図中の a は模様プロファイルのピーク値である。b は単位面積当たりのバックグラウンド値である。模様のコントラストを C と表し、 $C = (a - b)/b$ と定義する。 N_{ph} はバックグラウンドを除いたプロファイルに渡る光子数の総和である。 N_{bg} はプロファイルに渡るバックグラウンドの総和である。図 2.3 は、プロファイルの x 方向の自己相関関数を表している。この自己相関関数の FWHM を δ_x とする。

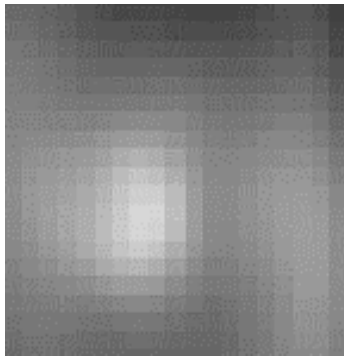


図 2.1: 模様の例

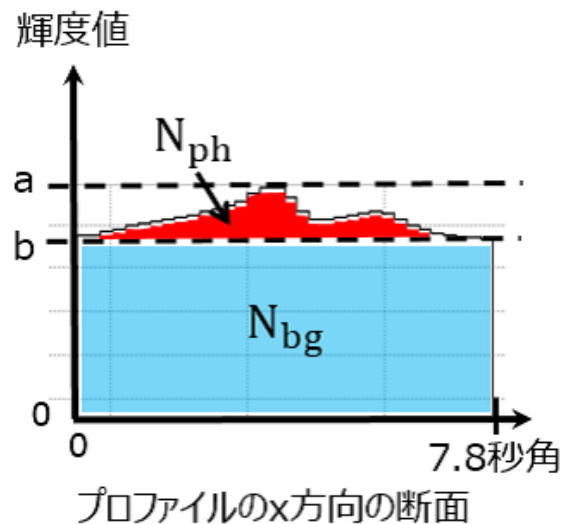


図 2.2: プロファイルの断面図

次に波面測定誤差の定式化について説明する。波面センサの各サブアパーチャでの測定精度は、フォトンノイズやバックグラウンドノイズ、検出器の読み出しノイズによる測定ノイズによって決まる。ガウシアンスポットの点光源に対して相関法を使った時の各サブアパーチャの位置測定の誤差の解析的なモデルは、Thomas et al. (2006) によって導出されている。リファレンスイメージにはノイズがなく、サブアパーチャーイメージにはガウシアン統計に従うノイズ (読み出しノイズとバックグラウンドノイズ) がある場合を考え

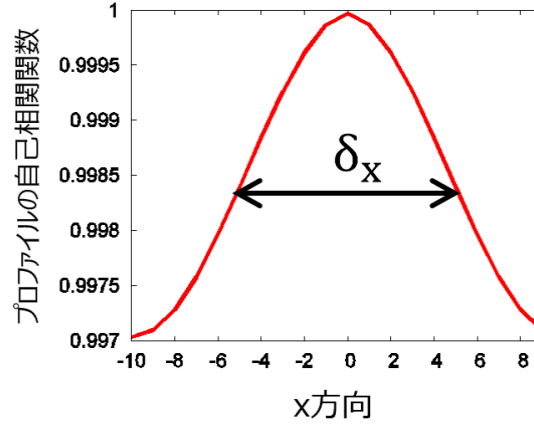


図 2.3: プロファイルの自己相関関数

る。リファレンスイメージの自己相関関数はガウス関数である。

$$\begin{aligned}\epsilon^2 &= \epsilon_x^2 + \epsilon_y^2 \\ \epsilon_x^2 &= \frac{4\delta_x^4 \sigma_{sub}^2}{N_{ph}^2} \\ \sigma_{sub}^2 &= N_r^2 + b\end{aligned}\quad (2.1)$$

ϵ^2 は波面センサの測定誤差、 ϵ_x^2 は測定誤差の x 方向の成分、 δ_x はリファレンスイメージの自己相関関数の x 方向の FWHM、 σ_{sub}^2 はサブアパーチャイメージのノイズ、 N_r は検出器の各ピクセルの読み出しノイズ、 b は模様バックグラウンド、 N_{ph} は模様の光子数である。

Thomas et al. (2006) の導出を利用して、測定誤差を広げた光源の場合に拡張して定式化した。自己相関関数がガウシアンで近似できるような模様に対して相関法を使った時の測定誤差は、上記の式 2.1 と同じ結果となる。

更に模様のプロファイルがバックグラウンドのあるガウシアンスポットであると仮定する。スポットのプロファイルは $\frac{N_{ph}}{2\pi\sigma^2} \exp[-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}] + b$ で書くことができ、ピーク値は $a = \frac{N_{ph}}{2\pi\sigma^2} + b$ である。コントラストは $C = \frac{a-b}{b}$ であり、 $C = \frac{2N_{ph}}{\pi N_{bg}}$ と表す。模様の形がガウシアンで近似できる時に限り、波面測定誤差はコントラストで表すことができる。

$$\epsilon_x^2 = \frac{2\delta_x^4 \sigma_{sub}^2}{C^2 N_{bg}^2} \quad (2.2)$$

次にスポットの形がガウシアンでなく cos 波である場合の波面測定誤差を求める。計算の過程は Thomas et al. (2006) の Appendix C を参考にしている。

リファレンスイメージとサブアパーチャイメージにノイズがある場合を考えると、波面測定誤差は以下のように表すことができる。

$$\epsilon_x^2 = \frac{4\delta_x^4 \sigma_{sub}^2}{N_{ph}^2} + \frac{4\delta_x^4 \sigma_{ref}^2}{N_{ph}^2} \quad (2.3)$$

式 2.3 の右辺第 2 項はリファレンスイメージのノイズによる波面測定誤差である。式 (2.3) から、相互相関の計算で使用するリファレンスイメージのノイズが大きくなるほど波面測定誤差が大きくなることが読み取ることができ、リファレンスイメージのノイズを小さくすることが非常に重要であることが分かる。リファレンスイメージは、いくつかの方法で作成されたイメージが使用される。

1. 1 枚のサブアパーチャーイメージから切り出す方法
2. 解析関数を使う方法
3. 複数枚のサブアパーチャーイメージを足し合わせた画像から切り出す方法

本研究では、リファレンスイメージの作成は 3 つ目のサブアパーチャーイメージの足し合わせを検討しているため、今回の見積もりで使用する解析解は式 2.1 である (リファレンスイメージのノイズは考えない)。

2.2 見積もりで使用する木星画像の作成

波面測定誤差の見積もりで使用する木星画像を作成する。名寄の大気条件下でピリカ望遠鏡に接続した波面センサで撮像した木星画像を再現するためには、大気揺らぎの影響がない木星画像に対して再現したい大気条件と同等の大気揺らぎの情報を与える必要がある。今回の見積もりでは、大気揺らぎの影響がない木星画像としてハッブル宇宙望遠鏡で撮像された木星画像 (NASA) を、また再現したい大気条件と同様の大気揺らぎの情報として実際にピリカ望遠鏡に接続した波面センサで撮像した恒星画像を使用した。そしてハッブル宇宙望遠鏡の木星画像に対して波面センサで撮像した恒星画像を畳み込むことで、モデルに当てはめるための木星画像を作成した。

ハッブル宇宙望遠鏡で撮像された木星画像は十分な露光時間で撮像されているため SN 比が非常に高く、フォトンノイズや読み出しノイズなどの影響が小さい。よってハッブル宇宙望遠鏡の木星画像に対して恒星画像を畳み込むことで、SN 比が非常に高い木星画像が作成される。この場合フォトンノイズや読み出しノイズは木星画像に再現されていないことになるが、モデルに各ノイズの項が含まれているので、別途にフォトンノイズや読み出しノイズなどの効果を木星画像に加える必要はない。

2.2.1 条件設定

天頂シーイングの大きさは名寄の平均的なシーイング値の 1.9 秒角とする。また木星の直径は 47 秒角、高度は 40 度を仮定する。

2.2.2 ハッブル宇宙望遠鏡で撮像された木星画像

木星全域で模様を選択できるように中央経度の異なる 2 枚の木星画像を使用する必要がある。そこで今回の見積もりでは、2 枚のハッブル宇宙望遠鏡で撮像された木星画像を使用する (図 2.4, 図 2.5)。これらの画像は、それぞれ裏側と表側の関係であり、この 2 枚の画像を使用することで木星全域をほぼカバーすることができる (表 2.1)。以後、大赤斑

が写っている図 2.4 を木星 A、図 2.5 を木星 B と呼称する。各木星画像のフィルターの波長域は、図 2.6 で示している。撮像に使用された F502N,FQ508N フィルターは、製作した波面センサの中心波長約 550nm に一致している。

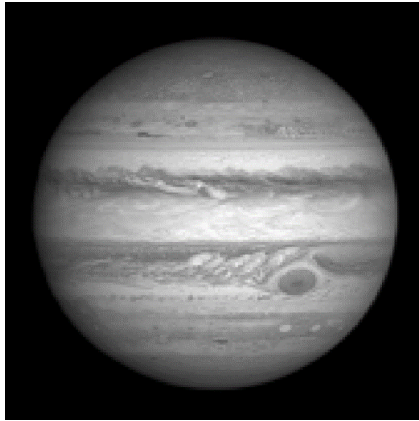


図 2.4: 木星 A

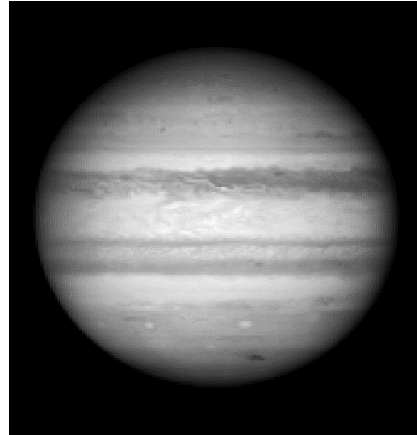


図 2.5: 木星 B

表 2.1: ハッブル宇宙望遠鏡で撮像された木星画像の詳細

	木星 A	木星 B
取得時間	2014-04-21 10:11AM(UT)	2009-07-23 8:02PM(UT)
フィルター	F502N	FQ508N
撮像装置	WFC3/UVIS	WFC3/UVIS
中央経度 (System $\boxtimes$)	158 度	15 度
視直径	36.1 秒角	48 秒角

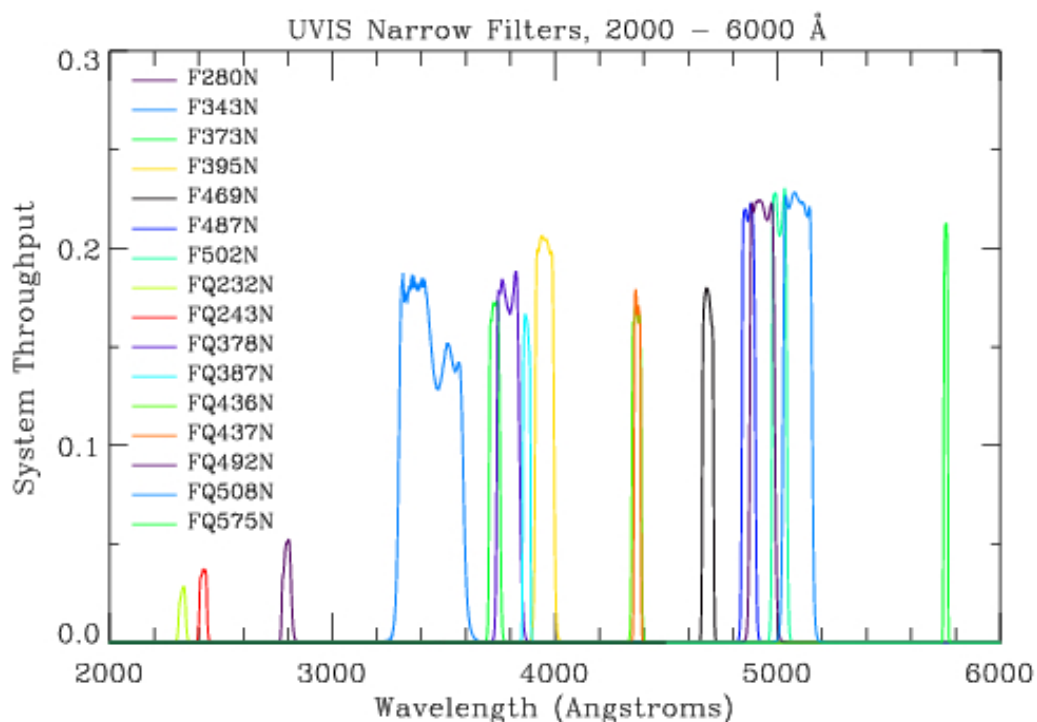


図 2.6: UVIS フィルタ [http://www.stsci.edu/hst/wfc3/design/at_a_glance/]

2.2.3 名寄の大気揺らぎの大きさを表す恒星像

もし大気揺らぎや光学系の収差などの影響を受けない理想的な状態で天体の光を撮像すると、PSF(点広がり関数)は望遠鏡の口径と観測波長のみで決まる。また大気揺らぎの影響を受けた状態のPSFは、口径が r_0 よりも小さい時、短い露出時間の場合では回折限界サイズのスポットとなり、長い露出時間の場合ではその広がり (FWHM) は大気揺らぎの強さで決まる。

しかし口径が r_0 よりも大きい時に取得した大気揺らぎの影響を受けたPSFは、短い露出時間の場合では図2.7のようなスペックルになってしまう(長い露出時間の場合では、PSFのFWHMは大気揺らぎの強さで決まる)。今回製作した波面センサのサブアパーチャーサイズは0.144m、名寄の平均的な r_0 の大きさは0.06m(波長550nmの場合)なので、口径と r_0 の比はおおよそ2.4となる。

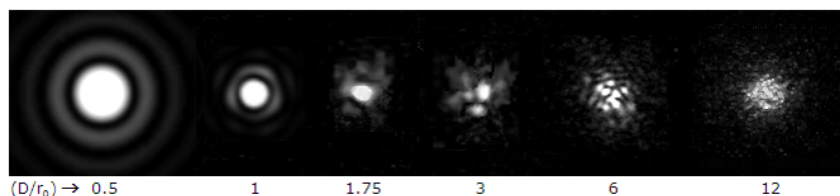


図 2.7: スペックル [http://www.telescope-optics.net/seeing_and_aperture.htm]

もし波面センサを長時間露出で使用する、もしくは口径が r_0 よりも小さい状況であれ

ば、PSF は解析関数で簡単に表すことのできる形となり Moffat 関数や回折限界の式を畳み込みの像として使用することができる。しかし波面センサは短時間露出で使用する上にその口径は r_0 よりも 2.4 倍大きいので、図 2.7 のようなスペックルを再現しなければならない。このようなスペックルは不規則にパターンが変動しており簡単な式で再現できないので、畳み込みで使用する恒星画像は、実際にピリカ望遠鏡に波面センサを接続し波面測定の時と同じ露出時間で恒星を撮像し平均的なスポット像を選択することで得る。

2015 年 9 月 1 日に、ピリカ望遠鏡に波面センサを接続し、はくちょう座 ζ 星 (3.20 等級) を撮像した。露出時間は 10ms、撮像枚数は 3000 枚である。図 2.8 は、3000 枚の内の 1 枚の波面センサイメージである。この時のシーイングは $2.24''$ であり、見積もりで想定しているシーイング ($2.2''$) と非常に近い。図 2.8 を見ると明らかであるが、サブアパーチャー

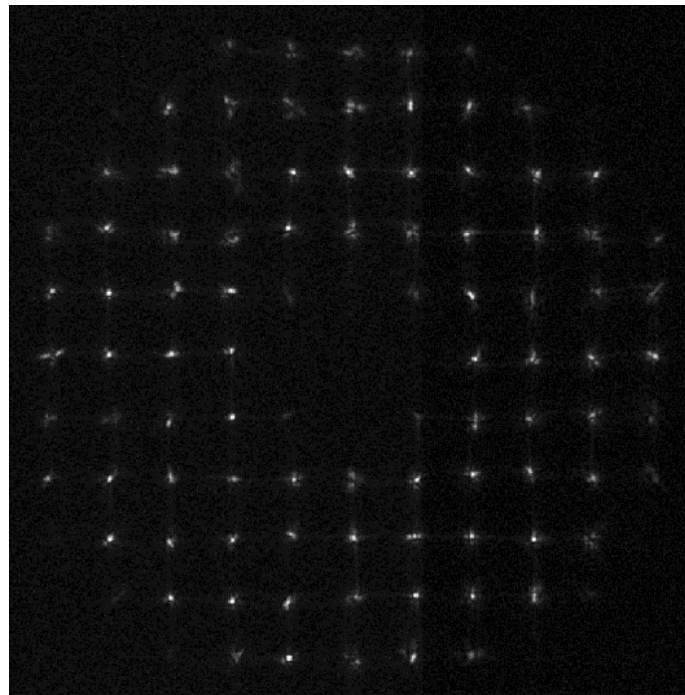


図 2.8: 波面センサイメージ

毎の恒星像のバラつきが非常に大きい。これは口径と r_0 の比が大きいことが原因である。よって取得した波面センサイメージの平均的な恒星像をピックアップする必要がある。そのための恒星像の PSF の評価には、エンサークルドエネルギー (Encircled Energy; 全エネルギーに対する、ある領域内のエネルギーの比率) を使う。エンサークルドエネルギーの取り方は、恒星像のピーク値を中心に $3\text{pixel} \times 3\text{pixel}$ 、 $5\text{pixel} \times 5\text{pixel}$ の 2 パターン用意した。1 枚の波面センサイメージにはサブアパーチャーが 88 個あり、波面センサイメージは 3000 枚撮像しているので、サブアパーチャーイメージのサンプル数は 88×3000 個存在する。この 264000 のサブアパーチャーイメージ毎に、エンサークルドエネルギーを計算した結果が、図 2.9 である。

$3\text{pixel} \times 3\text{pixel}$ の領域のエンサークルドエネルギーの平均は 14.9%、 $5\text{pixel} \times 5\text{pixel}$ の領域のエンサークルドエネルギーの平均は 25.5% であった。2 パターンのエンサークルドエネルギーの取り方が、平均とほぼ一致する恒星像は図 2.10 である。ハッブル宇宙望遠鏡の

