

惑星と太陽風の相互作用
The Interaction of The Solar
Wind with Planets

深田 佳成

Yoshinari Fukada

北海道大学理学部 地球科学科
惑星物理学研究室

2004/01/30

要旨

惑星周辺の宇宙環境は、太陽から常に放射されている電磁波と太陽風によって、その基本的な構造が決められる。また、太陽はプラズマからなる物質と紫外放射をときおり突発的に放出して、宇宙環境に大きな変動を引き起こす。本研究では、太陽風が惑星周辺の環境にどのような影響をあたえるのかを、われわれの星、地球を中心に、磁場のない惑星である金星、火星、磁場をもち速い自転に起因するプラズマの運動がある木星について考察した。磁場の有無で惑星と太陽風の相互作用が大きく異なる。地球は磁気圏が太陽風と相互作用し、火星、金星は電離圏が太陽風と直接相互作用する。また木星では、磁気圏内のプラズマ運動が太陽風との相互作用に影響を与える。本論文では、惑星磁場、大気、プラズマと太陽風が相互作用している領域では圧力バランスが成り立っていると考え、太陽風と磁気圏・電離圏の境界面を求めた。

地球では、地球磁場と太陽風の圧力がバランスする位置に磁気圏境界面が形成され、中心から約 60000km の太陽風側に磁気圏境界面のノーズが存在する。金星、火星では、電離圏のイオン密度の高度分布から求めた温度を用いた電離圏のプラズマ圧では太陽風を支えられないことが分かった。したがって、スケールハイトから求めた温度は実際の値より小さいと考える。その原因として太陽風による電離圏の圧縮や高度による温度分布の違いが考えられる。金星においてはパイオニアヴィーナス (PVO) が直接観測した温度を用いて太陽風と電離圏の境界面の数値計算をおこない、火星においてはデータが乏しいことから温度や磁場を仮定して数値計算をおこなった。木星では、パイオニア (Pioneer)、ヴォイジャー (Voyager) の観測から動圧、静圧、磁気圧を計算し、実際の観測データと比較した。地球磁気圏境界面、金星電離圏境界面を計算した結果、観測とよい一致を得た。火星電離圏境界面、木星磁気圏境界面の数値計算と探査機による観測との比較から、太陽風の動圧を支えるのに必要な電離圏、磁気圏のプラズマ密度、温度、速度、磁場について制約を与えることができた。

目次

第1章	はじめに	1
第2章	太陽風と惑星の電離圏、磁気圏	4
2-1	太陽	4
2-1-1	太陽からの電磁波放射	4
2-1-2	太陽風	4
2-2	地球	5
2-2-1	地球磁場	5
2-2-2	磁場とプラズマ	6
2-2-3	地球磁気圏	9
2-3	金星、火星	10
2-3-1	電離圏	10
2-3-2	金星、火星電離圏	13
2-4	木星	15
第3章	電離圏、磁気圏境界面	17
3-1	圧力バランス	17
3-2	磁気圏境界面	18
3-2-1	地球磁気圏境界面	18
3-2-2	木星磁気圏境界面	20
3-3	電離圏境界面	20
3-3-1	金星電離圏境界面	20
3-3-2	火星電離圏境界面	22
第4章	数値計算結果	25
4-1	地球磁気圏境界面	25
4-2	金星電離圏境界面	27
4-3	火星電離圏境界面	33
4-4	木星磁気圏境界面	35
第5章	議論	40
5-1	地球磁気圏境界面	40
5-2	金星電離圏境界面	41

5-3	火星電離圏境界面	42
5-4	木星磁気圏境界面	44
第6章 まとめ		49
謝辞		51
Appendix		52
第1章 Appendix		52
A-1	MHD 方程式 / 運動方程式 (3-17) の導出	52
A-2	MHD 方程式 / 連続の式 (3-20) の導出	57
A-3	状態方程式の導出	57
A-4	MHD 方程式 / エネルギー方程式 (3-21) の導出	59
A-5	(3-22) から (3-23) への変形	62
A-6	Lambert-Beer の法則	62
A-7	図 3-2, 3-3 より電離圏での温度を求めた過程	63
A-8	(4-2), (4-3) の求め方	64
A-9	Newton 法	65
第2章 Fortran プログラム		67
A-10	太陽風動圧変化による地球磁気圏境界面ノーズの距離変化。 図 4-1	67
A-11	地球磁気圏境界面の経度変化。図 4-2	67
A-12	地球磁気圏境界面の緯度変化。図 4-3	69
A-13	金星電離圏境界面。図 4-9	70
A-14	orbit185 のデータ観測値。図 4-9	71
A-15	金星電離圏境界面の温度変化。図 4-10	72
A-16	太陽風の動圧の変化による金星電離圏境界面の変化。図 4-11	72
A-17	火星電離圏の電子密度が図 3-3 である時の各温度における境 界面ノーズの変化。図 4-12	72
A-18	太陽風の動圧を静圧のみで耐え得る場合の火星電離圏境界面 距離変化による温度変化。図 5-4	74
A-19	静圧は図 3-3 で与えられた値を用いたときに電離圏境界面を 形成するために必要な磁場強度変化。図 5-5	75
A-20	木星磁気圏の密度分布。図 4-16	77
A-21	木星磁気圏境界面。図 4-17	77
A-22	速度をいろいろ仮定したときの木星磁気圏境界面。図 4-18 .	78
A-23	磁場強度を仮定したときの木星磁気圏境界面。図 5-10	79
参考文献		81

第1章 はじめに

惑星周辺の宇宙環境は、太陽から常に放射されている電磁波と太陽風によって、その基本的な構造が決められる。

太陽風と地球磁場の相互作用は電磁流体力学を用いて記述できる。金星や火星などの磁場をもたない惑星は惑星大気中に存在するプラズマ（電離層）と太陽風が相互作用する [Spreiter,1970]。

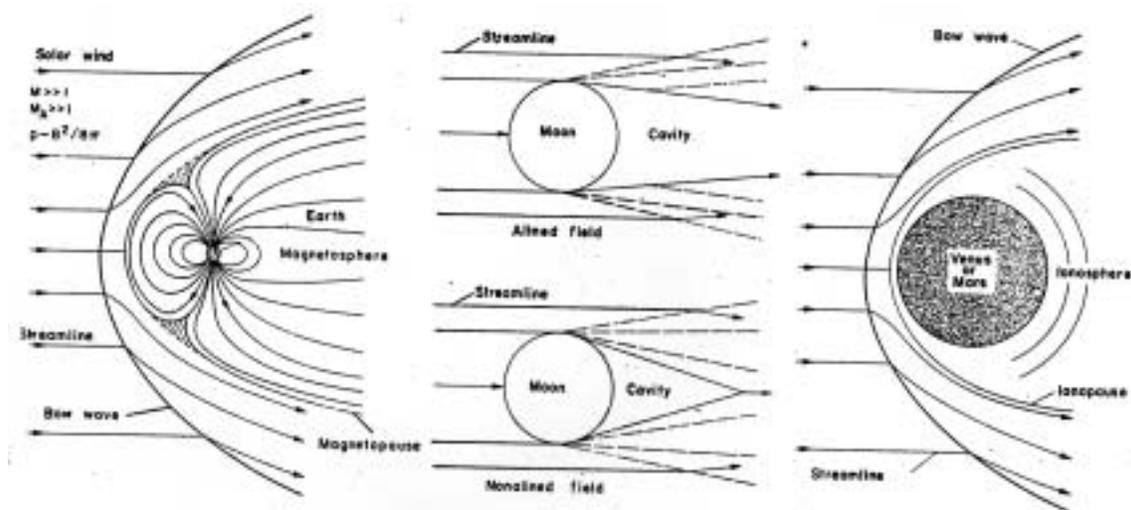


図 1-1: 太陽風の流の特徴。左から地球 (a)、月 (b)、金星と火星 (c) [Spreiter,1970]

地球、月、火星、金星周辺で近年得られたデータは太陽風との相互作用に関して3つの本質的に異なるタイプを明らかにした。地球の場合、通常の場合において地磁気場により太陽風が $10R_E$ (R_E : 地球半径) 程度より接近するのを妨げている。その覆われた空間、つまり磁気圏は太陽風による超音速の流れにとって障害の役割をし、図 1-1(a) に示すようにバウ・ショックが磁気圏境界層の上側 $2,3R_E$

に形成される。太陽風と月の相互作用に関しては、月には太陽風の運動を変えるような十分強い磁場や電離層がないために月周辺のプラズマ環境は地球の場合と非常に異なる。太陽風は月表面に接触するまで抑制されずに進み、月表面は効率的にその流れを変える。その結果、バウ・ショックは形成されず、図 1-1(b) のように月の後方に存在する流れの閉じた跡や太陽風の空洞が存在すると考えられている。金星や火星は磁場を持たないが、惑星大気(電離層)は太陽風が惑星表面もしくは大気に直接流れ込むのを防ぐ。したがって、バウ・ショックが惑星周囲に形成される。電離層と太陽風の境界面で形成される空間のサイズは惑星により異なる。図 1-1(c) に示すように磁場のない惑星の周りの電離層境界面は地球の周りの磁気圏境界面より惑星表面に近いところに存在する。金星のノーズの高度は 500km であるのに対して地球は 60000km である。火星のノーズの高度はよく知られていないが、155km から 175km の間であると考えられている [Spreiter,1970]。

最近の結果から、平均的な地球磁気圏境界面の位置は $10R_E$ であり、金星電離圏境界面の位置は太陽風の動圧が高いときには 300km、低いときには 425km である [Russell and Vaisberg, 1983]。

金星、火星の電離圏境界面を考える場合、Spreiter,1970 は電離圏での静圧を次のように仮定した。電離圏内の気体は静止していると仮定し、平衡は気圧勾配と重力の間に存在する。

$$\frac{dp}{dr} = -\rho g \quad (1-1)$$

ここで p と ρ は気体の圧力と密度で r は惑星中心からの距離、 g は重力加速度を示す。圧力は理想気体を考えることにより

$$p = nkT = \rho RT/M \quad (1-2)$$

ここで n は粒子の全数密度であり、 T は絶対温度、 k はボルツマン定数で値は $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{J/K}$ 、 R は気体定数で値は $R=8.31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$ 、 M は平均分子量である。温度、重力加速度を一定と仮定すると、式 (1-1), (1-2) より

$$p = p_R \exp\left(-\frac{r - r_R}{H}\right) \quad (1-3)$$

と電離圏での静圧分布が求まる。ここで r_R は電離圏境界面の距離、 p_R は電離圏境界面での圧力、 H はプラズマのスケールハイトである。

電離圏での静圧分布は 2 章 3 節で示す Chapman 関数で示す方がより実際の値に近い。本論文では Chapman 関数を用いた。

本論文では Spreiter,1970 の考え方を基に、磁場のない惑星、金星、火星の電離圏境界面を求め、さらに磁場のある惑星、地球、木星の磁気圏境界面を求めた。そ

それぞれの惑星について太陽風の動圧の変化による境界面のノーズの変化、太陽天頂角変化に対する境界面の変化を計算した。また、金星、火星に関しては電離圏の環境変化も激しいので電離圏の温度やイオン密度を変化させて計算した。金星の場合は、パイオニアヴィーナスオービター (PVO) などによる観測例が多く存在しているため、計算結果と比較検討をおこなった。火星の場合は、観測データが金星の場合に比べて乏しいため、金星と同様の考え方で計算し推測をおこなった。木星の場合は、動圧、静圧、磁気圧それぞれにおいて仮定を用いて考え、パイオニア (Pioneer)、ヴォイジャー (Voyager) による観測データと比較をおこない太陽風とどのように圧力バランスしているか考えた。

第2章 太陽風と惑星の電離圏、磁気圏

2-1 太陽

2-1-1 太陽からの電磁波放射

太陽は多量のエネルギーを電磁波として放射し、惑星大気的气象現象や電離層の生成などの源となっている。このエネルギーの源は、太陽の中心核で進行する核融合反応によって生じたものと考えられている。

太陽からの紫外線によって惑星大気中の原子や分子の解離、電離 (光反応) が起こり、イオンと電子 (プラズマ) からなる電離層が形成される。

2-1-2 太陽風

太陽は電磁波の放射のほかに太陽風と呼ばれるプラズマの流れを放出している。太陽コロナのプラズマは 100 万度という高温にあるため、静的な釣り合い状態がとれず、コロナのプラズマは絶えず外向きに加速されて超音速の流れとなり、惑星間空間に向かって吹き流されている。この流れを太陽風という。太陽風のエネルギーは地球付近で $\sim 10^{-9}$ Pa であり、電磁波放射の 100 万分の 1 にすぎないが、この太陽風が惑星の周辺の宇宙環境を決定づけるエネルギー源となっている。

2-2 地球

2-2-1 地球磁場

地球の磁場は、図 2-1 のように、地球の中心に自転軸から 11° 傾けて磁気双極子をおいた磁場で近似できる。この磁気双極子を表現するには、磁気双極子を基準にした地磁気緯度 θ 、地磁気経度 ϕ を用いる。地球の中心を原点に位置ベクトル \vec{r} で表される任意の P の地磁気緯度は、磁気双極子 M に垂直な面とベクトル \vec{r} とがなす角で定義される。 P における双極子磁場のポテンシャル V は

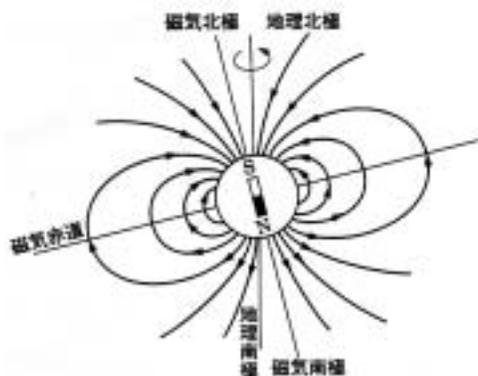


図 2-1: 地球の双極子磁場の概念図. 地球中心の双極子の N 極は南極側にある

$$V = \vec{M} \frac{\vec{r}}{r^3} \quad (2-1)$$

と表せられる。 \vec{M} と \vec{r} のなす角が $\pi/2 + \theta$ であることに注意すると

$$V = -M \frac{\sin \theta}{r^2} \quad (2-2)$$

が得られる。

通常、地球の磁場は図 2-2 のように、水平成分 H (北向きが正)、鉛直成分 Z (下向きが正)、および伏角 I で表される。式 (2-2) から

$$H = B_\theta = -\frac{\partial V}{r \partial \theta} = \frac{M \cos \theta}{r^3} = B_0 \cos \theta \left(\frac{R_E}{r}\right)^3 \quad (2-3)$$

$$Z = -B_r = \frac{\partial V}{\partial r} = \frac{2M \sin \theta}{r^3} = 2B_0 \sin \theta \left(\frac{R_E}{r}\right)^3 \quad (2-4)$$

$$\tan I = \frac{Z}{H} = 2 \tan \theta \quad (2-5)$$

磁場の強度は、

$$B = \sqrt{H^2 + Z^2} = B_0 \left(\frac{R_E}{r}\right)^3 \sqrt{1 + 3 \sin^2 \theta} \quad (2-6)$$

ここで、 R_E は地球半径、 B_0 は地表の赤道における磁束密度の大きさである。磁場の強さは距離の 3 乗に反比例して減少する。

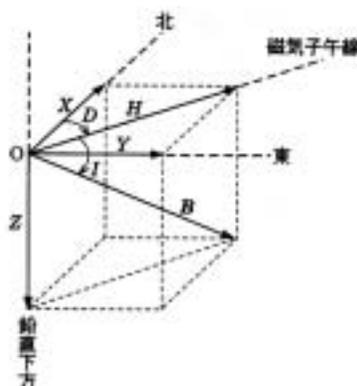


図 2-2: \vec{B} は磁場ベクトル、 H は水平成分、 Z は鉛直成分、 D は偏角、 I は伏角

2-2-2 磁場とプラズマ

磁場は電離ガスであるプラズマと強い相互作用を起こし、両者は絡み合った複雑な運動をする。その磁場とプラズマの運動を記述する電磁流体力学 (MHD) について説明する。

MHD 方程式の基本となるのはマクスウェルの方程式である。

$$\text{rot} \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 \quad (2-7)$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (2-8)$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} \quad (2-9)$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho \quad (2-10)$$

オームの法則（電気伝導度 σ を用いる）

$$\vec{J} = \sigma(\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B}) \quad (2-11)$$

を用いて式 (2-7), (2-10) より \vec{E}, \vec{J} を消去して

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \operatorname{rot}(\vec{V} \times \vec{B}) + \left(\frac{1}{\mu_0 \sigma}\right) \Delta \vec{B} \quad (2-12)$$

