

Alfvén 波の存在による一流体太陽風モデルの解  
の変化

Parameter Study of One-fluid Solar Wind Model with  
Alfvén Wave

田中 伸

Shin Tanaka

惑星物理学研究室

2003 年 1 月 31 日

## 要旨

太陽を取り巻くコロナ大気はその高い温度のために膨張し、「太陽風」と呼ばれる、惑星間空間を吹き抜ける超音速のプラズマ流を形成している。太陽風は Parker (1958) によって初めて理論的予言がなされ、ロケット観測などによってその存在が実証された。その後多くの研究者は、ある高度から球対称に放出されるコロナガスを想定し、動径方向、すなわちガスの流出する方向に関するエネルギー輸送が熱伝導とガスの質量輸送によっておこなわれると仮定した一次元太陽風モデル(熱伝導モデル)を考案した。熱伝導モデルではコロナ底部における熱伝導フラックスおよび質量フラックスがモデルの性質を決定する重要な量であり、これらの量はコロナ底部での太陽風の温度  $T_0$ 、密度  $n_0$  によって表される。したがってさまざまな  $n_0$ 、 $T_0$  の値に対する太陽風モデルの解のふるまいを調べることにより、モデルの詳細な性質を理解することができる。

一方、熱伝導モデルから計算される太陽風の速度は実測値よりも低いという難点があったが、Alazraki and Couterier (1971) と Belcher (1971) は太陽磁場を伝播する Alfvén 波の存在を仮定すると、磁気圧によって太陽風がより高速に加速され得ることをモデル計算によって確かめた。Alfvén 波による太陽風の加速は太陽のコロナホールから吹き出す高速太陽風の加速機構を説明する上で有力な考えの一つである。

そこで本研究では太陽磁場を伝播する Alfvén 波の存在を仮定した球対称な 1 流体太陽風モデルの解の性質、特にコロナ底部における太陽風の温度  $T_0$ 、数密度  $n_0$  の種々の値に対する解のふるまいを理解するため、地球軌道における速度、温度、数密度を一定にした等値線を  $T_0$ - $n_0$  平面上にプロットした図を描き、その性質を調べた。モデル計算は Alfvén 波の存在する場合としない場合でおこなった。

Alfvén 波が存在しない場合、 $n_0$  の大きさによりモデルの性質は著しく変化する。これは太陽風に伴うエネルギーフラックスのうち熱伝導フラックスだけが密度  $n_0$  に依存しないことによる。

$n_0$  が小さいと質量フラックスも小さくなるので、質量フラックスを維持するのに必要とされる熱エネルギーも少ない。この場合エネルギーバランスにおいて熱伝導エネルギーが支配的となり、コロナの温度分布は質量保存、運動量保存を考慮することなくエネルギー保存則から決まる。 $n_0$  が大きいと、熱伝導エネルギーは質量フラックスを維持するのに使われるため、太陽風は遠方で断熱的となる。 $n_0$ 、 $T_0$  が増加して質量フラックスが大きくなるとコロナは熱エネルギーによって太陽重力を脱することができなくなり、コロナが亜音速から超音速へ加速されるような解(遷音速解)が存在しなくなる。

Alfvén 波が存在する場合,  $n_0$  に依存する波のエネルギーフラックスが太陽風のエネルギーバランスに加わり, モデルの性質は変化する. ただし磁気圧による加速のおもな効果は太陽風速度を増大させることであり, 温度に直接的な影響はない.

$n_0$  が大きい場合は波のエネルギーフラックスは小さく, 太陽風モデルは基本的に Alfvén 波の存在しない場合に似ている.  $n_0$  が小さい場合, 波のエネルギーフラックスは大きくなり, 磁気圧によって太陽風は高速に加速される. このため,  $n_0$  がある値を下回ると臨界点 (太陽風が音速になる位置) がコロナ底部より低くなるため遷音速解は存在しなくなり,  $T_0$ - $n_0$  平面上に太陽風の解が存在しない領域が新たにできる.  $T_0$ ,  $n_0$  がともに小さいときは太陽風は実質的には磁気圧のみによって加速される状態となり, 非常に大きい太陽風速度が得られる.

以上の結果から Alfvén 波の存在を仮定することにより, 熱伝導太陽風モデルの性質は, 特にコロナ底部における太陽風の密度  $n_0$  の値によって大きく変化することがわかる.

目次	1
----	---

## 目次

1	はじめに	2
1.1	太陽風の熱伝導モデル	2
1.2	太陽風プラズマ中を伝播する Alfvén 波	2
2	太陽風モデル	5
2.1	仮定	5
2.2	基礎方程式	6
2.3	WKB 近似	8
2.4	$r$ 方向の運動量保存則	9
2.5	エネルギー方程式	10
3	太陽風モデルの数値計算方法	11
4	結果と議論	13
4.1	Alfvén 波が存在しない場合	13
4.1.1	等 $n_E u_E$ 曲線	13
4.1.2	等 $T_E, u_E$ 曲線	14
4.2	Alfvén 波が存在する場合	16
4.2.1	等 $n_E u_E$ 曲線	16
4.2.2	等 $T_E, u_E$ 曲線	17
5	まとめ	28
A	太陽風理論の基礎	30
A.1	仮定	30
A.2	等温モデル	30
A.2.1	基礎方程式および臨界点について	30
A.2.2	太陽風のエネルギー	32
A.2.3	密度分布	33
A.2.4	質量損失	34
A.3	ポリトロープモデル	34
A.3.1	基礎方程式	35
A.3.2	太陽風のエネルギー	36
A.3.3	速度, 温度構造	37
A.3.4	質量損失	39
B	Alfvén 波のエネルギーフラックス	41
C	Alfvén 波が存在する場合の音速	42

# 1 はじめに

## 1.1 太陽風の熱伝導モデル

太陽を取り巻くコロナ大気はその高い温度のために膨張し、惑星間空間を満たす超音速のプラズマ流を形成している。このプラズマ流は太陽風 (solar wind) と呼ばれている [Parker (1958)]。太陽がプラズマを放出しているという考えは古くからあり、それが磁気嵐やオーロラの原因 [Chapmann, S. and V. C. A. Ferraro (1931a, 1931b)], あるいは彗星の尾ができる原因 [Biermann and Lüst (1963)]。と考えられてきた。その後、Parker (1958) によって亜音速から超音速へと加速される太陽プラズマ流の存在の理論的予言がなされ、Parker はこれを太陽風と名付けた。その後のロケットを使った宇宙空間プラズマの観測により、太陽風の存在が実証された。

Parker やそのほかの研究者ら [Parker (1964a, 1964b), Chamberlain (1961), Whang and Chang (1965), Roberts and Soward (1972), Durney(1972) など] は、ある高度 (コロナ底部) から球対称、放射状に流出するコロナガスを想定し (図 1 参照)、動径方向、すなわちガスの流出する方向に関するエネルギー輸送が熱伝導とガスの質量輸送によっておこなわれると仮定した一次元太陽風モデルを考案した (このモデルを熱伝導モデルと呼ぶことにする)。熱伝導モデルではコロナ底部において流出するプラズマの質量の大きさと熱伝導によって輸送されるエネルギーの量、すなわち質量フラックスと熱伝導フラックスがモデルの性質を決める重要な量となる。

コロナ底部における熱伝導フラックス  $F_{h0}$  はコロナの加熱理論を考慮して計算すべきであるが、モデルではコロナ底部における太陽風の温度  $T_0$  (添字 0 はコロナ底部における量を示す) を用いて  $F_{h0} = 4\pi r_0^2 q(T_0)$  の形で表される。ただし  $r_0, q$  はそれぞれ、太陽中心からの距離で表したコロナ底部の高度、熱流束を示す。いっぽう質量フラックス  $F_m$  はコロナ底部における太陽風の速度  $u_0$  および数密度  $n_0$  を用いて  $F_m = 4\pi r_0^2 m n_0 u_0$  ( $m$  は太陽風を構成する粒子の質量) と表される。しかし Parker (1958) の理論によると亜音速から超音速へ加速されるような流れを表す解が存在するための条件を課すことにより、 $u_0$  の値は自動的に決まってしまう。結局、コロナ底部において任意に与えることのできるパラメタは  $n_0$  と  $T_0$  ということになる。したがって、種々の  $n_0, T_0$  の値に対するモデルの解のふるまいを調べることが熱伝導モデルを理解するうえで重要である。そこで本研究では  $T_0$ - $n_0$  平面上において地球軌道におけるいくつかの太陽風のパラメタ (数密度フラックス、速度、温度) を一定にした曲線を描くことにより熱伝導モデルの解のふるまいを調べることにする。これが本研究の第 1 の目標である。

## 1.2 太陽風プラズマ中を伝播する Alfvén 波

熱伝導モデルには、それから計算される太陽風の速度が実際に観測される速度よりも低く、逆に温度が実測値よりも高くなるという難点があった [Parker (1969) な

ど]. この問題を解決すべく Alazraki and Couterier (1971) や Belcher(1971) は太陽磁場を伝播する Alfvén 波の存在を仮定した熱伝導モデルの計算をおこない, Alfvén 波がない場合に比べてより高い太陽風速度を得られることを確かめた. Alfvén 波は磁化されたプラズマ中に存在し得る電磁波の一つであり, 磁力線があたかも張力を持った弦のように振動する波である. 球対称な熱伝導モデルにおいて, 放射状に広がる太陽磁場の磁力線に沿って太陽から離れる向きへ伝播する Alfvén 波の存在を仮定すると (図 1 参照), 磁力線に沿った磁気圧勾配が形成され, 磁気圧がガス圧力とともに太陽風プラズマを加速させることによって高い太陽風速度が生まれる— というのが Alazraki and Couterier (1971) や Belcher(1971) の太陽風モデルの特徴である. 球対称流や放射状の磁力線を持つ太陽磁場の仮定は非現実的で太陽風の物理過程を完全に説明できるという段階にはほど遠いが, Alfvén 波を考えた太陽風モデルは, 太陽の極域にあるコロナホールから吹き出している高速太陽風の加速機構を説明するための有力な考え方の一つである.

Alfvén 波の存在を考えた熱伝導モデルのエネルギーバランスを考える場合, ガスの質量輸送と熱伝導によるエネルギー輸送に加え波の伝播によるエネルギー輸送を考える必要がある. 波のエネルギーフラックスが  $n_0$  や  $T_0$  に依存するとすれば, Alfvén 波の存在を考慮に入れることによって熱伝導モデルの性質は変わるはずである.

そこで Alfvén 波の存在を仮定した熱伝導モデルを種々の  $n_0$ ,  $T_0$  に対して計算して, 上に述べたような  $T_0$ - $n_0$  平面上における太陽風パラメタの等置線を描くことにより, Alfvén 波の存在しない場合と比較することが本研究の第 2 の目標となる.

また, 本研究の太陽風のモデル計算では Alfvén 波の効果に着目するため, プラズマを構成する粒子の温度の違い (完全電離した水素プラズマを仮定すると, 電子温度とプロトン温度の違い) は考慮せず, 構成する粒子は等しい温度をもつものと仮定した. この仮定により太陽風プラズマは 1 種類の流体として取り扱うことができる.

本論文の構成は以下の通りである. 第 2, 3 節では Alfvén 波の存在を仮定した球対称, 定常な 1 次元の太陽風熱伝導モデルを詳細に導出し, その計算方法を述べる. 第 4 節において計算によって得られた  $T_0$ - $n_0$  図を Alfvén 波の存在する場合としない場合にわけてその意味を議論し, 第 5 節で結論をまとめる. また, 付録 A で太陽風の基本的な理論について説明した.

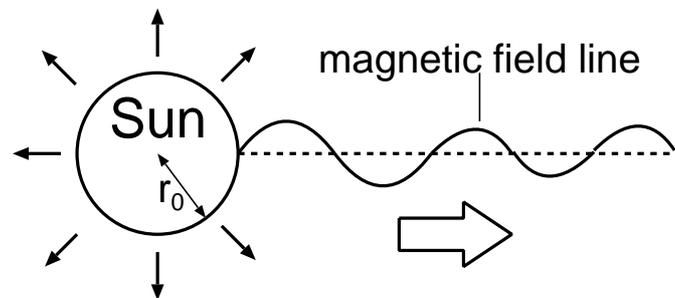


図 1: 球対称な太陽風モデルの模式図. 半径  $r_0$  の円はコロナ底部を示す. コロナ底部から吹き出した太陽風は黒い矢印が示すように放射状に流れる. 波線は放射状に広がった太陽磁場の磁力線を伝播する Alfvén 波を表す. 白い矢印は Alfvén 波の伝播する方向を示す.

## 2 太陽風モデル

### 2.1 仮定

太陽風モデルの導出するにあたり、以下のように仮定する。

太陽風プラズマは完全電離した水素プラズマからなり、その電子温度とプロトン温度は等しいものとする。プラズマは流体として取り扱い、その粘性は無視する。太陽風は半径  $r_0$  の球面 (以下「コロナ底部」と呼ぶ) から球対称、放射状に定常的に吹き出しているものとし、太陽の自転は無視する。太陽磁場が存在し、その磁力線はコロナ底部から球対称、放射状に広がっているものとする。太陽風プラズマは理想的な MHD 近似の仮定のもとで取り扱い、太陽磁場はプラズマに「凍結」しているものとする。コロナ底部において定常的に振動する磁場摂動を与え、その摂動が太陽磁場に沿い、Alfvén 波として定常的に伝播していると仮定する。

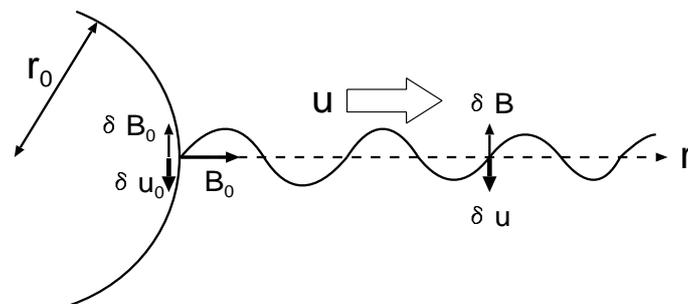


図 2: 太陽風プラズマ中を太陽磁場に沿って伝播する Alfvén 波を表す模式図。半径  $r_0$  の円はコロナ底部を表す。波線は Alfvén 波が伝播している太陽磁場の磁力線を表す。波の振幅と波長は誇張して描いてある。白い矢印は Alfvén 波の伝播方向、あるいは太陽風が吹き出す方向である。記号の意味については本文を参照のこと。

記号の意味は以下の通りである.

$\mathbf{u}$	太陽風の速度
$n$	太陽風水素プラズマの数密度
$p$	電子による圧力 (またはプロトンによる圧力)
$\mathbf{B}$	太陽磁場
$\mathbf{J}$	電流密度
$s$	太陽風プラズマの単位質量当たりのエントロピー
$G$	万有引力定数
$M_S$	太陽質量
$c$	光速
$k$	ボルツマン定数
$m$	水素原子質量

## 2.2 基礎方程式

上に述べた仮定の下での太陽風プラズマのふるまいを支配する基礎方程式は次のようになる. これらの式から  $r$  方向に関する質量保存則, 運動量保存則, エネルギー保存則, および Alfvén 波の存在にともなう波の作用保存則を書き下すことが以降の目標である. 以下 cgs - Gauss 単位系を用いる.