木星画像との畳み込みには、このスポット像を使用する。

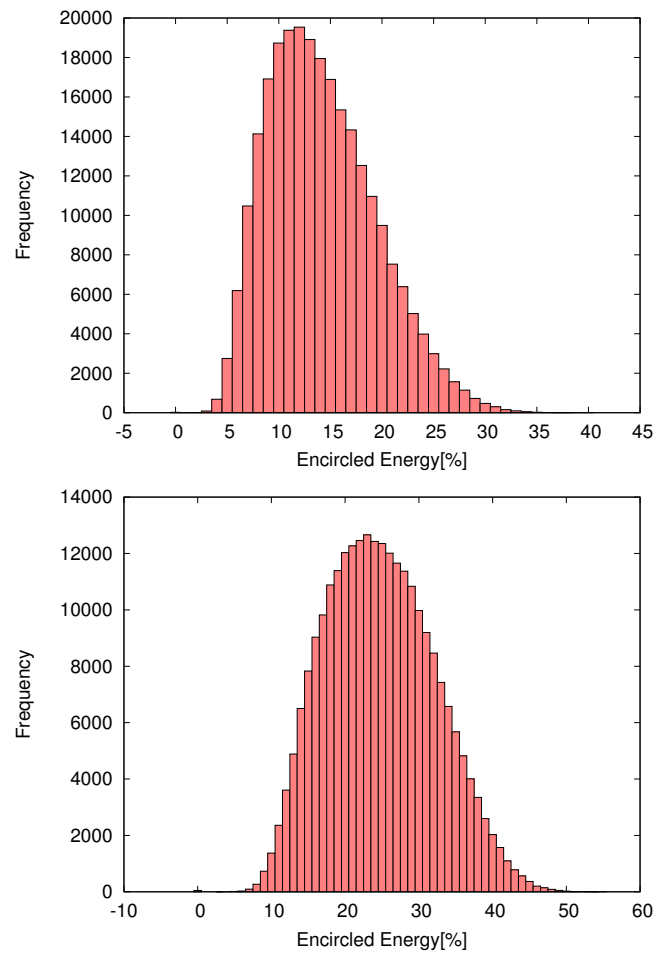


図 2.9: (上)3pixel×3pixel の領域のエンサークルドエネルギーの頻度分布
(下)5pixel×5pixel の領域のエンサークルドエネルギーの頻度分布

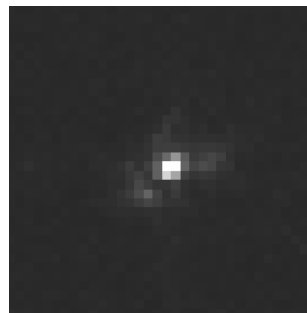


図 2.10: 畳み込みで使用するスポット像

2.2.4 木星画像の畳み込み

まず木星の視直径を 40 秒角に、また画像のピクセルスケールを波面センサのピクセルスケールにするために、図 2.4 と図 2.5 の木星画像の解像度調整を行った。次に解像度調整した 2 枚の木星画像に対して、前節で選択した恒星画像を畳み込んだ。ハッブル宇宙望遠鏡の木星画像を f 、恒星画像を g 、畳み込み後の木星画像を h と表すと、畳み込みは次のように表すことができる。

$$h = \mathcal{F}^{-1}[\mathcal{F}(f * g)] = \mathcal{F}^{-1}[\mathcal{F}(f) \cdot \mathcal{F}(g)] \quad (2.4)$$

畳み込んだ木星画像 h の明るさのピーク値に、ピリカ望遠鏡に接続した波面センサで撮像した時の推定される光子数 (露出時間 10ms の時に 540) を代入して、木星画像に明るさの絶対値を与えた。

図 2.11、2.12 は、図 2.4、2.5 の畳み込み後の木星画像である。

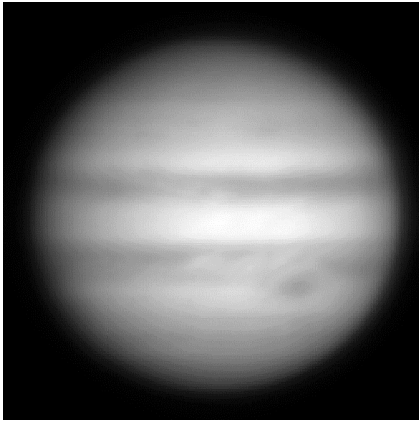


図 2.11: 畳み込み後の木星 A



図 2.12: 畳み込み後の木星 B

2.3 木星模様の波面測定誤差の見積

始めに木星 A(図 2.11) と木星 B(図 2.12) のそれぞれの木星画像に対して、シーイングサイズの 3 倍の 6 秒角 $\times$ 6 秒角の範囲で模様のパラメータを計算し、計算範囲を 1pixel ずつシフトさせていくことでパラメータ毎にカラーマップを作成した。計算時に露出時間は 10ms であると仮定している。また木星の縁部分と宇宙空間の区別を行うために、計算範囲内の平均インテンシティの値 100 を閾値として、閾値よりも小さい平均インテンシティの場合は各模様パラメータの値を 0 とみなしている。バックグラウンドは領域内の最小値をとり、計算領域のインテンシティからバックグラウンドを引いた総和を光子数としている。

まず木星 A の模様パラメータの見積を行った。図 2.13 は木星 A の光子数マップである。木星の赤道付近のベルト (暗い帯) やゾーン (明るい帯)、木星の大赤斑の領域で光子数が大きく 15000-20000 程度である。反対に木星の高緯度の領域では光子数は小さく 10000 も満たない。図中の右側の木星の縁部分が光子数が非常に大きい、これは外縁の近づくほど減光が強くなるからである。図 2.14 は木星 A のバックグラウンドマップである。木星中心ほどバックグラウンドが大きい、外縁に行くほどバックグラウンドが小さくなっていることが分かる。しかし中心で 1000 程度であり外縁部でも 500 程度であることから、光子数マップと比較すると領域による違いの小さいパラメータであることが分かる。図 2.15 は木星 A の自己相関関数の x 方向の FWHM マップ (単位は pixel)、図 2.16 は木星 A の自己相関関数の y 方向の FWHM マップ (単位は pixel) である。これらのパラメータは値が大きいほど、模様の形状が対応する方向により広がっていると言い換えることができる。よって x 方向の FWHM マップでは木星中心に値が大きく緯度方向に伸びているようなマップになっており、y 方向の FWHM マップでは木星中心の値が大きく経度方向に伸びているようなマップになっている。図 2.17 は木星 A のコントラストマップである。木星の赤道付近のベルトや大赤斑があるベルトでコントラストが大きく 20-30% ある。反対にゾーンや高緯度の領域ではコントラストが小さく 10% も満たない。また光子数マップと同じように外縁部分のコントラストが大きくなっているが、これも減光による影響だと考えられる。以上のように木星 A の模様パラメータのモデル化を行うことができたので、これらのパラメータを波面測定誤差の式 2.1 に代入して、木星 A の模様を使用したときの波面測定誤差の見積を行った。図 2.18 は波面測定誤差の見積の結果であり、対数スケールで表している。木星の赤道付近のベルトや大赤斑があるベルトでは測定誤差が小さいが、ゾーンや高緯度の領域では測定誤差が非常に大きい。この特徴は図 2.17 のコントラストマップと似ている。

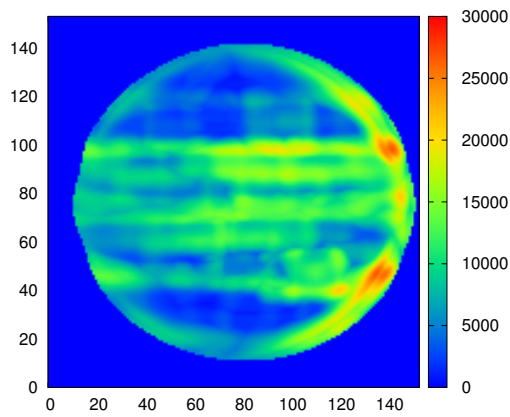


図 2.13: 木星 A の光子数マップ

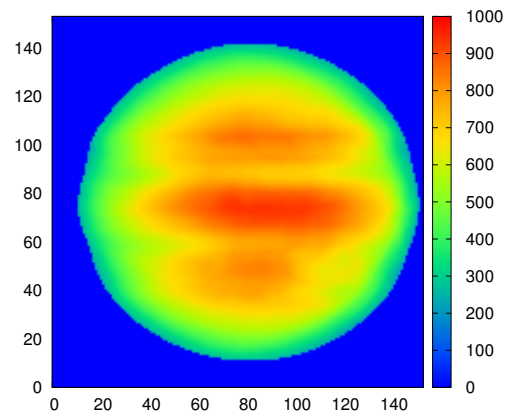


図 2.14: バックグラウンドマップ

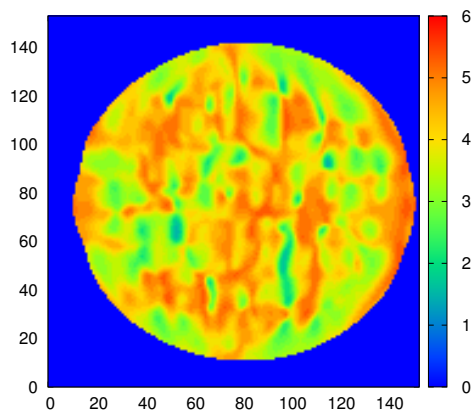


図 2.15: FWHM(x) マップ (pixel)

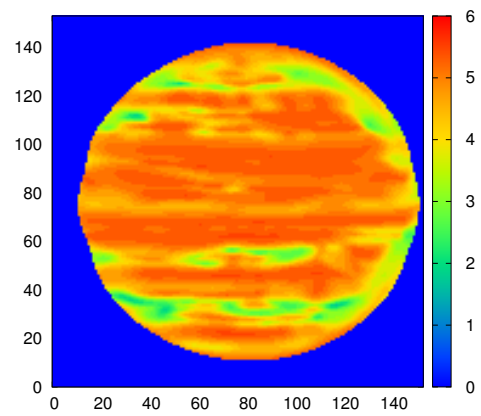


図 2.16: FWHM(y) マップ (pixel)

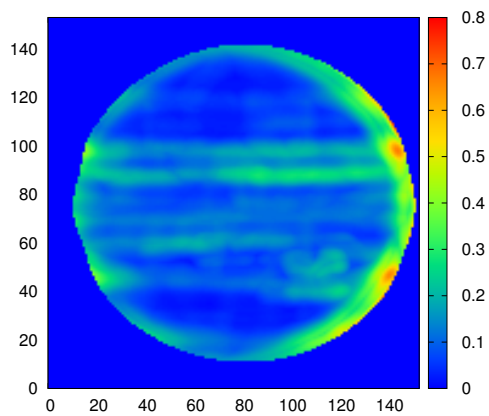


図 2.17: コントラストマップ

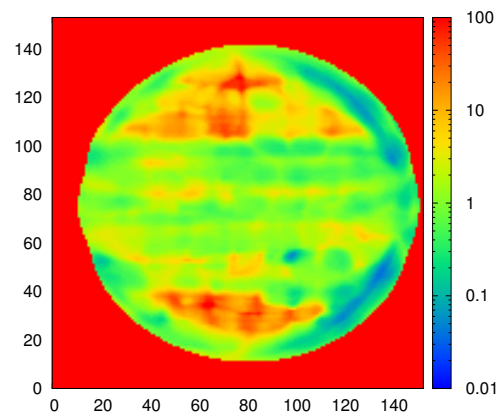


図 2.18: 波面測定誤差マップ

次に木星 B の模様パラメータの見積を行った。図 2.19 は木星 B の光子数マップである。木星 A と同じく赤道付近のベルト (暗い帯) やゾーン (明るい帯) の領域で光子数が大きく 15000-20000 程度であるが、高緯度の領域では光子数は小さく 10000 も満たない。図 2.20 は木星 B のバックグラウンドマップである。これも木星 A と同じく木星中心ほどバックグラウンドが大きい外縁に行くほどバックグラウンドが小さくなっており、光子数マップと比較すると領域による違いの小さいパラメータであると分かる。図 2.21 は木星 B の自己相関関数の x 方向の FWHM マップ (単位は pixel)、図 2.22 は木星 B の自己相関関数の y 方向の FWHM マップ (単位は pixel) である。木星 A と同じく x 方向の FWHM マップでは木星中心に値が大きく緯度方向に伸びているようなマップになっており、y 方向の FWHM マップでは木星中心の値が大きく経度方向に伸びているようなマップになっている。図 2.23 は木星 B のコントラストマップである。ここで図の上側を木星の北側と仮定する。赤道の北側にあるベルトは木星 A のベルトと同じような大きさのコントラストであり 20-30% 程度である。しかし赤道の南側にあるベルトは北側のベルトに比べるとコントラストが小さく 10-20% しかない。木星 A 側のこの緯度帯では大赤斑やベルト中の雲構造などの高コントラストの模様が存在しているが、これは木星全周に渡って存在しているわけではなく木星 B 側まで高コントラストの構造が維持されていないことが分かる。以上のように木星 B の模様パラメータのモデル化を行うことができたので、これらのパラメータを波面測定誤差の式 2.1 に代入して、木星 B の模様を使用したときの波面測定誤差の見積を行った。図 2.18 は波面測定誤差の見積の結果であり、対数スケールで表している。赤道の北側のベルトでは測定誤差が小さいが、赤道南側のベルトやゾーン、高緯度の領域では測定誤差が非常に大きい。木星 A と同じく、この特徴は図 2.23 のコントラストマップと似ている。

木星 A と木星 B の波面測定誤差の見積 (図 2.18 と図 2.18) から、0.4 秒角の分解能の達成が可能な木星模様の割合を調べる。0.4 秒角の分解能の補正が行える時の波面測定誤差の値は $2.6[\text{rad}^2]$ であり、この値が閾値となる。図 2.25 と図 2.26 はカラーバーの最大値を 2.6rad^2 とし、0.4 秒角の分解能を達成できる木星模様を見やすくしたものである。閾値を設定したこれらのマップはコントラストマップと似ており、およそ 20% 以上のコントラストの領域で 0.4 秒角の分解能が達成できると考える。また木星 A の波面測定誤差マップ (図 2.25) では約 56% の領域の木星模様で 0.4 秒角の分解能が達成できる見積が得られ、木星 B の波面測定誤差マップ (図 2.26) では約 38% の領域の木星模様で 0.4 秒角の分解能が達成できる見積が得られた。この結果から、木星全面の 48% の領域で 0.4 秒角の分解能の達成が可能となる見積を得ることができた。

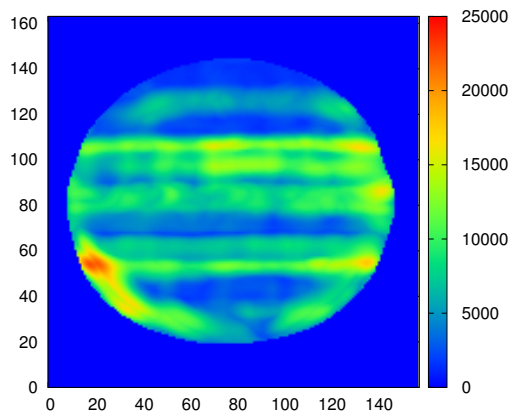


図 2.19: 木星 B の光子数マップ

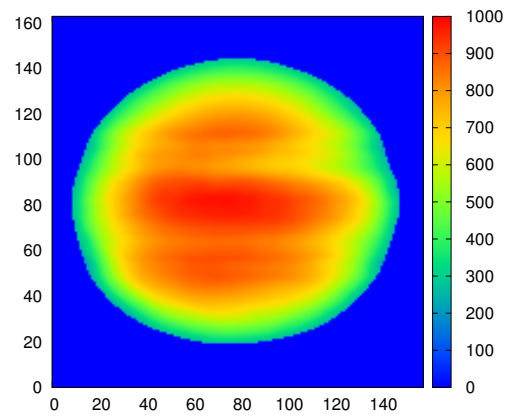


図 2.20: バックグラウンドマップ

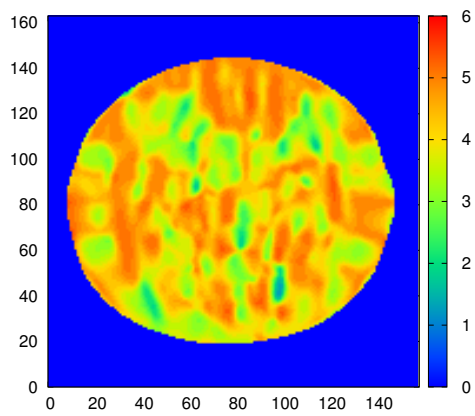


図 2.21: FWHM(x) マップ (pixel)

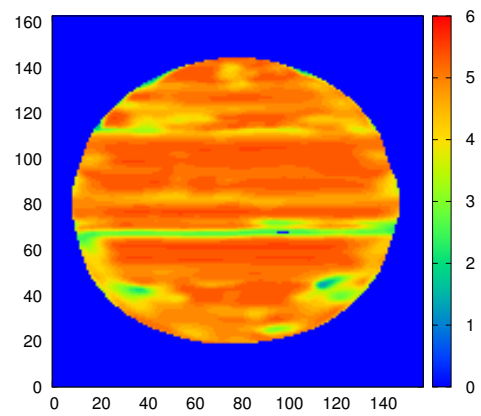


図 2.22: FWHM(y) マップ (pixel)