となる。右辺第 2 項を無視した式

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \operatorname{rot}(\vec{V} \times \vec{B}) \quad (2-13)$$

は磁力線はいつもそこに存在するプラズマとともに動く (frozen-in) ことを示している。

現象的には、異なった起源の磁場をもつプラズマは互いに混じりあわないことを意味している。これを式 (2-1) と比べると

$$\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B} = 0 \quad (2-14)$$

となる。この式は式 (2-11) で $\sigma = \infty$ に対して \vec{J} が有限であるための条件としても得られる。 $\sigma = \infty$ の場合、電場 \vec{E} は磁力線に平行な成分を持たない ($\vec{E} = -\vec{V} \times \vec{B}$ による)。

\vec{V} を磁場に平行な速度 \vec{V}_{\parallel} と磁場に垂直な速度 \vec{V}_{\perp} に分けて考える。式 (2-14) は \vec{V}_{\parallel} について何も決定しないが、 \vec{V}_{\perp} については

$$\vec{V}_{\perp} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{B^2} \quad (2-15)$$

となり、プラズマと磁力線の運動は磁場と電場によって完全に記述できる。

式 (2-12) の右辺第 2 項について考える。この項は、凍結の原理が成り立つような理想的な電磁流体状態が破れ、プラズマが互いに混じりあう状態に適用される。磁場の拡散の時定数 τ は

$$\tau \sim \mu_0 \sigma L^2 \quad (2-16)$$

と表される。ここで L は磁場拡散の空間スケールである。

電磁流体における運動方程式は

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\text{grad}p + \vec{J} \times \vec{B} \quad (2-17)$$

である。右辺第 2 項は磁気力を示す。アンペールの法則 ($\frac{1}{\mu_0} \text{rot} \vec{B} = \vec{J}$, $\text{div} \vec{B} = 0$) から

$$\vec{J} \times \vec{B} = \left(\frac{1}{\mu_0}\right) \text{rot} \vec{B} \times \vec{B} \quad (2-18)$$

$$= -\frac{\text{grad} B^2}{2\mu_0} + (\vec{B} \cdot \nabla) \frac{\vec{B}}{\mu_0} \quad (2-19)$$

となる。式 (2-19) の右辺で、 $\frac{B^2}{2\mu_0}$ は磁気圧と呼ばれる。また、第 2 項は磁気張力を表す。磁場は圧力として運動方程式に入り (磁気圧)、また、張力としても寄与する (磁気張力)。

連続の式 (質量保存則) は

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0 \quad (2-20)$$

であり、エネルギー方程式は、式 (2-17) に $\vec{V} \cdot$ を掛け、連続の式、状態方程式を用いて

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho V^2}{2} + \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{B^2}{2\mu_0} \right) + \text{div} \left(\frac{\rho V^2}{2} \vec{V} + \frac{\gamma p \vec{V}}{\gamma - 1} + \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0} \right) = 0 \quad (2-21)$$

となる。ここで

左辺第 1 項の括弧 第 1 項：流体運動の運動エネルギー

第 2 項：熱エネルギー

第 3 項：磁場のエネルギー

左辺第 2 項 第 1 項の括弧内のエネルギーの移流

である。ただし、左辺第 2 項の最後の項はポインティングフラックスである (電場と磁場のエネルギーの流れ)。

2-2-3 地球磁気圏

地球磁気圏の外側の惑星間空間には、 $300 \sim 800 \text{ km/s}$ の太陽風が吹いている。地球の磁場は、太陽風にあたかも壁のごとくたちばかり、太陽に面した側の地球磁場は圧縮され、流れの圧力とつりあう。また、地球磁場は、ほぼ球形の空間に閉じ込められて磁気圏を形成する。そのため、太陽風は進路を曲げられ、上下や脇にそれて夜側へと流されていく。夜側の磁気圏境界の形状は、太陽風プラズマに吹き流されて、長く尾を引いている。

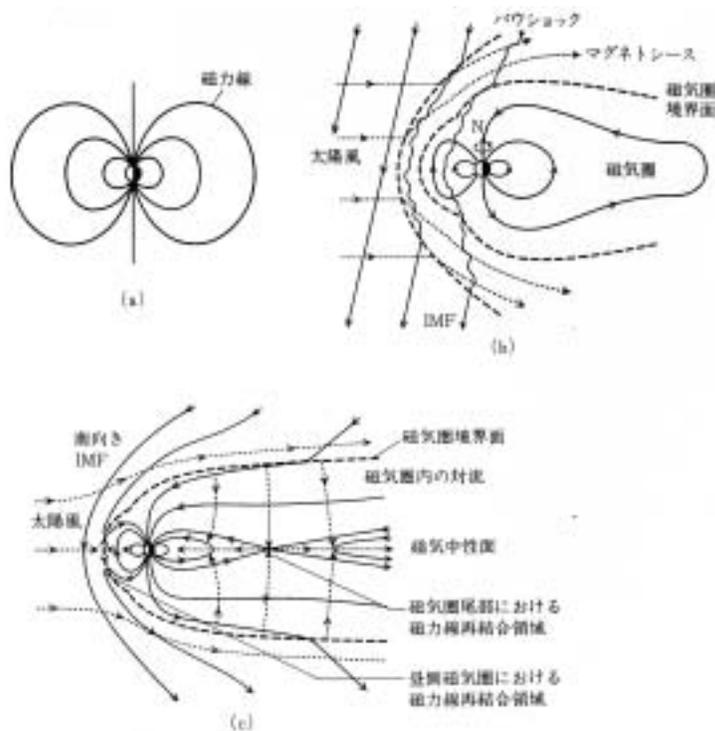


図 2-3: 3つの磁気圏モデル。(a) 太陽風との相互作用を考えないモデル。地球の双極子磁場に支配され軸対称な構造をもつ。(b) 静的な閉じた磁気圏。太陽風は地球磁気圏と相互作用することなく周りをすり抜けていく。(c) 動的な開いた磁気圏、太陽風は磁力線再結合過程を通して地球磁気圏内の対流を支配している。この図は惑星間空間磁場 (IMF) が南向きの様子。IMF の方向によって磁気圏内のさまざまな対流パターンが引き起こされる

2-3 金星、火星

2-3-1 電離圏

電離圏の熱源は中性大気粒子による太陽電磁放射の吸収によって生成した光電子である。吸光は主として波長 3000 Å 以下の紫外領域で起こり、それぞれの波長に対応して、異なる高さで、異なる吸光機構によって放射エネルギーの吸光がおこる。

水平方向に一様な平行成層大気を考え、そこに複数の気体種 $X = 1, 2, 3 \dots$ が数密度 $n(X, z)$ で存在するものとする。太陽放射は天頂角 χ の方向から平行光束として入射してくるものとして、大気外での放射束を $\Phi(\lambda, \infty)$ [photons \cdot cm $^{-2}$ \cdot sec $^{-1}$] $^{-1}$ とする。いま分子種 X の波長 λ における吸光断面積を $\sigma(X, \lambda)$ [cm 2 /particle] とおけば、高さ z における放射束は Beer の減光法則により

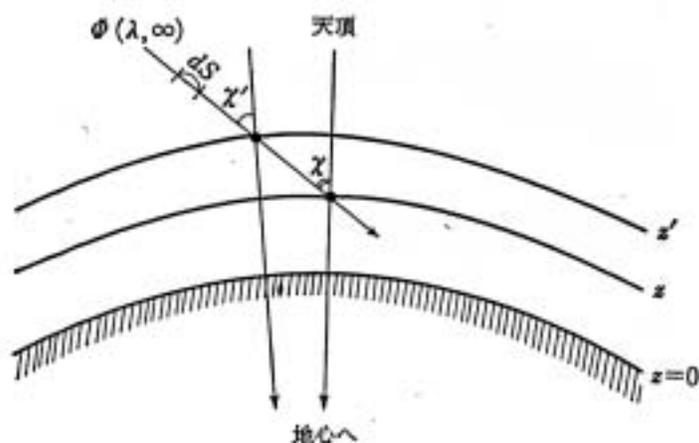


図 2-4: 平行球面大気による放射の吸収

$$\Phi(\lambda, z) = \Phi(\lambda, \infty) \exp[-\tau(\lambda, z; \chi)] \quad (2-22)$$

となる。ここに

$$\tau(\lambda, z; \chi) = \sum_X \sigma(X, \lambda) \int_z^\infty n(X, z') ds \quad (2-23)$$

$$\simeq \sec \chi \sum_X \sigma(X, \lambda) \int_z^\infty n(X, z') dz' \quad (2-24)$$

$$\simeq \sec \chi \sum_X \sigma(X, \lambda) n(X, z) H \quad (2-25)$$

は高さ z における光学的深さを表す。また 2 行目は平行平面近似を使った。

すべての放射エネルギーが気体の熱運動に転化することはなく、かなりの部分が再放射などによって再び大気外へ失われてしまう。放射エネルギーの熱への転化の能率は、光電離、光解離、再結合などの吸光にともなうあらゆる量子過程を詳しく追跡することによって求まるが、イオン化効率 $\epsilon(z)$ をもって表すのが一般的である。イオン化効率は厳密には放射の波長、大気組成、密度、温度、電離度などの複雑な関数であるが、近似的には局所的な全吸光エネルギー量に対して

$$q_T(z) = \epsilon(z) \sum_X \int_0^\infty \Phi_\lambda(\lambda, z) \sigma(X, \lambda) n(X, z) d\lambda \quad (2-26)$$

と表す。ここで $q_T(z)$ はイオン生成率、 $\epsilon(z)$ はイオン化効率、 $\sigma(X, \lambda)$ は電離断面積を示す。

等温・単一組成平行平面大気に単色放射が入射する場合を考えると、スケールハイトより、考える高さ範囲が十分小さければ、 g = 一定、すなわち、単一組成大気においては、 \bar{m} = 一定 であるから H = 一定 となり、

$$n(z) = n(z_0) \exp\left[-\frac{z - z_0}{H}\right] \quad (2-27)$$

より

$$\tau(z, \chi) = \sigma n(z) H \sec \chi \quad (2-28)$$

$$= \sigma n(z_0) H \sec \chi \exp\left[-\frac{z - z_0}{H}\right] \quad (2-29)$$

また式 (2-26) を代入して

$$q_T(z, \chi) = \Phi(\infty) n(z_0) \epsilon(z) \sigma \exp\left[-\frac{z - z_0}{H} - \sec \chi n(z_0) \sigma H \exp\left(-\frac{z - z_0}{H}\right)\right] \quad (2-30)$$

を得る。ただし、単一組成、単色の仮定により不必要となった λ, X はすべての物理量の記号から省略した。これによって明らかなように、高さの増加とともに大気密度は減少し、一方では放射束は逆に増加するから、ある高度において q_T の極

大が現れる。 $\epsilon(z)$ の変化が充分小さければ、 q_T の極大値およびそれがおこる高さに関して

$$q_{Tmax}(\chi) = \Phi(\infty)\epsilon(z_{max}) \cos \chi e^{-1}/H \quad (2-31)$$

$$z_{max}(\chi) = H \ln[n(z_0)\sigma H \sec \chi] + z_0 \quad (2-32)$$

が成立する。またこれらより

$$\tau(z_{max}, \chi) = 1 \quad (2-33)$$

であり、極大は常に放射が e^{-1} の値に減少する高さに現れることを意味する。これらの関係式を用いると

$$q_T(z; \chi) = q_{Tmax}(\chi) \exp\left[1 - \frac{z - z_{max}(\chi)}{H} - \sec \chi \exp\left(-\frac{z - z_{max}(\chi)}{H}\right)\right] \quad (2-34)$$

と書き直すことができる。

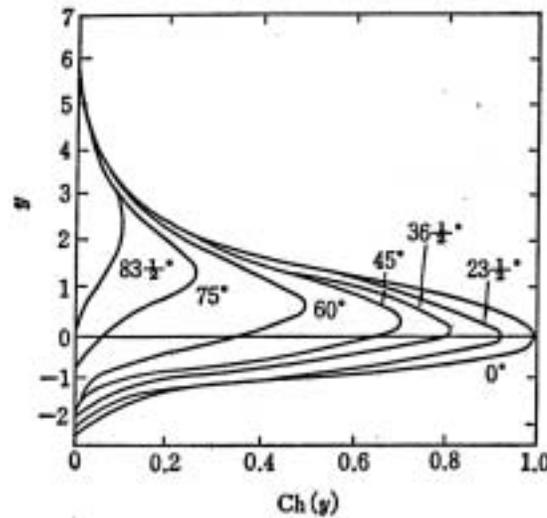


図 2-5: Chapman 関数

上式で $\chi = 0$ のときは

$$q_m = q_{Tmax}(0) = \Phi \epsilon \frac{e^{-1}}{H} \quad (2-35)$$

$$z_m = z_{max}(0) = H \ln[n(z_0)\sigma H] + z_0 \quad (2-36)$$

となるので、これらの値を用いて上式を無次元化して

$$\frac{q_T(z, \chi)}{q_m} = Ch(y, \chi) \quad (2-37)$$

と表す。ここで

$$y = \frac{z - z_m}{H} \quad (2-38)$$

$$Ch(y, \chi) = \exp[1 - y - \sec \chi \exp(-y)] \quad (2-39)$$

である。この式は Chapman 関数と呼ばれる。

2-3-2 金星、火星電離圏

金星、火星は地球のように太陽風を支えるような磁場を持たない。そのため大気が太陽風と直接相互作用することになる。大気中の中性粒子が太陽からの放射エネルギーによって電離されてプラズマが生成され大気の上部に電離圏を形成する。

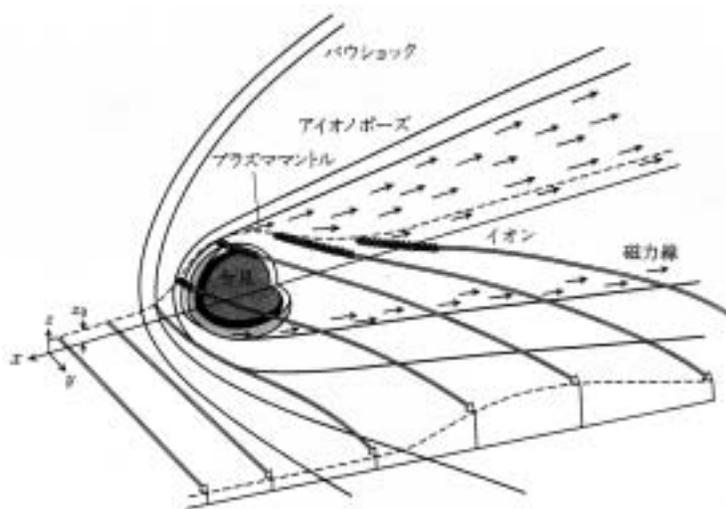


図 2-6: 太陽風中の IMF は金星起源の光電離したイオンが巻き付くことにより余剰質量が付加され、このため金星近傍で減速される。金星から離れたところでは IMF は太陽風の速度で流れるため IMF は金星にひっかけられた形状となり、この結果、反太陽方向に尾部を生ずる。[Vaisbergand Zeleny, 1984]

金星の探査は、旧ソビエト連邦のベネラシリーズ、および米国のパイオニアヴィーナスによって行われた。とくにパイオニアヴィーナスオービター (PVO) は長期間に渡り金星を周回し、金星のまわりのプラズマについて多くのデータを送ってきた。また火星の探査はバイキング 1・2号が火星に軟着陸したときのデータおよび旧ソビエト連邦のフォボス 2号がわずかに数回火星の周りを回っただけで、そのデータ量は多くはない。だがフォボス 2号は新型探査機であったため多くの情報をもたらした。また地上でこれらの探査機からの電波を受けるときに金星や火星の電離層による屈折を測定し、これより電離層の電子密度を求めることも行われた。

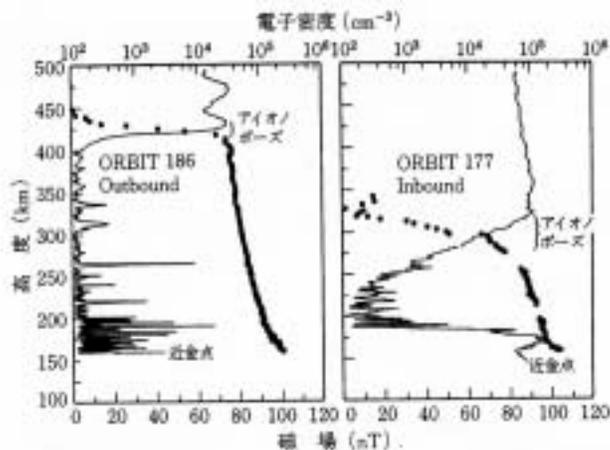


図 2-7: パイオニアヴィーナスオービターが観測した金星電離層高度での磁場強度と電子密度。(左図) 太陽風の動圧が低い場合。(右図) 太陽風の動圧が高い場合。磁場強度はある高度以下で減少し、かわりに電子密度が上昇している。この入れ替わる領域をアイオノポーズと呼び、電離層がプラズマの圧力により太陽風を支えている。太陽風の動圧が上昇するとアイオノポーズは低い高度に押し込まれ、また厚みをます。さらに太陽風の磁場が電離層中に染み込み高度 150km 付近にたまる。[Russell and Vaisberg, 1983]