- 質量保存則

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\mathbf{u}) = 0 \quad (1)$$

- 運動量保存則

$$mn \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + mn(\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}) + \nabla p + \frac{GM_S mn}{r^2} - \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{B}}{c} = 0 \quad (2)$$

- アンペールの法則

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J} \quad (3)$$

- 誘導方程式

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (4)$$

- ガウスの法則

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (5)$$

- 状態方程式

$$p = 2nkT \quad (6)$$

電子温度  $T_e$  とプロトン温度  $T_p$  が異なるとすれば, 電子による圧力  $p_e$ , プロトンによる圧力  $p_p$  を用いてそれぞれの状態方程式  $p_e = nkT_e, p_p = nkT_p$  が

成り立つ。しかし、仮定により、 $T_e = T_p = T$  であり、 $p = p_e + p_p$  の関係を用いると結局、状態方程式は (6) のようになる。

- ( $r$  方向に関する) エネルギー保存則

$$\frac{n^\gamma}{\gamma - 1} u \frac{d}{dr} \left( \frac{p}{n^\gamma} \right) = - \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 q) \quad (7)$$

ただし  $\gamma$  は比熱比で、 $\gamma = 3/2$  である。  $q$  は太陽風プラズマ中の熱流束を表し、完全電離した水素プラズマの場合次のように表される [Braginskii (1965)].

$$q = -\kappa_0 T^{5/2} \frac{dT}{dr} \quad (8)$$

熱伝導係数  $\kappa_0$  の値は、

$$\kappa_0 \simeq 7.8 \times 10^{-7} \text{ erg cm}^{-1} \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-7/2} \quad (9)$$

と与えられる。

アンペールの法則 (3) から、運動量保存則 (2) は次のようになる。

$$mn \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + mn(\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}) + \nabla p + \frac{GM_S mn}{r^2} + \frac{1}{8\pi} \nabla B^2 - \frac{1}{4\pi} (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B} = 0 \quad (10)$$

太陽中心を原点とする球座標  $(r, \theta, \phi)$  をとり、速度  $\mathbf{u}$ 、および磁場  $\mathbf{B}$  は  $\phi$  方向 (経度方向) に Alfvén 振動するものとして、次のように平衡部分と摂動部分に分けて書く (図 2 を見よ)。

$$\mathbf{u}(r, t) = u(r) \mathbf{e}_r + \delta u(r, t) \mathbf{e}_\phi \quad (11)$$

$$\mathbf{B}(r, t) = B(r) \mathbf{e}_r + \delta B(r, t) \mathbf{e}_\phi \quad (12)$$

$\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\phi$  はそれぞれ  $r$  方向、 $\phi$  方向の単位ベクトルである。 (11), (12) を (10) に代入すると、 $r, \theta, \phi$  方向に関してそれぞれ以下の式を得る。

$$u \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{(\delta u)^2}{r} + \frac{1}{mn} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{GM_S}{r^2} + \frac{1}{8\pi mn r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 (\delta B)^2) = 0 \quad (13)$$

$$\left( (\delta u)^2 - \frac{(\delta B)^2}{4\pi mn} \right) \frac{\cot \theta}{r} = 0 \quad (14)$$

$$mn \frac{\partial \delta u}{\partial t} + mn \frac{u}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \delta u) - \frac{B}{4\pi r} \frac{\partial}{\partial r} (r \delta B) = 0 \quad (15)$$

これらのうち  $r$  方向の運動量保存則 (13) を Alfvén 振動の 1 周期にわたって平均すると、

$$u \frac{du}{dr} - \frac{\langle (\delta u)^2 \rangle}{r} + \frac{1}{mn} \frac{dp}{dr} + \frac{GM_S}{r^2} + \frac{\langle (\delta B)^2 \rangle}{4\pi mn r} + \frac{1}{mn} \frac{d}{dr} \left( \frac{\langle (\delta B)^2 \rangle}{8\pi} \right) = 0 \quad (16)$$

を得る. 一方, 誘導方程式 (4) に (11), (12) を代入すると,  $\phi$  成分に関する次式を得る.

$$\frac{\partial \delta B}{\partial t} - \frac{1}{r}(B\delta u - u\delta B) - B\frac{\partial \delta u}{\partial r} + u\frac{\partial \delta B}{\partial r} - \delta u\frac{dB}{dr} + \delta B\frac{du}{dr} = 0 \quad (17)$$

次に質量保存則 (1) 式において, Alfvén 波の非圧縮性から  $n$  が  $r$  のみの関数となることを考慮すると,

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}(mnur^2) = 0. \quad (18)$$

すなわち,

$$mnur^2 \equiv F_m = \text{constant}. \quad (19)$$

また, (5) 式から,

$$r^2B \equiv F_B = \text{constant}. \quad (20)$$

(17) に (19), (20) を代入して  $dv/dr, dB/dr$  の項を消去すると,

$$\frac{\partial}{\partial t}(\delta B) - B\frac{\partial}{\partial r}(\delta u) + u\frac{\partial}{\partial r}(\delta B) - \frac{1}{r}(u\delta B - B\delta u) - \frac{u\delta B}{n}\frac{dn}{dr} = 0 \quad (21)$$

を得る.

### 2.3 WKB 近似

(15), (21) に現れる時間微分の項を消去するため, Alfvén 振動の部分  $\delta u, \delta B$  はそれぞれ,  $\delta B(r) \exp i(s(r) - \omega t), \delta u(r) \exp i(s(r) - \omega t)$  の形をもつものと仮定する. 波数  $k(r)$  は

$$k(r) = \frac{ds(r)}{dr} \quad (22)$$

で与えられる. また, Alfvén 波の波長  $\lambda$  は,  $v, B, n$  が変化する際の空間的なスケール  $h$  に比べてはるかに小さい ( $\lambda \ll h$ ) と仮定し (WKB 近似とよばれる), 次のように  $\delta B, \delta u$  を  $\mu = \lambda/h = 2\pi/kh$  のべき乗で展開する.

$$\delta B(r, t) = \left\{ b(r) + \frac{db(r)}{dr}\mu + \frac{d^2b(r)}{dr^2}\mu^2 \dots \right\} \exp i(s(r) - \omega t) \quad (23)$$

$$\delta u(r, t) = \left\{ v(r) + \frac{dv(r)}{dr}\mu + \frac{d^2v(r)}{dr^2}\mu^2 \dots \right\} \exp i(s(r) - \omega t) \quad (24)$$

(23), (24) 式を (15), (21) 式に代入し  $\mu (\ll 1)$  の 0 次オーダーに着目すると, それぞれ以下の式が得られる.

$$i\left\{ (ku - \omega)v - \frac{kB}{4\pi mn}b \right\} = 0 \quad (25)$$

$$i\left\{ (ku - \omega)b - (kB)v \right\} = 0 \quad (26)$$

$$\frac{u}{r}v - \frac{B}{4\pi mn r}b + v\frac{dv}{dr} - \frac{B}{4\pi mn}\frac{db}{dr} = 0 \quad (27)$$

$$-\frac{ub}{r} + \frac{Bv}{r} + v\frac{db}{dr} - B\frac{dv}{dr} - \frac{ub}{n}\frac{dn}{dr} = 0 \quad (28)$$

(25),(26) 式より, 磁場摂動と流速摂動の関係,

$$v^2 = \frac{b^2}{4\pi mn} \quad (29)$$

および分散関係,

$$\omega = \left( u \pm \frac{B}{\sqrt{4\pi mn}} \right) \quad \text{for} \quad v = \pm \sqrt{\frac{b^2}{4\pi mn}} \quad (30)$$

が得られる. 群速度  $v_g = d\omega/dk$  は,

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = v \pm \frac{B}{\sqrt{4\pi mn}} \quad (31)$$

となる. 群速度は, プラズマの流速  $v$  と静止したプラズマ中を伝播する Alfvén 波の位相速度,  $v_A = B/\sqrt{4\pi mn}$  との和となっている. 符号の正負はそれぞれ太陽から離れる方向, 太陽に向かう方向への伝播を示す.

一方  $v = -b/\sqrt{4\pi mn}$  の関係を用いて (27)  $\times \sqrt{4\pi mn}$  - (28) を計算すると,

$$\sqrt{4\pi mn}(u + v_A) \frac{d}{dr} \left( \frac{b}{\sqrt{4\pi mn}} \right) + (u + v_A) \frac{db}{dr} - bv \frac{d}{dr} \ln(mn) = 0$$

これを变形して,

$$\frac{d \ln b}{dr} = \frac{1}{4} \left( \frac{3u + v_A}{u + v_A} \right) \frac{d \ln(mn)}{dr} \quad (32)$$

となる. ここで Alfvén Mach 数  $M \equiv u/v_A$  を導入し,

$$M_A = \frac{u}{v_A} = \frac{v\sqrt{4\pi mn}}{B} = \frac{F_m\sqrt{4\pi n}}{nF_B} \propto \frac{1}{\sqrt{n}} \quad (33)$$

の関係を用いて,(32) の  $n$  を消去すると,

$$\frac{d \ln b^2}{dr} = - \frac{d \ln(M+1)^2}{dr} - \frac{d \ln M}{dr} \quad (34)$$

と变形される. これを積分して,

$$b^2(M+1)^2 M \equiv W = \text{constant} \quad (35)$$

を得る. この式は波の作用の保存を表している.

## 2.4 $r$ 方向の運動量保存則

ここで再び  $r$  方向の運動量保存則 (16) の変形をおこなう.

Alfvén 振動を考えることによって (16) に新たに加わった力の項は,

$$\langle g_w \rangle = \frac{\langle (\delta u)^2 \rangle}{r} - \frac{\langle (\delta B)^2 \rangle}{4\pi mnr} - \frac{1}{mn} \frac{d}{dr} \left( \frac{\langle (\delta B)^2 \rangle}{8\pi} \right) \quad (36)$$

と書ける. 右辺第 1 項は  $\phi$  方向の振動によって生じる遠心力, 第 2 項は磁気張力, 第 3 項は磁気圧の勾配をそれぞれ示す.  $\langle (\delta u)^2 \rangle = v^2/2$ ,  $\langle (\delta B)^2 \rangle = b^2/2$  の関係を用いると, 流速の摂動と磁場の摂動の関係 (29) は,

$$\langle (\delta u)^2 \rangle = \frac{\langle (\delta B)^2 \rangle}{4\pi mn} \quad (37)$$

となるので, (36) の第 1 項, 第 2 項は相殺する. したがって (16) は

$$u \frac{du}{dr} + \frac{1}{mn} \frac{dp}{dr} + \frac{1}{mn} \frac{d}{dr} \left( \frac{\langle (\delta B)^2 \rangle}{8\pi} \right) + \frac{GM_S}{r^2} = 0 \quad (38)$$

となり, 最終的には磁気圧勾配の項だけが残る. (6), (19), (37) を用いて (38) から  $n, p$  を消去すると, 運動量保存則は次のような形をとる.

$$\frac{1}{u} \frac{du}{dr} = \frac{(a^2 + X^2) \frac{2}{r} - \frac{da^2}{dr} - \frac{GM_S}{r^2}}{u^2 - (a^2 + X^2)} \quad (39)$$

ただし,

$$a^2 = \frac{2kT}{m}$$

$$X^2 = \frac{1}{4} \langle \delta u^2 \rangle \frac{1 + 3M_A}{1 + M_A}$$

である.  $a$  は音速を表している. Alfvén 波が存在しない場合, すなわち  $X^2 = 0$  のときは臨界点 ((39) の右辺の分子と分母が同時に 0 になる点) における速度は音速に等しい. いっぽう Alfvén 波が存在する場合, 臨界点での速度は  $X^2$  で修正された形になっている.  $a^2 + X^2$  は Alfvén 波の存在の下での音速を表している (C 節参照). (39) は未知関数として  $u, T$  のほかに  $\langle \delta u^2 \rangle, M_A$  を含んでいるが, これらは (19), (20), (35) を用いて  $r$  と  $u$  のみで表すことができる.

## 2.5 エネルギー方程式

最後にエネルギー方程式 (7) を,  $u, T$  を用いて表す. (6) と (19) を用いて, (7) から  $p, n$  を消去すると,

$$F_m \left[ \frac{3k}{m} \frac{dT}{dr} + \frac{2kT}{m} \left( \frac{1}{u} \frac{du}{dr} + \frac{2}{r} \right) \right] = \frac{d}{dr} \left( \kappa_0 T^{5/2} r^2 \frac{dT}{dr} \right) \quad (40)$$

となり,  $T$  に関する 2 階常微分方程式となる. この式と運動量保存則 (39), 質量保存則 (19) を連立させて解くことにより,  $u(r), T(r), n(r)$  が求まる.

### 3 太陽風モデルの数値計算方法

運動量保存則 (39) とエネルギー保存則 (40) は  $u(r)$  に関して 1 階,  $T(r)$  に関して 2 階の連立常微分方程式である. これらをコロナ底部  $r = r_0$  ( $r_0 =$  太陽半径  $R_S$  とした) から外側境界  $r = r_1$  の範囲で数値積分して解く方法を述べる.

積分するためには温度に関して二つ, 速度に関して一つの境界条件が必要となる. さらに, 連続の式 (19) と波の作用保存の式 (35) から未知関数  $n(r)$  と  $\langle \delta B(r)^2 \rangle$  を求めるため,  $n$  と  $\langle \delta B^2 \rangle$  に関する条件がそれぞれ一つずつ必要となる. なお太陽磁場  $B$  に関しては,  $B_0$  の値を与えて磁場保存則 (20) から任意の  $r$  における  $B$  を決めることにする. まずコロナ底部  $r_0$  における温度  $T_0$ , 密度  $n_0$ , 磁場摂動  $\langle \delta B_0^2 \rangle$  を境界条件として与える. 速度の境界条件は, 解  $u(r)$  が臨界点 ((39) の分子, 分母が同時に 0 となる点) を通過する条件により自動的に定まる. 温度に関するもう一つの境界条件として外側境界  $r = r_1$  における温度勾配が,

$$-\frac{7T_1}{2r_1} \quad (41)$$

であると仮定する ( $T_1$  は  $r_1$  における温度).

以上の境界条件の下で (39),(40) は次の手順で積分される.

1. 質量フラックス  $F_m$  を仮定する. これにより (19) から任意の  $r$  における密度フラックス ( $nu$ ) が計算される.
2. (40) を積分するため, 速度分布  $u(r)$  を仮定する.
3.  $T_1$  を仮定し, さらに (41) を用いて  $r_1$  における  $dT/dr$  を計算する. これらを用いて (40) を外側境界から内側 (コロナ底部側) へ 4 次のルンゲ-クッタ法で積分する. 積分して得られた  $T_0$  が境界条件として与えている  $T_0$  の値と一致するように, 射的法によって  $T_1$  を定める.
4. 手順 3 で得られた  $T(r), dT(r)/dr$  を用いて, 運動量保存則 (39) を積分する. ここで注意すべきことは (37) や (35) を用いて  $u$  と  $T$  のみの式に変形した運動量保存則は, 未知の値  $u_0$  (コロナ底部における速度) を陰に含んでいることである. したがって (39) は次のような手順で積分される.
  - (a)  $u_0$  を仮定する.
  - (b) (39) の右辺において分子 = 分母 = 0 とおくことによって, 臨界点  $r = r_c$  とそこでの速度  $u_c$  を求める.(39) を臨界点からコロナ底部に向かって, 4 次のルンゲ-クッタ法で積分する.
  - (c) 積分して得られた新たな  $u_0$  を用いて, 手順 (b) の積分を再度行う.
  - (d) (b),(c) の手順を  $u_0$  の値が収束するまで繰り返す. 本計算では  $u_0$  の値の変化率が 0.01 % 以下になったときに収束したものとみなす.