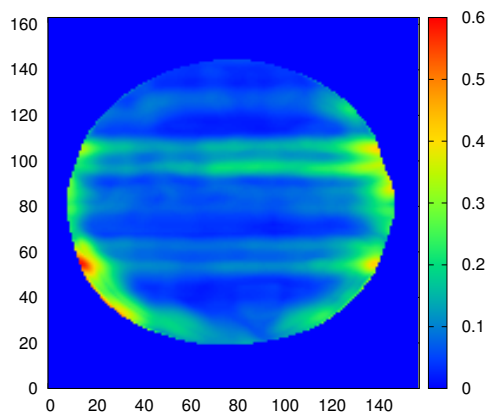


図 2.23: コントラストマップ

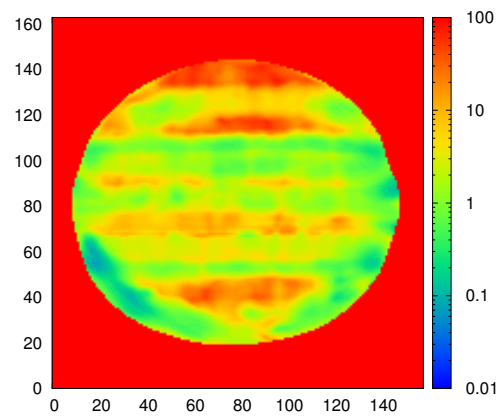


図 2.24: 波面測定誤差マップ

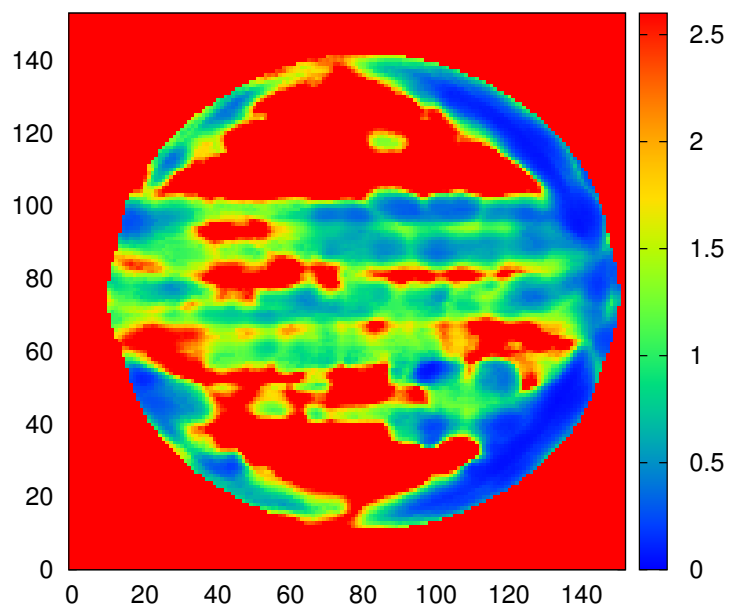


図 2.25: 木星 A の波面測定誤差マップ

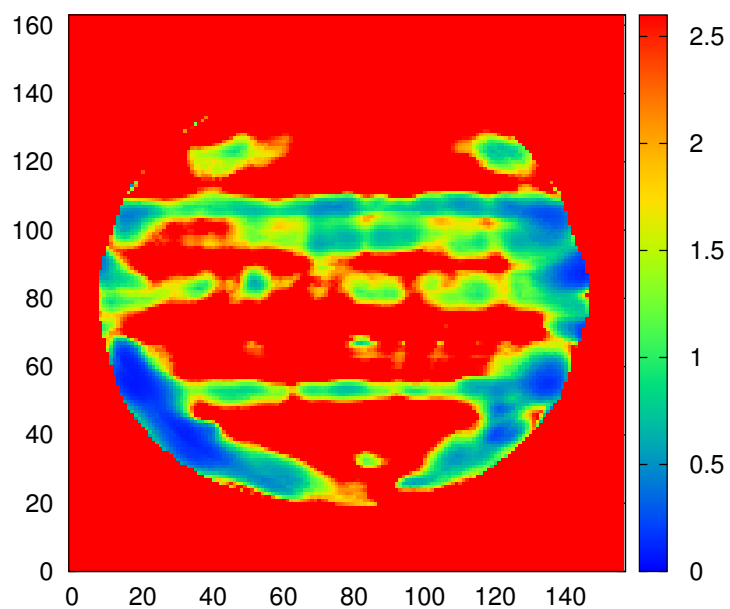


図 2.26: 木星 B の波面測定誤差マップ

これまで模様パラメータのモデル化とその値を使った波面測定誤差の見積を行ったが計算領域と露出時間を固定していた。より詳細に波面測定誤差の見積を行うためには、模様毎に計算領域と露出時間を変化させて見積を行わなければならない。今回は、0.4 秒角の分解能の達成ができるコントラスト 20% 以上の木星模様を選択し、露出時間を変えながら波面測定誤差の見積を行った。図 2.27 と図 2.28 は、模様を選択箇所を示している。また図中の番号は模様を表す番号とする。木星 A から 5 つの模様、木星 B から 1 つの模様を選択し、計 6 つの模様の波面測定誤差の見積を行った。選択した模様のイメージとその自己相関関数を図 2.29 から図 2.29 に示す。この自己相関関数は全積分値が 1 となるように規格化を行っている。また各模様のパラメータは表 2.2 にまとめている。

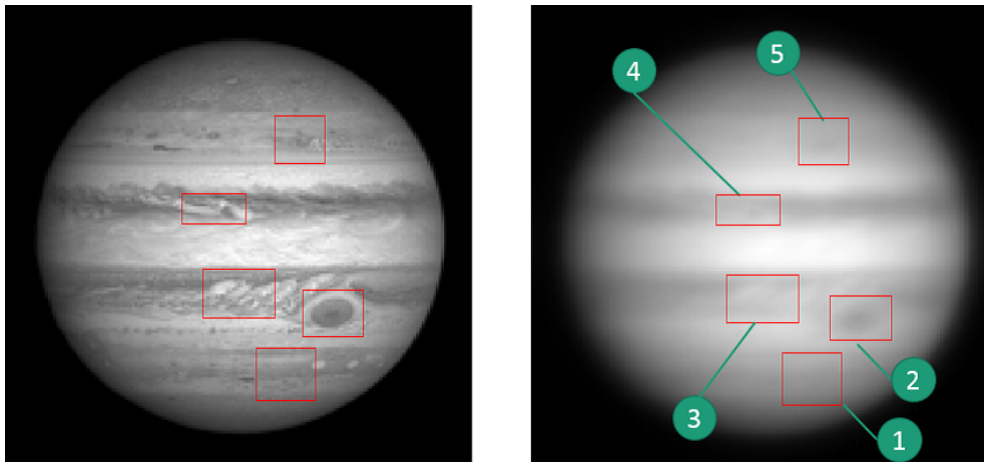


図 2.27: 木星 A の模様を選択箇所

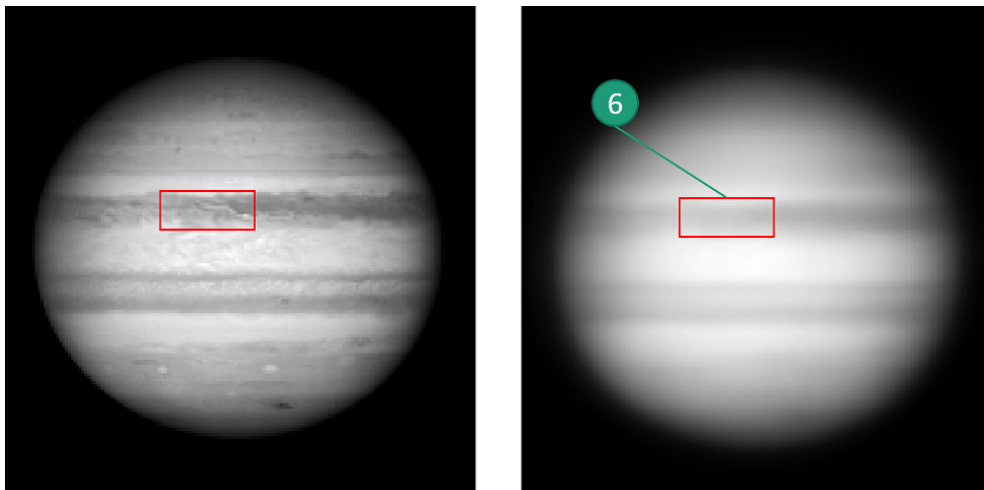


図 2.28: 木星 B の模様を選択箇所

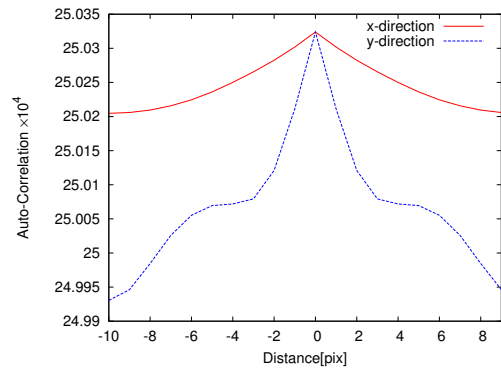
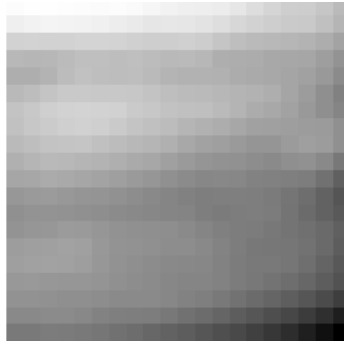


図 2.29: (左) 模様 1(ベルト中の雲構造) イメージ (右) 自己相関関数

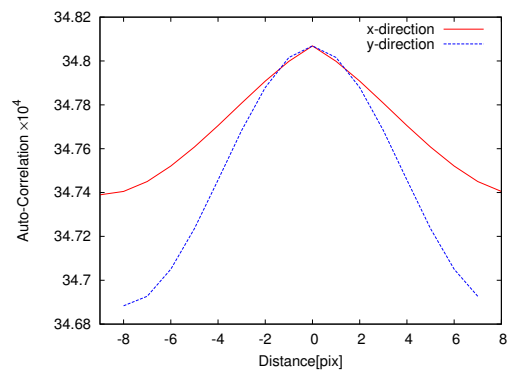
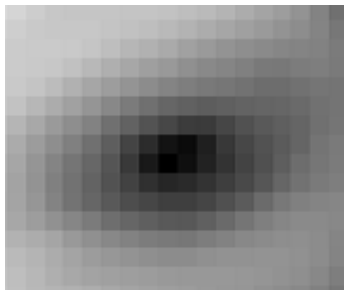


図 2.30: (左) 模様 2(大赤斑) イメージ (右) 自己相関関数

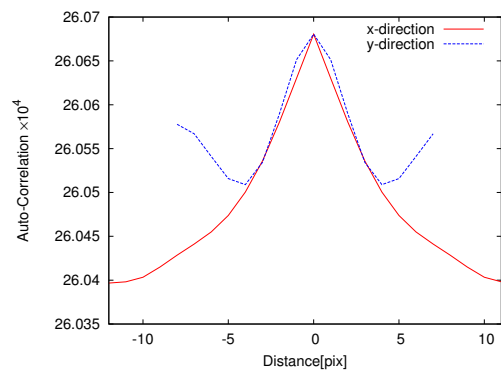
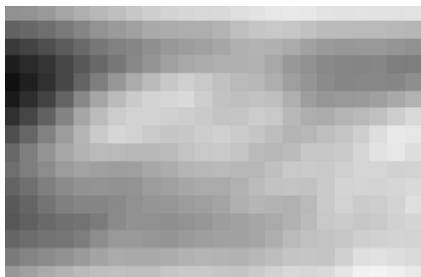


図 2.31: (左) 模様 3(ベルト中の雲構造) イメージ (右) 自己相関関数

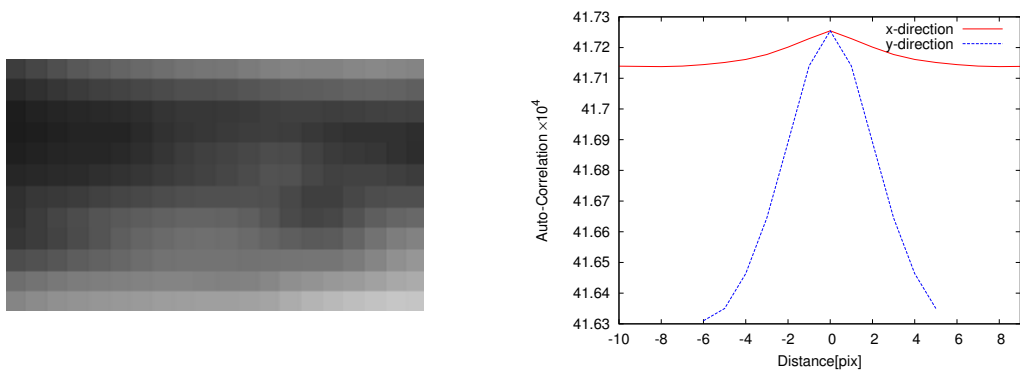


図 2.32: (左) 模様 4(ベルト中の雲構造) イメージ (右) 自己相関関数

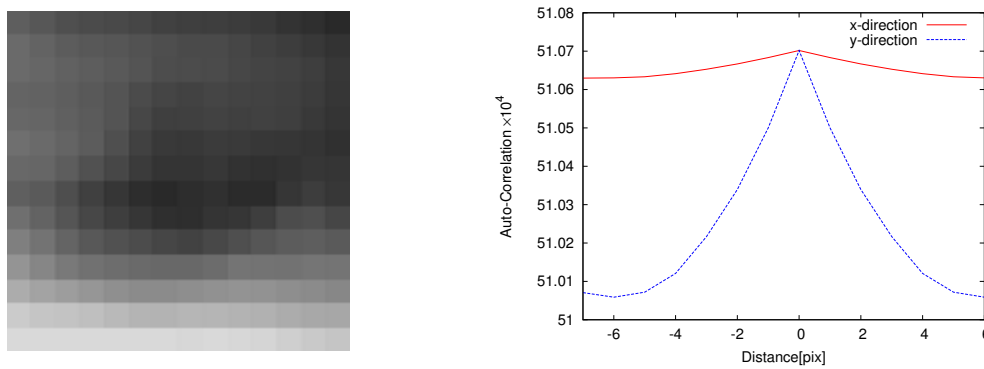


図 2.33: (左) 模様 5(黒斑) イメージ (右) 自己相関関数

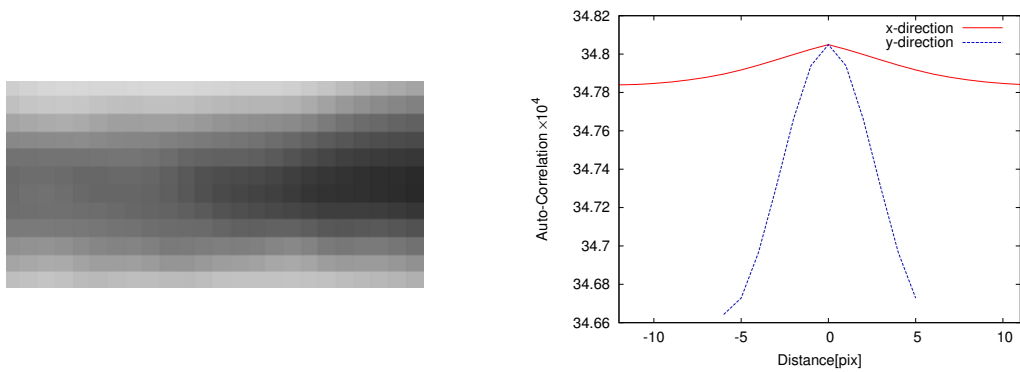


図 2.34: (左) 模様 6(ベルト中の雲構造) イメージ (右) 自己相関関数

表 2.2: 選択した模様のパラメータ (光子数、バックグラウンドは露出時間 10ms の時の値)

	模様 1	模様 2	模様 3	模様 4	模様 5	模様 6
イメージサイズ (x)[pixel]	20	18	24	20	14	24
イメージサイズ (y)[pixel]	20	16	18	10	14	12
光子数 (10ms)	39386	47219	47091	13935	12094	31480
バックグラウンド (10ms)	847	905	1010	1060	985	1058
自己相関の FWHM(x)[pixel]	3.9	8	6.4	5.2	4.7	4.9
自己相関の FWHM(y)[pixel]	7.9	9.6	4.6	5.5	6.0	9.5

バックグラウンドは模様内の最小値をとり、イメージからバックグラウンドを引いた総和を光子数としている。また各模様の切り出し方は、対象となる模様のみがイメージ内に収まり、その他の模様が入らないようにしている。補償光学系の性能を決める要因は模様を使った時の波面測定誤差だけではなく、可変形鏡やシステムの数値などが原因となる波面誤差も含まれるので、今回の見積りはこれらの誤差も考慮する。2ms ずつ露出時間の設定を変えて各誤差成分を計算した。波面誤差の総和 (Total エラー)[rad²] は以下のように書くことができる。

$$\sigma_{total}^2 = \epsilon^2 + \sigma_{fit}^2 + \sigma_{time}^2 + \sigma_{servo}^2 \quad (2.5)$$

ϵ^2 は相互相関を使った時の波面測定誤差のモデルであり、このモデルに模様の各パラメータを代入した (式 2.1)。模様の光子数やバックグラウンドなど露出時間によって変化するパラメータは、計算時に設定した露出時間と 10ms の比を取り、表 2.2 の露出時間 10ms 時のパラメータの値に掛けた。 σ_{fit}^2 は可変形鏡の Fitting エラーである (式 1.10)。 σ_{time}^2 は波面測定の露出時間の速度で決まる Sampling エラーであり、このエラーは解析的に求めることができなかったため、2015 年 12 月に恒星を使った波面測定のデータ (露出時間 2ms, 撮像枚数 15000 枚) を解析してエラーを求めた。例えば露出時間 2ms のフレームを 2 枚足し合わせると露出時間 4ms の 1 枚のフレームとみなすことができるので、フレームの足し合わせを行い、露出時間の設定に合わせてエラーを求めた。 σ_{servo} はシステムの数値で決まる Servo Lag エラーである (式 1.11)。補償光学システム全体の構成が決まっていなくて現時点では詳細なシステムの数値が分からない。この見積もりでは補償光学システムの初期検討の構成 (バンド幅数十 Hz) を参考に、ひとまず 50Hz のシステム数値と仮定して計算している。

図 2.35、図 2.36 は、各模様を波面参照源として使用した時の波面誤差の総和と各波面誤差の見積もりの結果である。図中の Threshold の 3.5[rad²] は補償精度の目標性能となる波面精度であり、波面誤差の総和がこの値よりも小さければ目標性能を達成することができる。縦軸は波面誤差 [rad²] であり、横軸は露出時間 [ms] である。