一般に、磁場を持たない惑星と太陽風との相互作用については、次の 3 つのタイプの相互作用が考えられる。(1) 惑星が電離層をもち、プラズマの圧力によって太陽風の動圧を支えている場合、(2) 電離層に太陽風がぶつかることにより電離層中に磁場が誘導され、この磁場の圧力により太陽風の動圧を支える場合、(3) 惑星が電離層をもたないか、もっていても上記のような電離層内のプラズマまたは磁場の圧力で太陽風の動圧を支えきれない場合。ただしこのとき太陽風は直接その惑星大気あるいは惑星表面にぶつかることになる。

金星、火星の場合は実際の探査によるデータから電離圏の電気的な電導性は太

陽風が惑星表面もしくは吸収率の低い大気に直接流れ込むのを妨げるのに十分高い。つまり、電離圏が太陽風と直接相互作用している。

2-4 木星

外惑星である木星は地球より大きな固有の磁場を持っている。その固有磁場は地球の2万倍もの強さである。木星の磁軸は、自転軸から約 10° 傾いている。内部には、電気伝導度の良い金属水素が分厚い層をなしており、ここで地球の核内で起こっているのと同じダイナモ作用が起こって、強大な磁場を維持していると考えられている。

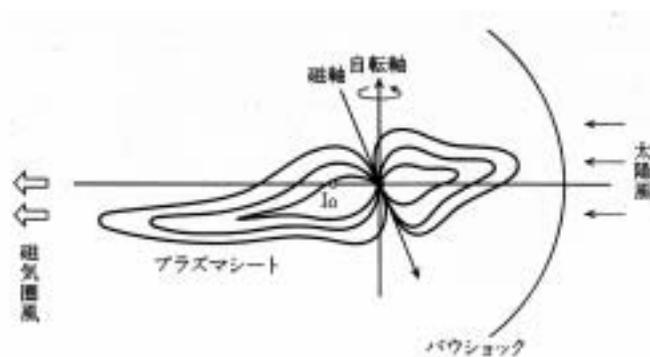


図 2-8: ディスクの形をした木星の磁気圏。木星に近い領域では木星の自転とともにプラズマが回転している。磁気圏の尾部領域では太陽風との相互作用が重要になり、磁気圏嵐とよばれるプラズマの流れが木星から吹き出している。

木星磁場は、衛星イオと激しい相互作用をしており、それによって発生した電流が、木星とイオをつなぐ磁力線と、木星の赤道上を取り巻く電流シートの中を流れている。ボイジャーが磁力線上に流れる電流を測定したところ、その強さは実に500万アンペアに達していた。この2つの電流が磁場を乱すので、単なる中心のずれた双極子磁場では、木星の外部磁場を表すことはできない。木星の磁気圏が特に地球と異なっているのは磁気圏内に衛星イオから供給されるプラズマが満ちていることである。イオは木星半径の約6倍の距離をまわっているが、この衛星は活発な火山活動を行っており、ここから供給されるプラズマが木星の磁気圏内にひろがり内部磁気圏のプラズマシートを形成している。このプラズマは木星の自転とともに回転している。そのため、磁気圏境界面は昼側では太陽風の動

圧と磁場の圧力+磁気圏内のプラズマの圧力が釣りあった位置に存在し、太陽風の強さによっておおきく変化するがおよそ $45R_J$ から $100R_J$ (木星半径) の間に存在する。逆に、太陽と反対側に惑星から約 $25R_J$ 離れたところでは、外部への流れと太陽風の相互作用によって、磁気圏は吹き流しのようになり、閉じないのびた磁気圏尾へと変わる。この磁気圏尾は 7 億 km 以上、つまり土星を越える程の距離にまで伸びていることが観測された。この磁気圏の外側寄りには、木星と一緒に回転していない '熱い' プラズマが存在する。

第3章 電離圏、磁気圏境界面

3-1 圧力バランス

太陽風と惑星の圧力バランスから境界面を導出する。圧力バランスを考える上で2-2-2で説明したMHD方程式を用いる。

式(2-17)より

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\nabla p + \vec{J} \times \vec{B} \quad (3-1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} \right) = -\nabla p - \nabla \frac{B^2}{2\mu_0} + (\vec{B} \cdot \nabla) \frac{\vec{B}}{\mu_0} \quad (3-2)$$

$$\frac{\partial(\rho\vec{V})}{\partial t} = \frac{\partial\rho}{\partial t}\vec{V} + \rho\frac{\partial\vec{V}}{\partial t} \text{ より}$$

$$\frac{\partial(\rho\vec{V})}{\partial t} - \frac{\partial\rho}{\partial t}\vec{V} + \rho(\vec{V} \cdot \nabla)\vec{V} = -\nabla p - \nabla \frac{B^2}{2\mu_0} + (\vec{B} \cdot \nabla) \frac{\vec{B}}{\mu_0} \quad (3-3)$$

連続の式より

$$\frac{\partial(\rho\vec{V})}{\partial t} - \nabla \cdot (\rho\vec{V})\vec{V} + \rho(\vec{V} \cdot \nabla)\vec{V} = -\nabla p - \nabla \frac{B^2}{2\mu_0} + (\vec{B} \cdot \nabla) \frac{\vec{B}}{\mu_0} \quad (3-4)$$

$$\nabla \cdot (\rho\vec{V} \cdot \vec{V}) = (\nabla \cdot \rho\vec{V})\vec{V} + (\nabla \cdot \vec{V})\rho\vec{V} \text{ より}$$

$$\frac{\partial(\rho\vec{V})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\vec{V} \cdot \vec{V}) = -\nabla p - \nabla \frac{B^2}{2\mu_0} + (\vec{B} \cdot \nabla) \frac{\vec{B}}{\mu_0} \quad (3-5)$$

$$\frac{\partial(\rho\vec{V})}{\partial t} + \nabla \cdot ((\rho\vec{V} \cdot \vec{V}) + p + \frac{B^2}{2\mu_0}) - (\vec{B} \cdot \nabla) \frac{\vec{B}}{\mu_0} = 0 \quad (3-6)$$

磁場が太陽風の向きに垂直であるとする。ここで定常状態を考えると、

$$\nabla \cdot ((\rho\vec{V} \cdot \vec{V}) + p + \frac{B^2}{2\mu_0}) = 0 \quad (3-7)$$

$$(\rho \vec{V} \cdot \vec{V}) + p + \frac{B^2}{2\mu_0} = \text{Const} \quad (3-8)$$

太陽風側と惑星側の圧力を比較すると

$$\{(\rho \vec{V} \cdot \vec{V}) + p + \frac{B^2}{2\mu_0}\}_S = \{(\rho \vec{V} \cdot \vec{V}) + p + \frac{B^2}{2\mu_0}\}_P \quad (3-9)$$

3-2 磁気圏境界面

3-2-1 地球磁気圏境界面

式 (3-9) より、太陽風側と地球側の圧力を比較すると

$$\{(\rho \vec{V} \cdot \vec{V}) + p + \frac{B^2}{2\mu_0}\}_S = \{(\rho \vec{V} \cdot \vec{V}) + p + \frac{B^2}{2\mu_0}\}_E \quad (3-10)$$

地球付近での代表的な太陽風の値を用いると

$v(\text{km/sec})$	$n(/\text{cm}^3)$	$T(\text{K})$	$B(\text{nT})$	$\rho V^2(\text{Pa})$	$p(\text{Pa})$	$\frac{B^2}{2\mu_0}(\text{Pa})$
430	7	9×10^4	6	2.1×10^{-9}	1.7×10^{-11}	1.4×10^{-11}

太陽風の平均的な値 [Blomberg, 2003]

よって太陽風の磁気圧、静圧は動圧より非常に小さいので太陽風側は動圧のみ考える。また、地球側は磁気圧のみを考える。

$$\{(\rho \vec{V} \cdot \vec{V})\}_S = \left\{ \frac{B^2}{2\mu_0} \right\}_E \quad (3-11)$$

まず太陽天頂角 $\theta = 0$ のときの地球からの距離 r を求める。地表 (赤道域) での磁場強度を B_0 、地球半径を R_E とすると、 r における地球磁場強度はダイポール磁場を考えると式 (2-1) より

$$B = B_0 \left(\frac{R_E}{r} \right)^3 \quad (3-12)$$

と表される。ここで太陽風による圧縮のために磁場強度がここで若干強くなる効果は無視した。式 (3-11)、(3-12) より、地球中心から境界までの距離 r は

$$r = R_E \left(\frac{B_0^2}{2\mu_0 \rho V^2} \right)^{\frac{1}{6}} \quad (3-13)$$

つぎに天頂角変化による地球磁気圏境界面変化を考える。

式 (3-31) を天頂角変化を含む式に書き直すと、

$$\rho V^2 \cos^2 \psi = \frac{B^2}{2\mu_0} \quad (3-14)$$

つまり式 (3-11) は $\psi = 0$ のときの式である。図 3-1 より式 (3-14) を変形すると

$$\cos^2 \psi = \left(\frac{dy}{ds}\right)^2 = \frac{(rd\theta \cos \theta + dr \sin \theta)^2}{dr^2 + (rd\theta)^2} = \frac{B^2}{2\mu_0 \rho V^2} = E \quad (3-15)$$

$$\frac{dr}{rd\theta} = \frac{\sin 2\theta \pm 2\sqrt{E - E^2}}{2(E - \sin^2 \theta)} \quad (3-16)$$

式 (3-16) より天頂角変化による境界面距離変化がわかる。[Spreiter, 1970]

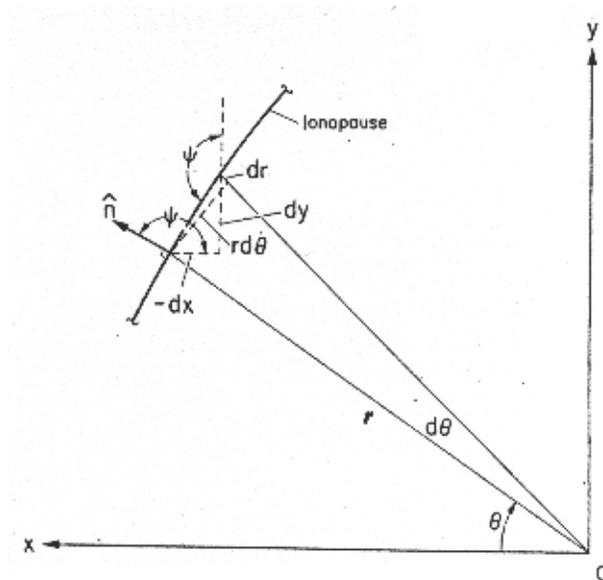


図 3-1: 天頂角変化と境界面変化 [Spreiter, 1970]

また地球の磁場は式 (2-6) より

$$B = B_0 \left(\frac{R_E}{r}\right)^3 \sqrt{1 + 3 \sin^2 \theta} \quad (3-17)$$

とあたえられ、緯度変化はするが経度変化はしない。式 (3-11)、(3-17) より地球中心から境界までの距離 r は、

$$r = R_E \left(\frac{B_0^2 (1 + 3 \sin^2 \theta)}{2\mu_0 \rho V^2}\right)^{\frac{1}{6}} \quad (3-18)$$

となる。

よって地球磁気圏境界面の緯度方向は式 (3-16)、(3-17) からまた、地球磁気圏境界面の経度方向は式 (3-13)、(3-16) から求まる。

3-2-2 木星磁気圏境界面

式 (3-9) より、太陽風側と木星側の圧力を比較すると

$$\{(\rho\vec{V} \cdot \vec{V}) + p + \frac{B^2}{2\mu_0}\}_S = \{(\rho\vec{V} \cdot \vec{V}) + p + \frac{B^2}{2\mu_0}\}_J \quad (3-19)$$

木星付近での太陽風の値は [Huddleston et al., 1998] より Voyager 2 での速度と密度の 1976 年 2 月 21 日の値を、磁場の値は [Kivelson et al., 1997] より Galileo での 1995 年 11 月の値を、温度は [The Gaint Planet of Jupiter] より Voyager によって得られた値を参照しまとめたものを次に示す。

$v(\text{km/sec})$	$n(/\text{cm}^3)$	$T(\text{K})$	$B(\text{nT})$	$\rho V^2(\text{Pa})$	$p(\text{Pa})$	$\frac{B^2}{2\mu_0}(\text{Pa})$
450	0.2	10^5	1.5	6.5×10^{-11}	2.8×10^{-13}	9.0×10^{-13}

それぞれの観測時期は異なるが動圧が静圧、磁気圧より大きいのは明らかである。よって太陽風は動圧のみ考える。また木星側の圧力は磁場の力が大きいといわれるが磁場の力だけでは $45R_J \sim 100R_J$ という距離で磁気圏境界面を形成することはできず、また図 2-8 のような形になることも考えられない。よって磁気圏内のプラズマの圧力を考え、プラズマが木星の自転とともに回転し動圧・静圧として磁気圏境界面で太陽風動圧と相互作用していると考える。

$$\{(\rho\vec{V} \cdot \vec{V})\}_S = \{(\rho\vec{V} \cdot \vec{V}) + p + \frac{B^2}{2\mu_0}\}_J \quad (3-20)$$

3-3 電離圏境界面

3-3-1 金星電離圏境界面

式 (3-9) より、太陽風側と金星側の圧力を比較すると

$$\{(\rho\vec{V} \cdot \vec{V}) + p + \frac{B^2}{2\mu_0}\}_S = \{(\rho\vec{V} \cdot \vec{V}) + p + \frac{B^2}{2\mu_0}\}_V \quad (3-21)$$

金星付近での代表的な太陽風の値を用いると

$v(\text{km/sec})$	$n(/\text{cm}^3)$	$T(\text{K})$	$B(\text{nT})$	$\rho V^2(\text{Pa})$	$p(\text{Pa})$	$\frac{B^2}{2\mu_0}(\text{Pa})$
430	14	1.1×10^5	10	4.1×10^{-9}	4.4×10^{-11}	4.0×10^{-11}

太陽風の平均的な値 [Blomberg, 2003]

よって地球付近の太陽風と同様に太陽風の圧力は動圧のみを考える。また金星側の圧力は動圧は 0Pa であり磁場も微小にはあるが金星の静圧に比べて無視し得る値であり表にすると次のようになる。

	$\rho V^2(\text{Pa})$	$p(\text{Pa})$	$\frac{B^2}{2\mu_0}(\text{Pa})$
Venus	0	10^{-9}	5×10^{-11}

これより式 (3-21) は

$$\{(\rho \vec{V} \cdot \vec{V})\}_S = \{p\}_V \quad (3-22)$$

と変形できる。金星の静圧は Chapman 関数 (2-39) を用いて

$$y = \frac{z - z_m}{H} \quad (3-23)$$

$$p = p_0 \exp[1 - y - \sec \chi \exp(-y)] \quad (3-24)$$

と書ける。金星電離圏の主要イオンは 図 3-2 のようになっており、200km 以下では O_2^+ イオンが 200km 以上では O^+ イオンが主である。金星電離圏の静圧は

$$y = \frac{z - z_m}{H} \quad (3-25)$$

$$p = (p \exp[1 - y - \sec \chi \exp(-y)])_{O^+} + (p \exp[1 - y - \sec \chi \exp(-y)])_{O_2^+} \quad (3-26)$$