- (e) 最後に (39) を臨界点から外側境界まで積分する. こうして  $u(r)$  が計算される.
5. 手順 3 に戻り, 手順 4 で得られた  $u(r)$  を用いて再度エネルギーの式を積分する.
  6. 手順 3 - 5 の積分を  $u(r), T(r)$  が収束するまで反復する.  $u_0$  の値の変化が 0.01 % 以下になったときに収束したものとする.
  7.  $F_m$  は手順 1 において仮定したものであるから, 手順 6 までの積分を終えて得られた  $u_0$  と  $F_m$  から計算される  $n_0$  は与えられた境界条件の  $n_0$  と一致するとは限らない. 得られる  $n_0$  が境界条件に一致するように,  $F_m$  を射的法によって求める.

本計算では  $B_0 = 1.0$  G とし, Alfvén 波が存在しない場合は  $\langle \delta B_0^2 \rangle = 0$ , 存在する場合は,  $\langle \delta B_0^2 \rangle = 5.0 \times 10^{-4}$  G とした.

計算に使用したパラメタを表 1 に示す.

記号	記号の意味	値	単位
$M_S$	太陽質量	1.989	$10^3$ kg
$R_S$	太陽半径	6.96	$10^5$ km
$G$	万有引力定数	6.67	$10^{-11}$ N m <sup>2</sup> kg <sup>-2</sup>
$k$	ボルツマン定数	1.38	$10^{-23}$ J K <sup>-1</sup>
$m$	水素原子質量	1.67	$10^{-27}$ kg

表 1: モデル計算に用いる各種パラメタ

## 4 結果と議論

$T_0$ - $n_0$  図に関する結果と議論の前に, Alfvén 波が存在しないときとするときで太陽風の速度  $u$ , 温度  $T$ , 数密度  $n$  の距離  $r$  に対する分布がどのように変化するかを見るため, 例として  $T_0 = 2.0 \times \text{K}$ ,  $n_0 = 10^6 \text{cm}^{-3}$  として速度, 温度, 数密度を  $r$  の関数としてプロットしたものを図 3~5 にあげた. 実線が Alfvén が存在しない場合で, 破線が存在する場合 ( $B_0 = 1.0 \text{G}$ ,  $\langle \delta B_0^2 \rangle = 0.5 \times 10^{-3} \text{G}^2$ ) である. Alfvén 波が存在することにより温度, 数密度はほとんど変化しないが, 速度は計算した全  $r$  にわたり, 太陽から離れるほど増加している. これは Alfvén の伝播に起因する磁気圧 ((38) 式の右辺第 3 項) が温度によらないためである. Alfvén 波の存在を考えた太陽風モデルの特徴は温度があまり変わらない一方で高い速度が得られることである.

図 6 ~ 7, 13 ~ 14 は種々のパラメタを一定にして, コロナ底部の密度  $n_0$  をコロナ底部の温度  $T_0$  の関数としてプロットしたものである. 一定にしたパラメタはそれぞれ, 図 6, 13 が地球軌道  $r = 1 \text{AU}$  における太陽風の数密度フラックス ( $n_E u_E$ ), 図 7, 14 が  $1 \text{AU}$  における太陽風の温度 ( $T_E$ ), 図 8, 15 が  $1 \text{AU}$  における太陽風の速度 ( $u_E$ ) である. 図 6 ~ 図 8 は Alfvén 波が存在しない場合 ( $\langle \delta B_0^2 \rangle = 0$ ) で, 図 13 ~ 図 15 は Alfvén が存在する場合 ( $\langle \delta B_0^2 \rangle = 5.0 \times 10^{-4} \text{G}$ ) である.

### 4.1 Alfvén 波が存在しない場合

#### 4.1.1 等 $n_E u_E$ 曲線

図 6 によると,  $n_0, T_0$  が増加するのにもとない,  $r = 1 \text{AU}$  での数密度フラックス  $n_E u_E$  も増加する. このことはおおよそ次のように解析的に説明される. 連続の式により  $n_E u_E r_E^2 = n_0 u_0 r_0^2$  であるから,  $n_E u_E$  が  $n_0$  に比例して増加することは明らかである. また, コロナ温度をほぼ等温と仮定するとコロナ底部の速度  $u_0$  は A.2.3 節の (60) 式から,

$$u_0 \sim \frac{GM_S}{r_0} \exp\left(-\frac{GM_S m}{2kT_0 r_0}\right) \quad (42)$$

と見積もられる. したがって  $T_0$  が増加すると  $u_0$  は増加し, したがって  $n_E u_E$  も増加する.  $u_0$  は  $T_0$  に関して指数関数的に依存しているので,  $T_0$  に対する  $n_E u_E$  の増加率は  $n_0$  に対するそれよりも大きい. また  $n_E u_E$  の増加率は  $T_0$  が大きくなるほど減少する.

図 6 ~ 図 8 の右上の領域では遷音速解は存在しない. このことは次のようにして説明される.  $n_0$  と  $T_0$  が小さいときは質量フラックスも小さいので, コロナが太陽重力を振り切って宇宙空間へ脱出するのに必要なエネルギーは, 熱伝導によってコロナ底部から供給されるエネルギー

$$q = -4\pi r_0^2 \kappa_0 T_0^{5/2} \left( \frac{dT}{dr} \right)_{r=r_0} \quad (43)$$

によって十分賄うことができる。しかし、例えば  $T_0$  を一定にして  $n_0$  を増加させると質量フラックスは増加する一方で熱エネルギーは不変であるから、 $n_0$  がある値を越えるとコロナが重力を振り切って脱出するのに必要な十分なエネルギーが供給されず、遷音速解が存在しなくなる。また、 $n_0$  を一定にして  $T_0$  を増加させると熱エネルギーは  $T_0^{2/7}$  で増加するが、質量フラックスは上で述べたように指数関数的に増大する。その結果、 $T_0$  がある値を越えると  $n_0$  を増加させた場合と同様に遷音速解が存在しなくなる。

上で述べた議論は太陽風のエネルギーフラックスの式を考えることによって理解される。太陽風のエネルギー保存則は次のように書ける。

$$F_m \left( \frac{u^2}{2} + \frac{5kT}{m} - \frac{GM_S}{r} \right) + 4\pi r^2 q = F = \text{constant} \quad (44)$$

この式は運動エネルギーフラックス、エンタルピーフラックス、太陽重力によるポテンシャルエネルギーフラックス、および熱フラックスの和からなる太陽風の全エネルギーフラックス  $F$  が  $r$  によらず一定であることを表している。

注目すべき点は熱フラックスだけが質量フラックスに依存していないことである。コロナ底部付近ではコロナは強く重力に束縛されていて、太陽風の速度も音速よりはるかに小さいため、運動エネルギーフラックスと、エンタルピーフラックスとポテンシャルエネルギーフラックスの和、つまり (44) の括弧内の和は負となる。 $F_m$  がそれほど大きくない場合は熱フラックス  $4\pi r^2 q$  の存在によって全エネルギーフラックス  $F$  は正となり、コロナが無限遠まで吹き出すような遷音速解が存在する。しかし、 $n_0$  または  $T_0$  の増加によって  $F_m$  が増加すると  $F$  は減少する。そして  $F \rightarrow 0$  の極限では遷音速解の存在が許されなくなる。すなわち、 $n_0 - T_0$  平面上で遷音速解の存在する領域としない領域を分けるのは  $F = 0$  曲線である。

#### 4.1.2 等 $T_E, u_E$ 曲線

図 7, 8 は等  $n_E u_E$  曲線に比べ、やや複雑な形をしている。これらの結果を  $n_0$  が小さい場合 ( $n_0 \lesssim 10^7 \text{ cm}^{-3}$ ) と大きい場合 ( $n_0 \gtrsim 10^7 \text{ cm}^{-3}$ ) とに分けて考察する。

$n_0$  が小さい場合  $n_0$  一定にして  $T_0$  を増加させると、 $u_E, T_E$  はともに増加する。このことは次のようにして説明される。

$n_0$  が小さい場合、図 6 からわかるように  $n_E u_E$  は小さい、すなわち質量フラックス  $F_m$  は小さい。このときエネルギー保存則 (44) における熱フラックス  $4\pi r^2 q$  は、残りの三つのエネルギーフラックスにくらべてはるかに大きくなる。例として、図 9 に  $n_0 = 10^6 \text{ cm}^{-3}, T_0 = 1.2 \times 10^6 \text{ K}$  としたときの太陽風の各種エネルギーフラックス ((44) の各項) を、太陽中心からの距離  $r$  の関数としてプロットしたものをあ

げた。各エネルギーフラックスは全エネルギーフラックス  $F$  に対する割合で表した。この図から明らかなように、コロナ底部より十分遠方においても熱エネルギーフラックスは全エネルギーフラックスの圧倒的な割合を占めている。また、熱伝導によって輸送される全熱エネルギーのうち運動エネルギーへ変換されるものの割合、すなわち太陽風を加速させるエネルギーの割合は非常に小さい。したがって熱エネルギーのほとんどがコロナを遠方まで温めるのに使われているといえる。

それゆえコロナ底部における温度の増加はそのまま遠方における温度の増加につながることになる。したがって  $T_0$  の増加にともなって  $T_E$  も増加する。また、太陽風を加速させる圧力勾配は温度にともなって増加するから遠方までのコロナ全体の温度が上昇すると太陽風はより強く加速される。したがって  $u_E$  も増加することになる。

これまで述べたような  $n_0$  が小さく、したがって質量フラックスが小さい場合は、太陽風のエネルギーバランスは運動量、質量バランスとは切り離して独立に考えることができる。熱フラックス  $-4\pi r^2 q \kappa_0 T^{2/5} dT/dr$  はほとんど  $r$  によらず一定であるとみなせるので、運動量保存則を考慮することなく、コロナの温度分布は  $T \sim r^{-7/2}$  となる。コロナ温度は  $T_0$  のみによって決まり、 $n_0$  にはほとんど依存しない。したがって  $T_0$  を一定に保ったまま、 $n_0$  をあまり大きくない範囲で ( $n_0 \lesssim 10^7 \text{cm}^{-3}$ ) 増加させても、遠方における温度、速度にはほとんど影響しない。図 7, 8 において各等値線がほぼ垂直になっているのはそのためである。

$n_0$  が大きい場合  $n_0$  が大きく質量フラックス  $F_m$  が大きい場合、熱伝導によって輸送される熱エネルギーのうちの相当な割合が太陽風を加速させるために使われ、その結果太陽風の運動エネルギーに変換される。

図 10 は図 9 と同様に描いたもので  $n_0 = 10^9 \text{cm}^{-3}$ ,  $T_0 = 1.2 \times 10^6 \text{K}$  の場合である。 $n_0$  が小さい場合と違い、遠方において熱エネルギーフラックスの割合は小さくなり、かわって運動エネルギーフラックスが全エネルギーフラックスのほとんどの割合を占めているのがわかる。それゆえ太陽から遠く離れるにしたがってコロナの流れは断熱的となり、温度は急激に下がる。

$T_0$  を一定にして  $n_0$  を増加させた場合を考える。この場合  $F_m$  が増加するので、それにともなってより多くの熱エネルギーがコロナを太陽重力に逆らって持ち上げるのに使われる。したがって太陽風はより断熱的となって遠方での温度は下がり、 $T_E$  は減少する。また、温度が減少することにより圧力勾配も減少するので結果として  $u_E$  も減少する。例として  $T_0 = 1.2 \times 10^6 \text{K}$  のときに、 $n_0 = 10^8, 10^9 \text{cm}^{-3}$  の二つの場合で計算した温度分布、速度分布をそれぞれ図 11, 12 に示す。

次に  $n_0$  を一定にして  $T_0$  を増加させた場合を考える。4.1.1 節で述べたように、 $T_0$  の増加にともなって熱エネルギーフラックスは増加するが、 $F_m$  はそれよりも急激に増加する。その結果、 $n_0$  が増加した場合と同様に熱エネルギーが運動エネルギーに変換される割合が高くなり、遠方において太陽風はより断熱的になる。それゆえ  $T_E, u_E$  は減少する。例として  $n_0 = 10^8 \text{cm}^{-3}$  のときに、 $T_0 = 1.2, 1.5 \times 10^6 \text{K}$  の二

つの場合で計算した温度分布, 速度分布をそれぞれ図 11,12 に示す.  $T_0$  が増加すると, コロナ底部付近では温度, 速度ともに増加するが, 遠方に行くにしたがって急激に減少し 1 AU ( $\simeq 215R_S$ ) では  $T_0$  を増加させる前の状態での値を下回っていることがわかる.

## 4.2 Alfvén 波が存在する場合

### 4.2.1 等 $n_E u_E$ 曲線

図 13 の等  $n_E u_E$  を理解するために, 太陽風のエネルギーバランスを考える. コロナ底部  $r = r_0$  と任意の  $r$  に適用したエネルギー保存の式は次のようになる.

$$\begin{aligned} F_m \left( \frac{u^2}{2} + \frac{5kT}{m} - \frac{GM_S}{r} \right) + 4\pi r^2 q + F_w \\ = F_m \left( \frac{u_0^2}{2} + \frac{5kT_0}{m} - \frac{GM_S}{r_0} \right) + 4\pi r_0^2 q_0 + F_{w0} = F = \text{constant} \quad (45) \end{aligned}$$

添字 0 はコロナ底部における量であることを示す.  $F_w$  は Alfvén 波の伝播に伴うエネルギーフラックスで, 次のように表される (Appendix B 参照).

$$F_w = \langle (\delta B)^2 \rangle \left( \frac{B}{\sqrt{4\pi mn}} + \frac{3}{2}u \right) r^2 \quad (46)$$

まず  $n_0$  が大きい場合 ( $n_0 \gtrsim 10^6 \text{ cm}^{-3}$ ) を考える. (46) の形からわかるように  $n_0$  が大きいほど  $F_{w0}$  は小さくなる. このときエネルギー保存の式 (45) における波のエネルギーフラックス  $F_{w0}$  は, ほかのエネルギーフラックスに比べて小さい. すなわち Alfvén 波がモデルに及ぼす影響は小さいので, モデルの性質は 4.1 節で述べた Alfvén 波のない場合に近い. したがって等  $n_E u_E$  線の位置と形および, 図 13 の右上にある解の存在しない領域については図 13 とほぼ同じで, 4.1 節と同様な議論をすることができる.