今回見積りに含めたエラー成分は 4 つあるが (波面測定誤差のモデル、Sampling エラー、Fitting エラー、Servo Lag エラー)、全ての見積もりの結果において波面誤差の総和 (図中の赤線) の中で支配的なエラーは波面測定誤差 (青線) と Sampling エラー (緑線) であることが分かる。波面測定誤差の総和は露出時間を変えることでその値も変化しており、露

出時間が大きくなると誤差が小さくなる波面測定誤差と、露出時間が大きくなると誤差も大きくなる Sampling エラーの足し合わせによる結果である。よって波面誤差の総和の形は釣鐘のような形をしており、最も誤差の小さい露出時間を基準に露出時間を小さくすると誤差が大きくなり、また反対に露出時間を大きくすると誤差が大きくなる。この波面誤差の総和が最も小さい露出時間は、波面測定誤差の青線と Sampling エラーの緑線が交わっている露出時間であり、波面測定誤差と Sampling エラーが釣り合っている露出時間が最も適切な波面測定の露出時間であることが分かった。また選択した 6 つの木星模様を使った波面測定は 0.4 秒角の分解能を達成できる見積りが得られ、模様によって最適な露出時間が異なることが分かった。

今回の見積り結果より、コントラストが 20% 以上の模様を波面測定に使用した時に時に補償光学系の目標性能を達成できることが分かった。また木星 A ではおよそ 6 割の領域が波面測定に使えるのに対し、木星 B は 3 割の領域しか波面測定に使用できない見積りが得られた。木星 A は東西方向、南北方向に渡り広い領域に波面測定に使用できる模様が配置されているが、木星 B は東西方向に広がっているが南北方向に狭い領域にしか波面測定に使用できる模様は配置されていない。開発中の補償光学系の構成システムとして検討している MCAO は、補正したい領域に対して同心円状に均等に波面測定を行う領域を複数点取ることで、広い領域を同心円状に補正することができる。木星 A は東西方向、南北方向に波面測定を行う領域を木星のリム近くまで広げることが出来るが、木星 B は東西方向にしか波面測定を行う領域を広げることができないので、MCAO での補正は木星 B 全体にかからず東西方向に広く南北方向に狭いような補正領域になってしまう可能性がある。以上より木星 A では安定して木星全域を補正することができるが、木星 B では補正のかかる視野がある程度制限されてしまうと考える。

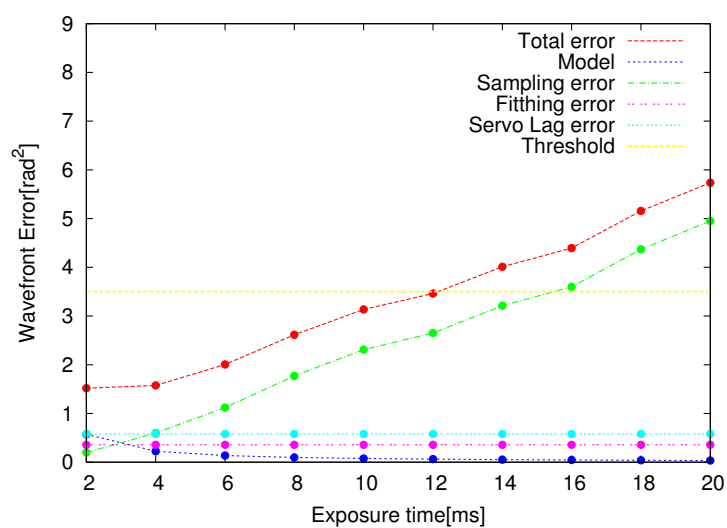
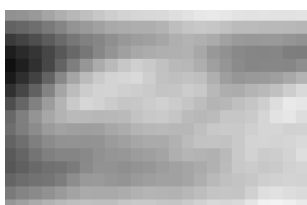
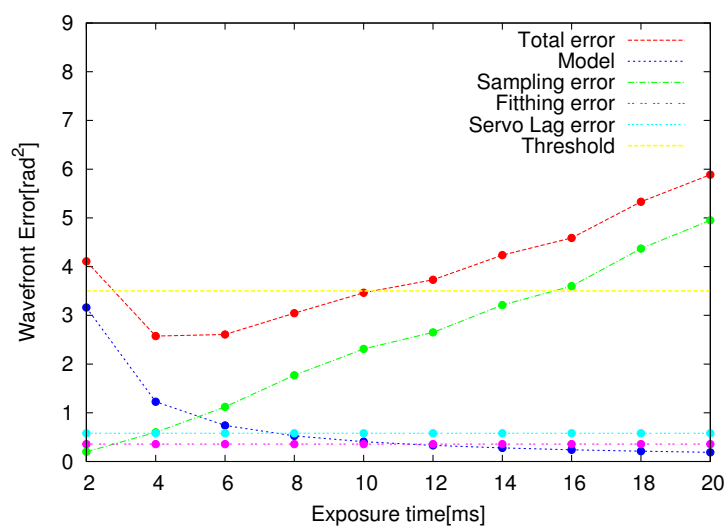
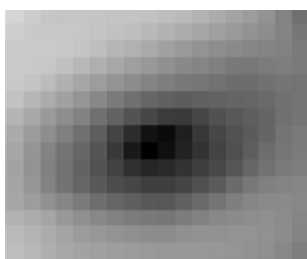
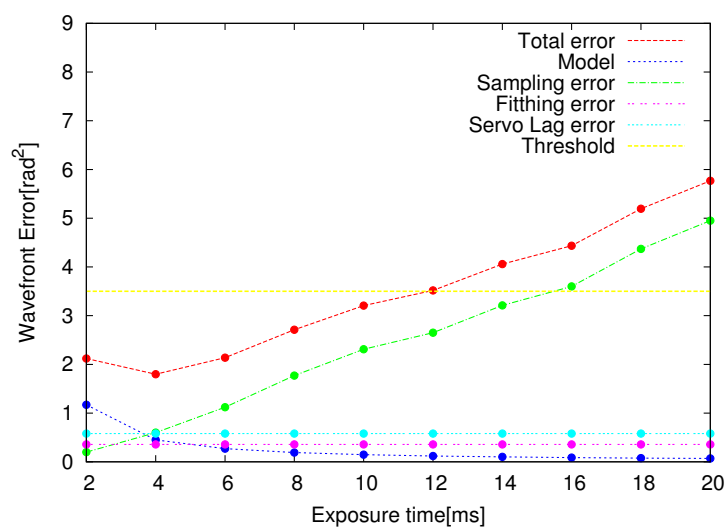
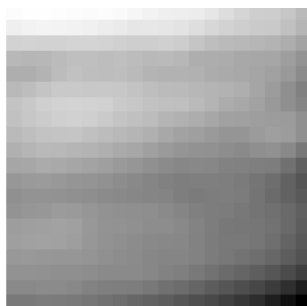


図 2.35: (上) 模様 1 (中) 模様 2 (下) 模様 3 の見積りの結果

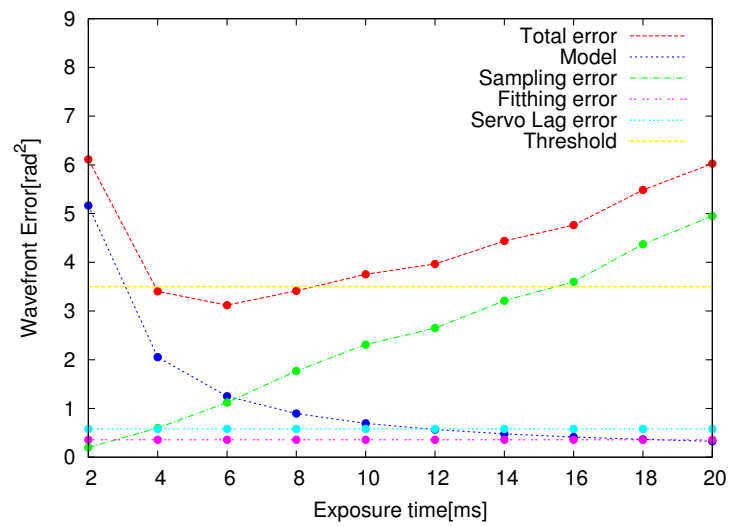
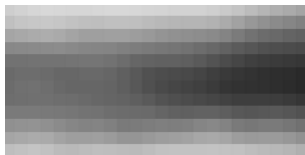
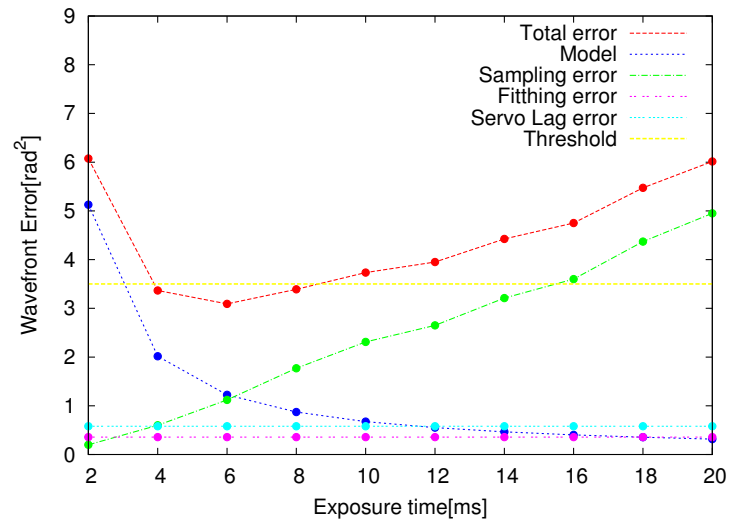
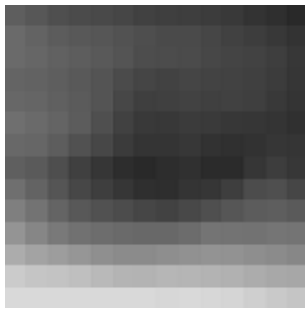
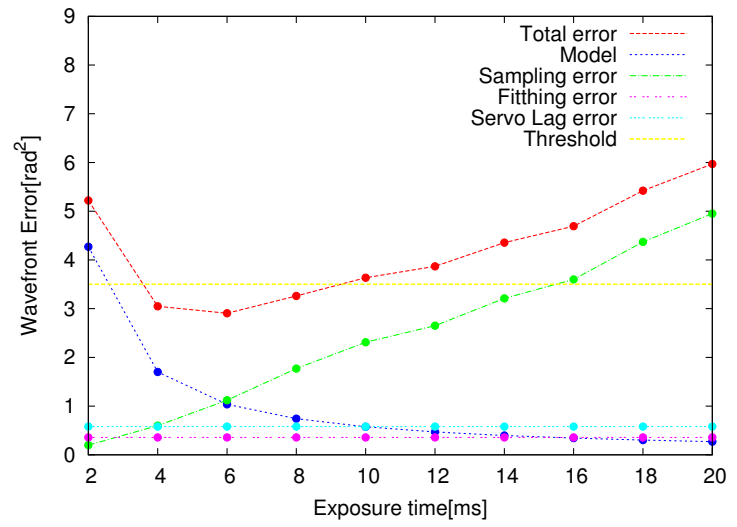
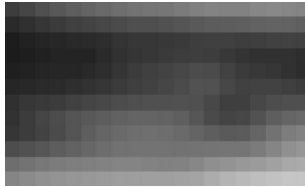


図 2.36: (上) 模様 4 (中) 模様 5 (下) 模様 6 の見積りの結果

3 模様を使った時の波面測定誤差の測定

本節では、月面模様を使った波面測定を行い模様を使った時の波面測定誤差の定式化の妥当性を観測的に評価したこと、また木星模様を使った波面測定を行い木星模様を使った時の波面測定誤差の定式化の妥当性とパラメータのモデル化の妥当性を評価したことの2点について説明する。まず始めに波面測定誤差をどのように測定するかを説明し、測定で使った波面センサの詳細について述べる。次に測定方法と測定データの解析方法について説明し、測定結果を述べる。

3.1 波面測定誤差の測定原理

真の波面の形状を $R_{true}(x, y)$ 、波面センサで測定した波面の形状を $R_{meas}(x, y)$ とする。また波面測定誤差の形状を $R_{err}(x, y)$ とすると、以下の式で表すことができる。

$$R_{err}(x, y) = R_{true}(x, y) - R_{meas}(x, y) \quad (3.1)$$

今回の測定では模様を使った時の波面測定誤差を求めるので、 $R_{meas}(x, y)$ は模様を使った波面測定で得られる。また明るい恒星を使った時の波面測定誤差は模様を使った時の波面測定誤差に比べると非常に小さいので、 $R_{true}(x, y)$ は明るい恒星を使った波面測定を行うことで得られる。従って $R_{err}(x, y)$ は、恒星を使った波面測定と模様を使った波面測定を同時に、かつ同じ方角で測定することで求めることができる。しかし波面測定で使用する望遠鏡は1つなので、 $R_{err}(x, y)$ は求めることができない。このように模様を使った波面測定と恒星を使った波面測定の測定時間にズレが生じるため、波面測定誤差の形状ではなく波面測定誤差の統計値の測定を行うことを考えた。以下では波面測定誤差の統計値の求め方について説明する。

式 3.1 を次のように変形する。

$$R_{meas}(x, y) = R_{true}(x, y) - R_{err}(x, y) \quad (3.2)$$

式 3.2 の両辺に対して、空間平均をかける。

$$\frac{\int_A R_{meas}^2(x, y) dS}{S} = \frac{\int_A (R_{true}(x, y) - R_{err}(x, y))^2 dS}{S} \quad (3.3)$$

S は空間平均をかける面積である。ここで波面測定を t 秒間行ったとする。式 3.2 に対して、更に時間平均を行う。

$$\begin{aligned} \frac{\int_A \int_T R_{meas}^2(x, y) dS dt'}{St} = \\ \frac{\int_A \int_T (R_{true}^2(x, y) + R_{err}^2(x, y)) dS dt'}{St} - 2 \frac{\int_A \int_T R_{true}(x, y) R_{err}(x, y) dS dt'}{St} \end{aligned} \quad (3.4)$$

$R_{true}(x, y)$ と $R_{err}(x, y)$ の時間・空間平均は互いに独立しているので、式 3.4 の右辺の $2 \frac{\int_A \int_T R_{meas}(x, y) R_{err}(x, y) dS dt'}{St}$ は 0 となる。従って式 3.4 は

$$\sigma_{meas}^2 = \sigma_{true}^2 + \epsilon^2 \quad (3.5)$$

となる。 ϵ^2 は測定で求めたい波面測定誤差の統計値である。また σ_{meas}^2 は模様から測定した波面の RMS の時間平均、 σ_{true}^2 は恒星から測定した波面の RMS の時間平均である。最終的に以下のように表すことができる。

$$\epsilon^2 = \sigma_{meas}^2 - \sigma_{true}^2 \quad (3.6)$$

以上より恒星を使った波面測定と模様を使った波面測定を複数回行い、模様の測定結果から恒星の測定結果を引くことで、模様を使った時の波面測定誤差の統計値を求めることができる。

3.2 波面センサ

今回の波面測定に使用した波面センサについて説明する。波面センサの種類はシャックハルトマンであり、ピリカ望遠鏡に搭載する惑星観測用大気揺らぎ補償光学系に組み込まれる波面センサのプロトタイプとして製作したものである。この小節では波面センサのスペックをどのように決定したのかその過程を述べ、その後実際に設計し製作した波面センサの説明を行う。

3.2.1 光路図

まず製作した波面センサの光路図を図 3.1 に示す。青色の線は視野中心の光線、緑色と赤色の線は視野端の光線である。また図中では左から右に光線が移動している。望遠鏡焦点からの光線がコリメータレンズに入射し、光線はコリメートされる。コリメート光はマイクロレンズアレイに入射し、レンズ毎に CCD センサ面に集光される。

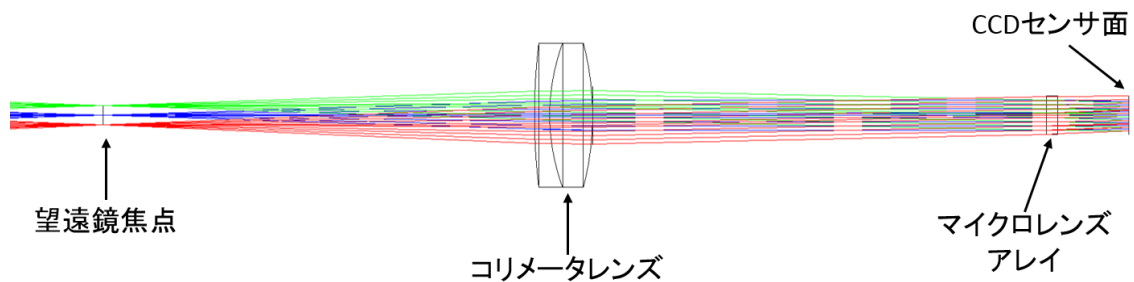


図 3.1: シャックハルトマン波面センサの光路図

3.2.2 要求されるスペック

次に製作するにあたり、波面センサのスペックの決定に至るまでの過程を述べる。波面センサのスペックの検討に際し、一番始めに定めた条件は以下の通りである。

- ピクセルスケール: $< \text{回折限界サイズの } 1/2 \text{ 倍}$
- サブアパーチャーの視野: $\sim 14 \text{ 秒角}$
- サブアパーチャー数: 11×11

惑星表面の模様を十分なサンプリングで解像できるように、ピクセルスケールは回折限界サイズの $1/2$ 倍より小さくする必要がある。サブアパーチャーの視野サイズは、惑星模様の移動範囲であるシーイングサイズと波面参照のターゲットとなる惑星模様のサイズで決まる。我々が開発している補償光学系のメインターゲットは木星であり、波面測定に使う主な波面参照源は木星の模様である。補償光学系がシーイング 4 秒角 程度までの使用を想定していること、また木星の最大直径時 (47 秒角) の木星最大の模様である大赤斑のサイズが約 8 秒角 であること、加えて 1 秒角 程度のクリアランスを考えるとサブアパーチャーの視野は約 14 秒角 必要になる。サブアパーチャー数は 11×11 に固定している。これは補償光学系に採用される可変形鏡の素子数が 12×12 であることから決定している。ピリカ望遠鏡の口径をサブアパーチャー数で割ることで、サブアパーチャーの口径を求めることが出来る ($1.6\text{m}/11 \sim 0.14\text{m}$)。またサブアパーチャーの口径 0.14m から回折限界サイズ 0.95 秒角 (@波長 550nm) が求まるので、必要なピクセルスケールは 0.48 秒角 以下となる。ここまで以下に以下の要求スペックが決定した。