と書ける。よって天頂角 $\theta = 0$ での電離圏境界面距離 z は式 (3-22), (3-25), (3-26) より求まる。

電離圏境界面距離も 図 3-1、式 (3-15), (3-16) より求まる。ただし、式 (3-15) において E は

$$E = \frac{p}{\rho V^2} \quad (3-27)$$

である。

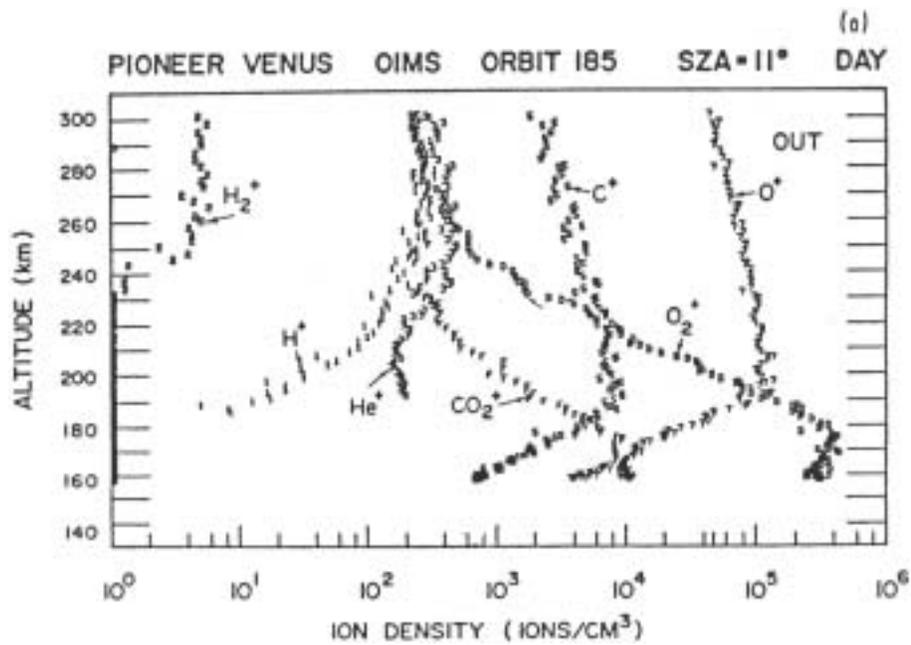


図 3-2: PVO の OIMS による太陽活動度最大時の昼側金星電離圏の電子密度とイオン分布の高度変化。太陽天頂角 11 °。orbit 185 day 1979158[Taylor et al., 1980a]

3-3-2 火星電離圏境界面

式 (3-9) より、太陽風側と火星側の圧力を比較すると

$$\{(\rho\vec{V} \cdot \vec{V}) + p + \frac{B^2}{2\mu_0}\}_S = \{(\rho\vec{V} \cdot \vec{V}) + p + \frac{B^2}{2\mu_0}\}_M \quad (3-28)$$

火星付近での代表的な太陽風の値を用いると

$v(\text{km/sec})$	$n(/\text{cm}^3)$	$T(\text{K})$	$B(\text{nT})$	$\rho V^2(\text{Pa})$	$p(\text{Pa})$	$\frac{B^2}{2\mu_0}(\text{Pa})$
430	3.0	7×10^4	3.3	8.9×10^{-10}	5.5×10^{-12}	4.3×10^{-12}

太陽風の平均的な値 [Blomberg, 2003]

よって地球付近の太陽風と同様に太陽風の圧力は動圧のみを考える。また火星側の圧力で動圧は 0Pa であり磁場も微小にはあるが火星の静圧に比べて無視し得る。よって式 (3-28) は

$$(\rho\vec{V} \cdot \vec{V})_S = p_M \quad (3-29)$$

と変形できる。火星の静圧は金星同様、Chapman 関数 (2-39) を用いて

$$y = \frac{z - z_m}{H} \quad (3-30)$$

$$p = p_0 \exp[1 - y - \sec \chi \exp(-y)] \quad (3-31)$$

火星電離圏の主要イオンは 図 3-3 のようになっており 230km 以下では O_2^+ イオン

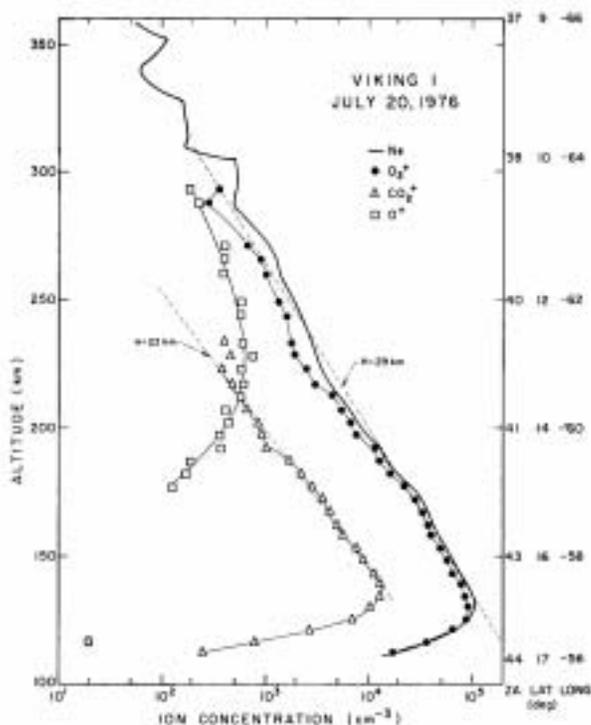


図 3-3: 探査機バイキングによる昼側火星電離圏の電子密度とイオン分布の高度変化。[Hanson et al., 1977]

が 230km 以上では O_2^+ 、 O^+ イオンが主であることがわかる。よって火星電離圏の静圧は

$$y = \frac{z - z_m}{H} \quad (3-32)$$

$$p = (p \exp[1 - y - \sec \chi \exp(-y)])_{O_2^+} \quad (3-33)$$

と書ける。よって天頂角 $\theta = 0$ での電離圏境界面距離 z は式 (3-29),(3-32),(3-33) より求まる。

電離圏境界面距離も図 3-1、式 (3-15),(3-16) より求まる。ただし、式 (3-15) において E は

$$E = \frac{p}{\rho V^2} \quad (3-34)$$

である。

第4章 数値計算結果

4-1 地球磁気圏境界面

太陽天頂角 $\theta = 0$ のときの磁気圏境界面の地球からの距離 r を求める。式 (3-13) より地球磁場を $B_0 = 30000\text{nT}$ 、地球半径を $R_E = 6370\text{km}$ 、透磁率を $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\text{H/m}$ とし、太陽風の密度を $1 \sim 100/\text{cm}^3$ 、速度を $100 \sim 1000\text{km/s}$ まで変化すると考えて計算をした時の結果を図 4-1 に示す。

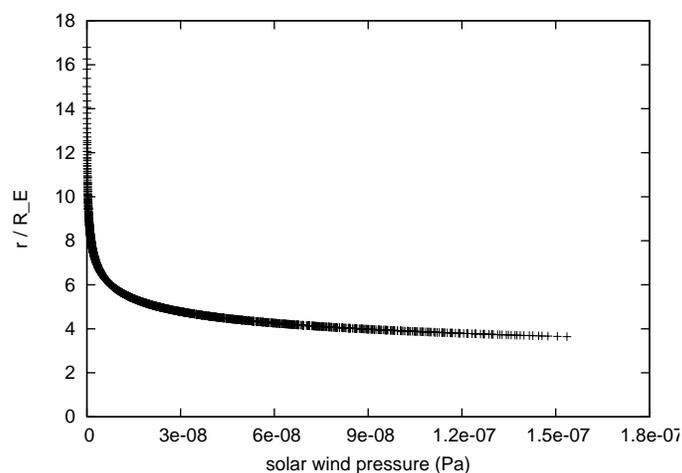


図 4-1: 天頂角 $\psi = 0$ での磁気圏境界距離

図 4-1 より太陽風の動圧を $1.6 \times 10^{-11} \sim 1.6 \times 10^{-7}\text{Pa}$ 変化したとき地球磁気圏境界面は $4R_E \sim 12R_E$ 変化する。

次に太陽風の動圧を固定して $\rho V^2 = 10^{-9}\text{Pa}$ として地球磁場を $B_0 = 30000\text{nT}$ 、地球半径を $R_E = 6370\text{km}$ 、透磁率を $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\text{H/m}$ として計算すると、磁気

圏境界面ノーズは $8.4R_E$ である。地球磁気圏境界面の緯度方向は式 (3-13)、(3-16) から、また地球磁気圏境界面の経度方向は式 (3-16)、(3-18) から計算する。その結果を図 4-2, 4-3 に示す。

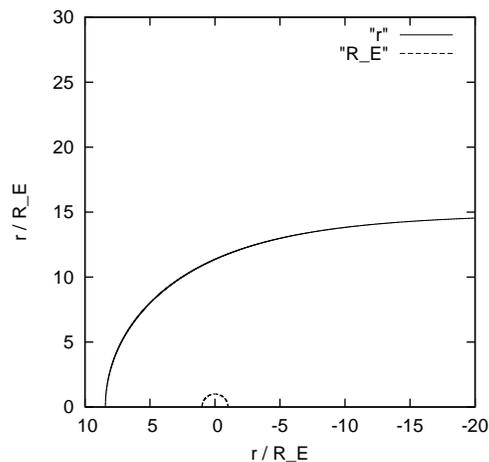


図 4-2: 経度方向の地球磁気圏境界面

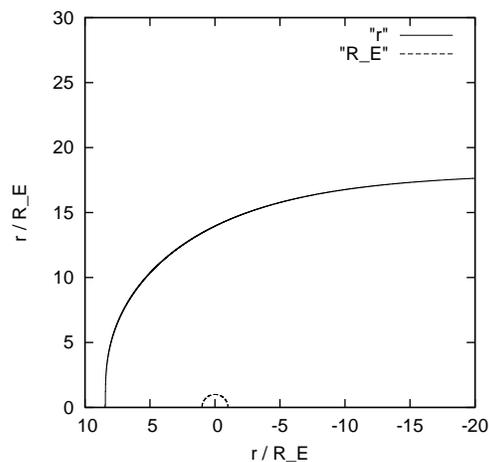


図 4-3: 緯度方向の地球磁気圏境界面

これより太陽天頂角 90° では磁気圏境界面が経度方向で $12R_E$ 、緯度方向で $14R_E$ となり、また地球より $10R_E$ 後方では経度方向で $14R_E$ 、緯度方向で $17R_E$ となる。磁気圏境界面は経度方向より緯度方向に広がっている。

4-2 金星電離圏境界面

太陽天頂角 $\theta = \chi = 0$ のときの電離圏境界面の金星からの距離 z を求める。つまり式 (3-25) において $E = 1$ の時の距離を求める。金星の静圧は式 (3-23), (3-24) であり、それぞれの値は図 3-2 を利用する。スケールハイト H は

$$H = \frac{kT}{mg} \quad (4-1)$$

で、図 3-2 の傾きであり、ボルツマン定数 $k = 1.38 \times 10^{-23}$ (J/K)、 O^+ 、 O_2^+ のそれぞれの質量 $m = 16 \times 1.6 \times 10^{-27}$ g, $32 \times 1.6 \times 10^{-27}$ g、金星の重力加速度 8.41 m/s^2 より温度 T がわかる。

$$T_{O^+} + T_e = 2248 \text{ K} \quad (4-2)$$

$$T_{O_2^+} + T_e = 301 \text{ K} \quad (4-3)$$

O^+ 、 O_2^+ のそれぞれの圧力は

$$p = nkT \quad (4-4)$$

を用いて計算する。

太陽風の動圧の値はデータとして得られている値としてもっとも PVO の orbit 185 day=1979158 に近い値である PVO の orbit 185 が金星電離圏から宇宙空間にでて約 1 時間後の値 $\rho V^2 = 4 \times 10^{-9}$ (Pa) とした。しかし、金星電離圏は太陽風を支えきれない。なぜなら式 (4-4) で p を求めると

$$p_{O^+} = 3.1 \times 10^{-9} \text{ Pa} \quad (4-5)$$

$$p_{O_2^+} = 2.1 \times 10^{-9} \text{ Pa} \quad (4-6)$$

となり、太陽風の動圧 $\rho V^2 = 4 \times 10^{-9}$ (Pa) より小さい値になるためである。実際には金星電離圏境界面が存在していた。この時の電離圏内のイオンと電子の温度を図 4-4, 4-5 に示す。これはパイオニアヴィーナスオービター (PVO) により観測されたものである。

この温度は静水圧を仮定して求めた電離圏温度と全く異なる。これは電離圏が太陽風の動圧によって圧縮されたためにスケールハイトも小さくなったことや高度変化によって電離圏温度が変化することが原因として考えられる。そのため境界面の計算には電離圏の温度として図 4-4, 4-5 を用いた。

図 4-4, 4-5 から電離圏のイオンと電子の温度は

$$T_i = 2000 \text{ K} \quad (4-7)$$

$$T_e = 4000 \text{ K} \quad (4-8)$$

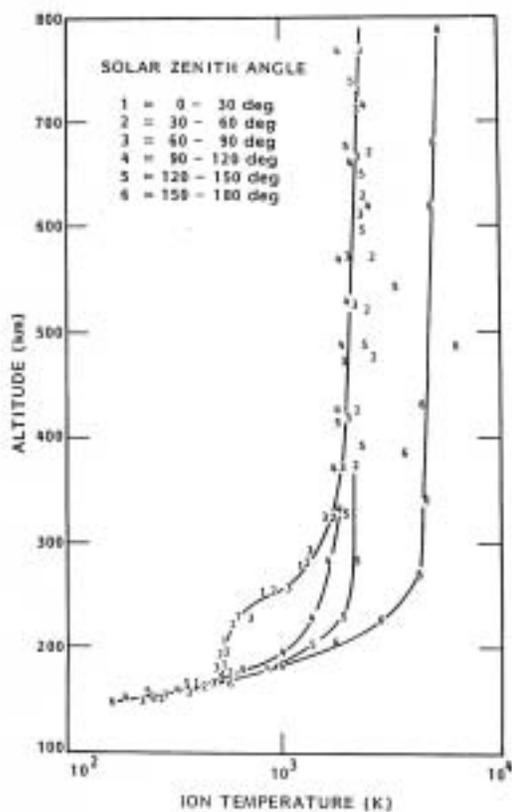


図 4-4: 金星電離圏のイオン温度の高度変化 [Miller et al., 1980]

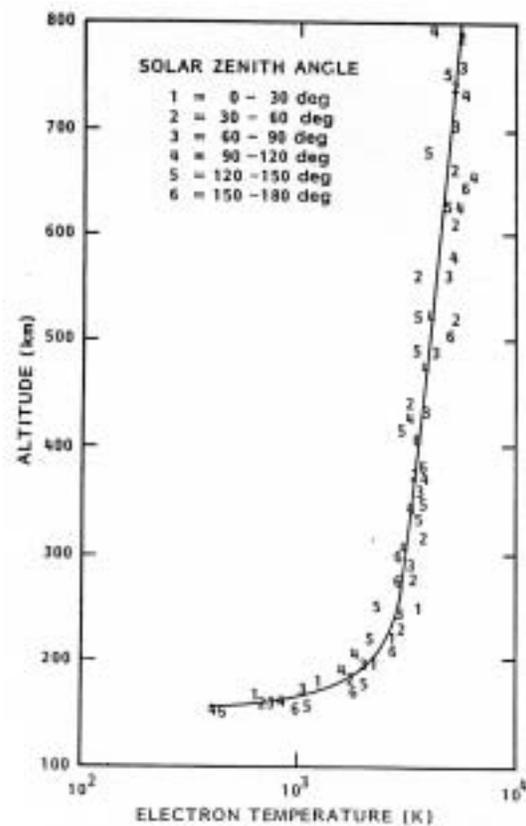


図 4-5: 金星電離圏の電子温度の高度変化 [Miller et al., 1980]

である。 p を求めると

$$p_{O^+} = 8.3 \times 10^{-9} \text{Pa} \quad (4-9)$$

となり、太陽風の動圧を十分耐え得る。PVO の orbit 185 day=1979158 での電離圏の電子の温度と密度を図 4-6 に示す。

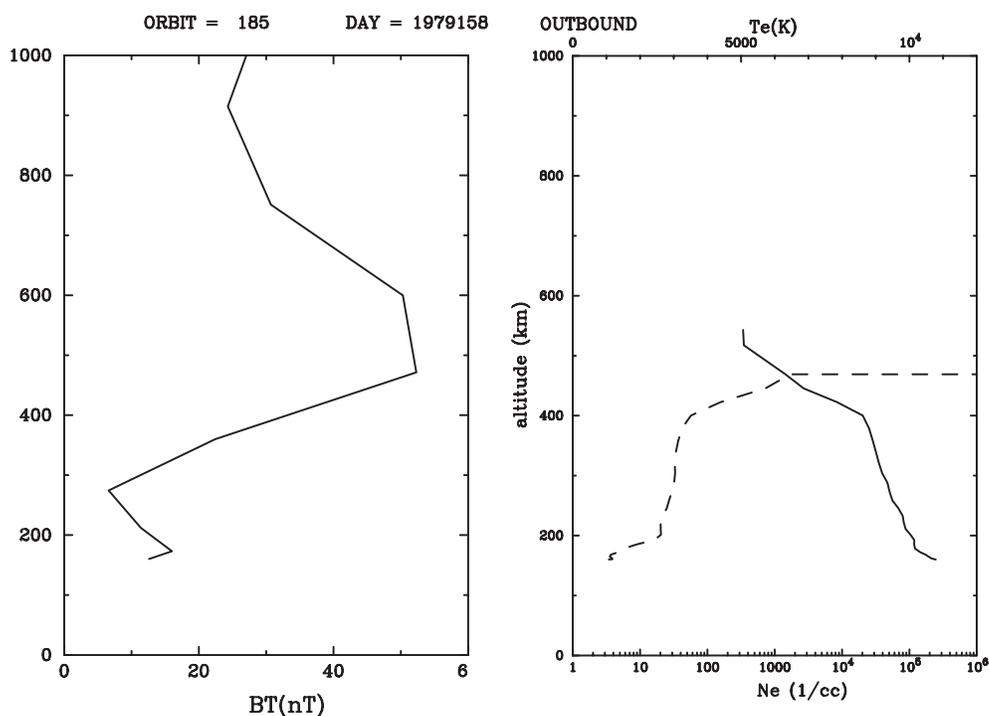


図 4-6: PVO の orbit 185 day=1979158 での電離圏の磁場の強さと電子の温度と密度の高度変化

電子の温度は 3000K である。よって PVO の orbit 185 day=1979158 での電離圏の電子とイオンの温度は

$$T_i = 2000\text{K} \quad (4-10)$$

$$T_e = 3000\text{K} \quad (4-11)$$

となる。イオンの密度は図 3-2 より O^+ イオンが太陽風の動圧を支えると考えられるので密度 $10^5/\text{cm}^3$ を用いる。圧力バランスの式に表すと、

$$\rho V^2 = p_{O^+} \left(1 - \frac{z - z_m}{H} - \sec \chi \exp\left(-\frac{z - z_m}{H}\right) \right)_{O^+} \quad (4-12)$$