次に  $n_0$  が小さい場合 ( $n_0 \lesssim 10^6 \text{ cm}^{-3}$ ) を考える.  $n_0$  が小さいとエネルギーバランスにおける  $F_{w0}$  が無視できなくなり, Alfvén 波の影響が顕著に現れるようになる. 例えば図 13 の  $n_E u_E = 1.0 \times 10^8 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  の等値線に注目すると, 特に  $n_0 \lesssim 10^6 \text{ cm}^{-3}$  の部分が, Alfvén 波のない場合の等値線に比べて  $n_0$  が減少する方向に下がっている. これは Alfvén 波の存在によって太陽風の速度が増大し, 質量フラックスも増大することによる.

さらに  $n_E u_E = 6.0 \times 10^7 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  や  $n_E u_E = 7.0 \times 10^7 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  の等値線では,  $T_0$  が  $1.2 \times 10^6 \text{ K}$  程度まで減少するにつれ, 等値線がほぼ鉛直になっている. これは次のように説明できる.  $n_0$  を一定にして  $T_0$  を減少させると, 熱フラックスが減少する一方で Alfvén 波エネルギーフラックスは温度によらず一定なので, 太陽風のエネルギーバランスにおいて Alfvén 波エネルギーフラックスが支配的となる. この場合, 実質的には太陽風は Alfvén 波の存在による磁気圧のみによって加速さ

れていると考えてよく,  $n_E u_E$  はほとんど  $n_0$  によらず一定となる. したがって等値線は  $T_0$ - $n_0$  平面上で鉛直になる.

しかし  $T_0$  を下げ続けると太陽風の速度は増大して臨界点  $r_c$  がコロナ底部に近づいて来るので,  $T_0$  がある値を下回ると  $r_c \leq r_0$  となり, もはや亜音速から超音速へ加速されるような解 (遷音速解) は存在しなくなる. したがって,  $T_0$  がおよそ  $1.2 \times 10^6$  K より小さい領域に等値線は描かれていない. また,  $T_0$  を一定にして  $n_0$  を減少させると  $F_{w0}$  は増加して太陽風の速度は増大するので, 臨界点はコロナ底部に達することになり,  $n_0$  がある値を下回ると遷音速解は存在しなくなる. それゆえ鉛直な等  $u_E$  線の左側の領域には, 等値線は描かれていない.

いろいろな  $T_0, n_0$  の値に対して太陽風の各種エネルギーフラックス ((45) の各項) の関係がどのように変化するか調べるため, 例として4組の  $T_0, n_0$  の値に対して図 10 と同様に, 各エネルギーフラックスの  $r$  に対する分布を計算した. 4組の  $T_0, n_0$  の値はそれぞれ,  $T_0 = 2.0 \times 10^6$  K,  $n_0 = 1.0 \times 10^6$  cm $^{-3}$ ,  $T_0 = 2.0 \times 10^6$  K,  $n_0 = 2.0 \times 10^4$  cm $^{-3}$ ,  $T_0 = 1.25 \times 10^6$  K,  $n_0 = 1.0 \times 10^6$  cm $^{-3}$ ,  $T_0 = 1.25 \times 10^6$  K,  $n_0 = 2.0 \times 10^4$  cm $^{-3}$ , であり, 図 13 上の A, B, C, D 点に対応する. 点 A, B, C, D に対する計算結果はそれぞれ 図 16 ~ 19 である.

A 点に比べて  $T_0$  あるいは  $n_0$  が小さい B, C, D 点ではいずれも A 点より Alfvén 波の影響が大きくなり, Alfvén 波のエネルギーから運動エネルギーへの変換が顕著になっていることがわかる.

#### 4.2.2 等 $T_E, u_E$ 曲線

図 14 にあげた等  $T_E$  曲線図は, 等  $n_E u_E$  曲線の説明の中で述べた理由によって解の存在領域が制限されていることを除けば, Alfvén が存在しない場合とほとんど同様である. これは Alfvén 波の存在にともなう磁気圧が温度に直接的な影響を及ぼさないためである.  $n_0$  が増大すると, 大きい質量フラックスを維持できるだけの磁気圧による加速の効果が期待されるが, 4.2.1 節で述べたように  $n_0$  が大きいときは  $F_{w0}$  は小さく, したがって磁気圧による効果も小さいので, 結局 Alfvén 波のない場合と同様になる.

一方, 等  $u_E$  曲線図は Alfvén 波のない場合に比べてかなり様相が異なる.

$n_0$  が大きい場合 ( $n_0 \gtrsim 10^8$  cm $^{-3}$ ) は等  $T_E$  図のときと同様に  $F_{w0}$  が小さいために Alfvén 波のない場合に近い.

次に  $n_0$  が小さい場合 ( $n_0 \gtrsim 10^8$  cm $^{-3}$ ) において,  $T_0 \gtrsim 1.2 \times 10^6$  K の領域を考える. この領域で  $T_0$  を一定にして  $n_0$  を減少させた場合,  $u_E$  は急速に増加する. これは  $n_0$  の減少によって  $F_{w0}$  が増加し, 磁気圧が太陽風をより大きく加速させるためである. また,  $n_0$  を一定にして  $T_0$  を減少させると, 熱伝導によって輸送される熱フラックスは減少するが, それよりも急速に質量フラックスが減少する. これは 4.1.1 節で述べたように, 質量フラックスは  $T_0$  に指数関数的に依存するからである. したがって質量フラックスを維持するのに必要なエネルギーは減少し, 余っ

たエネルギーは太陽風をさらに加速させる。その結果、 $u_E$  は増加する。図 13 の D 点付近では 4.2.1 節で述べたように、ほとんど磁気圧のみで加速される状態になり、速度は非常に高くなる。また  $u_E$  はほとんど  $n_0$  に依存せず、等  $u_E$  曲線はほとんど鉛直になる。次に  $T_0 \gtrsim 1.2 \times 10^6$  K の領域について考える。この領域では  $n_0$  が増加するほど質量フラックスが増加し、その結果コロナが太陽重力を脱出するのに必要なエネルギーが増加するので臨界点が太陽から遠ざかることになる。したがって  $n_0$  が大きいほど、より小さい  $T_0$  で遷音速解が存在する。

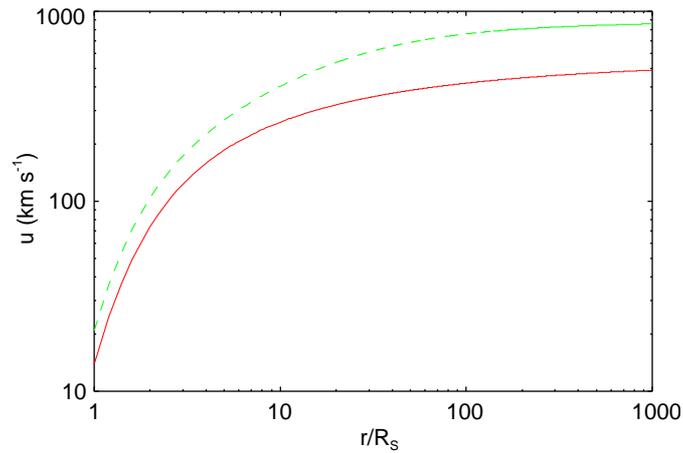


図 3: モデルから計算された太陽風の速度  $u$  を太陽中心からの距離  $r$  の関数としてプロットしたもの.  $r$  は太陽半径  $R_S$  に対する比で表してある.  $T_0 = 2.0 \times 10^6$  K,  $n_0 = 10^6$  cm $^{-3}$  である. 実線は Alfvén 波のない場合, 破線は Alfvén 波が存在する場合 ( $B_0 = 1.0$  G,  $\langle \delta B_0^2 \rangle = 0.5 \times 10^{-3}$  G $^2$ ) である.

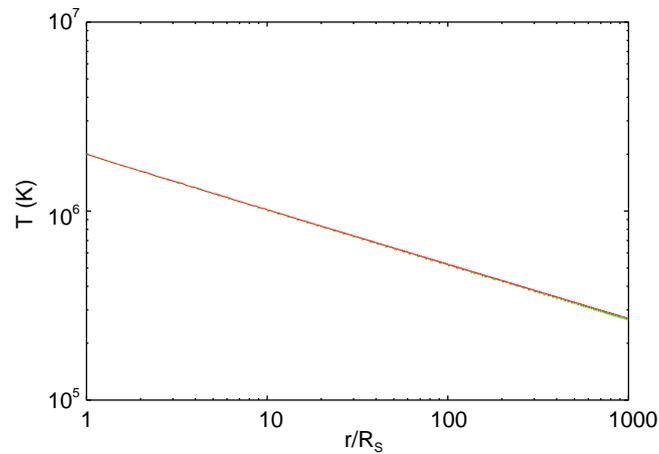


図 4: モデルから計算された太陽風の温度  $T$  を太陽中心からの距離  $r$  の関数としてプロットしたもの.  $r$  は太陽半径  $R_S$  に対する比で表してある.  $T_0 = 2.0 \times 10^6$  K,  $n_0 = 10^6$  cm $^{-3}$  である. 実線は Alfvén 波のない場合, 破線は Alfvén 波が存在する場合 ( $B_0 = 1.0$  G,  $\langle \delta B_0^2 \rangle = 0.5 \times 10^{-3}$  G $^2$ ) である.

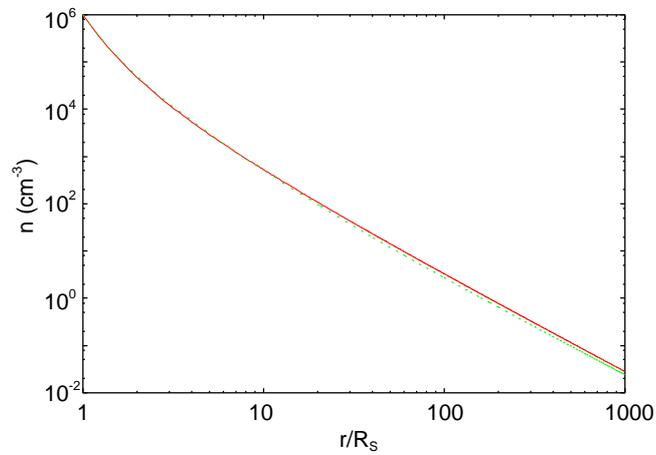


図 5: モデルから計算された太陽風の数密度  $n$  を太陽中心からの距離  $r$  の関数としてプロットしたもの.  $r$  は太陽半径  $R_S$  に対する比で表してある.  $T_0 = 2.0 \times 10^6 \text{ K}$ ,  $n_0 = 10^6 \text{ cm}^{-3}$  である. 実線は Alfvén 波のない場合, 破線は Alfvén 波が存在する場合 ( $B_0 = 1.0 \text{ G}$ ,  $\langle \delta B_0^2 \rangle = 0.5 \times 10^{-3} \text{ G}^2$ ) である.

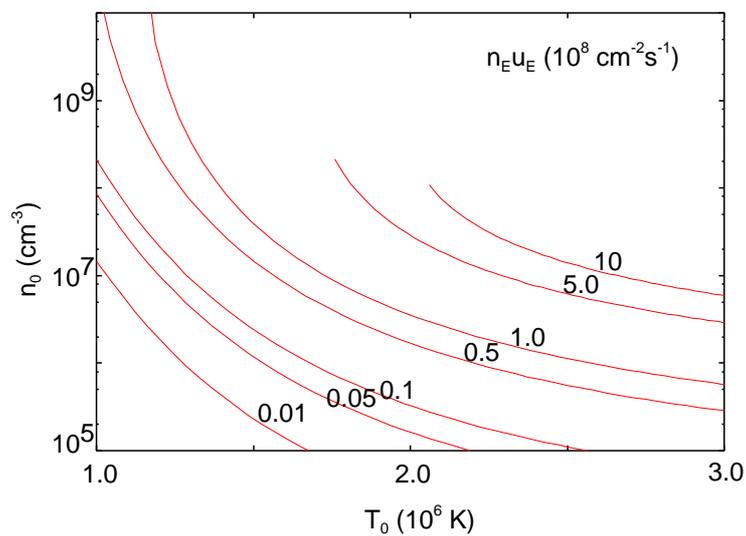


図 6: Alfvén 波がない場合のモデルから計算された  $T_0$ - $n_0$  平面上の等  $n_E u_E$  曲線.  $n_0, T_0, n_E u_E$  はそれぞれ, コロナ底部におけるコロナの数密度, 温度, 地球軌道におけるコロナの数密度フラックスを表す.

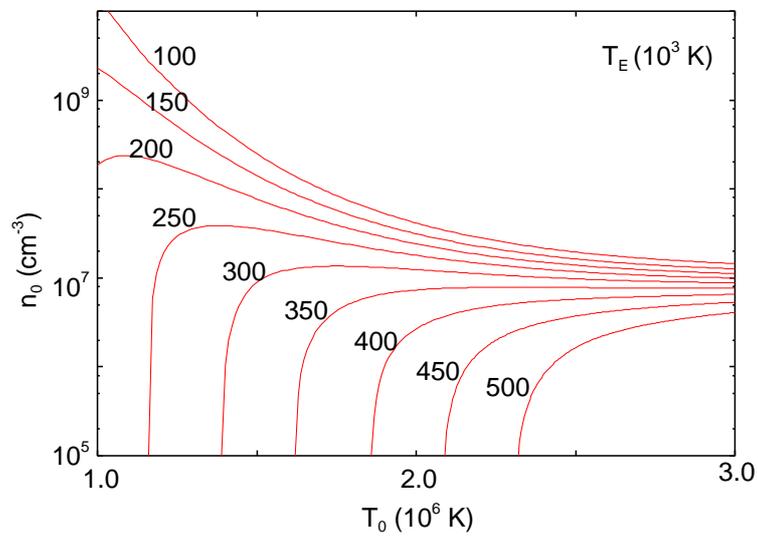


図 7: Alfvén 波がない場合のモデルから計算された  $T_0$ - $n_0$  平面上の等  $T_E$  曲線.

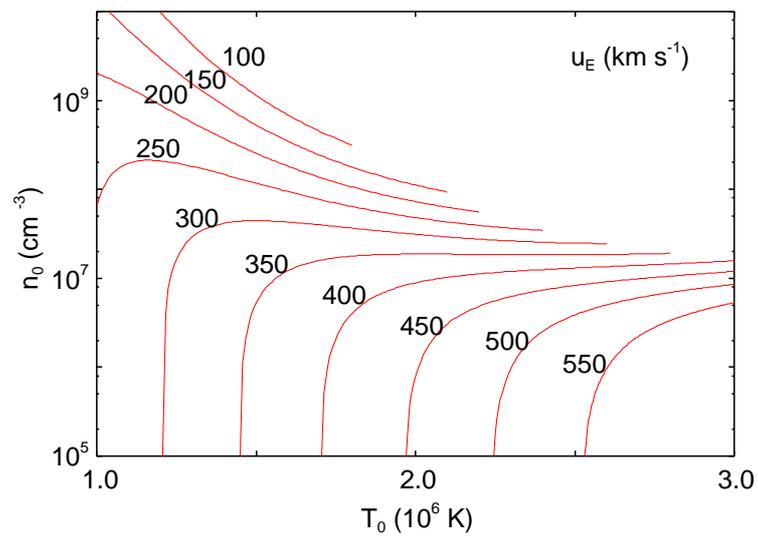


図 8: Alfvén 波がない場合のモデルから計算された  $T_0$ - $n_0$  平面上の等  $u_E$  曲線.