- サブアパーチャーの口径: 0.14 m
- 回折限界サイズ: 0.95 秒角
- ピクセルスケール: $< 0.48 \text{ 秒角}$

波面センサに採用する CCD は Allied Vision Tech GE-680 であり (3 節 2 小節 1 小小節)、この CCD のピクセルサイズは $7.40\mu\text{m}/\text{pixel}$ である。サブアパーチャーの口径は pixel 単位で表すと $> 29.35\text{pixel}$ になるので ($14 \text{ 秒角} \div 0.477 \text{ 秒角} \sim 29.35\text{pixel}$)、マイクロレンズアレイのレンズに必要なサイズは $> 217.19\mu\text{m}$ となる ($29.35\text{pixel} \times 7.40\mu\text{m} = 217.19\mu\text{m}$)。またマイクロレンズアレイに入射するビーム径の要求サイズは、サブアパーチャーの数とその大きさから $> 2.39\text{mm}$ と決定する ($29.35\text{pixel} \times 11 \times 7.40\mu\text{m} \sim 2.39\text{mm}$)。ここまで更に以下の要求スペックが決定した。

- マイクロレンズアレイのレンズサイズ: $> 217.19\mu\text{m}$
- ビーム径: $> 2.39\text{mm}$

上記の 2 点の要求スペックから、波面センサを構成する 2 枚の光学レンズであるマイクロレンズアレイとコリメータレンズに必要な焦点距離を決定することができる。マイクロレンズアレイの焦点距離を f_{array} 、コリメータレンズの焦点距離を f_{col} とする。要求されるビーム径は $> 2.39\text{mm}$ でピリカ望遠鏡の F 値が $f/12$ なので、コリメータレンズに要求される焦点距離は $f_{\text{col}} > 2.39\text{mm} \times 12 = 28.68\text{mm}$ となる。また波面センサのピクセルスケールは f_{array} と f_{col} 、ピリカ望遠鏡の焦点距離 19200mm 、更に CCD のピクセルサイズ

を使い、以下の式で書くことができる。

$$\text{ピクセルスケール} = \frac{7.4 \times 10^{-3} \text{mm}}{19200 \text{mm} \times \frac{f_{array}}{f_{col}}} \quad (3.7)$$

要求されるピクセルスケールは < 0.48 秒角 なので、式 3.7 から $f_{col} > f_{array} \times 6$ と求まる。以上より波面センサに必要なスペックが全て定まったので、表 3.1 にまとめる。

表 3.1: 波面センサの要求仕様

ピクセルスケール	< 0.48 秒角
回折限界サイズ	0.95 秒角
サブアパーチャー数	11×11
サブアパーチャーの口径	0.14 m
サブアパーチャーの視野	~ 14 秒角
ビーム径	> 2.39 mm
マイクロレンズアレイのレンズサイズ	> 217.19 μm
マイクロレンズアレイの焦点距離	$> f_{col} \times 6$ mm
コリメータレンズの焦点距離	> 28.8 mm

3.2.3 実際の設計

上記の条件を満たすようなマイクロレンズアレイとコリメータレンズを選び、波面センサを製作した。マイクロレンズアレイは A μ S(Advanced Microoptic Systems) の APO-Q-P300-R3.2 を、コリメータレンズは Edmund のアクロマティックレンズ (焦点距離 40mm、レンズ直径 12.5mm) を採用した (表 3.2)。マイクロレンズアレイの詳細な光学パラメータは表 3.3 に記載している。

表 3.2: 波面センサを構成する光学レンズ

部品名	メーカー	製品名
マイクロレンズアレイ	A μ S	APO-Q-P300-R3.2
コリメータレンズ	Edmund	アクロマティックレンズ 12.5 $\times$ 40 VIS-NIR INK

表 3.3: マイクロレンズアレイの光学パラメータ

レンズ直径	300 μm
レンズ半径	3.2 mm
焦点距離	7.0 mm
材質	Fused Silica
コーティング	なし

Auto-CAD、図脳 RAPID の 2 つの CAD ソフトウェアを使用して、波面センサの設計を行った。波面センサの組立図は図 3.3 に示している。設計した波面センサは大まかに、望遠鏡に搭載するためのアダプタ (図 3.3 中の部品番号 S4)、視野絞り (部品番号 S8) を固定するホルダ (部品番号 S3)、コリメータレンズ (部品番号 6) を固定するホルダ (部品番号 S2)、そしてマイクロレンズアレイ (部品番号 2) を固定するホルダ (部品番号 S1) の 4 部品で構成されている。製作した波面センサの全体像を図 3.2 に、その仕様を表 3.4 に示す。また図 3.4 は、製作した波面センサをペリカ望遠鏡に搭載した様子を示している。



図 3.2: 波面センサ

表 3.4: 波面センサの設計上の仕様と実機の仕様

パラメータ	設計上の仕様	実機の仕様
ピクセルスケール	0.45 秒角	0.38 秒角
回折限界サイズ	0.95 秒角	0.95 秒角
サブアパーチャー数	11 $\times$ 11	11 $\times$ 11
サブアパーチャーの口径	0.14 m	0.14 m
サブアパーチャーの視野	18.42 秒角	15.48 秒角
ビーム径	3.33 mm	3.33 mm
マイクロレンズアレイのレンズサイズ	300 μm	300 μm
マイクロレンズアレイの焦点距離	7 mm	8.3 mm
コリメータレンズの焦点距離	40 mm	40 mm
CCD センサの使用領域	450 pixel $\times$ 450 pixel	450 pixel $\times$ 450 pixel

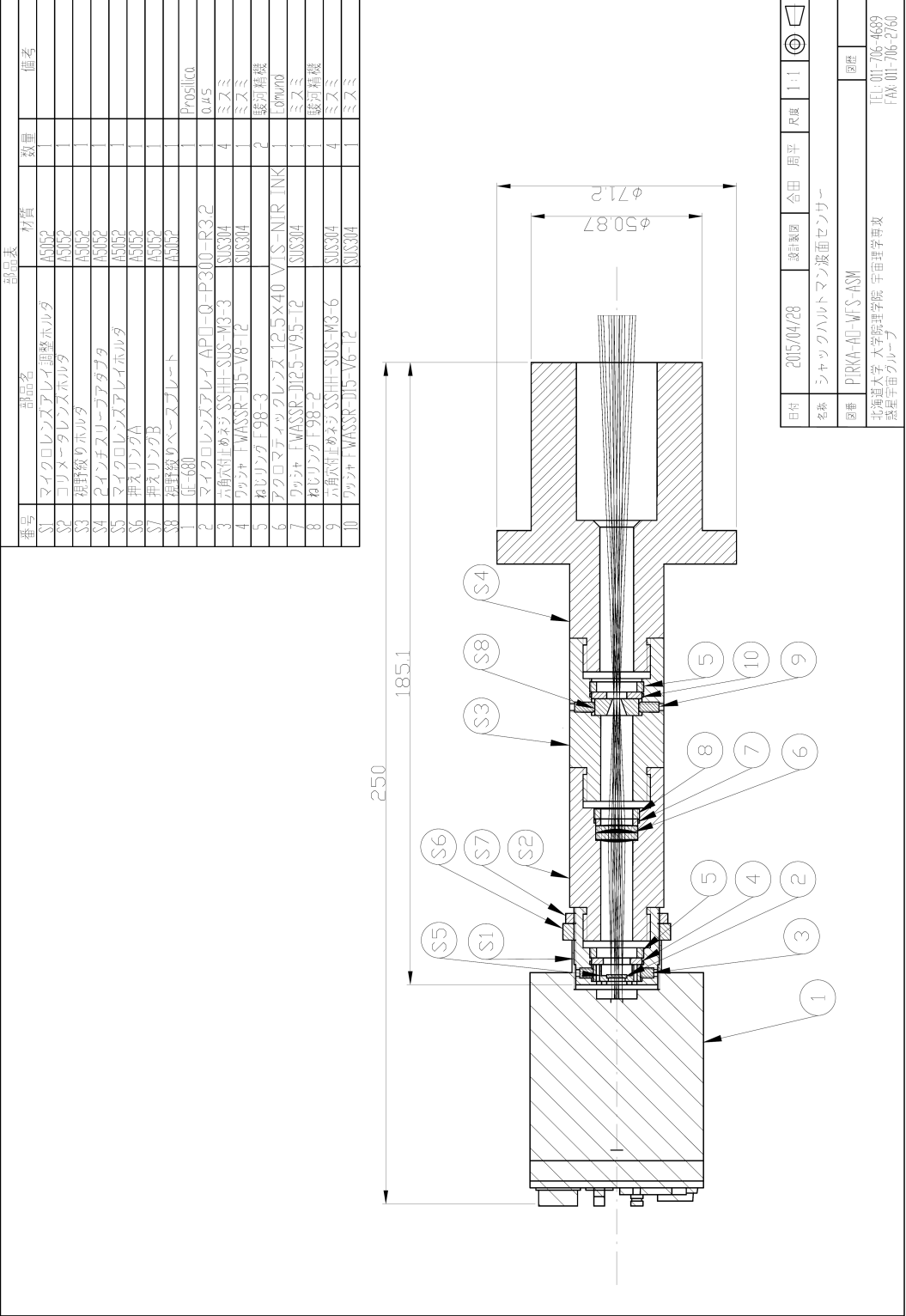


図 3.3: 波面センサの組立図

表 3.4 の太字の箇所は、波面センサの設計上の仕様と実機の仕様で値が異なるパラメータを示している。マイクロレンズアレイの焦点距離の仕様値は 7mm であるが、実際に測定した焦点距離の値は 8.3mm であり仕様値より 1.3mm 長い。マイクロレンズアレイの焦点距離の測定は 3 節 2 小節 5 小小節で説明している。マイクロレンズアレイの焦点距離の値が仕様値と異なるため、ピクセルスケールとサブアパーチャの視野サイズも仕様値から変化している。しかし実機のピクセルスケールは設計値と同じく要求仕様をクリアしており、またサブアパーチャの視野も実機の仕様の方が要求される視野に近い。よってこの実機を使い波面測定を行う点については問題ないとする。

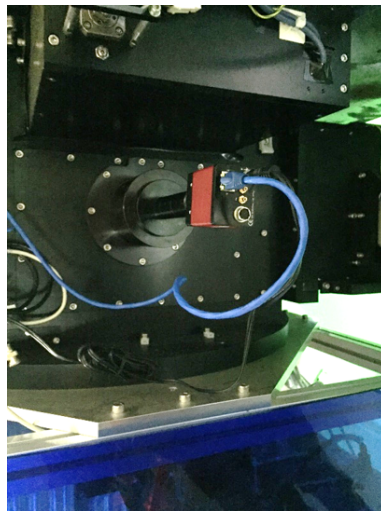


図 3.4: 波面センサをペリカ望遠鏡に搭載した様子

この波面センサに必要な視野絞りは、 $1.46\text{mm} \times 1.46\text{mm}$ の四角い形となる。市販の視野絞りの直径は大きくても $1000\text{ }\mu\text{m}$ が限度であり、かつ絞りの形が丸である。よって視野絞りは、黒アルミホイルを切り抜き組み合わせることで作成した (図 3.5、図 3.6)。絞りの縁の部分は、迷光や散乱光を防ぐために遮光性レジストペンで塗布している。



図 3.5: 波面センサ入射側から見た様子

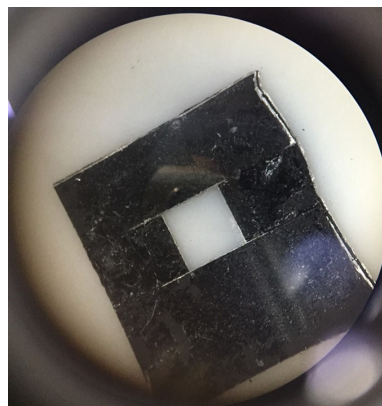


図 3.6: 黒アルミで作成した視野絞り

3.2.4 CCD

波面センサの CCD カメラは、大気揺らぎの素早い変化についていくために、高いフレームレートでかつ十分に短い露出時間で連続撮像できる性能が必要である。今回波面センサの CCD カメラとして採用した GE-680 は、フルフレーム時のフレームレートが 200 fps、最小露出時間が $25\mu\text{s}$ であり、波面センサ用の CCD カメラとして十分な性能を持っている。フレームレートは図 3.9 の通り、センサの縦方向の使用領域を減少させることで向上させることができる。しかし今回製作した波面センサで使用する CCD のセンサ領域は $450\text{pixel} \times 450\text{pixel}$ なので、波面センサで使用するフレームレートはフルフレーム時とほぼ変わらない。データ転送のインターフェースは Gigabit Ethernet なので、大容量のデータを素早く PC 側に送ることが出来るのは大きなメリットである。加えて GE-680 は安価であるのも利点である。将来の MCAO では複数台の CCD が必要となるため、この CCD を波面センサに採用することでコスト削減を行うことができる。ゲインは 0dB から 24dB まで変化させることができるが、波面センサの測定時には常に 0dB で固定している。これはゲインを上げて対象天体のシグナルを増やしてもその分ノイズも増え、結果的に取得したデータの SN 比は変わらないからである。

GE-680 には、VimbaViewer というカメラ制御用の GUI が付属している。しかし保存形式がバイナリファイルしかない上、連続撮像を行うと 1 枚ずつ保存するために非常に動作が重く指定したフレームレート通りに撮像されない。今回の測定では、付属の SDK から簡易なカメラ制御プログラムを C 言語で作成してカメラの制御を行った。

表 3.5: GE-680 の仕様

画素数	640(縦方向) $\times$ 480(横方向)
ピクセルサイズ	$7.4\mu\text{m} \times 7.4\mu\text{m}$
受光面サイズ	$4.74\text{mm} \times 3.55\text{mm}$
最小露出時間	$25\mu\text{s}$
最大フレームレート	205 fps (フルフレーム時)
A/D 分解能	12bit
プリアンプゲイン	0 dB – 24 dB
重量	169 g
レンズマウント	C マウント
サイズ	39mm (縦) $\times$ 51mm (横) $\times$ 80mm (長さ)
インターフェース	GigE Vision (1000BaseT)



図 3.7: Prosilica GE-680(Allied Vision Technologies Canada Inc. より)

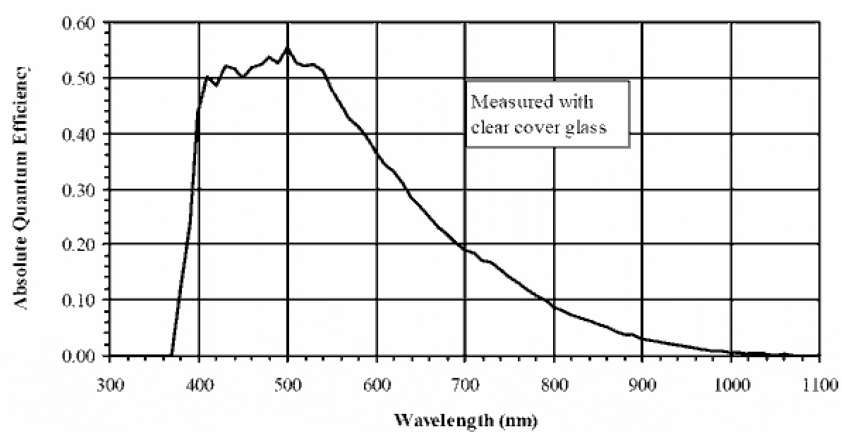


図 3.8: 感度特性 (Allied Vision Technologies Canada Inc. より)

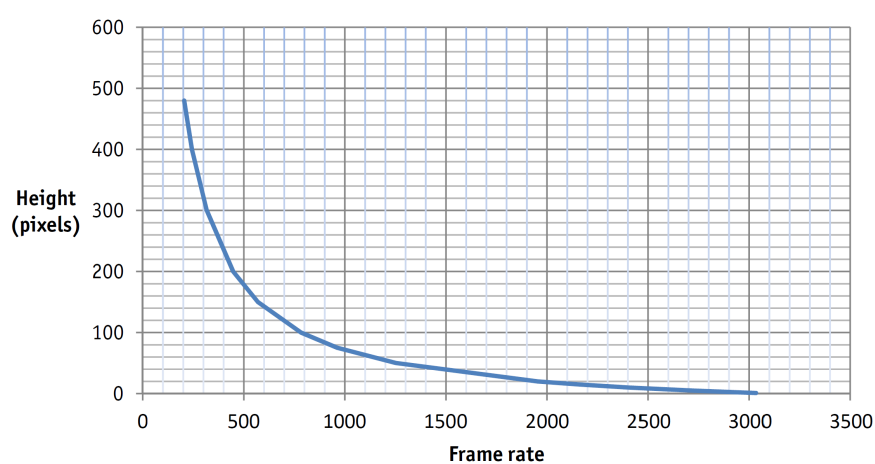


図 3.9: フレームレートの変化 (Allied Vision Technologies Canada Inc. より)

GE-680 の非線形性、読み出しノイズ、ゲインの測定を行った。測定には安定した光源が必要になるので、安定化電源を使い 10mA の電流を流した LED を光源として使用した。LED の光を均一にするために、LED と CCD の間には拡散板を挟んだ。バイアスフレームは CCD の最小露出時間 $25\mu s$ で取得しており、読み出しノイズは 2 枚のバイアスフレームの差分の標準偏差から求めた。式 3.8 の $B_1 - B_2$ は 2 枚のバイアスフレームの差分を表す。読み出しノイズの測定結果は表 3.6 に示す。

$$\text{読み出しノイズ [ADU]} = \frac{\sigma_{B_1 - B_2}}{\sqrt{2}} \quad (3.8)$$

非線形性の測定には、CCD の露出時間を変えながら取得したライトフレームを使用した。ライトフレームの測光の前にバイアスフレームを減算している。ライトフレームの中心に $50\text{pixel} \times 50\text{pixel}$ の領域をとり、その領域のカウントの平均値を取得した。図 3.10 は非線形性の測定結果である。今回測定した 500ADU からピークに近い 3500ADU にかけて 1% 以下の非線形性を持っており、撮像したデータに対して非線形性の補正を行う必要がないことが分かった。