となり、このとき左辺が太陽風の動圧、右辺が電離圏の静圧である。電離圏境界面を求めると 604km となる。この値は図 4-6 から観測値と等しい値であることが分かる。太陽天頂角変化を式 (3-16) より求めたものを図 4-7 に示す。

この場合、Chapman 関数において \exp の中の $\sec \chi$ は $\chi = 90^\circ$ で $\sec \chi = \infty$ となり \exp の中が $-\infty$ となるため $0 \sim 80^\circ$ までの範囲を計算した。

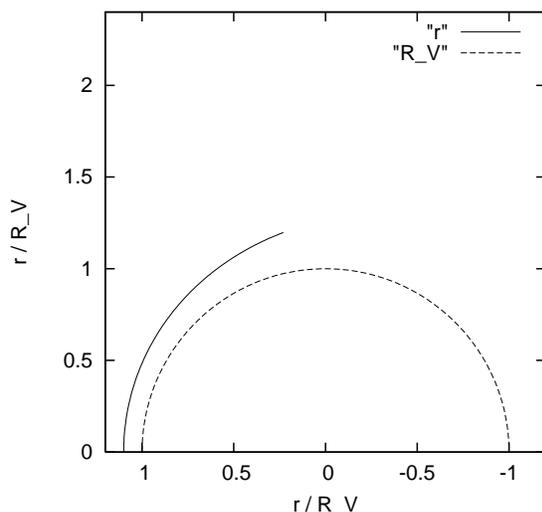


図 4-7: 金星電離圏境界面。 r_0 は半径

次に太陽天頂角 80° 以上の領域の電離圏境界面を考える。式 (3-24) における $\sec \chi$ はおもに $0 \sim 60^\circ$ 付近で p の値を大きく変化させ、 $80 \sim 110^\circ$ 付近ではあまり影響を与えない。また 110° 以降は太陽風の影響をほとんど考えなくてよいことが図 4-8 より明らかである。そのため、 80° 以降においては $\sec \chi = \sec 80^\circ$ として計算をおこなった結果を図 4-9 に示す。図 4-8 は Spreiter, 1970 においてスケールハイトを変えることによる境界面の太陽天頂角変化を示している。

図 4-9 より PVO の観測値 “INBOUND”, “OUTBOUND” とほぼ等しい。また、Spreiter, 1970 が式 (1-3) で求めた電離圏境界面、図 4-8 でのスケールハイト $H/r_0 = 0.1$ の線とほぼ等しい形となる。このとき求めたスケールハイトは $H = 320\text{km}$ であり、 $H/r_0 = 0.06$ である。

PVO orbit 185 day 1979158 においてイオンと電子の温度の和が 10000K、5000K、3000K だった場合の電離圏境界面を求めたものを図 4-10 に示す。2500K は太陽風の動圧に耐えられなかった。図 4-10 から 3000K では電離圏境界面が金星表面にぶ

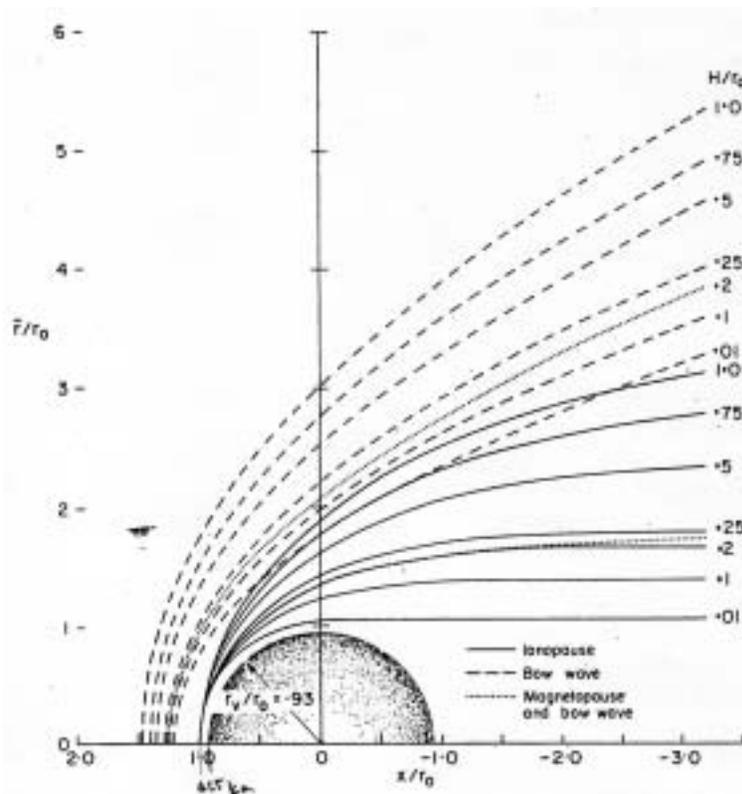


図 4-8: スケールハイトを変えて計算した電離圏境界面。値は H/r_0 [Spreiter, 1970]

つかることが分かる。これは式 (4-12) より太陽風を O^+ イオンだけで支えていると考えたため実際は、電離圏環境が図 3-2 のようになっているため、 O^+ イオンで支えきれないと O_2^+ イオンで支えるため実際は電離圏は 3000K の場合も境界面を形成すると考えられる。

PVO orbit 185 day 1979158 において太陽風の動圧が 1.5 倍の 6×10^{-9} Pa、0.67 倍の 2×10^{-9} Pa だった場合の電離圏境界面を求めたものを図 4-11 に示す。境界面ノーズが動圧 1.5 倍、通常時、0.67 倍で 771km、604km、386km であり、境界面の形状は変わらないことがわかる。

図 4-8, 4-10, 4-11 より電離圏境界面の形状は電離圏の温度、つまりスケールハイトが影響していることがわかる。

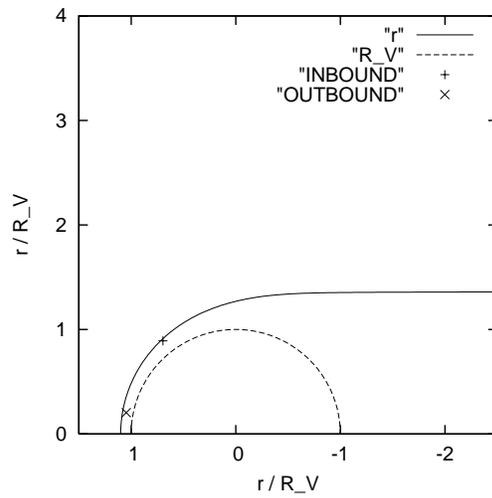


図 4-9: 金星電離圏境界面。 r_0 は半径。“INBOUND”, “OUTBOUND” は PVO orbit185 day1979158 の観測値

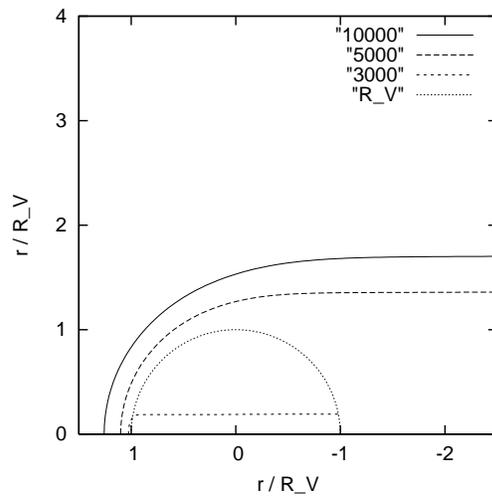


図 4-10: 電離圏の温度が 10000K、5000K、3000K における金星電離圏境界面。 r_0 は半径

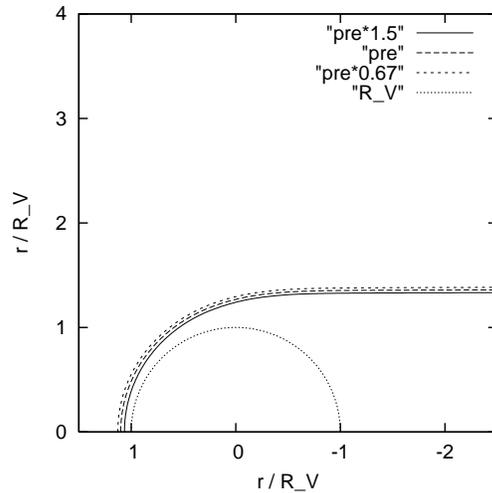


図 4-11: PVO orbit185 day1979158 の観測値において、太陽風の動圧が 1.5 倍、0.67 倍した時の金星電離圏境界面。“pre” が通常の場合。 r_0 は半径

4-3 火星電離圏境界面

太陽天頂角 $\theta = \chi = 0$ のときの火星からの距離 z を求める。つまり式 (3-32) において $E = 1$ の時を求める。金星の静圧は式 (3-28),(3-29) であり、それぞれの値は図 3-2 を利用する。スケールハイト H は

$$H = \frac{kT}{mg} \quad (4-13)$$

で、図 3-2 の傾きであり、ボルツマン定数 $k = 1.38 \times 10^{-23}$ (J/K)、 O^+ 、 O_2^+ の質量 $m = 16 \times 1.6 \times 10^{-27}$ g、 $32 \times 1.6 \times 10^{-27}$ g である。火星の重力加速度 3.75 m/s^2 より図 3-3 からスケールハイトを求め、温度 T を計算すると

$$T_{O_2^+} + T_e = 403 \text{ K} \quad (4-14)$$

である。 O^+ 、 O_2^+ のそれぞれの圧力は

$$p = nkT \quad (4-15)$$

を用いて計算できる。 O^+ 、 O_2^+ のそれぞれの密度 n は図 3-3 においてのイオン密度が最大するときなのでそれぞれ 10^5 (ions/cm³)、 5×10^5 (ions/cm³) である。また太陽風を密度 $1 \sim 100/\text{cm}^3$ 、速度を $100 \sim 1000 \text{ km/s}$ まで変化すると考えて計算をした時の結果を図に示す。

火星電離圏環境は変化が激しくイオンの密度、温度(スケールハイト)は刻々と変化している。そのため密度を10倍、10分の1倍、温度を2倍、2分の1の場合に計算したものを図4-8, 4-9で示す。密度10分の1の場合は存在しうる境界面がなく、密度が図3-3の値の場合は温度が2倍のときのみ存在し、密度10倍の場合は図3-3の温度、2倍の温度のとき存在した。

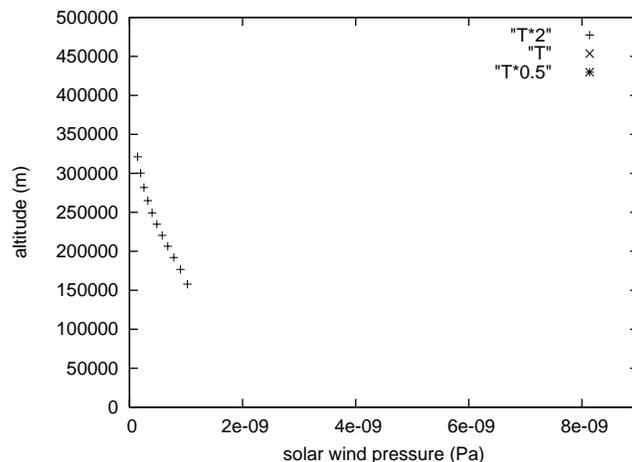


図 4-12: 図 3-3 から求めた値における火星電離圏境界面の太陽風の動圧、イオン、電子の温度における変化(3つの曲線はイオン、電子の温度の変化によるもの。真中が図 3-3 より求めた値。上が温度が2倍、下が温度が2分の1の場合)

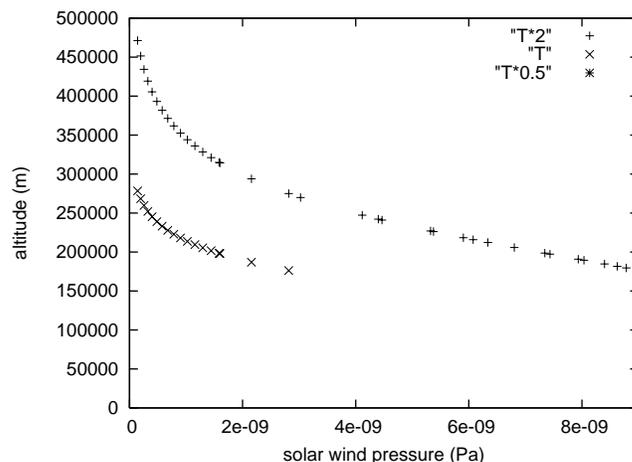


図 4-13: 図 4-8 におけるイオン密度が10倍の場合

4-4 木星磁気圏境界面

観測データの木星磁気圏境界面を形成するような木星側の圧力を考える。木星側の圧力を磁気圧のみと仮定した場合、式(3-20)は

$$\{(\rho \vec{V} \cdot \vec{V})\}_S = \left\{ \frac{B^2}{2\mu_0} \right\}_J \quad (4-16)$$

となる。地球のようなダイポール磁場を仮定すると

$$B = B_0 \left(\frac{R_J}{r} \right)^3 \quad (4-17)$$

と表される。ただし、 B_0 は木星表面の磁場強度 $4 \times 10^{-4} \text{T}$ 、 R_J は木星半径 71400km である。ここで太陽風による圧縮のために磁場強度がここで若干強くなる効果は無視した。式(4-16), (4-17)より

$$r = R_J \left(\frac{B_0^2}{2\mu_0 \rho V^2} \right)^{\frac{1}{6}} \quad (4-18)$$

式(3-15), (3-16)より、太陽天頂角変化を求めたものを図4-14に示す。磁気圏境界面ノーズで $28R_J$ であり、観測データより求めた磁気圏境界面である図4-15では磁気圏境界面ノーズで $50 \sim 60R_J$ であり磁気圧のみでは実際の木星の磁気圏境界面を形成できない。

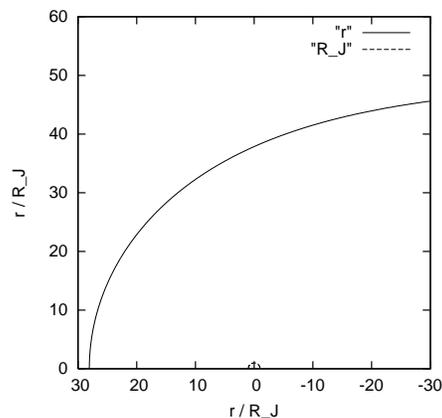


図 4-14: 木星側の圧力を磁気圧のみで仮定した場合。磁場はダイポール磁場を仮定。

木星側の圧力を磁気圧と動圧で考える。磁気圧は式(4-17)を用い、動圧は

$$\rho V^2 = m \times n \times V^2 \quad (4-19)$$

と仮定し、このとき

$$n = n_0 \left(\frac{7R_J}{r} \right)^x \quad (4-20)$$

$$V = V_0 \quad (4-21)$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{2GM}{7R_J}} = 22\text{km/s} \quad (4-22)$$