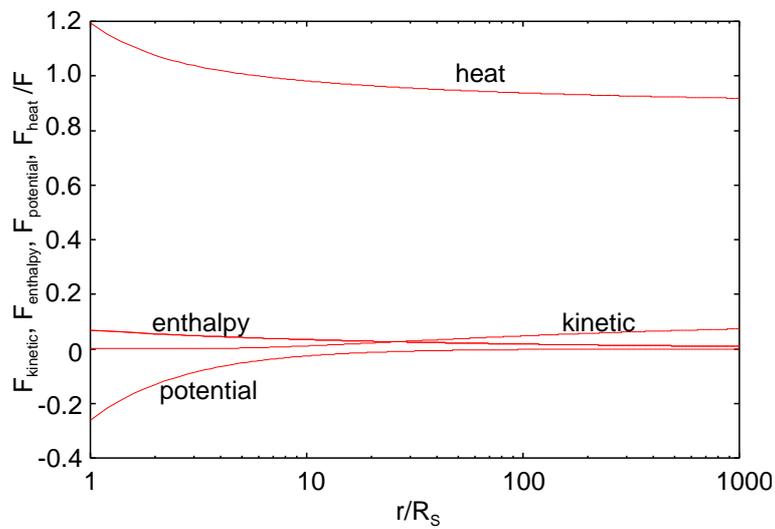


図 9: Alfvén 波がない場合のモデルから計算される各種エネルギーフラックスの  $r$  に対する分布.  $n_0 = 10^6 \text{ cm}^{-3}$ ,  $T_0 = 1.2 \times 10^6 \text{ K}$  である. 各エネルギーフラックスは全エネルギーフラックス  $F$  に対する割合で表している. kinetic, enthalpy, potential, heat はそれぞれ 運動エネルギーフラックス, エンタルピーフラックス, 重力ポテンシャルエネルギーフラックス, 熱フラックスを示す.  $r$  は太陽半径  $R_S$  に対する比で表してある.

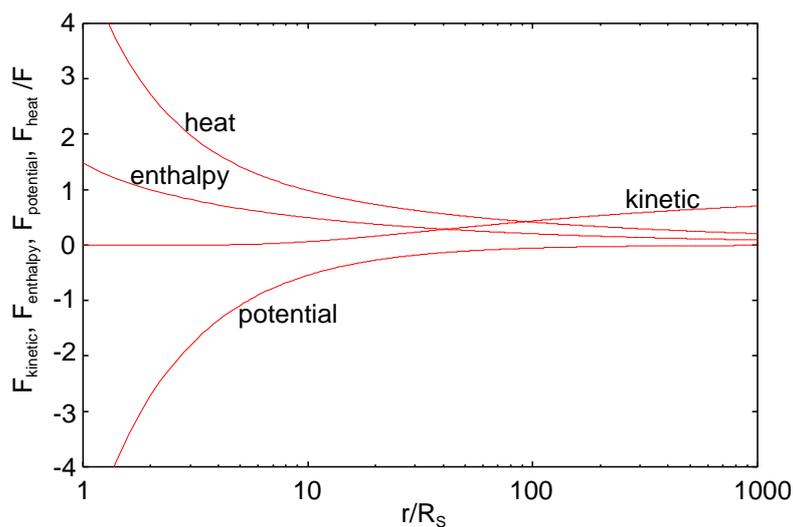


図 10: 図 9 と同様. ただし,  $n_0 = 10^9 \text{ cm}^{-3}$ ,  $T_0 = 1.2 \times 10^6 \text{ K}$ .

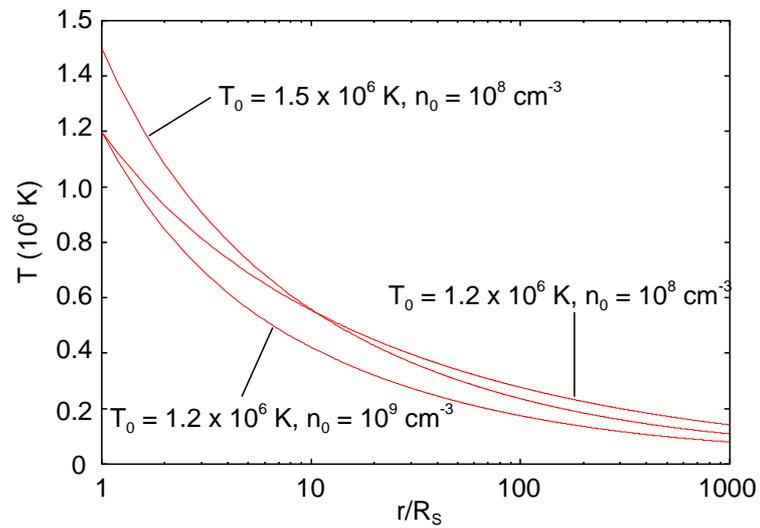


図 11: 種々の  $n_0, T_0$  に対する, Alfvén 波がない場合の太陽風の温度分布  $T(r)$ .  $r$  は太陽半径  $R_S$  に対する比で表してある.

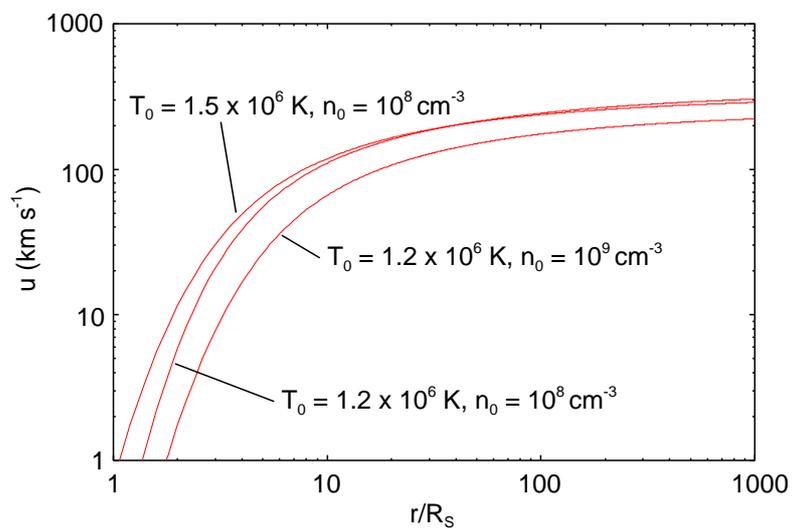


図 12: 種々の  $n_0, T_0$  に対する, Alfvén 波がない場合の太陽風の速度分布  $u(r)$ .  $r$  は太陽半径  $R_S$  に対する比で表してある.

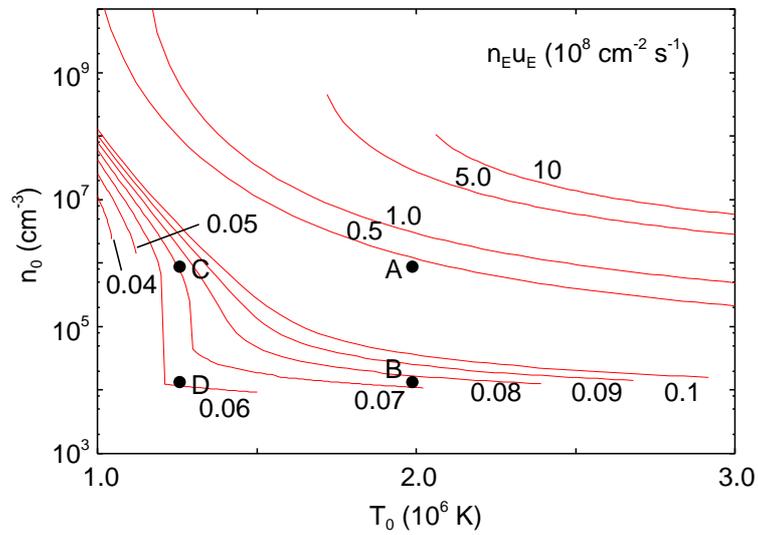


図 13: Alfvén 波が存在する場合 ( $B_0 = 1.0 \text{ G}$ ,  $\langle \delta B_0^2 \rangle = 0.5 \times 10^{-3} \text{ G}^2$ ) のモデルから計算された  $T_0$ - $n_0$  平面上の等  $n_E u_E$  曲線.  $n_0, T_0, n_E u_E$  はそれぞれ, コロナ底部におけるコロナの数密度, 温度, 地球軌道におけるコロナの数密度フラックスを表す.

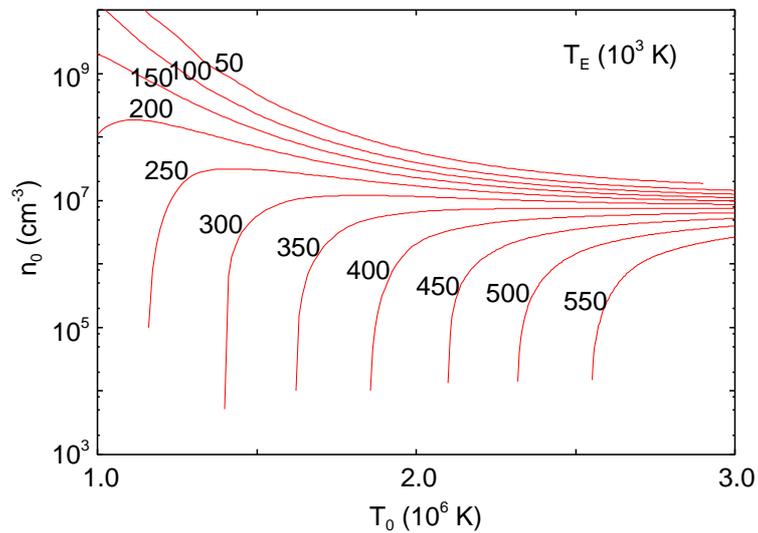


図 14: Alfvén 波が存在する場合 ( $B_0 = 1.0 \text{ G}$ ,  $\langle \delta B_0^2 \rangle = 0.5 \times 10^{-3} \text{ G}^2$ ) のモデルから計算された  $T_0$ - $n_0$  平面上の等  $T_E$  曲線.

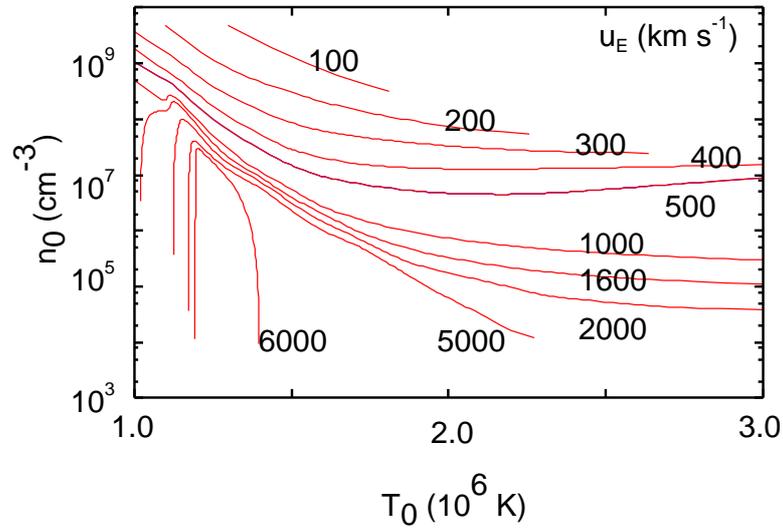


図 15: Alfvén 波が存在する場合 ( $B_0 = 1.0 \text{ G}$ ,  $\langle \delta B_0^2 \rangle = 0.5 \times 10^{-3} \text{ G}^2$ ) のモデルから計算された  $T_0$ - $n_0$  平面上の等  $u_E$  曲線.

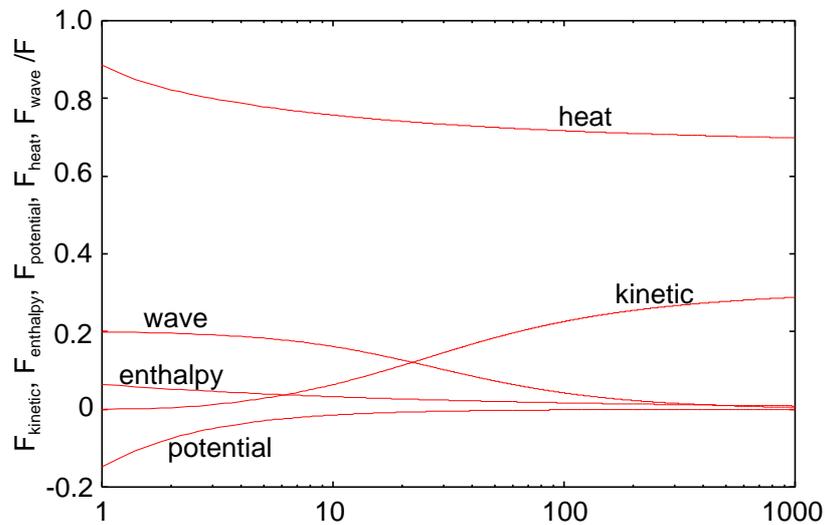


図 16: Alfvén 波が存在する場合 ( $B_0 = 1.0 \text{ G}$ ,  $\langle \delta B_0^2 \rangle = 0.5 \times 10^{-3} \text{ G}^2$ ) のモデルから計算される各種エネルギーフラックスの分布.  $n_0 = 10^6 \text{ cm}^{-3}$ ,  $T_0 = 2.0 \times 10^6 \text{ K}$  (図 13 の A 点) である. 各エネルギーフラックスは全エネルギーフラックス  $F$  に対する割合で表している. kinetic, enthalpy, potential, heat, wave はそれぞれ 運動エネルギーフラックス, エンタルピーフラックス, 重力ポテンシャルエネルギーフラックス, 熱フラックス, Alfvén 波エネルギーフラックスを示す.