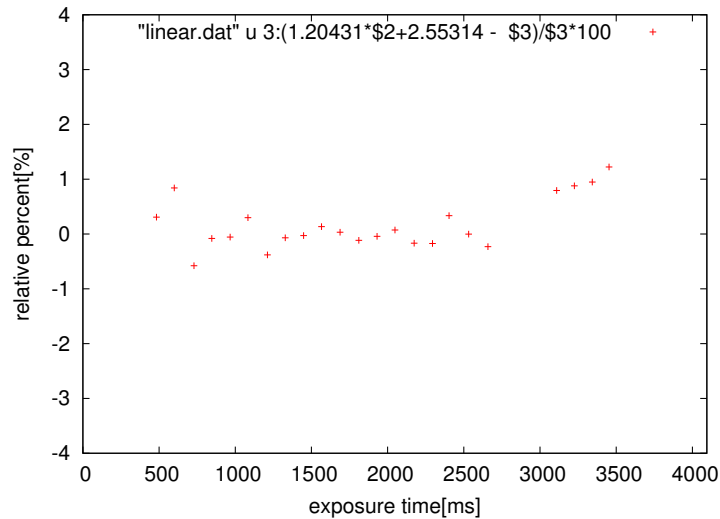


図 3.10: 非線形性の測定結果

ゲインの測定は、非線形性の測定と同じく CCD の露出時間を変えながら取得したライトフレームを使用した。ライトフレームの中心に $50\text{pixel} \times 50\text{pixel}$ の領域をとり、その領域のカウントの分散と平均値を取得した。カウント値を $I[\text{ADU}]$ 、ゲインを $G[e^-/\text{ADU}]$ 、読み出しノイズを $R[\text{ADU}]$ 、カウントの分散値を σ_I^2 とすると、以下の式で書くことができる。

$$\sigma_I^2 = \frac{I}{G} + R^2 \quad (3.9)$$

従ってカウントの平均値と分散の 1 次方程式の傾きから、ゲインを求めることが出来る。図 3.11 では横軸にカウント、縦軸に分散をとり、1 次関数でフィッティングした結果である。フィッティング関数には測定した読み出しノイズの値を代入している。ゲインの測定結果は表 3.6 に示す。

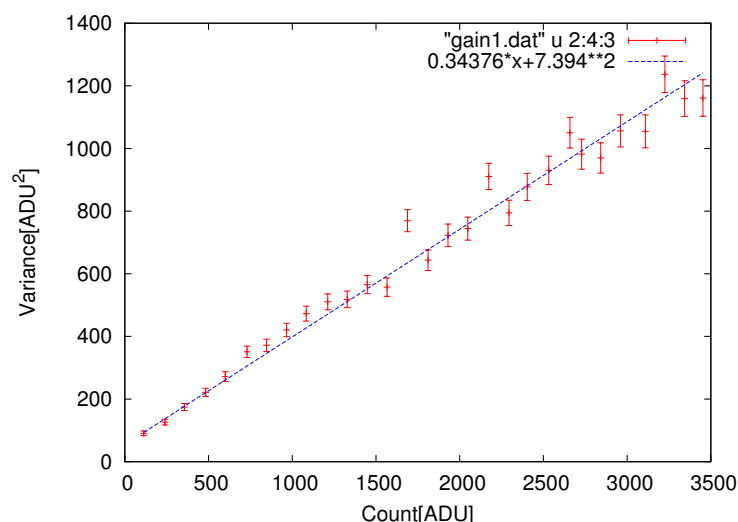


図 3.11: ゲインの測定結果

表 3.6: GE-680 の非線形性、読み出しノイズ、ゲイン

非線形性	500–2700ADU で 1% 未満の非線形性 3000–3500ADU で約 1% の非線形性
ゲイン [e^-/ADU]	2.91 ± 0.04
読み出しノイズ [e^-]	22.37 ± 0.29

3.2.5 マイクロレンズアレイのバックフォーカスの測定

マイクロレンズアレイの正確な焦点距離の値を知るため、またマイクロレンズアレイホルダ (3.3 中の部品番号 S1) が CCD センサ面に対して傾いていないか確認するために、マイクロレンズアレイのバックフォーカス (焦点距離) を測定した (実際に測定しているのはレンズの焦点距離ではなくバックフォーカスである)。

測定では波面センサからコリメータレンズと視野絞りを取り除き、CCD とマイクロレンズアレイのみの構成にした。この状態でレーザー光学系から波面センサのビーム径である直径 3.33mm のコリメート光を入射させることで、波面センサで使用するマイクロレンズアレイのレンズのみのバックフォーカスの測定を行なった (図 3.12)。CCD に対してマイクロレンズアレイホルダ (図 3.3 中の部品番号 S1) を回転させることで、CCD とマイクロレンズアレイの間隔を変えながらスポットのピーク値を測定した。図 3.13 はその時に得たイメージである。CCD の使用領域は 640pixel $\times$ 480pixel、露出時間は 15ms、ゲインは 0dB だった。CCD のセンサ面に対してマイクロレンズアレイが傾いているか確認するために、図 3.13 の 9 点のスポットのバックフォーカス位置を計算した。マイクロレンズアレイのカタログ値での焦点距離は 7.0mm、バックフォーカスは 7.23mm である。

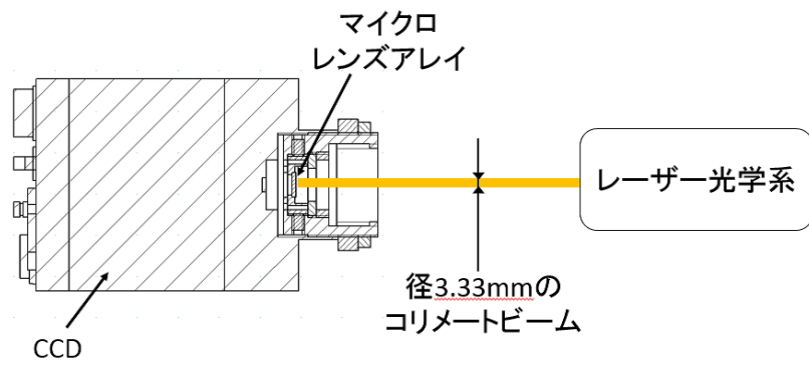


図 3.12: マイクロレンズアレイのバックフォーカス測定の模式図

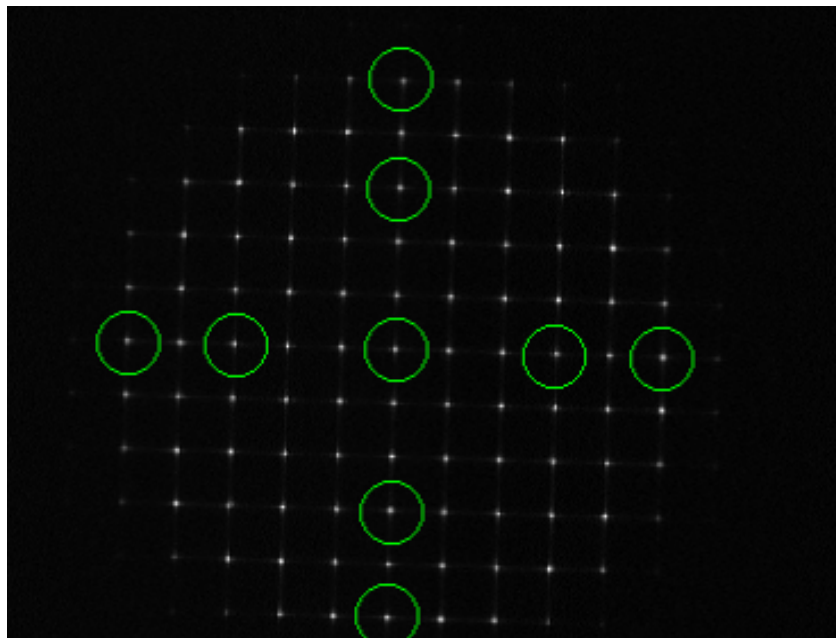


図 3.13: 波面センサにコリメート光を入射した状態

図 3.14 は、図 3.13 の 9 つの点のうち真ん中にある点の測定結果である。図 3.13 の横軸はマイクロレンズアレイのレンズ面から CCD センサ面までの距離 [mm] であり、縦軸はスポットのピーク値 [ADU] である。プロットした測定点に対して 4 次関数でフィッティングを行い、ピーク位置 (バックフォーカス) を求めた。その結果測定したバックフォーカスは $8.52\text{mm} \pm 0.03\text{mm}$ であり、バックフォーカスのカタログ値 7.23mm と 1.3mm 程度の差があった。また表 3.7 は、9 つのスポット位置のバックフォーカスの測定結果である。この結果からマイクロレンズアレイはセンサ面に対して傾いておらず、マイクロレンズアレイのバックフォーカスはカタログ値と有意に違うことがわかった。

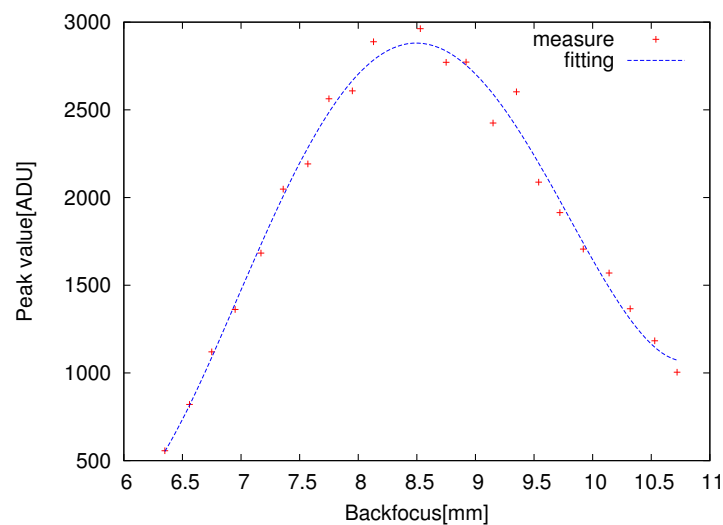


図 3.14: 真ん中のスポット位置のバックフォーカスの測定結果

表 3.7: 選択した 9 つのスポット位置でのバックフォーカスの測定結果 (単位は mm)

8.59±0.04				
8.55±0.02				
8.60±0.03	8.58±0.02	8.52±0.03	8.56±0.02	8.41±0.03
8.51±0.03				
8.58±0.03				

3.3 測定の流れ

月や木星の模様を使った時の波面測定誤差の測定の内容について説明する。木星模様を使った波面測定の場合、露出時間 2ms、撮像枚数 15000 枚の測定を 1 セットとする。月模様を使った波面測定の場合は、1 セットが露出時間 10ms、撮像枚数 3000 枚になる。まず波面参照の対象となる月または木星の近くに位置している 3 等以上の明るい恒星に望遠鏡を導入し、3 セット測定する。次に月または木星を導入して 3 セット測定し、最初に導入した恒星に戻して再び 3 セット測定する。また恒星は 3 等級以上の明るさで、木星もしくは月に最も近い位置にあるものを選択した。

3.4 解析手法

次に得られた測定データの解析手法について簡単に説明する。1 セット分の解析は次のように行う。まず 1 セット分の測定データから、相互相関の計算で使用するリファレンスイメージを作成する。リファレンスイメージとサブアパーチャーイメージの相互相関を計算し、サブアパーチャー毎に画像間のずれ量を求める。最後に得られたずれ量から、波面再構成を行う。

ここまで行うことで 1 セットの測定結果から波面の RMS の時間平均を求めることができ、式 3.6 の通り模様の測定結果から恒星の測定結果を引くことで波面測定誤差の統計値 ϵ を求めることが出来る。測定では 3 セット分のデータを取得しており、3 つの波面の RMS の時間平均の測定値から標準偏差を計算しそれを誤差とみなす。波面の RMS の時間平均はシーイングに相当するものであり、シーイングは短期変動の成分を持つ。よって精度の高い測定を行うためには、シーイングの短期変動が小さい時間帯に測定を行うしかない。

3.4.1 リファレンスイメージの作成

今回の測定では、得られた測定データの中から複数個のサブアパーチャーイメージを選択し、それらを重ね合わせてリファレンスイメージを作成している。まずリファレンスイメージの合成に使うサブアパーチャーイメージの選別方法について説明する。測定データの各サブアパーチャーイメージで RMS コントラストを計算し、全サブアパーチャーにわたる RMS コントラストの平均値と標準偏差 (σ) を計算する。RMS コントラストの平均値に 2σ を足し合わせた値よりも大きい RMS コントラストを持つサブアパーチャーイメージのみを使用することにする。全サブアパーチャーの数は、(1 枚の波面センサイメージのサブアパーチャー数である 88 個) $\times$ (波面センサイメージの 1 セット分の枚数 15000 枚) で 1,320,000 個となる。全サブアパーチャーにわたる RMS コントラストの分布を正規分布と仮定すると、平均値 $+2\sigma$ よりも大きい RMS コントラストは全体の約 2% 存在するので、そのような RMS コントラストを持つサブアパーチャーイメージは約 24000 個存在することになる。リファレンスイメージのノイズはサブアパーチャーイメージのノイズに対して $1/\sqrt{24000}$ 倍 (100 のオーダー) 小さくなるので、リファレンスイメージのノイズによる波面測定誤差は無視することができる。このように平均値 $+2\sigma$ という閾値を設定すること

で、大気揺らぎの影響が少ないサブアパーチャーイメージをリファレンスイメージの作成に必要な枚数分集めることが出来る。

次にサブアパーチャーイメージを1枚選択する。そのサブアパーチャーイメージから、リファレンスイメージとして使用したい領域を切り出しこれを起点とする。残りのサブアパーチャーイメージと起点となるイメージのずれを相互相関で計算し、画像間のずれの補正を行い足し合わせる (図 3.15)。最後に、各ピクセル毎にそのピクセルに足し合わせたサブアパーチャーイメージの枚数でカウント値を割る処理を行い、その後リファレンスイメージとして使用したい領域を切り出すことでリファレンスイメージが完成する。

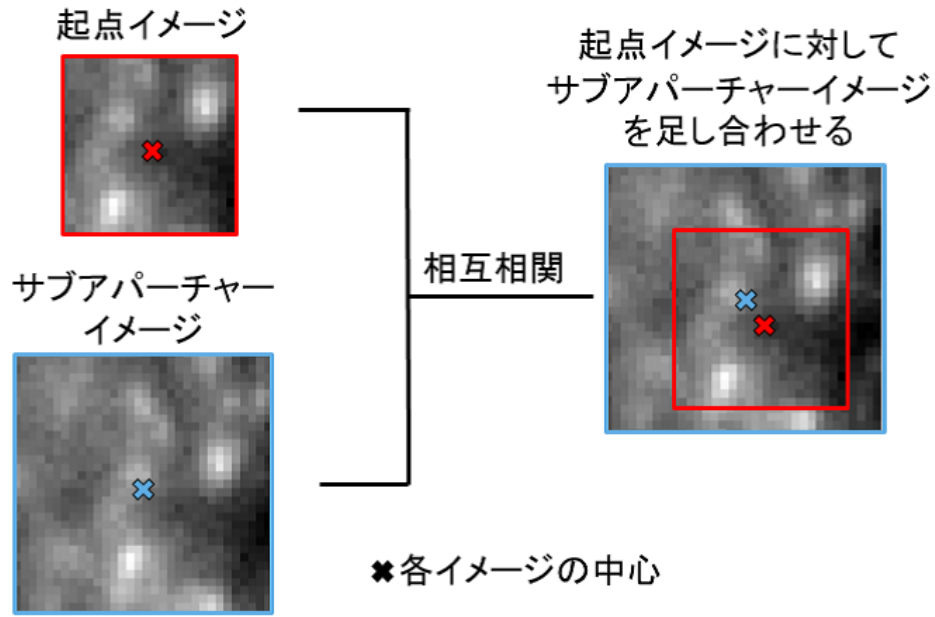


図 3.15: リファレンスイメージ作成の模式図

3.4.2 波面再構成

各サブアパーチャー毎にサブアパーチャーイメージとリファレンスイメージのズレ量を相互相関関数を使って計算し、その次に波面の再構成を行う。波面再構成の手法はいくつかあるが、この測定では Zernike 多項式を使った再構成法を利用した (Noll, 1976)。

Zernike 多項式とは、以下のような直交関数である。

$$\begin{aligned}
 Z_{evenj} &= \sqrt{2(n+1)} R_n^m(r) \cos(m\theta) & m \neq 0 \quad j \text{ は偶数} \\
 Z_{oddj} &= \sqrt{2(n+1)} R_n^m(r) \sin(m\theta) & m \neq 0 \quad j \text{ は奇数} \\
 z_j &= \sqrt{n+1} R_n^0(r) & m = 0 \\
 R_n^m(r) &= \sum_{S=0}^{(n-m)/2} \frac{(-1)^S (n-S)! r^{n-2S}}{S! [(n+m)/2 - S]! [(n-m)/2 - S]!} & (3.10)
 \end{aligned}$$

r は半径、 θ は回転角である。また n は放射方向の次数、 m は回転方向の次数、 j はモー

ド数を表している。Zernike の各モードの形状は、大気揺らぎや光学系の収差の形状を近似的に表すことができる。

波面の形を $R(x, y)$ とする。波面の形は、Zernike 多項式の各モードの足し合わせで表すことができる。

$$R(x, y) = \sum_{k=1}^N a_k Z_k(x, y) \quad (3.11)$$

a_k は Zernike 係数、 N は Zernike のモード数である。 N が大きいほど、高次の複雑な波面を Zernike 多項式で再現することができる。次に収差によって移動したサブアパーチャー内のスポット位置の移動距離を g とする。これが各サブアパーチャーで得られるサブアパーチャーイメージとリファレンスイメージのズレ量である。スポットの移動距離は、 $R(x, y)$ の傾きに比例する。

$$g_x(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} R(x, y) \quad g_y(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} R(x, y) \quad (3.12)$$