と仮定する。ここで n_0 は図 4-16 における実際の密度分布での $7R_J$ での値 $4 \times 10^{10}/\text{m}^3$ であり、 V_0 は $7R_J$ での脱出速度である。 V は距離によって変化しないと仮定する。ただし、 G は万有引力定数 $6.67 \times 10^{-11} \text{m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^{-2}$ 、 M は木星の質量 $1.9 \times 10^{27} \text{kg}$ である。 x は図 4-16 の密度分布を満たすように選ぶ。 $x = 6$ で実際の密度分布と近い値をとる。だが $x = 6$ における動圧のみで圧力バランスを考え境界面ノーズを求めると $19.6R_J$ となる。これに磁気圧を加えても $31.8R_J$ と磁気圧のみと同様に実際の磁気圏境界面を形成することができず、この仮定は正しくないことが分かる。

式 (4-20) における $x = 6$ での密度分布が正しいと仮定して、磁気圏境界面ノーズが $55R_J$ になるためにはどれだけの速度が必要か計算すると、

$$V = \sqrt{\frac{(\rho V^2)_S}{mn_0}} \left(\frac{r}{7R_J} \right)^3 = 489\text{km/s} \quad (4-23)$$

となる。つまり太陽風と同程度の速度で流れていることになる。

木星側の圧力を静圧と磁気圧と動圧で考える。磁気圧は式 (4-17)、動圧は式 (4-19) を用いて、静圧は

$$p = nkT \quad (4-24)$$

を考える。密度 n は式 (4-20) として磁気圏境界面ノーズが $55R_J$ になるためにはどれだけの温度が必要か計算すると、

$$(\rho V^2)_S = nkT \quad (4-25)$$

$$T = \frac{(\rho V^2)_S}{nk} \left(\frac{r}{7R_J} \right)^6 = 2.8 \times 10^7 \text{K} \quad (4-26)$$

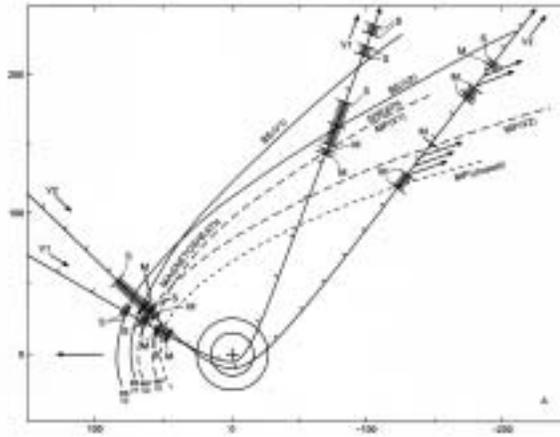


図 4-15: 木星磁気圏の観測結果からの磁気圏境界面の東西方向の予測。[Bridge et al., 1979]

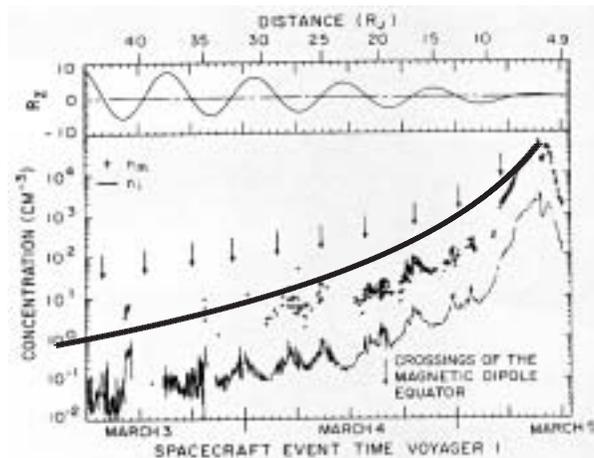


図 4-16: Voyager 1 が観測した木星磁気圏の密度分布と式 (4-20) において $x=6$ のときの密度分布。横軸が木星からの距離、縦軸が密度。ただし、縦軸はログスケール。[McNutt et al., 1981]

木星側の圧力において静圧もしくは動圧が一番大きな圧力であった場合、イオンの温度もしくは速度を固定して境界面の太陽天頂角変化を計算すると境界面は同じ形状になる。計算結果と図 4-15 を比較したものを図 4-17 に示す。太陽天頂角が大きくなると実際の観測データと合わなくなることが分かる。境界面距離が大きくなるにしたがって木星側の圧力が足りないためである。イオンの密度の仮定 (5-1) が正しいとすると、イオンの温度もしくは速度が大きくならなければならない。

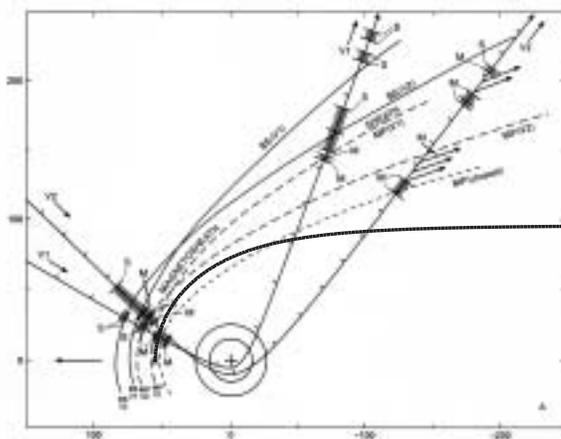


図 4-17: 静圧もしくは動圧が木星から距離 $55R_J$ で太陽風と圧力バランスしていると考えたときの磁気圏境界面の太陽天頂角変化。

速度を次のように仮定して計算したものを図 5-7 に示す。

$$v = 9.73r - 46.1 \quad (4-27)$$

$$v = 0.157r^2 + 14.3 \quad (4-28)$$

$$v = 2.8r^3 \times 10^3 + 21 \quad (4-29)$$

$$r = 7R_J, v = 22\text{km/s}$$

$$r = 55R_J, v = 489\text{km/s}$$

このとき v は、距離 r のときの速度を示す。単位は km/s である。

これより、速度が距離の 2 乗程度で変化すれば観測結果の値となる。ただし、このとき太陽天頂角が $120^\circ \sim 135^\circ$ 程度で速度が $4500 \sim 7500\text{km/s}$ となる。

動圧は速度の 2 乗に比例し、静圧は温度の 1 乗に比例するのでイオンの温度を変化させて考える場合、イオンの速度以上の増加が必要となるため温度の変化は考えない。

第5章 議論

5-1 地球磁気圏境界面

第4章の結果と実際の観測データを比較する。図5-1はNess, 1964による計算結果と観測データを比較したものに本研究の計算結果を加えたものである。ただし境界面ノーズを $10R_E$ となるように図4-2の計算において太陽風の動圧を $3.6 \times 10^{-10} \text{Pa}$ として計算をおこなった結果である。

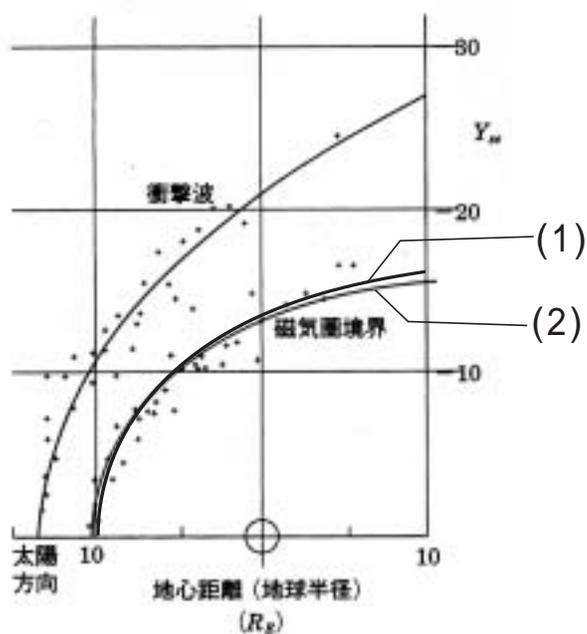


図 5-1: 磁気圏境界及びショック域の観測と計算値。(1) 本研究での計算結果、(2)Ness による計算結果。図は太陽赤道面を示す。[Ness, 1964]

これは実際の観測データとよく合っており、第3章の計算方法は正しいことが分かる。

5-2 金星電離圏境界面

第4章の結果と実際の観測データを比較する。図5-1よりパイオニアヴィーナスオービター (PVO) orbit185の電離圏境界面通過時間は朝側であることが分かる。計算結果、図4-9の r とパイオニアヴィーナスオービター (PVO) が朝側で観測した電離圏境界面を重ねたものを図5-2で示す。 r は境界面ノーズが平均境界面ノーズより高いため、観測データが少ないが変化の仕方は等しく、実際の観測データとよく合っている。

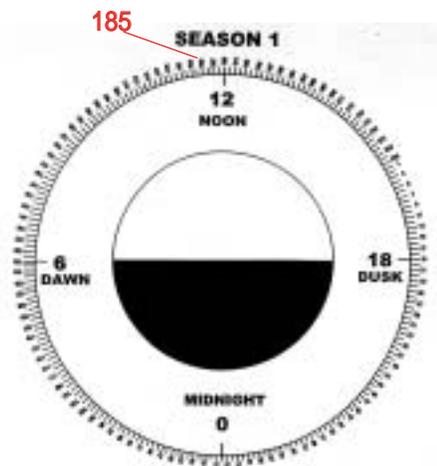


図 5-2: パイオニアオービター (PVO) の電離圏境界面通過時間 [柿並, 2000]

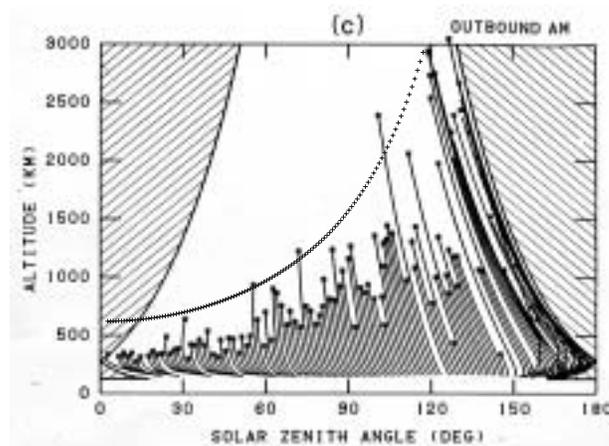


図 5-3: 太陽天頂角変化によるパイオニアヴィーナスオービター (PVO) の通過した電離圏境界面高度と図 4-9 の r の太陽天頂角変化による高度変化 [Brace et al, 1980]

5-3 火星電離圏境界面

第 4 章の結果から、火星電離圏プラズマは太陽風を支えられないという結果となるが実際には火星には電離圏境界面が存在する。つまりここで考える圧力とは別に太陽風を支える圧力が存在することになる。火星付近での代表的な太陽風の値である 3-3-2 での表の値 8.9×10^{-10} (Pa) をあたえ、それに耐え得る電離圏環境を考える。

電離圏を支える圧力を考えるとき、式 (3-26) より、動圧、静圧、磁気圧が考えられる。ここで、動圧は火星では考えなくてよい。静圧に関して考えると、電離圏のイオンと電子の密度と温度によって静圧は決まるから密度と温度の増加を考える。イオンと電子は太陽活動による紫外線放射によって生成されるので太陽活動が急激に変化したことも考えられる。イオンと電子の温度を変化させて nose 部分での電離圏境界面を各温度について求めたものを図 4-10 に示す。ただし、図 3-3 よりイオン密度の最大が 130km であるので、このときが静圧の最大値となるのでその高度以上において計算したものを図 5-3 に示す。

これより温度 645K より大きければ火星電離圏境界面は存在することがわかる。これは金星電離圏の温度よりずっと低い温度である。

火星の磁場双極子モーメントは非常に弱いことが観測から知られている。した

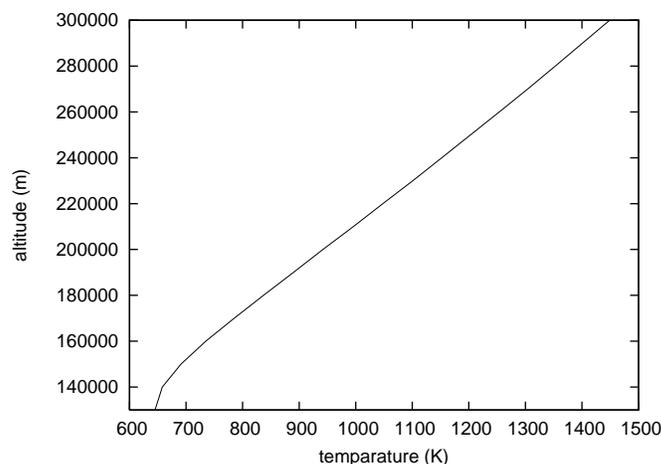


図 5-4: イオンと電子の各温度による電離圏境界面

がって太陽風と火星の相互作用のこれまでのモデルにおいて、火星の固有磁場は金星の場合と同様に無視されることが多かった。しかし Mars Global Surveyor 衛星の磁場観測で、火星の表面に局所的な磁気異常があると報告された。この観測によると、磁気異常は南半球に多く分布されており、その磁場強度のピークは高度約 400km で 200nT 以上になる。このような磁場は局所的に火星電離圏の全圧力を増加させ、太陽風と電離圏の相互作用に影響を与えられ。[久保田, 前澤, 2003] そのため、火星電離圏の静圧を図 3-3 で得られた値を用い、どれだけの磁気圧があれば電離圏境界面が存在するかを考える。計算して得られた結果を図 5-4 で示す。

図 5-4 より磁場強度が 29nT 以上あれば図 3-3(JULY 20, 1976) の時に電離圏境界面が存在し得たことが分かる。

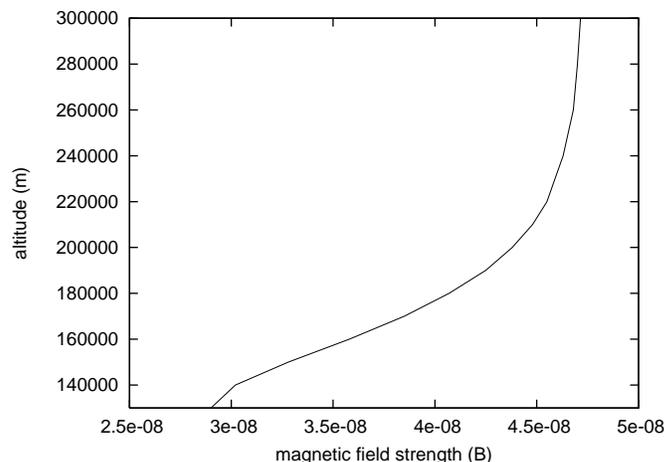


図 5-5: 各磁場強度における電離圏境界面

5-4 木星磁気圏境界面

第 4 章において木星磁気圏では太陽風を動圧もしくは静圧が主に圧力バランスしていることが分かった。木星磁気圏境界面のノーズの距離を $55R_J$ としたとき、密度を

$$n = n_0 \left(\frac{7R_J}{r} \right)^6 \quad (5-1)$$

と仮定し、動圧 mnV^2 が太陽風と圧力バランスするとき、速度 V は (4-23) より 489km/s であればよい。また、静圧 nkT が太陽風と圧力バランスするとき、温度は (4-26) より $2.8 \times 10^7\text{K}$ であればよい。

ヴォイジャー 1 によって観測された木星磁気圏のイオンの速度成分を図 5-6 に示す。図 5-6 より速度は共回転とよく似た値つまり距離に比例した値よりも小さい値であることが分かる。つまり磁気圏境界面付近のイオンの速度が 489km/s に達しないので、太陽風を支える木星磁気圏側の圧力は動圧でないことが分かる。

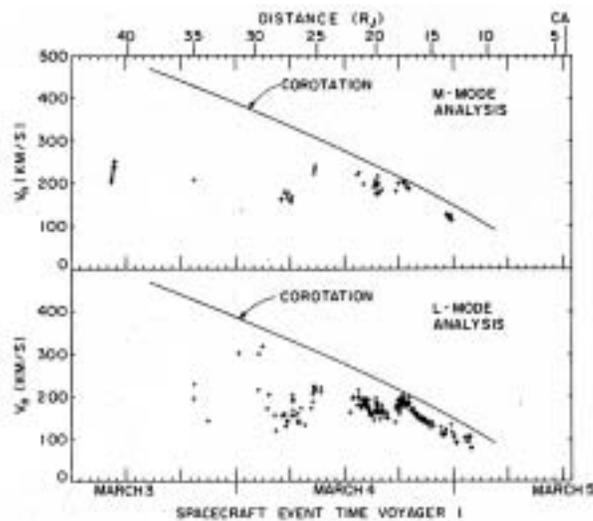


図 5-6: ヴォイジャー 1 の D 装置により観測された速度成分の値。イオンスペクトルの低分離度 (L-mode)、高分離度 (M-mode) に合うものに分けた。