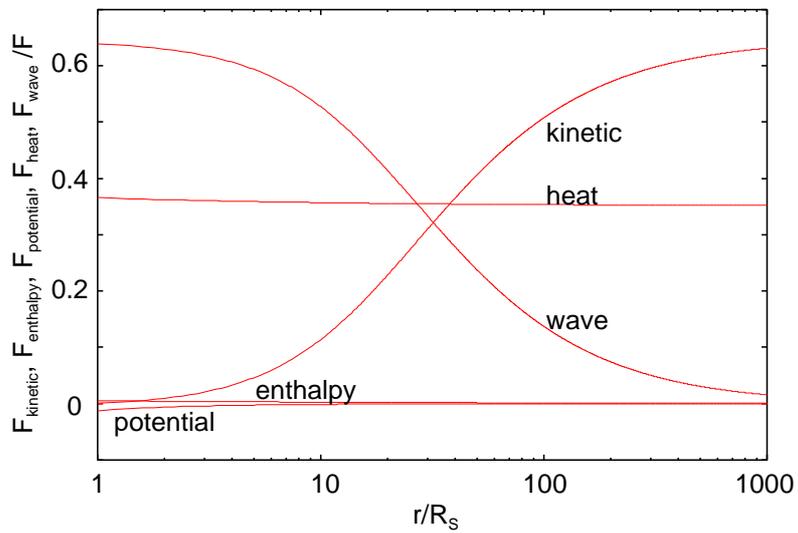


図 17: 図 16 と同様. ただし  $n_0 = 2.0 \times 10^4 \text{ cm}^{-3}$ ,  $T_0 = 2.0 \times 10^6 \text{ K}$  (図 13 の B 点)

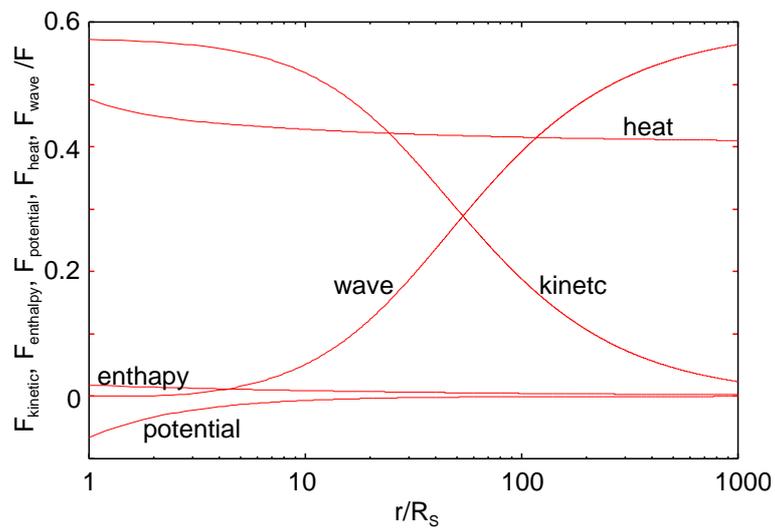


図 18: 図 16 と同様. ただし  $n_0 = 1.0 \times 10^6 \text{ cm}^{-3}$ ,  $T_0 = 1.25 \times 10^6 \text{ K}$  (図 13 の C 点)

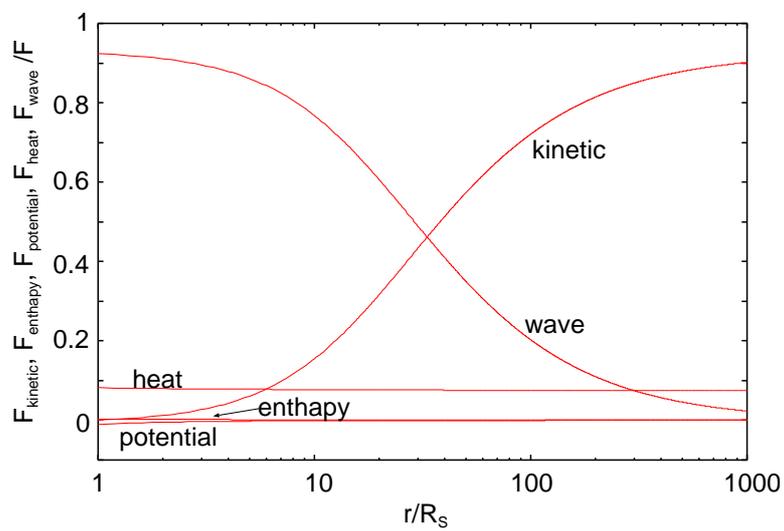


図 19: 図 16 と同様. ただし  $n_0 = 2.0 \times 10^4 \text{ cm}^{-3}$ ,  $T_0 = 1.25 \times 10^6 \text{ K}$  (図 13 の D 点)

## 5 まとめ

本研究では太陽磁場を伝播する Alfvén 波の存在を仮定した球対称な 1 流体太陽風モデルの解の性質, 特にコロナ底部における太陽風の温度  $T_0$ , 数密度  $n_0$  の種々の値に対する解のふるまいを理解するため, 地球軌道における速度, 温度, 数密度を一定にした等値線を  $T_0$ - $n_0$  平面上にプロットした図を描き, その性質を議論した.

- Alfvén 波が存在しない場合

$n_0$  の大きさにより解の性質は著しく変化する. これは太陽風のエネルギーバランスにおいて熱伝導フラックスだけが密度  $n_0$  に依存しないことによる.

- $n_0$  が小さい場合

質量フラックスは小さいのでこれを維持するのに必要な熱エネルギーは小さく, 熱伝導によって輸送される熱エネルギーのほとんどはコロナを遠方まで温めるのに使われる. このような状況ではエネルギーバランスは, 質量バランス, 運動量バランスと切り離して独立に考えることができる.  $n_0$  を増加させても質量フラックスが増加するだけで, 遠方での速度, 温度は変わらず,  $T_0$  を増加させると遠方での温度は増加し, その結果速度も増加する.

- $n_0$  が大きい場合

質量フラックスが大きくなると, 熱伝導によって輸送されるエネルギーの大半が質量フラックスを維持するのに使われる. したがって  $n_0, T_0$  の増加によって質量フラックスが増加すると太陽風は遠方でより断熱的となり, 温度, 速度は減少する. 質量フラックスが大きすぎると, コロナは熱エネルギーによって太陽重力を脱することができなくなり, 遷音速解は存在しない.

- Alfvén 波が存在する場合

Alfvén 波のエネルギーフラックス  $F_{w0}$  は  $n_0$  に依存し,  $n_0$  の大小によってモデルの性質は変わるが, Alfvén 波の存在にともなう磁気圧は太陽風の速度を増加させるが温度には直接的な関係はない. したがって温度に関するモデルの性質は基本的には Alfvén 波のない場合と同様である.

- $n_0$  が大きい場合

$n_0$  が大きい場合, Alfvén 波のエネルギーフラックス  $F_{w0}$  は小さく, 磁気圧による太陽風加速の効果は小さい. したがって太陽風モデルの性質はほとんど Alfvén 波が存在しない場合と同様である.

- $n_0$  が小さい場合

磁気圧の効果が大きくなり,  $n_0$  が減少するにつれ, 太陽風の速度は急激に増加する.  $T_0, n_0$  が減少し続けると太陽風は実質的に磁気圧のみで加

速される状態となり, 質量フラックスおよび遠方における速度は  $n_0$  によらなくなる. ただし  $T_0$  が小さすぎると, 磁気圧による加速によって臨界点  $r_c$  はコロナ底部に達し, 遷音速解が存在しない領域が  $n_0$ - $T_0$  平面上に新たに形成される.

## A 太陽風理論の基礎

本節では太陽風の基本的な物理過程の理解のため、球対称、定常な太陽風の基本的な 1 次元モデル (等温, ポリトロープコロナの Parker 解) について解説する.

太陽のコロナ大気が静力学的平衡にあるのではなく、プラズマ流として惑星間空間へ定常的に吹き出しているという理論は Parker によってはじめて説明され、「太陽風 (solar wind)」(一般的には星から吹き出すガスの流れ: stellar wind) と名付けられた. コロナ大気は太陽の重力場によって引き付けられているが、重力ポテンシャルは太陽からの距離に逆比例して減少するのに対し、コロナ温度は熱伝導性が良いため遠方でもあまり低下しない. したがって太陽の近くではコロナ大気が重力によってとらえられていても、太陽から離れるにつれて、コロナ大気の熱エネルギーが重力ポテンシャルにうちかって自由に脱出できるようになる. また重力の影響のため、コロナ大気の密度は太陽からの距離とともに急激に減少する. このとき重力はちょうどロケットのラバルノズルのような働きをして、太陽から宇宙空間へひろがる超音速の流れができる. この流れ (太陽風) の仕組みを理解するため、以降では非常に単純な仮定の下での太陽風の理論 (等温モデル, ポリトロープモデル) について解説する.

### A.1 仮定

それぞれのモデルにおける共通の仮定は以下の通りである.

太陽風は完全電離した水素プラズマからなり、その電子温度とプロトン温度は等しいと仮定する. 太陽風プラズマは粘性のない流体かつ理想気体として取り扱い、半径  $r_0$  の球面から、球対称、放射状に定常的に吹き出しているものとする. 太陽の自転は無視する. したがって太陽風に付随する速度、密度、温度などの諸物理量は太陽中心からの距離  $r$  のみの関数である. また速度などのベクトル量は  $r$  成分のみを考える. なお、現れる記号の意味は本文と同様である.

### A.2 等温モデル

#### A.2.1 基礎方程式および臨界点について

等温モデルを記述する方程式系と、その特徴の一つである臨界点について述べる. 太陽風の運動を支配する方程式は以下ようになる.

$$4\pi mnur^2 = \text{constant} \quad (47)$$

$$u \frac{du}{dr} + \frac{1}{mn} \frac{dp}{dr} + \frac{GM_S}{r^2} = 0 \quad (48)$$

$$p = 2nkT \quad (49)$$

(47) は連続の式で、任意の半径  $r$  の球面を単位時間に通過する質量が一定であることを示す. (48) は運動量保存則 (Navier - Stokes の式) で、太陽風に働く力がガス

圧力勾配による力 (第 2 項) と太陽重力 (第 3 項) であることを示す. (49) は理想気体の状態方程式である. 電子温度  $T_e$  とプロトン温度  $T_p$  は等しいと仮定しているので, 太陽風の温度は  $T_e + T_p = 2T$  となることに注意する. なおエネルギー方程式は単純に等温の条件  $T(r) = T = \text{constant}$  となる. すなわち, 太陽風の温度は何らかのエネルギー輸送過程によって場所によらず一定に保たれているものとする.

(48) のガス圧力勾配項は (49) を用いて次のように書ける.

$$\frac{1}{mn} \frac{dp}{dr} = \frac{2k}{m} \frac{dT}{dr} + \frac{2kT}{mn} \frac{dn}{dr} = \frac{2kT}{m} \frac{1}{n} \frac{dn}{dr} \quad (50)$$

(50) に現れる密度勾配は (47) を用いて次のように書ける.

$$\frac{1}{n} \frac{dn}{dr} = -\frac{1}{u} \frac{du}{dr} - \frac{2}{r} \quad (51)$$

(50),(51) を用いると, 運動量保存則 (48) は次のような形になる.

$$\frac{1}{u} \frac{du}{dr} = \left( \frac{2a^2}{r} - \frac{GM_S}{r^2} \right) / (u^2 - a^2) \quad (52)$$

ここで  $a = \sqrt{2kT/m}$  は音速であり, 等温モデルでは一定である.

(52) を見るとわかるように, 運動方程式は  $u(r) = a$  となる点において分母がゼロとなり, 特異性をもつ. 太陽風がこの点で有限な速度勾配をもつためには分子も同時にゼロとなる必要がある. すなわち,

$$r = r_c = \frac{GM_S}{2a^2}, \quad u(r_c) = a \quad (53)$$

となる点を通る解  $u(r)$  が存在する.  $r_c$  の位置を臨界点 (critical point) と呼び, (53) を通る解を臨界解 (critical solution) と呼ぶ.  $r_c$  における脱出速度を  $u_{\text{esc}}(r_c)$  とすると,  $u_{\text{esc}}(r_c) = \sqrt{2GM_S/r_c}$  であるから, 以下の関係が得られる.

$$u(r_c) = a = \frac{u_{\text{esc}}(r_c)}{2} \quad (54)$$

次に運動方程式 (52) の解を求める. (52) は直ちに積分できて以下のような解をもつ.

$$\frac{u^2}{2} - a^2 \ln(u) - 2a^2 \ln(r) - \frac{GM_S}{r} = \text{constant} \quad (55)$$

この解のトポロジーは図 (20) に示すようになる. 曲線 1 は臨界解の一つであり, 亜音速で出発した太陽風は臨界点で超音速となる.

曲線 2 も臨界解の一つであるが, 超音速で出発して臨界点を通過したあと亜音速になる解である. 曲線 1, 2 は遷音速解とも呼ばれる. 曲線 3 は太陽風が吹き出す点  $r_0$  における初速度  $u_0$  が小さすぎて臨界点に達することができない解である. したがって速度が最大となる  $r_c$  でも亜音速のままである. 曲線 5, 6 は数学的な解であ

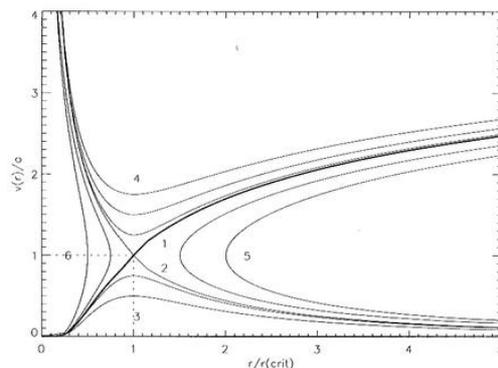


図 20: 等温太陽風モデルの運動方程式の解 (55) のトポロジー [Henny J. G. L. M. Lamers and Joseph P. Cassinelli (1999), 64p., Figure 3.1]. 横軸は  $r/r_c$ , 縦軸は  $u/a$  である.

り, 物理的な意味はない. 図からわかるように, 出発点  $r_0$  においてある有限な初速度  $u_0(\text{critical})$  をもつ解のみが亜音速から超音速へ加速される遷音速解となる.

臨界点における遷音速解の速度勾配は, (52) に de l'Hopital の定理を適用することで得られる. (52) の分子, 分母をそれぞれ  $r$  で微分して  $r \rightarrow r_c$  とすると次のようになる.

$$\left(\frac{du}{dr}\right)_{r_c} = \pm \frac{2a^3}{GM_S} \quad (56)$$

符号の正負はそれぞれ図 (20) における遷音速解 1, 2 に相当する. このように二つの速度勾配が存在するような特異点は, 図 (20) の遷音速解の形から, X 型の特異点と呼ばれる. 以降では「遷音速解」と呼ぶ場合, 亜音速から超音速になる解の方を指すものとする.

### A.2.2 太陽風のエネルギー

単位質量の太陽風プラズマがもつエネルギー  $e(r)$  は次のように表される.

$$e(r) = \frac{u^2}{2} + \frac{5}{2} \frac{2kT}{m} - \frac{G_S}{r} \quad (57)$$

太陽風のエネルギーは運動エネルギー  $u^2/2$ , 内部エネルギー  $(3/2)(2kT/m)$ , 断熱膨張による仕事  $2kT/m$ , 重力ポテンシャル  $-GM_S/r$  の和である. (57) は次のように書き換えることができる.

$$e(r) = e(r_0) + \frac{(u^2 - u_0^2)}{2} + \frac{GM_S}{r_0} \left(1 - \frac{r_0}{r}\right) \quad (58)$$

ただし添字 0 はコロナ底部 ( $r = r_0$ ) における量を表す. この式によると等温モデルの太陽風のエネルギーは一定ではなく, 太陽風を等温に保つために右辺の最後の 2 項が加わらなければならない. この結果は A.2.1 節で触れたように, 等温の条件  $T(r) = T = \text{constant}$  の中に何らかのエネルギー輸送過程が暗示されていることによる.

### A.2.3 密度分布

遷音速解の密度分布を求め, 静水圧平衡における分布と比較してみる.