式 3.11 と式 3.12 から、あるサブアパーチャー i での測定値 g_i は以下のように Zernike 多項式で書くことができる。

$$\begin{aligned} g_{i,x}(x, y) &= \frac{\partial}{\partial x} R_i(x, y) = \sum_{k=1}^N a_k \frac{\partial}{\partial x} Z_{i,k}(x, y) \\ g_{i,y}(x, y) &= \frac{\partial}{\partial y} R_i(x, y) = \sum_{k=1}^N a_k \frac{\partial}{\partial y} Z_{i,k}(x, y) \end{aligned} \quad (3.13)$$

上記式を行列形式を用いて表すと、 $\mathbf{G} = \mathbf{D}\mathbf{A}$ となる。 $\mathbf{G}$ は測定値のベクトル、 $\mathbf{D}$ は Zernike 関数の微分式の行列、 $\mathbf{A}$ は Zernike 係数のベクトルである。波面再構成のためには $\mathbf{A}$ を求める必要があるが、 $\mathbf{D}$ は正則行列ではないので逆行列 $\mathbf{D}^{-1}$ を持たない。ここで擬似逆行列を用いることで $\mathbf{A} = (\mathbf{D}^T \mathbf{D})^{-1} \mathbf{D}^T \mathbf{G}$ に式変形を行い、Zernike 係数を求めることができる。

式 3.6 の波面の RMS の時間平均は、上記の行列計算で求めた Zernike 係数の分散値から得られる。

$$\sigma^2 = \sum_{j=1}^N \langle |a_j|^2 \rangle \quad (3.14)$$

3.5 測定データ

9月1日に、月模様を使った波面測定を行った。測定した模様は8点であり、この日の平均シーイングは2秒角だった。波面測定誤差のモデルによると、波面測定誤差のエラー量は模様の光子数、バックグラウンド、自己相関関数のFWHM、コントラストの4つのパラメータで決定される。パラメータ毎にモデルの妥当性を観測的に確認するためには、可能な限り広いパラメータ範囲で測定データを得る必要がある。よって最も広くパラメータ範囲が取れるようにMSIで撮像された月画像で予め検討を行い、8点の月模様を選択した。図3.16から図3.23は8点の月模様のリファレンスイメージとその自己相関関数である。図中の自己相関関数は、全積分した値が1になるよう規格化を行っている。各模様のパラメータは、表3.8にまとめている。

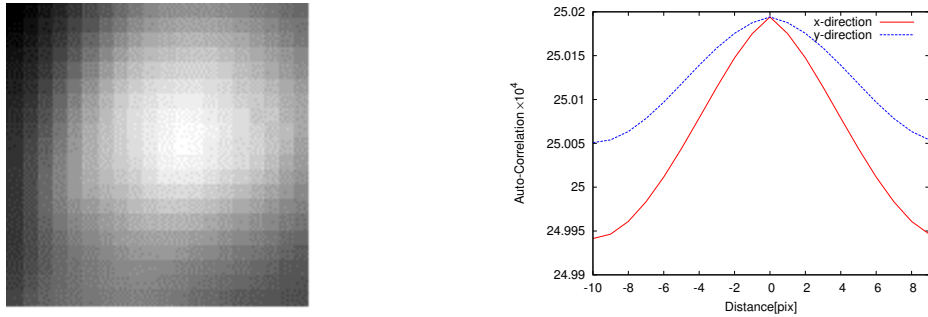


図 3.16: (左) 月模様 1 (右) 自己相関関数

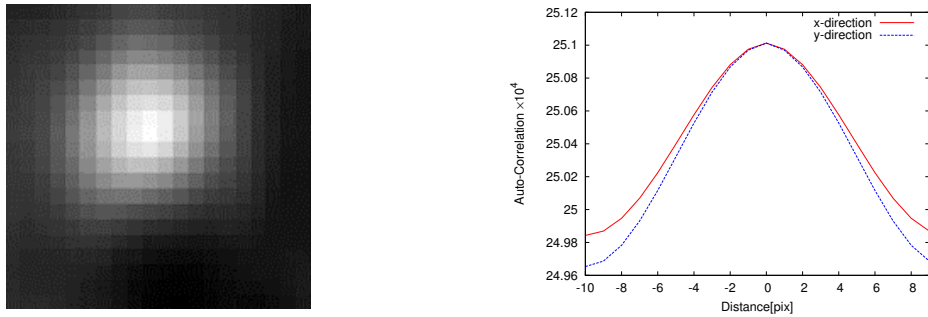


図 3.17: (左) 月模様 2 (右) 自己相関関数

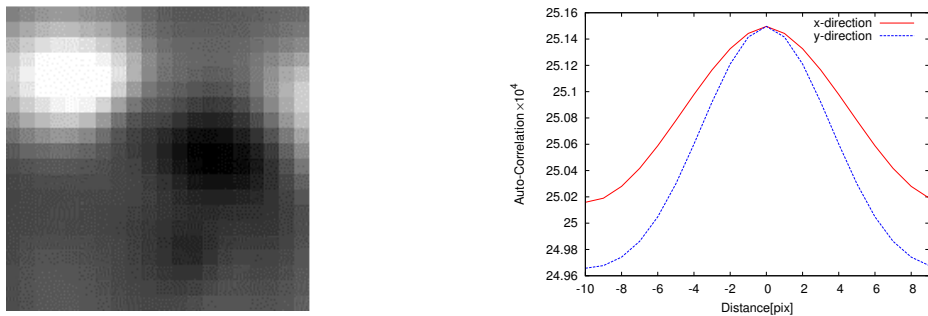


図 3.18: (左) 月模様 3 (右) 自己相関関数

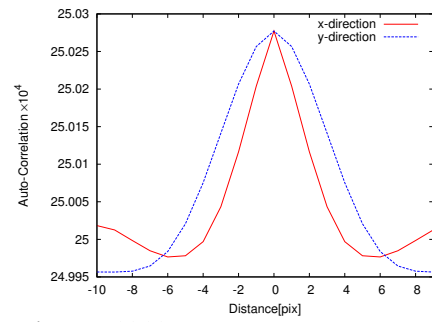
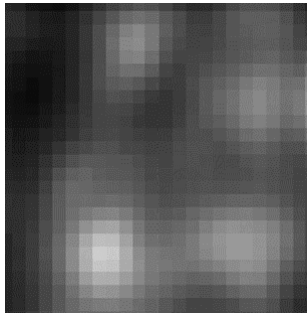


図 3.19: (左) 月模様 4 (右) 自己相関関数

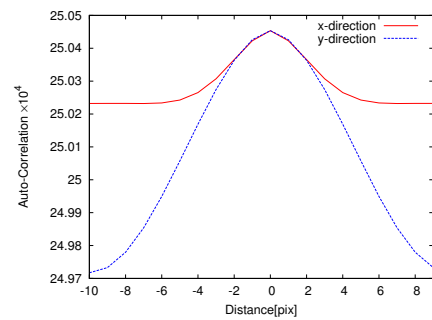
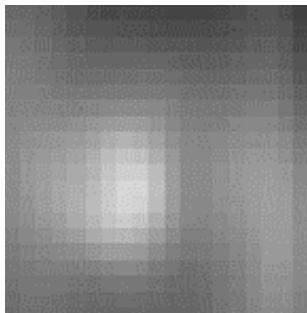


図 3.20: (左) 月模様 5 (右) 自己相関関数

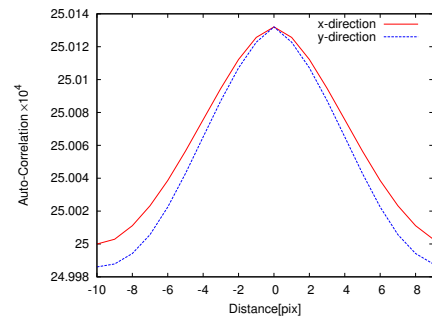
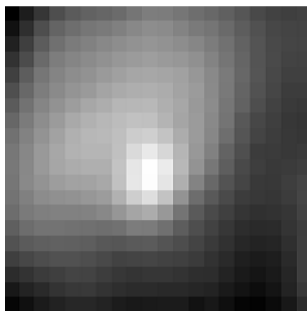


図 3.21: (左) 月模様 6 (右) 自己相関関数

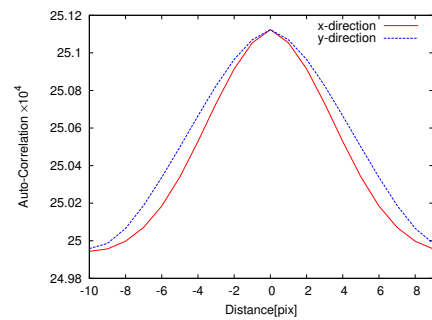
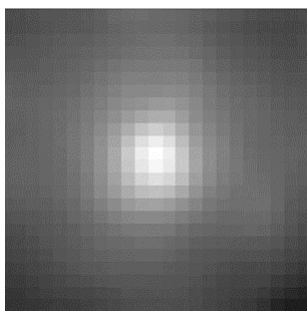


図 3.22: (左) 月模様 7 (右) 自己相関関数

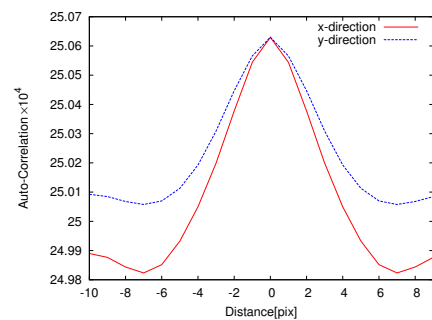
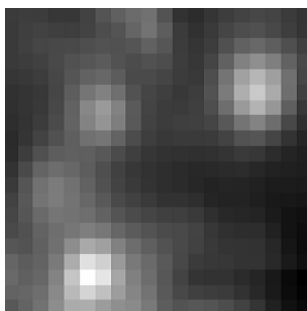


図 3.23: (左) 月模様 8 (右) 自己相関関数

表 3.8: 月模様のパラメータ (光子数、バックグラウンドは露出時間 10ms の時の値)

	月模様 1	月模様 2	月模様 3	月模様 4
イメージサイズ (x)[pixel]	20	20	20	20
イメージサイズ (y)[pixel]	20	20	20	20
光子数 (10ms)	39631	21755	87290	20569
バックグラウンド (10ms)	1270	600	1438	858
コントラスト [%]	16.6	32.3	43.3	21.0
自己相関の FWHM(x)[pixel]	8	9.1	9.6	3.8
自己相関の FWHM(y)[pixel]	9.4	9	8.2	6.2
	月模様 5	月模様 6	月模様 7	月模様 8
イメージサイズ (x)[pixel]	20	20	20	20
イメージサイズ (y)[pixel]	20	20	20	20
光子数 (10ms)	13354	32146	25873	49943
バックグラウンド (10ms)	1133	1652	1218	1107
コントラスト [%]	25.3	14.2	25.7	35.2
自己相関の FWHM(x)[pixel]	4.6	8.7	8	6
自己相関の FWHM(y)[pixel]	9.2	9	8.5	5.8

3.6 波面測定誤差の定式化の観測的な評価

得られた 8 点の月模様の測定データを使って、相互相関法を使った時の波面測定誤差の定式に対する模様のパラメータの依存性を確認した。ここでの測定結果は、露出時間 10ms の条件で解析を行っている。例えば木星模様は露出時間 2ms、撮像枚数が 15000 枚だが、5 枚のフレームを足し合わせることで露出時間 10ms、撮像枚数 3000 枚のデータセットとしてみなしている。図 3.24 は測定誤差に対する模様の光子数の依存性、図 3.25 は測定誤差に対する模様のバックグラウンドの依存性、図 3.26 は測定誤差に対するリファレンスイメージの自己相関関数の FWHM の依存性、図 3.27 は測定誤差に対する模様のコントラストの依存性を表したものである。またそれぞれの図 3.24 から図 3.26 の中の Model は波面測定誤差の式 2.1 を計算した見積値で、図 3.27 の Model は式 2.2 を計算した見積値である。1 つのパラメータの依存性を確認するために、測定した波面測定誤差をその他のパラメータで規格化している。測定した波面測定誤差を ϵ^2 とする。また自己相関関数の FWHM を $\delta^4 = \delta_x^4 + \delta_y^4$ とみなす。図 3.24 の縦軸は $\epsilon^2/\sigma_i^2\delta^4 \times 10^6$ であり横軸は N_{ph} 、図 3.25 の縦軸は $\epsilon^2 N_{ph}^2/\delta^4 \times 10^{-6}$ であり横軸は N_{bg} 、図 3.26 の縦軸は $\epsilon^2 N_{ph}^2/\sigma_i^2 \times 10^{-6}$ であり横軸は δ 、図 3.27 の縦軸は $\epsilon^2 N_{bg}^2/\sigma_i^2\delta^4$ であり横軸は C である。月模様の 8 点の測定データのうち 3 点は、正であるはずの波面測定誤差の値が負になっていた。これは誤差が大きいため、もしくは恒星の測定と月模様の測定の間で大気揺らぎの大きさが変化したからだと考えられる。この負の測定値は 0 とみなすことにする。測定値の誤差に対しても同じように模様のパラメータで規格化しているため、同じ測定結果でも図によって誤差の大きさが異なってしまう。そのため誤差の値が大きい測定データは除くことにする。

図 3.24 は光子数を約 10000 から約 90000 まで振り、見積値と比較している。見積値に

よると波面測定誤差は光子数の2乗に反比例している。図中の測定結果は見積値に対して誤差の範囲内にあるのが確認できる。また光子数が20000 辺りより小さくなる部分で現れる立ち上がりの部分も測定結果はこれを表しており、有意な立ち上がりの変化を確認することができる。図 3.25 はバックグラウンドを600 から1600 まで振り、見積値と比較している。見積値によると波面測定誤差はバックグラウンドの1 乗に比例している。図中の測定結果は見積値に対して誤差の範囲内にあるのが確認できる。バックグラウンド600 とバックグラウンド1200 の測定結果はエラーバーが小さく有意な変化が見られる。図 3.26 は δ を6 から11 まで振っている。見積値によると波面測定誤差は δ の4 乗に比例している。図中の測定結果は見積値に対して誤差の範囲内にあるのが確認できる。6 の領域にある測定値と9-10 にある測定値から有意な変化を確認することができる。最後に図 3.27 は C を0.25 から0.45 まで振っている。見積値によると波面測定誤差は C の2 乗に反比例している。図中の測定結果は見積値に対して誤差の範囲内にあるのが確認できる。0.25 付近の測定結果は誤差が小さい一方で、0.3-0.45 の領域の高コントラストの測定結果は誤差が大きい。以上より、図 3.24 から図 3.27 の結果から光子数10000 以上、バックグラウンドが600-1600、自己相関関数のFWHM が6-11pixel、コントラストが0.25-0.45 の条件においては、波面測定誤差の測定値と見積値は誤差の範囲内で矛盾していないことを確認できた。

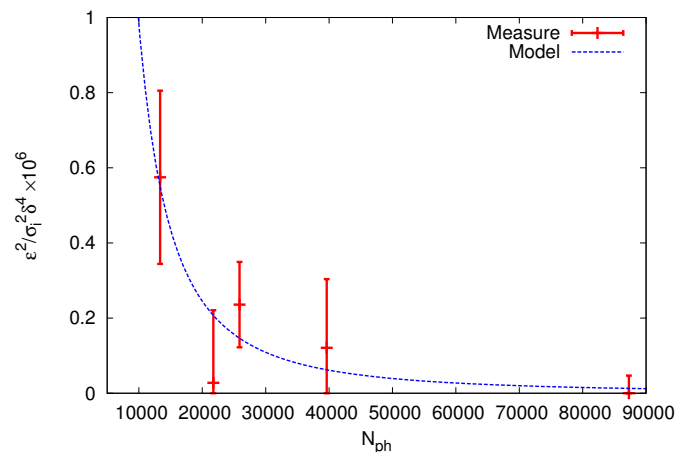


図 3.24: 光子数の依存性

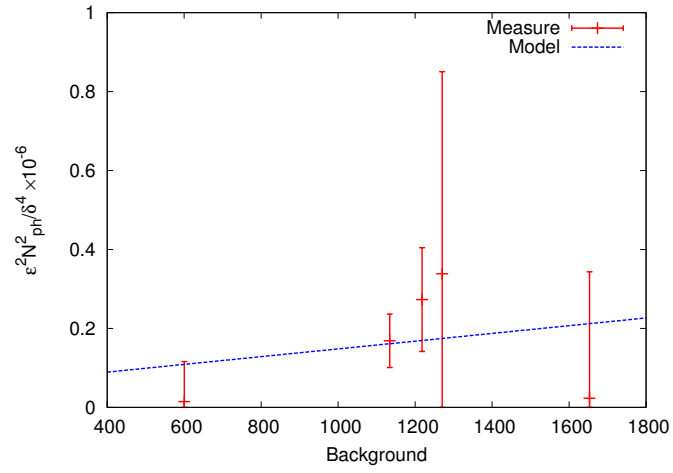


図 3.25: バックグラウンドの依存性

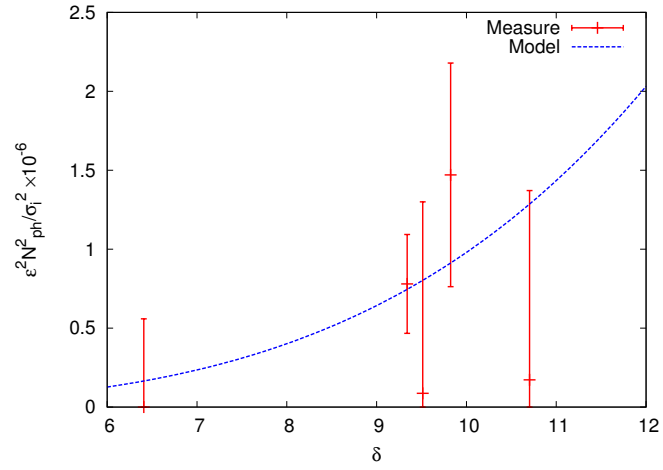


図 3.26: 自己相関関数の FWHM の依存性

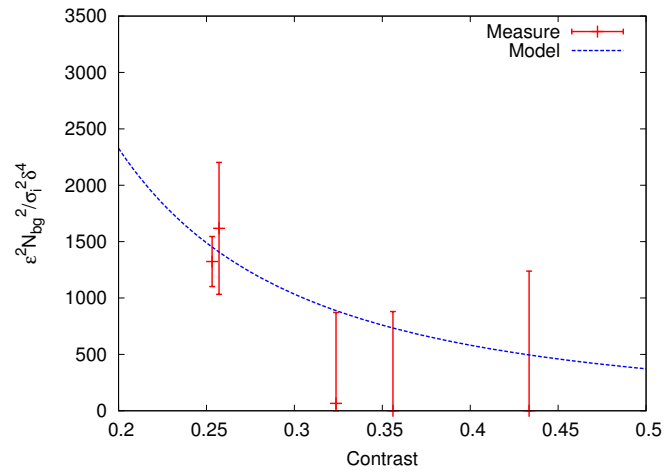


図 3.27: コントラストの依存性

3.7 木星観測による波面測定誤差の定式化の評価

木星模様のパラメータに対する波面測定誤差の定式化の妥当性を確認するために、2015 年 11 月から 2016 年 1 月にかけて木星模様の波面測定を行った。この期間において何点かの木星模様の測定データが得られたが、そのほとんどは天候不順により測定の誤差が大きく、誤差の定式化の評価に使用できる測定データは 1 点しか得ることができなかった。この 1 点の測定データは 12 月 20 日に取得しており、この日のシーイングは約 2.2 秒角だった。1 点しか得られなかったことに加えて、この測定データは「木星のベルト上に映ったガリレオ衛星の影」であり、2 節で行った木星模様のパラメータをモデル化して得た波面測定誤差の見積には考慮されているような一般的な木星模様ではない。しかし 1 点しかない木星模様の測定データなので、月面模様の測定結果である図 3.24 から図 3.27 にこの木星模様の測定結果を加え、測定誤差の定式化の評価を行った。