ヴォイジャー 1 によって観測されたイオンの温度分布を図 5-7 に示す。木星磁気圏のイオンの温度は $10 \sim 10^2 \text{ eV}$ 、 $1 \text{ eV} = 11600 \text{ K}$ であるから $1.16 \times 10^5 \text{ K} \sim 1.16 \times 10^6 \text{ K}$ である。これは (5-3) に達しない。太陽風を支える木星磁気圏側の圧力は静圧でないことが分かる。

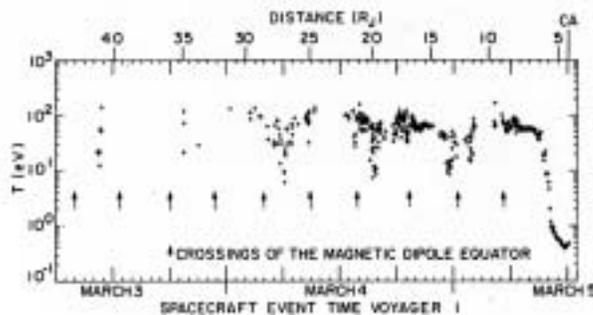


図 5-7: ヴォイジャー 1 によって観測されたイオンの温度 [Bagenal and Sullivan, 1981]and[McNutt, Belcher, and Bridge, 1981]

磁場に関してダイポール磁場を仮定したが実際の木星の磁場のモデルは図 5-8 のようになっている。またヴォイジャー 1、2 による磁気圏境界面付近での磁場の強さの観測データを図 5-9 に示す。図 5-9 より磁気圏境界面付近において磁場の強さは 10nT 程度あることが分かる。

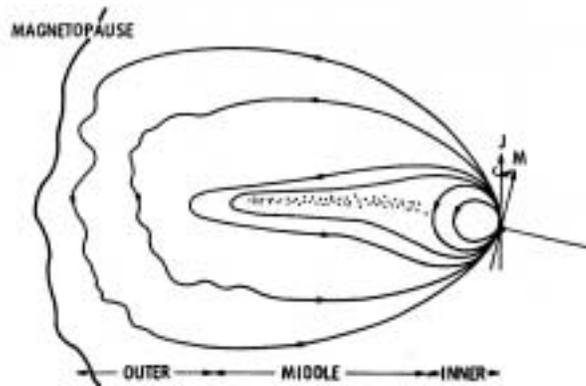


図 5-8: パイオニアによる観測データから考えた木星磁気圏モデル [Smith, Davis, and Jones, 1976]。

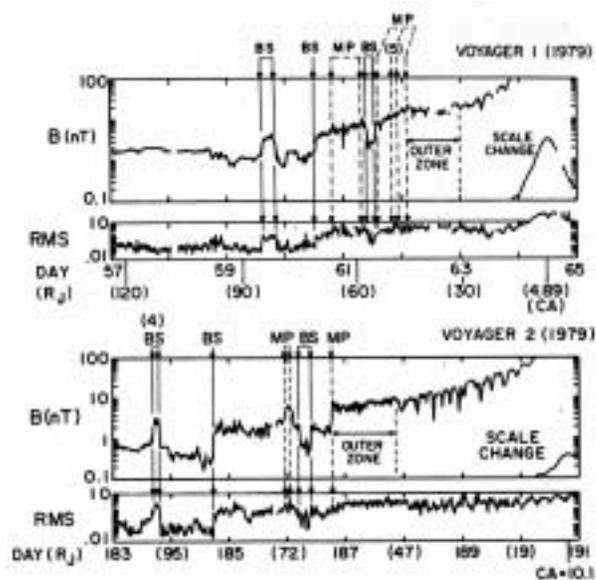


図 5-9: ヴォイジャー 1、2 により観測された磁場の強さ

図 5-6 より境界面でのイオンの速度を 300km/s とし、図 5-7 より境界面でのイオンの温度を $1.16 \times 10^6\text{K}$ とし、図 5-9 より境界面での磁場の強さを 10nT とし、密度を式 (5-1) として境界面のノーズの距離を求めると

$$(\rho V^2)_S = mnV^2 + nkT + \frac{B^2}{2\mu_0} \quad (5-2)$$

$$r = 55.8R_J \quad (5-3)$$

木星側のそれぞれの圧力は

	$\rho V^2(\text{Pa})$	$p(\text{Pa})$	$\frac{B^2}{2\mu_0}(\text{Pa})$
Jupiter	2.25×10^{-11}	2.5×10^{-12}	4.0×10^{-11}

となる。木星では太陽風の動圧を磁気圧、動圧が太陽風と相互作用していることが分かる。

太陽天頂角変化を考えると、図 5-6 より木星から $30R_J$ 以上の距離では速度はあまり変化しないので、式 (5-1) より動圧は木星から離れるにしたがって小さくなる。第 4 章では、図 4-17 より太陽天頂角が大きくなるにしたがって計算結果と観測データに差が出始めたため、速度を大きくして動圧で太陽風と圧力バランスを考えたが、実際は磁場の力が太陽天頂角変化に大きな影響を与えていることが考えられる。磁場強度において、境界面のノーズでの磁場強度 10nT から太陽天頂角変化において変化しないと考えた場合と磁場強度において

$$B = B_0 \left(\frac{R_J}{r} \right)^x \quad (5-4)$$

と考えた場合の計算結果を図 4-15 と比較したものを図 5-10 に示す。ただし、 B に境界面のノーズの部分の磁場強度 10^{-8}T 、 B_0 に木星表面での磁場強度 $4 \times 10^{-4}\text{T}$ を代入したときに $x = 2.63$ であったので、 B において

$$B = 4 \times 10^{-4} \times \left(\frac{R_J}{r} \right)^{2.63} \quad (5-5)$$

を用いた。

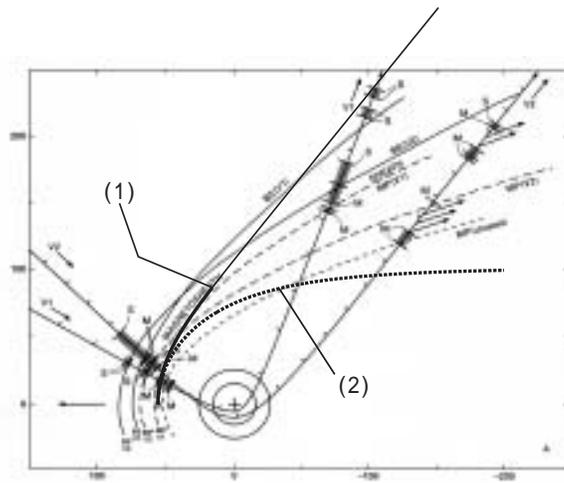


図 5-10: 磁場強度を変えたときの磁気圏境界面と図 4-15 の比較。(1) 磁場の強さを固定、(2) 磁場の強さを $x = 2.63$ で変化

図 5-10 より磁場強度の変化においては磁気圏境界面のノーズの強さと変わらないという仮定も式 (5-5) の仮定も成り立たない。

木星磁気圏ではプラズマの動圧や静圧ではなく、磁気圧が主に太陽風と圧力バランスし、磁気圏境界面の形状は図 5-8 のモデルのようにプラズマの運動が磁場の構造に大きく影響して式 (5-4) において $x = 2$ となるようなディスク状の磁場の構造になると考えられる。これは磁気圏が経度方向に広く、緯度方向に狭い図 2-8 のモデルと一致する。

第6章 まとめ

本論文では Spreiter, 1970 の考え方を基に、磁場のない惑星、金星、火星の電離圏境界面を求め、さらに磁場のある惑星、地球、木星の磁気圏境界面を求めた。実際の観測結果等から数値計算結果を比較すると次のことが分かった。

- ・ 惑星と太陽風の境界面では圧力バランスが成り立っている。

地球

- ・ 地球磁気圏は太陽風と磁場の力が相互作用し磁気圏境界面を形成している。
- ・ 太陽風を密度 $1 \sim 100/\text{cm}^3$ 、速度を $100 \sim 1000\text{km/s}$ まで変化すると考えて計算すると、地球磁気圏境界面は約 $4 \sim 18R_E$ まで変化する (図 4-1)
- ・ 地球磁気圏境界面は経度方向より緯度方向に広がっている。(図 4-2, 4-3)
- ・ 地球磁気圏境界面の計算結果は実際の観測データとよく合っている。(図 5-1)

金星

- ・ 金星電離圏は静圧が太陽風と相互作用し電離圏境界面を形成している。また静圧は Chapman 関数で表される。
- ・ 電離圏は高度が高くなるにつれて温度が大きくなり、静水圧平衡は成り立たずスケールハイトは小さくなる。これは太陽風による圧縮が原因のひとつに考えられる。
- ・ 電離圏でのイオンと電子の温度を PVO のデータから用いて数値計算した場合、実際の PVO のデータによる電離圏境界面と等しい値となり、また Spreiter, 1970 で求められた値とも等しい値となる。
- ・ 金星電離圏境界面の計算結果は太陽天頂角変化において、実際の観測データと変化の仕方が酷似している。(図 5-3)

火星

- ・ 火星電離圏では静圧や磁場の力が太陽風と相互作用し電離圏境界面を形成していると考えられる。(図 5-4, 5-5)

木星

- ・ 木星磁気圏境界面は磁場の力とプラズマの動圧が太陽風と相互作用し磁気圏境界面を形成している。
- ・ 太陽天頂角変化において磁気圧の影響が大きくなり、その変化においてはプラズマの運動の影響が大きいことが考えられる。

・ 木星磁気圏の磁場はディスク状の構造をしており、磁気圏境界面は経度方向に広く、緯度方向に狭い形状をしている。

また本論文を作成するにあたり、いくつかの問題点が生じた。

- ・ 電離圏環境においてスケールハイトが実際の温度より小さいのはなぜか？
- ・ 太陽風による電離圏の圧縮は実際にスケールハイトを小さくしているのか？
- ・ 実際に火星電離圏を支えているのはどんな力なのか？

上の2点は電離圏環境をより詳しく考察する必要があり、本論文では太陽風との関係から考えるのみに留まった。火星電離圏の問題は実際に観測するため、ここでは考察しない。

謝辞

本論文を作成するにあたり、多くの方々に助けていただき、ご指導していただきました。北海道大学 渡部重十 教授には本論文のもととなる Spreiter, 1970 を紹介していただき、論文の完成に至るまでにさまざまなご助言、ご指導をいただきました。心から感謝申し上げます。

惑星物理学研究室、地球流体力学研究室の皆様にはいろいろと叱咤、激励いただきました。柿並義宏さんには、Spreiter, 1970 の和訳添削、金星電離圏境界面モデル構築のご助言、数値計算指導、PVO データの提供と本論文を完成する上で必要となるご指導をいただきました。小松研吾さんには木星磁気圏境界面モデル構築にご助言いただきました。また、卒論を作成するコンピュータ環境構築に EPnetFan 参加者の皆様にはいろいろと御世話になりました。併せて感謝申し上げます。

第1章 Appendix

A-1 MHD 方程式 / 運動方程式 (3-17) の導出

6次元位相空間における保存則を考えると

$$\nabla_6 \cdot (6 \text{次元空間内の流れの密度ベクトル}) + \frac{\partial}{\partial t} (6 \text{次元空間内の粒子密度}) = 0$$

ここで、 ∇_6 は6次元位相空間における発散を表す。

第1項において、空間座標 (x, y, z) における流れの密度ベクトルは粒子密度に速度を掛けたものであるので $f(x, y, z, v_x, v_y, v_z; t)\vec{v}$ と書ける。また速度空間では流れの密度ベクトルは $f(x, y, z, v_x, v_y, v_z; t)\vec{\alpha}$ と書ける。また第2項において分布関数は $f(x, y, z, v_x, v_y, v_z; t)$ と書ける。よって上式は

$$\nabla_r \cdot (f\vec{v}) + \nabla_v \cdot (f\vec{\alpha}) + \frac{\partial f}{\partial t} = 0 \quad (\text{A-1})$$

となる。ここで、

$$\nabla_r \cdot \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (\text{A-2})$$

$$\nabla_v \cdot \vec{A} = \frac{\partial A_{v_x}}{\partial v_x} + \frac{\partial A_{v_y}}{\partial v_y} + \frac{\partial A_{v_z}}{\partial v_z} \quad (\text{A-3})$$

である。また \vec{v} は速度空間の座標変数であるから、位相空間の座標変数 (x, y, z) とは無関係であり、 $\vec{\alpha}$ は加速度であり、速度空間の座標変数 v とは無関係である。 $(f\nabla_r \cdot \vec{v} = 0, f\nabla_v \cdot \vec{\alpha} = 0)$ よって式 (A-1) は

$$\vec{v} \cdot \nabla_r f + f\nabla_r \cdot \vec{v} + \vec{\alpha} \cdot \nabla_v f + f\nabla_v \cdot \vec{\alpha} + \frac{\partial f}{\partial t} = 0 \quad (\text{A-4})$$

$$\vec{v} \cdot \nabla_r f + \vec{\alpha} \cdot \nabla_v f + \frac{\partial f}{\partial t} = 0 \quad (\text{A-5})$$

ここではベクトル解析の公式 $\nabla \cdot (f\vec{a}) = \vec{a} \cdot \nabla f + f\nabla \cdot \vec{a}$ を使った。これが6次元空間における粒子保存則である。

ところがもし粒子が他の粒子など外部からの刺激によって数を増減するようなことが起こる場合はこの保存則が成り立たず、このときには

$$\vec{v} \cdot \nabla_r f + \vec{\alpha} \cdot \nabla_v f + \frac{\partial f}{\partial t} = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_c \quad (\text{A-6})$$

と書き、この式をボルツマン方程式という。ここで $\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_c$ は衝突による f の時間変化率を示す。

ここで $m\vec{\alpha} = \vec{F}$ (f : 粒子に働く力) を代入すると、

$$\vec{v} \cdot \nabla_r f + \frac{\vec{F}}{m} \cdot \nabla_v f + \frac{\partial f}{\partial t} = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_c \quad (\text{A-7})$$

また $\frac{df}{dt}$ について考えると

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial f}{\partial z} \frac{dz}{dt} + \frac{\partial f}{\partial v_x} \frac{dv_x}{dt} + \frac{\partial f}{\partial v_y} \frac{dv_y}{dt} + \frac{\partial f}{\partial v_z} \frac{dv_z}{dt} \quad (\text{A-8})$$

と書けて、これにおいて

$$\frac{\partial f}{\partial t} : \text{時間に関する依存性}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial f}{\partial z} \frac{dz}{dt} = \vec{v} \cdot \nabla f \quad (\text{A-9})$$

ニュートンの第3法則 $m\vec{\alpha} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}$ より

$$\frac{\partial f}{\partial v_x} \frac{dv_x}{dt} + \frac{\partial f}{\partial v_y} \frac{dv_y}{dt} + \frac{\partial f}{\partial v_z} \frac{dv_z}{dt} = \frac{\vec{F}}{m} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} \quad (\text{A-10})$$

と書けるので $\frac{df}{dt}$ は位相空間内の対流微分であり、粒子とともに動く座標系でみた変化率である。

また十分高温なプラズマにおいては衝突は無視でき、力 \vec{F} がまったく電磁的な場合、式 (A-6) において $\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$ より

$$\vec{v} \cdot \nabla_r f + \frac{q}{m}(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \cdot \nabla_v f + \frac{\partial f}{\partial t} = 0 \quad (\text{A-11})$$

となり、これを Vlasov 方程式という。

ボルツマン方程式の最低のモーメントを考える。ローレンツ力に限定した \vec{F} で式 (A-6) を積分すると、

$$\int \vec{v} \cdot \nabla_r f d\vec{v} + \frac{q}{m} \int (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \cdot \nabla_v f d\vec{v} + \int \frac{\partial f}{\partial t} d\vec{v} = \int \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_c d\vec{v} \quad (\text{A-12})$$

第1項において、 \vec{v} は独立変数であり、したがって演算子 ∇ の影響は受けないので

$$\begin{aligned} \int \vec{v} \cdot \nabla_r f d\vec{v} &= - \int f \nabla_r \cdot \vec{v} d\vec{v} + \nabla_r \cdot \int \vec{v} f d\vec{v} \\ &= \nabla_r \cdot \int \vec{v} f d\vec{v} = \nabla_r \cdot (n\vec{u}) = \nabla_r \cdot (n\vec{u}) \end{aligned} \quad (\text{A-13})$$

(\vec{u} : 平均速度 (流体速度))

第2項の \vec{E} の項において

$$\begin{aligned} \int \vec{E} \cdot \nabla_v f d\vec{v} &= - \int f \nabla_v \cdot \vec{E} d\vec{v} + \int \nabla_v \cdot f \vec{E} d\vec{v} \\ &= \int \nabla_v \cdot f \vec{E} d\vec{v} = \int_{S_\infty} f \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0 \end{aligned} \quad (\text{A-14})$$