運動方程式の解 (55) において, 臨界点 ( $r_c, u_c$ ) を通る条件から積分定数を定めると, 次の遷音速解を得る.

$$u \exp\left(-\frac{u^2}{2a^2}\right) = a \left(\frac{r_c}{r}\right)^2 \exp\left(-\frac{2r_c}{r} + \frac{3}{2}\right) \quad (59)$$

ただし,  $r_c = GM_S/2a^2$  である. 遷音速解の初速度  $u_0$  はこの式で  $r = r_0$  において得られる.  $u_0 \ll a$  であるから,

$$\begin{aligned} u_0 &\simeq a \left(\frac{r_c}{r_0}\right)^2 \exp\left(-\frac{2r_c}{r_0} + \frac{3}{2}\right) \\ &= a \left(\frac{u_{\text{esc}}(r_0)}{2a}\right) \exp\left(-\frac{u_{\text{esc}}^2(r_0)}{2a^2} + \frac{3}{2}\right) \end{aligned} \quad (60)$$

この式で定められる  $u_0$  を初速度とする解のみが超音速に加速される. また  $r \rightarrow \infty$  では, (55) からわかるように,

$$u(r \rightarrow \infty) \simeq 2a\sqrt{\ln(r/r_0)} \quad (61)$$

となり, 太陽風は無限に加速され続ける. この結果は無窮遠までエネルギーが伝わって太陽風が等温に保たれるという仮定によるものである.

(59) を (60) で割り算した後, 連続の式  $nur^2 = n_0u_0r_0^2$  を使って  $u$  を消去すると, 次の密度分布を得る.

$$\frac{n}{n_0} \exp\left\{\frac{1}{2} \left(\frac{u_0 n_0 r_0^2}{a n r^2}\right)^2\right\} = \exp\left\{-\frac{GM_S}{a^2} \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r}\right)\right\} \quad (62)$$

一方, 静水圧平衡の式,

$$\frac{1}{mn} \frac{dp}{dr} + \frac{GM_S}{r^2} = 0 \quad (63)$$

と状態方程式 (49) から,

$$\frac{r^2}{n} \frac{dn}{dr} = -\frac{GM_S}{a^2} \quad (64)$$

となり, 等温の場合には次の密度分布を得る.

$$\frac{n(r)}{n_0} = \exp \left\{ -\frac{GM_S}{a^2} \left( \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r} \right) \right\} = \exp \left\{ -\frac{(r-r_0)r_0}{H_0 r} \right\} \quad (65)$$

ただし,

$$H_0 = 2kT/mg_0, \quad g_0 = GM_S/r_0^2 \quad (66)$$

$H_0$  はスケールハイトである. 静水圧平衡での密度分布 (65) は等温モデルの密度分布 (62) に良く似ている. とくに  $u_0 \ll a$  の場合, 両者の密度分布は同じ形になる.

この一致は, 臨界点付近を除く亜音速領域において運動量保存則 (48) の  $udu/dr$  の項が圧力勾配の項に比べてはるかに小さいことによる. 太陽風の亜音速領域の構造はダイナミックというよりは, むしろ静水圧平衡の構造に近い.

#### A.2.4 質量損失

星がその質量を失うことを質量損失 (mass loss) という. 単位時間当たりに失われる質量を質量損失率 (mass loss rate) といい,  $\dot{M}$  で表す.  $\dot{M}$  は星の進化を議論する上で重要な量の一つである. ここでは, 等温の太陽風に伴う質量損失率を求める.

(62) で,  $r = r_c, n = n_c$  とおくと,

$$n_c = n_0 \exp \left\{ -\frac{GM_S}{a^2} \left( \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_c} \right) - \frac{1}{2} \right\} \quad (67)$$

を得る. したがって

$$\begin{aligned} \dot{M}_S &= 4\pi m n_c a r_c^2 \\ &= 4\pi m n_0 a r_c^2 \exp \left\{ -\frac{GM_S}{a^2} \left( \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_c} \right) - \frac{1}{2} \right\} \\ &= 4\pi m n_0 a r_0^2 \left\{ \frac{u_{\text{esc}}(r_0)}{2a} \right\}^2 \exp \left\{ -\frac{u_{\text{esc}}^2(r_0)}{2a^2} + \frac{3}{2} \right\} \end{aligned} \quad (68)$$

となる. 太陽あるいは太陽と同じタイプの星 ( $n_0 = 10^{10} \text{ cm}^{-3}, T_0 = 10^6 \text{ K}$ ) の質量損失率を (68) を用いて計算すると,  $\dot{M} = 1.6 \times 10^{-14} M_S \text{ yr}^{-1}$  となる. これは観測によって得られる値に近い.

### A.3 ポリトロープモデル

等温ではなく温度勾配の存在する太陽風モデルについて考察する. 等温モデルとは次の 2 点で異なる.

- 温度勾配の存在は新たな圧力勾配が運動量保存則に加わることを意味し, それによって速度構造が変わる.

- 温度が距離  $r$  に依存するので、音速も  $r$  に依存する。これが臨界点の位置に影響を及ぼす。

ここでは温度勾配のあるモデルのうち、簡単なケースであるポリトロープモデルについて考察する。

### A.3.1 基礎方程式

ポリトロープモデルの方程式系では、(47) ~ (49) のほかに、次のポリトロープ関係式 (理想気体の場合) が加わる。

$$T = T_0 \left( \frac{n}{n_0} \right)^{\Gamma-1} \quad (69)$$

または

$$p = p_0 \left( \frac{n}{n_0} \right)^{\Gamma} \quad (70)$$

$\Gamma$  をポリトロープ指数と呼ぶ。  $\Gamma$  は距離  $r$  によらない定数であるものとする。

$d \ln p = \Gamma d \ln n$  であることに注意すると、(72) の圧力勾配の項  $(1/mn) dp/dr$  は (47), (49) を用いて  $n$  を消去することにより、次のように変形される。

$$\frac{1}{mn} \frac{dp}{dr} = \frac{p}{n} \frac{d \ln n}{dr} = \Gamma \frac{2kT}{m} \frac{dn}{dr} = \Gamma \frac{2kT}{m} \left( -\frac{1}{u} \frac{du}{dr} - \frac{2}{r} \right) \quad (71)$$

したがって運動量保存則 (72) は次のように変形される。

$$u \frac{du}{dr} + \Gamma \frac{2kT}{m} \left( -\frac{1}{u} \frac{du}{dr} - \frac{2}{r} \right) + \frac{GM_S}{r^2} = 0 \quad (72)$$

すなわち、

$$\frac{1}{u} \frac{du}{dr} = \left( \frac{2\Gamma}{r} - \frac{GM_S}{r^2} \right) / (u^2 - \Gamma a^2) \quad (73)$$

臨界点  $r_c$ 、臨界速度  $u(r_c)$  は (73) において分子 = 分母 = 0 とおくことで得られ、

$$r_c = \frac{GM_S}{2\Gamma a^2(r_c)} \quad (74)$$

$$u^2(r_c) = \Gamma a^2(r_c) = \frac{GM_S}{2r_c} = \frac{u_{\text{esc}}^2(r_c)}{4} \quad (75)$$

となる。この結果は、音速  $a$  が  $\sqrt{\Gamma}a$  になっていることを除けば等温モデルの場合と同じである。しかしポリトロープモデルでの  $a$  は等温モデルと違い、距離  $r$  に依存することに注意する。

## A.3.2 太陽風のエネルギー

太陽風のエネルギーとそのバランスについて述べる. また, 遷音速解が存在するための条件をもとめる.

運動量保存則 (72) の圧力勾配項はポロトロープ関係  $p \propto (p/n)^{\Gamma/\Gamma-1}$  を用いると次のように変形することもできる.

$$\frac{1}{mn} \frac{dp}{dr} = \frac{p}{mn} \frac{d \ln p}{dr} = \frac{\Gamma}{\Gamma-1} \frac{p}{mn} \frac{\ln(p/mn)}{dr} = \frac{\Gamma}{\Gamma-1} \frac{d}{dr} \frac{p}{mn} \quad (76)$$

ただし  $\Gamma \neq 1$  とする. これを用いて (72) は次のように積分される.

$$u \frac{du}{dr} + \frac{\Gamma}{\Gamma-1} \frac{d}{dr} \left( \frac{p}{mn} \right) + \frac{GM_S}{r^2} = 0$$

ゆえに,

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{u^2}{2} + \frac{\Gamma}{\Gamma-1} \frac{2kT}{m} - \frac{GM_S}{r} \right) = 0 \quad (77)$$

したがってポロトロープ太陽風ではすべての  $r$  に対して次の量  $e_\Gamma$  は一定となる.

$$e_\Gamma = \frac{u^2}{2} + \frac{\Gamma}{\Gamma-1} \frac{2kT}{m} - \frac{GM_S}{r} \quad (78)$$

ただし  $\Gamma \neq 1$ . この式はエネルギー保存則を表しており, 右辺第 1 項は運動エネルギーに関する項, 第 2 項は熱エネルギーおよびポロトロープ関係を保つためのエネルギー輸送 (熱伝導など) に関する項, 第 3 項は重力ポテンシャルに関する項である.

ここで遷音速解が存在するための条件を求める. 亜音速で出発した太陽風が太陽の重力圏を脱出するためには, 速度  $u$  が  $r \rightarrow \infty$  において 0 より大きい有限値  $u_\infty$  をとらなければならない. このとき  $r \rightarrow \infty$  で連続の式 (47) が成り立つためには,  $n \rightarrow 0 (r \rightarrow \infty)$  でなければならない. またポロトロープ関係 (69) から  $T \rightarrow 0 (r \rightarrow \infty)$  となる. したがって  $r \rightarrow \infty$  における  $e_\Gamma$  は次のように表される.

$$e_\Gamma = \frac{u_\infty^2}{2} \quad (79)$$

太陽風が太陽の重力圏を脱出するためには  $e_\Gamma$  は 0 より大きくなければならない. (78) を臨界点  $r_c$  において適用すると, (74), (75) の関係を用いて以下のような  $e_\Gamma$  の表式を得る.

$$e_\Gamma = \frac{5 - 3\Gamma}{\Gamma-1} \frac{\Gamma a_c^2}{2} = \frac{5 - 3\Gamma}{\Gamma-1} \frac{u_c^2}{2} = \frac{5 - 3\Gamma}{\Gamma-1} \frac{GM_S}{4r_c} \quad (80)$$

これからわかるように,  $e_\Gamma > 0$  であるためには  $\Gamma$  が  $1 < \Gamma < 5/3$  の範囲にある必要がある. 一方 (78) を臨界点  $r_0$  において適用して  $e_\Gamma > 0$  とすると

$$\frac{u_0^2}{2} + \frac{\Gamma}{\Gamma-1} \frac{2kT_0}{m} - \frac{GM_S}{r_0} = \frac{u_\infty^2}{2} > 0 \quad (81)$$

となる. この式は  $r_0$  における境界条件に対して制限を課している.

次に太陽風へのエネルギーインプットについて述べる. 太陽風のエネルギー (57) と  $e_\Gamma$  との関係は次のように書ける.

$$e(r) = \frac{u^2}{2} - \frac{GM_S}{r} + \frac{5}{2} \frac{2kT}{m} = e_\Gamma - \frac{5-3\Gamma}{2(\Gamma-1)} \frac{2kT}{m} \quad (82)$$

太陽風への全エネルギーインプット  $\Delta e$  は単位質量当たり,

$$\Delta e = e(\infty) - e(r_0) = \frac{5-3\Gamma}{2(\Gamma-1)} \frac{2kT_0}{m} \quad (83)$$

となる.

また, 局所的なエネルギーインプットと温度勾配の関係は (57) を  $r$  で微分することにより次のようになる.

$$\frac{d e(r)}{dr} = - \frac{5-3\Gamma}{2(\Gamma-1)} \frac{2k}{m} \frac{dT}{dr} \quad (84)$$

$\Gamma = 5/3$  ならばエネルギーインプットはゼロである. これはポリトロープ関係式が断熱膨張を表すことから理解される. この場合, 太陽風のエネルギーは  $e(r_0)$  となり, この値 (負の値) はコロナ大気が重力によって引き留められている状態を表すので, 太陽風は重力圏を脱出することはできない.  $1 < \Gamma < 5/3$  ならばエネルギーインプットは正の値をとり温度は距離とともに減少する.  $\Gamma = 1$  は等温の場合であり, 全エネルギーインプットは無限大となる. A.2.3 節で述べたように太陽風は無限に加速される.  $\Gamma < 1$  ならばエネルギーインプットによって温度は距離とともに増加する.

### A.3.3 速度, 温度構造

ポリトロープ太陽風の速度構造は, 運動方程式 (73) か, あるいはそれを積分したエネルギー保存の式 (78) を解くことによって得られるが, ここでは (78) を用いて速度, 温度構造を調べることにする. ポリトロープ関係  $T/T_c = (n/n_c)^{\Gamma-1}$  (添字  $c$  は臨界点  $r_c$  における量であることを示す) と連続の式を用いて, (78) を  $r$  と  $u$  のみであらわすと次のように書かれる.

$$e_\Gamma = \frac{u^2}{2} + \frac{\Gamma}{\Gamma-1} a_c^2 \left( \frac{r}{r_c} \right)^{2-2\Gamma} \left( \frac{u}{u_c} \right)^{1-\Gamma} - \frac{GM_S}{r} \quad (85)$$

この式は無次元量,

$$x = \frac{r}{r_c}, \quad w = \frac{u}{u_c} \quad (86)$$

を導入することにより次のような形をとる.

$$\frac{u_c^2}{2}w^2 + \frac{1}{\Gamma-1}u_c^2x^{2-2\Gamma}w^{1-\Gamma} - \frac{2u_c^2}{x} = e_\Gamma \quad (87)$$

ここで (75) を用いた. この解が遷音速解であるためには,  $e_\Gamma$  と  $u_c$  とのあいだに (80) の関係が成り立たなければならない. これを考慮すると (87) は次のようになる.

$$w^{\Gamma+1} - w^{\Gamma-1} \left( \frac{4}{x} + \frac{5-3\Gamma}{\Gamma-1} \right) + \frac{2}{\Gamma-1}x^{2-2\Gamma} = 0 \quad (88)$$

$w$  と  $x$  の関係はこの式によって決定される.

$w \ll 1$  の場合 (88) の第 1 項は無視されて,

$$w \simeq \left\{ \frac{2}{\Gamma-1}x^{3-2\Gamma} / \left( 4 + \frac{5-3\Gamma}{\Gamma-1}x \right) \right\}^{1/(\Gamma-1)} \quad (89)$$

となる. これは臨界点よりも太陽側へ十分離れた場所での速度分布を表す. 一方太陽から十分離れた  $x \rightarrow \infty$  のときは  $w \rightarrow \sqrt{(5-3\Gamma)/(\Gamma-1)}$  (ただし  $\Gamma > 1$ ) となるので, 遠方での速度は,

$$u_\infty^2 = \left( \frac{5-3\Gamma}{\Gamma-1} \right) u_c^2 = \left( \frac{5-3\Gamma}{\Gamma-1} \right) \frac{GM_S}{2r_c} \quad (90)$$

となる.