図 3.28 は木星模様のリファレンスイメージとその自己相関関数である。また測定した木星模様のパラメータは表 3.9 にまとめている。

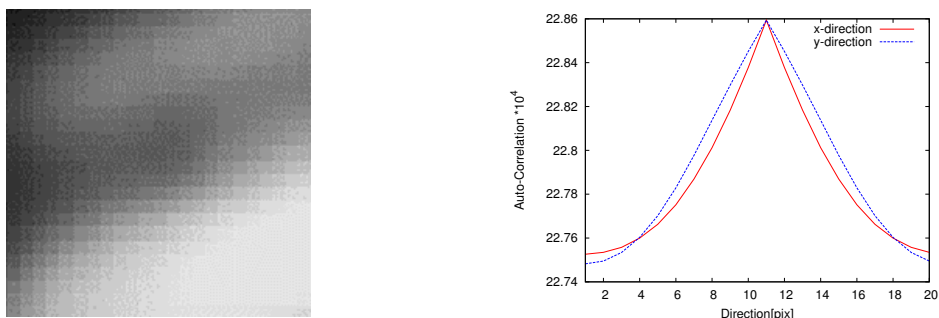


図 3.28: (左) ベルト上に映ったガリレオ衛星の影 (右) 自己相関関数

表 3.9: 木星模様のパラメータ (光子数、バックグラウンドは露出時間 10ms の時の値)

	ガリレオ衛星の影
イメージサイズ (x)[pixel]	20
イメージサイズ (y)[pixel]	20
光子数 (10ms)	17527
バックグラウンド (10ms)	1255
コントラスト [%]	27.0
自己相関の FWHM(x)[pixel]	8.5
自己相関の FWHM(y)[pixel]	7.3

図 3.29 から図 3.32 は、図 3.24 から図 3.27 に木星模様の測定結果を加えたものである。月面の明るさは、木星表面の明るさよりも 3 倍明るい。しかし月面模様の測定は薄曇りの状態で行っていたので、図 3.29 の光子数や図 3.30 のバックグラウンドのように、測定した月面模様の明るさと測定した木星模様の明るさはほぼ変わらない。光子数 (図 3.29) とバックグラウンド (図 3.30)、自己相関の FWHM (図 3.31) に対する依存性は、月面模様の

測定結果と比較しても波面測定誤差の見積値との精度の高い一致が確認できた。コントラスト (図 3.32) に対する依存性は、月面模様と比較して木星模様の誤差は大きいが、測定誤差の見積値と誤差の範囲内で矛盾していないことは確認できた。よって以上から、得られた木星模様の測定データ 1 点に関しては、図 3.29 から図 3.32 のように模様のそれぞれのパラメータについて定式化した見積値と誤差の範囲内で矛盾しない結果が得られた。

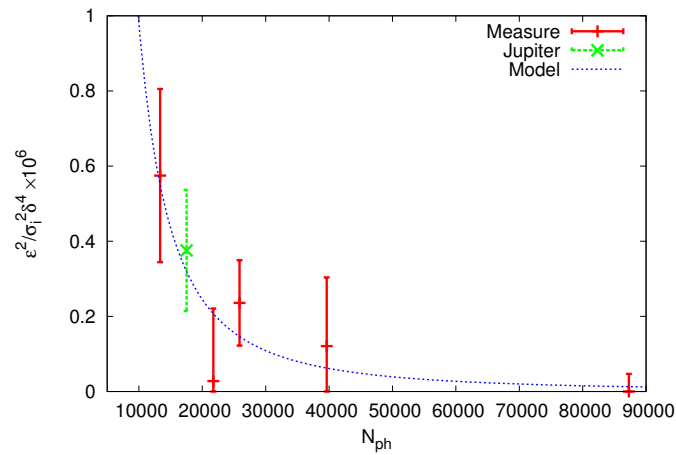


図 3.29: 光子数の依存性

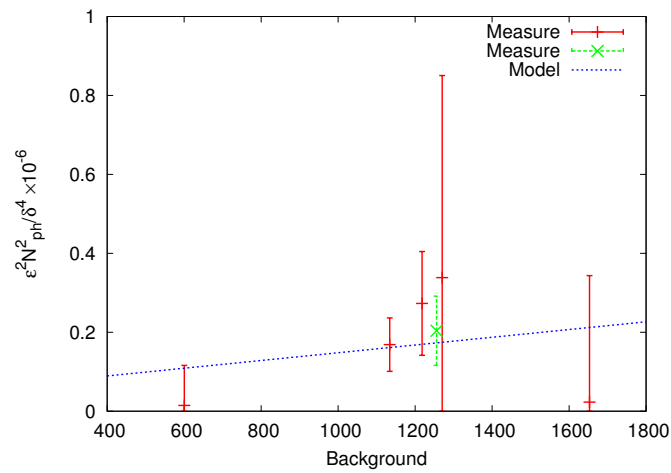


図 3.30: バックグラウンドの依存性

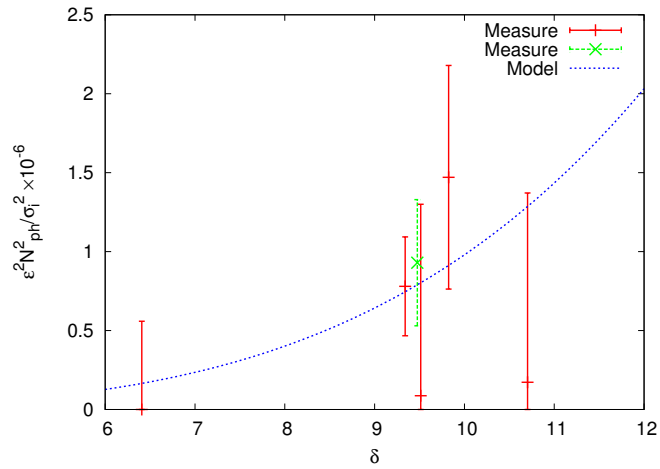


図 3.31: 自己相関関数の FWHM の依存性

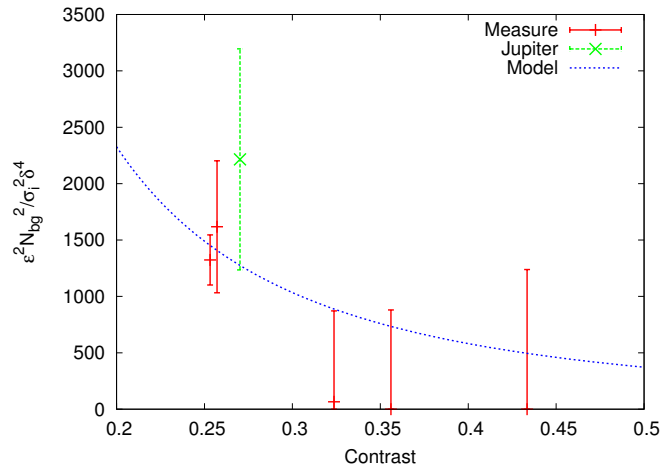


図 3.32: コントラストの依存性

3.8 木星観測によるモデル化した模様パラメータの評価

測定値の誤差が大きく波面測定誤差の見積値との比較が行えない木星模様データは、モデル化した模様パラメータの評価に使用する。波面センサで撮像した実際の木星模様の模様パラメータとモデル化された木星の模様パラメータを比較することで、2節で行った木星模様のパラメータのモデル化の妥当性を評価した。図 3.33 の左図は実際に撮像した木星模様であり、右図はモデル化された木星画像である。モデル化された木星画像の赤枠は実際に撮像した木星模様の領域である。モデル化に使用した木星画像と実際に撮像した木星画像は約 10 年の時間差があり、同じ

この赤枠の領域のモデル化されたパラメータと実際に撮像した木星模様のパラメータを、それぞれのモデル内で平均化して比較した。実際に撮像した木星模様のパラメータの計算領域は、2節でモデル化した時と同じ計算領域にしている。

表 3.10 は各画像のパラメータをまとめている。どの模様パラメータも 1-2 割程度の差しかなく、モデル化した模様パラメータの値と実測値が一致していることが確認できた。

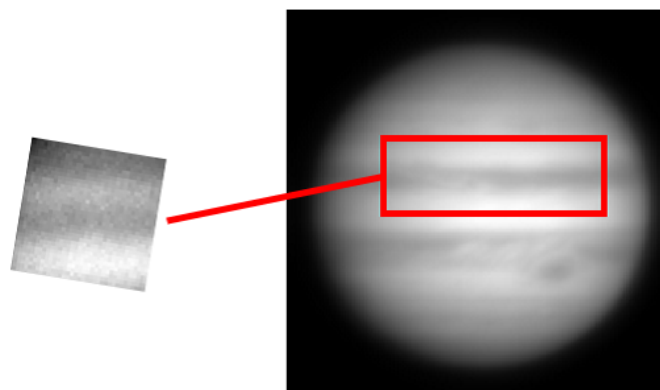


図 3.33: (左) 実際に撮像した木星画像 (右) モデル化した木星画像

表 3.10: 木星模様のパラメータ (光子数、バックグラウンドは露出時間 10ms の時の値)

	光子数	バックグラウンド	FWHM(x)	FWHM(y)	コントラスト
実測値	15114	980	2.8pix	4.3pix	0.16
見積値	13319	881	3.6pix	4.9pix	0.13

4 結論

本論文では、現在北海道大学で開発中の太陽系惑星観測用大気揺らぎ補償光学系のための、木星表面の模様の相関追跡による波面測定法について検討を行った。同じ波面測定方法は太陽用補償光学系で利用されており、黒点 (典型的に 10–30 秒角スケール) や粒状斑 (1–2 秒角スケール) などの模様を波面参照光源として使用している。しかし木星は太陽に比べて 15 等級も暗く、表面模様のコントラストも太陽の黒点や粒状斑 (50–70% ないし 30–40%) に比べて一般的に低い (20–30%)。加えて粒状斑は太陽の全面に渡り不偏に存在しているのに対して、木星の表面模様はサイズやコントラストの違いが大きいのので、どの模様が波面測定の参照光源として最適か、またどのような波面測定方法が最適であるかわからなかった。よって目標となる 0.4 秒角の分解能を達成するために、どのような波面測定方法が最適か明らかにするのが本研究の目標であった。これを明らかにするために以下の手段で検討を行った。

1. Thomas et al. (2006) による波面測定誤差の解析的なモデルを利用して、模様の輝度プロファイルの自己相関関数がガウシアンで近似できると仮定し、模様を利用した時の波面測定誤差の定式化を行った。求められた波面測定誤差は、模様の光子数、バックグラウンド、自己相関関数の FWHM の 3 つのパラメータで決定される。また輝度プロファイルがガウシアンで近似できると仮定し、模様を利用した時の波面測定誤差を模様のコントラストを使って表した。
2. ハッブル宇宙望遠鏡で撮像された木星画像を使用して、木星全面に渡る模様パラメータのモデル化と波面測定誤差の見積を行った。その結果、木星の大赤斑やベルト (暗い帯) を使用した時の波面測定誤差が小さいことが分かり、木星全面の約 48% の領域の模様を使用することで 0.4 秒角の分解能の達成ができる見積りが得られた。
3. 波面測定誤差の定式化の妥当性を評価するために、開発中の補償光学系の波面センサのプロトタイプを作製して月面模様の波面測定観測を行った。模様の光子数、バックグラウンド、自己相関関数の FWHM、コントラストをパラメータとしてモデル化した波面測定誤差の見積値と測定値は、誤差の範囲内で矛盾していないことを確認した。
4. 木星模様の波面測定観測からも同様に、モデル化した波面測定誤差の見積値と測定値が誤差の範囲内で矛盾していないことを確認した。またモデル化した模様パラメータと実際に撮像した模様パラメータは一致することを確認した。

以上より、木星の約 48% の領域にある木星模様の相関追跡による波面測定を行うことで、0.4 秒角の分解能の達成が可能であると結論付けられる。

謝辞

本研究を進めるにあたり、ご支援を頂いた皆様にこの場を借りて感謝の意を表させていただきます。

渡辺誠特任助教には、装置や測定に関する数多くの技術を教えて頂き、また日頃から研究に対するアドバイスを多く頂きました。本研究に関して終始ご指導とご鞭撻を頂き、心より感謝いたします。

国立天文台ハワイ観測所の大屋真氏には、ゼミやミーティング、研究会などで多くのアドバイスや幅広い知識を頂きました。ここに感謝の意を表します。

今井正亮さん、合田雄哉君には、観測装置の使い方や解析手法など多くの技術を教えて頂きました。同じピリカ望遠鏡を使った研究の仲間として、お二人の研究姿勢には大変励みになりました。

名寄市立天文台の職員の方々には、観測期間中の生活において多大なご支援を頂きました。

倉本圭教授を始め、惑星宇宙グループに所属する教員、研究員、先輩、同期、秘書の方々には、この3年の研究生生活を支えて頂きました。

最後に修士課程に進学することを受け入れ、応援してくれた家族に感謝致します。

参考文献

- [1] Fried, D. L., 1966, "Limiting Resolution Looking Down Through the Atmosphere", JOSA, 56, 1380-1384.
- [2] Greenwood, D. P., 1977, "Bandwidth specification for adaptive optics systems", JOSA, 67, 390-393.
- [3] Hardy, J. W., 1998, "Adaptive Optics for Astronomical Telescopes", Oxford Series in Optical and Imaging Sciences, Oxford University Press, Oxford; New York.
- [4] Hueso, R., S. Perez-Hoyos., A. Sanchez-Lavega., A. Wesley., G. Hall., C. Go., M. Tachikawa., K. Aoki., M. Ichimaru., J. W. Pond., 2013, "Impact flux on Jupiter: From superbolides to large-scale collisions", A&A, 560, A55.
- [5] Kolmogorov, A., 1941, "The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers", Dokl. Akad. Nauk. SSSR, 30, 301-305.
- [6] Levison, H. F., J. Duncan., K. Zahnle., M. Holman., L. Dones., 2000, "Planetary Impact Rates from Ecliptic Comets", Icarus, 143, 2, 415-420.
- [7] Noll, R. J., 1976, "Zernike polynomials and atmospheric turbulence", JOSA, 66, 207-211.
- [8] Richard, D., M. Kasper., 2012, "Adaptive Optics for Astronomy", A&A, 50, 305-351.
- [9] Rimmele, T. R., J. Marino., 2011, "Solar Adaptive Optics", LRSP, 8, 2.
- [10] Rimmele, T. R., S. Hegwer, J. Marino, K. Richards, D. Schemidt, T. Waldmann, F. Woeger., 2010, "Solar Multi-Conjugate Adaptive Optics at the Dunn Solar Telescope", SPIE, 7736.
- [11] Robert, K. T., "Introduction to adaptive optics," 2000, SPIE PRESS.
- [12] Shenk, P. M., S. Sobieszczyk., 1999, "Cratering asymmetries on Ganymede and Triton: from the sublime to the ridiculous", BAAS, 31, 4, 1182.
- [13] Thomas, S., T. Fusco., A. Tokovinin., M. Nicolle., V. Michau., G. Rousset., 2006, "Comparison of centroid computation in a Shack-Hartmann sensor", MNRAS, 371, 1, 323-336.
- [14] Tyler, G. A., 1994, "Bandwidth considerations for tracking through turbulence", JOSAA, 11, 1, 358-367.
- [15] Watanabe, M., Y. Takahashi, M. Sato, S. Watanabe, T. Fukuhara, K. Hamamoto, A. Ozaki, "MSI: a visible multispectral imager for 1.6-m telescope of Hokkaido University", SPIE, 8446, 84462O-10, 2012

- [16] Zahnle, K., P. Schenk., H. Levison., L. Dones., 2003, "Cratering rates in the outer Solar System", *Icarus*, 163, 263-289.
- [17] 合田周平., 2014, "MASS-DIMM による名寄の大気擾乱高度プロファイルの測定", 北海道大学卒業論文.
- [18] 渡部潤一, 佐々木晶, 井田茂., 2008, "太陽系と惑星", 日本評論社.