図 21 は  $\Gamma = 7/6, 4/3, 3/2$  の各場合に (88) を解いて求められたポリトロープ太陽風の速度, 温度構造を示している. 図の上段は  $M(r) = u(r)/\sqrt{\Gamma}a(r)$  で定義された Mach 数を  $\log(r/r_c)$  の関数としてプロットしたものである. 図の下段は臨界点における温度  $T_c$  で規格化した温度分布である.  $T(r)$  はポリトロープ関係により,  $r$  と  $u$  を用いて次のように表せる.

$$\frac{T(r)}{T(r_c)} = \left( \frac{u}{u_c} \right)^{1-\Gamma} \left( \frac{r}{r_c} \right)^{2-2\Gamma} \quad (91)$$

$\Gamma$  が大きいほどエネルギーインプットが減って断熱変化に近くなるので, 温度も急速に減少する. 図の中段は  $u_c$  で規格化した速度分布である.  $1 < \Gamma < 3/2$  の場合, 速度は太陽から離れるにしたがって増加するが,  $3/2 < \Gamma < 5/3$  の場合では, 速度は減少する.(図には描かれていない).  $\Gamma = 3/2$  のとき速度は太陽からの距離によらず一定である. これはエネルギーインプット  $de/dr$  と太陽風のエンタルピーの減少分  $(2k/m)(dT/dr)$  のすべてが重力ポテンシャルエネルギーを増加させるのに使われたため, 太陽風を加速させるのに必要なエネルギーがなくなったことを意味している.  $\Gamma = 3/2$  のときにこのような状態となる理由は次のようにして説明される.

速度が一定であるとすると (78), (79) において  $u^2/2 = u_\infty^2/2 = e_\Gamma$  となるから,  $\{\Gamma/(\Gamma-1)\}(2kT/m)$  と  $GM_S/r$  は距離  $r$  によらず等しくなければならない. したがって  $T \propto r^{-1}$  であり, ポリトロープ関係から  $n \propto r^{1/(1-\Gamma)}$  となる. いっぽう連続の式において速度が一定であるとすると,  $n \propto r^{-2}$  となる. したがって  $1/(1-\Gamma) = -2$  すなわち  $\Gamma = 3/2$  となる.

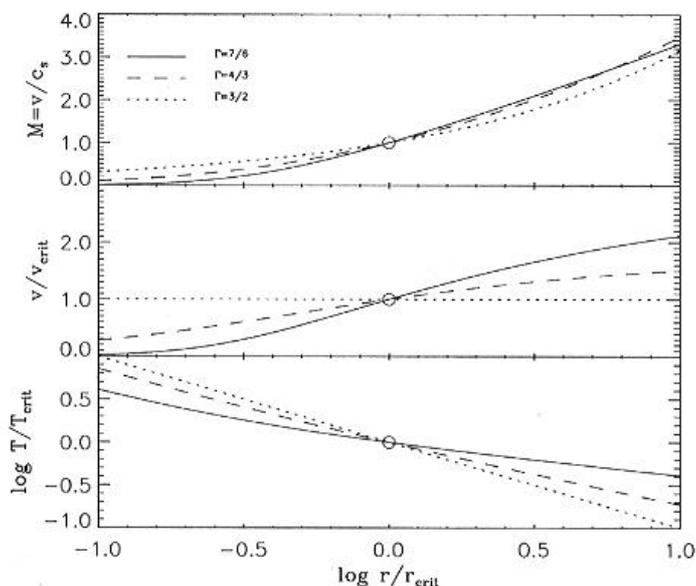


図 21: ポリトロープ太陽風の数値、温度構造. 横軸は  $\log r/r_c$ , 縦軸は 上段:  $M = u/(\Gamma a)$ , 中段:  $u/u_c$ , 下段:  $\log T/T_c$ . [Henny J. G. L. M. Lamers & Joseph P. Cassinelli (1999), 107p., Figure 4.1].

### A.3.4 質量損失

ポリトロープ太陽風の質量損失率を求める.

コロナ底部における温度,  $T_0$  と数密度  $n_0$  が与えられているものとする. さらに  $u_0$  がわかれば, 質量損失率  $\dot{M}$  を計算することができる.  $u_0$  は太陽風の解が臨界点  $r = r_c$  を通ることから定まる. 連続の式 (47) およびポリトロープ関係式 (69) から  $T \propto u^{1-\Gamma} r^{2-2\Gamma}$  あるいは  $x, w$  を用いて  $T \propto w^{1-\Gamma} x^{2-2\Gamma}$  となるので, この関係を臨界点とコロナ底部に適用すると,

$$T_c = T_0 w_0^{\Gamma-1} x_0^{2-2\Gamma} \quad (92)$$

となる. ただし臨界点において  $x = 1, w = 1$  であることを用いている. (92) を臨界点の条件 (75) に代入すると,

$$\Gamma \frac{2kT_0}{m} w_0^{\Gamma-1} x_0^{2\Gamma-2} = \frac{GM_S}{2r_0} x_0 \quad (93)$$

となる. この式と (88) によって  $x_0, w_0$  が求められる.  $x_0, w_0$  がわかれば,  $r_c = r_0/x_0$  の関係から臨界点  $r_c$  が求まり, (92) から  $T_c$  が求まる. したがって  $u_0$  は,  $x_0, w_0$  を使って次のように書ける.

$$u_0 = w_0 u_c \quad (94)$$

$$= w_0 \sqrt{\Gamma \frac{2kT_c}{m}} \quad (95)$$

$$= w_0^{(\Gamma+1)/2} x_0^{\Gamma-1} \sqrt{\Gamma \frac{2kT_0}{m}} \quad (96)$$

それゆえ質量損失率は,

$$\dot{M} = 4\pi r_0^2 m n_0 w_0^{(\Gamma+1)/2} x_0^{\Gamma-1} \sqrt{\Gamma \frac{2kT_0}{m}} \quad (97)$$

となる.

コロナ底部における速度が臨界点における速度よりも十分小さい場合, すなわち  $w_0 \ll 1$  の場合は (89) の関係を用いて  $w_0$  を  $x_0$  で表すことができる. (89) を (93) に代入すると,

$$x_0 \simeq \frac{1}{5-3\Gamma} \left\{ \frac{16\Gamma kT_0/m}{u_{\text{esc}}^2(r_0)} - 4\Gamma + 4 \right\} \quad (98)$$

を得る. したがって臨界点の位置  $r_c$  は,

$$r_c = \frac{(5-3\Gamma)r_0}{4-4\Gamma + \frac{16\Gamma kT_0}{m} u_{\text{esc}}^2(r_0)} \quad (99)$$

となる. (98) によれば,  $T_0$  が

$$\frac{\Gamma-1}{2\Gamma} < \frac{2\Gamma kT_0}{m u_{\text{esc}}^2(r_0)} < \frac{\Gamma+1}{8\Gamma} \quad (100)$$

の条件を満たす場合にのみ,  $0 < x_0 < 1$  となるような実在し得る解が存在することになる. 一方 (93) から,  $w_0$  は次のように表せる.

$$w_0 = \left\{ \frac{u_{\text{esc}}^2(r_0)}{8\Gamma kT_0/m} \right\}^{1/(\Gamma-1)} x_0^{(3-2\Gamma)/(\Gamma-1)} \quad (101)$$

(98),(101) を (97) に代入することにより, 質量損失率は  $T_0, n_0$  を用いて次のように見積もることができる.

$$\begin{aligned} \dot{M} \simeq & 4\pi m n_0 r_0^2 \sqrt{\Gamma \frac{2kT_0}{m}} \left\{ \frac{u_{\text{esc}}^2(r_0)}{8\Gamma kT_0/m} \right\}^{(\Gamma+1)/2(\Gamma-1)} \\ & \left[ \frac{1}{5-3\Gamma} \left\{ \frac{16\Gamma kT_0/m}{u_{\text{esc}}^2(r_0)} - 4\Gamma + 4 \right\} \right]^{(5-3\Gamma)/2(\Gamma-1)} \end{aligned} \quad (102)$$

## B Alfvén 波のエネルギーフラックス

ここでは Alfvén 波の伝播に伴うエネルギーフラックスの式を導出し、波の作用保存の式 (35) や運動量保存則 (38) をエネルギーフラックス  $F_w$  を用いて表す。

Alfvén 波の伝播で生ずるエネルギー密度フラックス  $f_w$  はポインティングベクトル  $P$  と摂動による運動エネルギーフラックス  $\frac{1}{2}mn(\delta u)^2 u$  の和である。  $P$  は、

$$P = \frac{c}{4\pi} \langle \delta \mathbf{E} \times \delta \mathbf{B} \rangle \quad (103)$$

である。ここで  $\delta \mathbf{E}$  は Alfvén 波に伴う摂動電場で、以下のように与えられる。

$$\delta \mathbf{E} = -\frac{1}{c} (\delta \mathbf{u} \times \mathbf{B} + \mathbf{u} \times \delta \mathbf{B}) \quad (104)$$

したがって (11), (12) および  $\delta u = -\delta B / \sqrt{4\pi mn}$  (波の伝播の太陽から離れる方向の場合) を用いると、 $P$  の  $r$  成分  $P$  は

$$P = \frac{\langle (\delta B)^2 \rangle}{4\pi} (v_A + u) \quad (105)$$

となる。この式は単位体積当たりの Alfvén 波エネルギー  $\varepsilon = \langle \delta B^2 \rangle / 4\pi$  が群速度  $v_A + u$  で輸送されることを表している。

したがって  $f_w$  は、 $P$  に運動エネルギーフラックスを加えることにより、

$$f_w = \frac{1}{2} mn (\delta u)^2 u + P = \frac{\langle (\delta B)^2 \rangle}{4\pi} \left( v_A + \frac{3}{2} u \right) \quad (106)$$

と表される。また、流管の断面積を  $A$  (球対称流の場合  $A \propto r^{-2}$ ) とすると、 $A$  を通過する波のエネルギーフラックス  $F_w$  は、

$$F_w = f_w A = \frac{\langle (\delta B)^2 \rangle}{4\pi} \left( v_A + \frac{3}{2} u \right) A \quad (107)$$

となる。

ところで Alfvén 波が熱として散逸しないと仮定すると、波のエネルギーは磁気圧プラズマに及ぼした仕事の分だけ減少するはずである。すなわち、

$$\frac{1}{A} \frac{dF_w}{dr} = u \frac{d}{dr} \left( \frac{\langle (\delta B)^2 \rangle}{8\pi} \right) \quad (108)$$

(107), (108) から  $F_w$  を消去すると、前に導出した作用保存の式 (35) と同じ表式が得られる。また (35) は、 $b^2$  (あるいは  $\langle (\delta B)^2 \rangle$ ) のかわりに  $F_w$  を用いると次のように書かれる。

$$F_w \frac{(1 + M_A)^2}{1 + (3/2)M_A} = \text{const} \quad (109)$$

## C Alfvén 波が存在する場合の音速

$r$  方向の磁力線に沿って伝播する Alfvén 波が存在する下での音波の伝播について述べる.

$r$  方向に伝播する音波について考える. 音波の波長は Alfvén 波の波長よりも十分大きい, 音波が存在しない下での速度や密度の空間変化スケールに比べて十分小さいと仮定する. 音波の伝播にともなう速度, 密度, ガス圧力の摂動をそれぞれ  $\delta u$ ,  $\delta \rho$ ,  $\delta p$  と書く. ここでは Alfvén 波にともなう速度摂動を  $\delta v$  とする.  $\delta \rho$  と  $\delta p$  には次の関係が成り立つ.

$$\delta p = \frac{\partial p}{\partial \rho} \delta \rho = a^2 \delta \rho \quad (110)$$

また, Alfvén 波エネルギー密度  $\varepsilon$  の摂動  $\delta \varepsilon$  に関して (35), (37) を考慮すると, 次の関係が成り立つ.

$$\delta \varepsilon = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} \delta \rho = \frac{1}{4} \langle \delta v^2 \rangle \frac{1 + 3M_A}{1 + M_A} \delta \rho \quad (111)$$

上記の関係を用いて (19), (2) を線形化することにより, 次のような音波の分散関係式を得る.

$$(\omega - ku)^2 = k^2 \left( a^2 + \frac{1}{4} \langle \delta v^2 \rangle \frac{1 + 3M_A}{1 + M_A} \right) \quad (112)$$

(112) により, Alfvén 波の存在下での音速  $a^{*2}$  は

$$a^{*2} = a^2 + \frac{1}{4} \langle \delta v^2 \rangle \frac{1 + 3M_A}{1 + M_A} \quad (113)$$

となる.

## 謝辞

本論文を完成させるにあたって, 多くの方々に御協力をいただきました. 特に渡部 重十 教授, 倉本 圭 助教授には多くの助言を頂き心から感謝致します. また, 論文のチェックをして頂いた渡部研究室の皆さんに感謝の意を表します.

## 参考文献

- [1] Alazraki, G., and P. Couturier, 1971, Solar wind acceleration caused by the gradient of Alfvén wave pressure, *Astron. Astrophys.*, **13**, 380-389.
- [2] Belcher, J. W., 1971, Alfvénic wave pressures and the solar wind, *Astrophys. J.*, **168**, 509-524.
- [3] Biermann, L., and R. Lüst, 1963, Comets: Structure and dynamics of tails, in *The Moon, Meteorites, and Comets*, edited by B. M. Middlehurst and G. P. Kuiper, pp. 618-638, University of Chicago Press, Chicago, III.
- [4] Braginskii, S. I. 1965, *Rev. Plasma Phys.*, 1, 205.
- [5] Chamberlain, J. W., 1961, Interplanetary gas, III, A hydrodynamic model of the corona, *Astrophys. J.*, **133**, 675-687.
- [6] Chapman, S. and V. C. A. Ferraro. 1931a, A new theory of magnetic storms, 1, the initial phase, *J. Geophys. Res.*, **36**, p. 77.
- [7] Chapman, S. and V. C. A. Ferraro. 1931b, A new theory of magnetic storms, 1, the initial phase(continued), *J. Geophys. Res.*, **36**, p. 171.
- [8] Durney B. R., 1972, Solar-wind properties at the Earth as predicted by th one-fluid model, *J. Geophys. Res.*, **77**, 4042-4051.
- [9] Henny J. G. L. M. Lamers & Joseph P. Cassinelli, 1999, Introduction to STELLAR WINDS, Cambridge University Press, 294-318.
- [10] Parker. E. N., 1958, Dynamics of the interplanetary gas and magnetic fields, *Astrophys. J.*, **128**, 664-676.
- [11] Parker. E. N., 1972a, Dynmial properties of stellar coronas and stellarwinds, I, Integration of the momentum equation, *Atrophys. J.*, **139**, 72-92.
- [12] Parker. E. N., 1972b, Dynmial properties of stellar coronas and stellarwinds, II, Integration of the heat-flow equation, *Atrophys. J.*, **139**, 93-122.
- [13] Roberts, P. H., and A. M. Soward, 1972, Steller winds and breezes, *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, **328**, 185-215
- [14] Whang Y. C., C. C. Chang, 1965, An inviscid model of the solar wind, *J. Geophys. Pes.*, **70**, 4175-4180