(Maxwell 分布を考える)

完全発散は $v = \infty$ における表面での $f \vec{E}$ の値を与えるように積分される。

これが0になるのは $v \rightarrow \infty$ のとき v^{-2} より速く $f \rightarrow 0$ となることを条件。

つまり、有限なエネルギーを持つどんな分布においても必要

第2項の $\vec{v} \times \vec{B}$ の項において

$$\int (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \nabla_v f d\vec{v} = \int \nabla_v \cdot (f(\vec{v} \times \vec{B})) d\vec{v} - \int f \nabla_v \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) d\vec{v} = 0 \quad (\text{A-15})$$

ここで $\int \nabla_v \cdot (f(\vec{v} \times \vec{B})) d\vec{v}$ においては表面積分に変換して

$$\int \nabla_v \cdot (f(\vec{v} \times \vec{B})) d\vec{v} = \int_{S_\infty} (f(\vec{v} \times \vec{B})) d\vec{S} = 0 \quad (\text{A-16})$$

Maxwell 分布では $v \rightarrow \infty$ に際して f は v のどのようなべき乗より速く0になるので、この積分は0になる。

また $\int f \nabla_v \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) d\vec{v}$ においては、 $\vec{v} \times \vec{B}$ は ∇_v に垂直なため、0になる。

第3項において

$$\int \frac{\partial f}{\partial t} d\vec{v} = \frac{\partial}{\partial t} \int f d\vec{v} = \frac{\partial n}{\partial t} \quad (\text{A-17})$$

また右辺は、粒子の全体の数が衝突によって変わらないため0である。(結合は考えない)

よってこれらをまとめると、

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla_r \cdot (n\vec{u}) = 0 \quad (\text{A-18})$$

これは連続の式である。

いま最低のモーメントを考えたが、その次のモーメントを考える。ローレンツ力に限定した \vec{F} で式 (A-6) に $m\vec{v}$ を乗じ、 $d\vec{v}$ で積分すると、

$$m \int \vec{v}(\vec{v} \cdot \nabla_r) f d\vec{v} + q \int \vec{v}(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \cdot \nabla_v f d\vec{v} + m \int \vec{v} \frac{\partial f}{\partial t} d\vec{v} = \int m\vec{v} \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_c d\vec{v} \quad (\text{A-19})$$

第1項において

$$\int \vec{v}(\vec{v} \cdot \nabla_r) f d\vec{v} = \int \nabla_r \cdot (f\vec{v}\vec{v}) d\vec{v} = \nabla_r \cdot \int f\vec{v}\vec{v} d\vec{v} \quad (\text{A-20})$$

関連する量の平均は \vec{v} に関するその重み積分の $\frac{1}{n}$ 倍であるので

$$\nabla \cdot \int f\vec{v}\vec{v} d\vec{v} = \nabla_r \cdot n\vec{v}\vec{v} \quad (\text{A-21})$$

ここで \vec{v} を平均 (流体) 速度 \vec{u} と熱速度 $\vec{\omega}$ に分ける

$$\vec{v} = \vec{u} + \vec{\omega} \quad (\text{A-22})$$

$$\nabla_r \cdot (n\vec{v}\vec{v}) = \nabla_r \cdot (n\vec{u}\vec{u}) + \nabla_r \cdot (n\vec{\omega}\vec{\omega}) + 2\nabla_r \cdot (n\vec{u}\vec{\omega}) \quad (\text{A-23})$$

平均 $\vec{\omega}$ は明らかに 0 なので $2\nabla_r \cdot n\vec{u}\vec{\omega} = 0$ となり、量 $mn\vec{\omega}\vec{\omega}$ は正確には応力テンソル P である。また、

$$\nabla_r \cdot (n\vec{u}\vec{u}) = \vec{u}\nabla_r \cdot (n\vec{u}) + n(\vec{u} \cdot \nabla_r)\vec{u} \quad (\text{A-24})$$

第2項において

$$\int \vec{v}(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \cdot \nabla_v f d\vec{v} = \int \nabla_v \cdot [f\vec{v}(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})] d\vec{v} - \int f\vec{v}\nabla_v \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) d\vec{v} - \int f(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \cdot \nabla_v \vec{v} d\vec{v} \quad (\text{A-25})$$

$\int \nabla_v \cdot [f\vec{v}(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})] d\vec{v}$, $\int f\vec{v}\nabla_v \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) d\vec{v}$ に関しては Maxwell 分布を考えて 0 であることがわかる。

よって

$$\begin{aligned} \int \vec{v}(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \cdot \nabla_v f d\vec{v} &= - \int f(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \cdot \nabla_v \vec{v} d\vec{v} \\ &= -n(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}) \end{aligned} \quad (\text{A-26})$$

第3項において

$$m \int \vec{v} \frac{\partial f}{\partial t} d\vec{v} = m \frac{\partial}{\partial t} \int \vec{v} f d\vec{v} = m \frac{\partial}{\partial t} (n\vec{u}) \quad (\text{A-27})$$

右辺に関しては $\int m\vec{v}(\frac{\partial f}{\partial t})_c d\vec{v}$ は衝突による運動量の変化のためこれを P_{ij} と置く。よってこれらをまとめて、

$$m\vec{u}\nabla_r \cdot (n\vec{u}) + mn(\vec{u} \cdot \nabla_r)\vec{u} + \nabla_r \cdot P - qn(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}) + m \frac{\partial}{\partial t} (n\vec{u}) = P_{ij} \quad (\text{A-28})$$

これに連続の式 (A-18) を代入すると、

$$mn \left[\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla_r)\vec{u} \right] = qn(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}) - \nabla_r \cdot P + P_{ij} \quad (\text{A-29})$$

次に完全電離気体中における拡散の問題を考える。

イオンと電子において、散逸項 P_{ei} が速度の差 $\vec{v}_i - \vec{v}_e$ を含むので、 \vec{v}_i, \vec{v}_e が個々に未知数であるより $\vec{v}_i - \vec{v}_e$ が未知数であると考えたほうが考えやすいので、そのようにしてイオンと電子の方程式の線形結合を考える。

1 価のイオンの準中性プラズマにおいて、質量密度 ρ 、質量速度 \vec{v} 、電流密度 \vec{j} を次のように置く。

$$\rho \equiv n_i M + n_e m \approx n(M + m) \quad (\text{A-30})$$

$$\vec{v} \equiv \frac{1}{\rho} (n_i M \vec{v}_i + n_e m \vec{v}_e) \approx \frac{M \vec{v}_i + m \vec{v}_e}{M + m} \quad (\text{A-31})$$

$$\vec{j} \equiv e(n_i \vec{v}_i - n_e \vec{v}_e) \approx ne(\vec{v}_i - \vec{v}_e) \quad (\text{A-32})$$

運動方程式に重力に対する項を加え、イオンと電子の方程式を書くと、

$$Mn \frac{d\vec{v}_i}{dt} = en(\vec{E} + \vec{v}_i \times \vec{B}) - \nabla_r p_i + P_{ie} + Mn\vec{g} \quad (\text{A-33})$$

$$mn \frac{d\vec{v}_e}{dt} = -en(\vec{E} + \vec{v}_e \times \vec{B}) - \nabla_r p_e + P_{ei} + mn\vec{g} \quad (\text{A-34})$$

ここでは粘性テンソルは無視した。

(いろいろな量が増加する領域の長さに比べて Larmor 半径が十分小さければ大きな間違いはない)

2 式を足し合わせて

$$n \frac{d}{dt} (M \vec{v}_i + m \vec{v}_e) = en(\vec{v}_i - \vec{v}_e) \times \vec{B} - \nabla_r p + n(M + m)\vec{g} \quad (\text{A-35})$$

$$(* \quad P_{ie} = -P_{ei} \quad , \quad p = p_i + p_e)$$

ここで前に定義した質量密度 ρ 、質量速度 \vec{v} 、電流密度 \vec{j} を代入すると、

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{j} \times \vec{B} - \nabla_r p + \rho \vec{g} \quad (\text{A-36})$$

重力項を無視すると、

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{j} \times \vec{B} - \nabla_r p \quad (\text{A-37})$$

となりこれは式 (3-17) である。

A-2 MHD 方程式 / 連続の式 (3-20) の導出

物質の保存により体積 V 中の粒子の総数 N は、 V を囲む表面 S を横切る正味の粒子の流速があるときのみ変化することができる。

粒子の流速密度は $n\vec{u}$ であるので、Stokes の定理により

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \int_V \frac{\partial n}{\partial t} dV = - \oint n\vec{u} \cdot d\vec{S} = - \int_V \text{div}(n\vec{u}) dV \quad (\text{A-38})$$

これは任意の体積 V に対して成り立たなければならないから、被積分関数を等しいとして、

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \text{div}(n\vec{u}) = 0 \quad (\text{A-39})$$

1 粒子で考えた場合、 n は ρ となり速度ベクトルを \vec{V} と書き直すと

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho\vec{V}) = 0 \quad (\text{A-40})$$

A-3 状態方程式の導出

理想気体の準静的断熱変化を考えると、熱力学第 1 法則より

$$0 = \delta Q = dU + p dV \quad (\text{A-41})$$

$$dU = -p dV = -\frac{nR(273+t)}{V} dV \quad (\text{A-42})$$

ここで dU をほかの方法で書き直すと

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial t}\right)_V dt + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_t dV \quad (\text{A-43})$$

これに

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial t}\right)_V \quad (\text{A-44})$$

、ジュールの法則

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_t = 0 \quad (\text{A-45})$$

を代入すると、

$$dU = C_V dt \quad (\text{A-46})$$

となり、(A-42)に代入して

$$C_V dt + \frac{nR(273+t)}{V} dV = 0 \quad (\text{A-47})$$

となる。

次に C_p 、 C_V について考える。

$$C_p - C_V = [p + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_t] \left(\frac{\partial V}{\partial t}\right)_p \quad (\text{A-48})$$

ジュールの法則 $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_t = 0$ より

$$C_p - C_V = p \left(\frac{\partial V}{\partial t}\right)_p \quad (\text{A-49})$$

ここで $V = \frac{nR(273+t)}{p}$ より $\left(\frac{\partial V}{\partial t}\right)_p = \frac{nR}{p}$ と書け、

$$C_p - C_V = nR \quad (\text{A-50})$$

となる。これはマイヤーの関係式と呼ばれる

ここで $\frac{C_p}{C_V} = \gamma$ と置き、 $C_p - C_V = nR$ とともに (A-47) に代入すると

$$C_V dt + \frac{(C_p - C_V)(273+t)}{V} dV = 0 \quad (\text{A-51})$$

$273+t = T$ と置き $dt = dT$ を利用して書き直すと

$$C_V dT + \frac{(C_p - C_V)T}{V} dV = 0 \quad (\text{A-52})$$

また $\gamma - 1 = \frac{C_p}{C_V} - 1 = \frac{C_p - C_V}{C_V}$ なので

$$C_V dT + C_V(\gamma - 1)T \frac{dV}{V} = 0 \quad (\text{A-53})$$

$$\frac{dT}{T} + (\gamma - 1) \frac{dV}{V} = 0 \quad (\text{A-54})$$

積分して、

$$TV^{\gamma-1} = k \quad (\text{A-55})$$

$pV = nRT$ に代入して

$$pV^\gamma = nRk \quad (\text{A-56})$$

となる。これはポアッソンの方程式と呼ばれる。 $V = \frac{1}{\rho}$ であり、また n, R, k は定数よりまとめて C と書き直すと

$$p\left(\frac{1}{\rho}\right)^\gamma = C \quad (\text{A-57})$$

$$p = C\rho^\gamma \quad (\text{A-58})$$

よって状態方程式が導かれた。

A-4 MHD 方程式 / エネルギー方程式 (3-21) の導出

式 (3-17) に関して、

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\nabla p + \vec{J} \times \vec{B} \quad (\text{A-59})$$

両辺に $\vec{V} \cdot$ を掛けると

$$\rho \vec{V} \cdot \frac{d\vec{V}}{dt} = -\vec{V} \cdot \nabla p + \vec{V} \cdot (\vec{J} \times \vec{B}) \quad (\text{A-60})$$

$$\rho \frac{d}{dt} \left(\frac{V^2}{2} \right) = -\vec{V} \cdot \nabla p + \vec{V} \cdot (\vec{J} \times \vec{B}) \quad (\text{A-61})$$

左辺は

$$\begin{aligned} \rho \frac{d}{dt} \left(\frac{V^2}{2} \right) &= \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \rho V^2 \right) - \frac{V^2}{2} \frac{d\rho}{dt} \\ &= \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \rho V^2 \right) + (\vec{V} \cdot \nabla) \frac{1}{2} \rho V^2 - \frac{V^2}{2} \frac{\partial \rho}{\partial t} - \frac{V^2}{2} (\vec{V} \cdot \nabla) \rho \\ &= \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \rho V^2 \right) + \frac{\rho}{2} (\vec{V} \cdot \nabla) V^2 + \frac{V^2}{2} (\vec{V} \cdot \nabla) \rho - \frac{V^2}{2} \frac{\partial \rho}{\partial t} - \frac{V^2}{2} (\vec{V} \cdot \nabla) \rho \\ &= \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \rho V^2 \right) + \frac{\rho}{2} (\vec{V} \cdot \nabla) V^2 - \frac{V^2}{2} \frac{\partial \rho}{\partial t} \end{aligned} \quad (\text{A-62})$$

ここで

$$\nabla \cdot \frac{\rho V^2}{2} \vec{V} = \frac{\rho \vec{V}}{2} \cdot \nabla V^2 + \frac{V^2}{2} \nabla \cdot \rho \vec{V} = \frac{\rho}{2} (\vec{V} \cdot \nabla) V^2 - \frac{V^2}{2} \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (\text{A-63})$$

なので

$$\rho \frac{d}{dt} \left(\frac{V^2}{2} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \rho V^2 \right) + \nabla \cdot \frac{\rho V^2}{2} \vec{V} \quad (\text{A-64})$$

また右辺第1項は

$$\vec{V} \cdot (\vec{J} \times \vec{B}) = -\vec{J} \cdot (\vec{V} \times \vec{B}) = \vec{J} \cdot \vec{E} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \cdot (\nabla \times \vec{B}) \quad (\text{A-65})$$

$$\nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{B}) = \vec{B} \cdot (\nabla \times \vec{E}) - \vec{E} \cdot (\nabla \times \vec{B}) \quad (\text{A-66})$$

より

$$\begin{aligned} \vec{V} \cdot (\vec{J} \times \vec{B}) &= \frac{\vec{B}}{\mu_0} \cdot (\nabla \times \vec{E}) - \nabla \cdot \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0} \\ &= \frac{\vec{B}}{\mu_0} \cdot \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) - \nabla \cdot \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0} \\ &= -\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{B^2}{2\mu_0} \right) - \nabla \cdot \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0} \end{aligned} \quad (\text{A-67})$$

さらに、右辺第2項について
状態方程式より

$$p\rho^{-\gamma} = \text{Const} \quad (\text{A-68})$$

$$\frac{d}{dt}(p\rho^{-\gamma}) = 0 \quad (\text{A-69})$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(p\rho^{-\gamma}) &= \frac{dp}{dt}\rho^{-\gamma} + p\frac{d}{dt}(\rho^{-\gamma}) \\ &= \frac{dp}{dt}\rho^{-\gamma} - p\gamma\rho^{-\gamma-1}\frac{d\rho}{dt} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A-70})$$

両辺に ρ^γ を掛けて

$$\frac{dp}{dt} - p\gamma\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dt} = 0 \quad (\text{A-71})$$

ここで連続の式を考えると

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) &= \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \rho \cdot \vec{V} + \rho \nabla \cdot \vec{V} \\
 &= \frac{\partial \rho}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \rho + \rho \nabla \cdot \vec{V} \\
 &= \frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \vec{V} \\
 &= 0
 \end{aligned} \tag{A-72}$$

つまり $\frac{d\rho}{dt} = -\rho \nabla \cdot \vec{V}$ であり、これを式 (A-71) に代入すると、

$$\frac{dp}{dt} + p\gamma \frac{1}{\rho} \rho \nabla \cdot \vec{V} = 0 \tag{A-73}$$

$$\frac{dp}{dt} + p\gamma \nabla \cdot \vec{V} = 0 \tag{A-74}$$

これを变形して

$$\frac{\partial p}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla)p + p\gamma \nabla \cdot \vec{V} = 0 \tag{A-75}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla)p + \gamma \nabla \cdot (p\vec{V}) - \gamma(\vec{V} \cdot \nabla)p = 0 \tag{A-76}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + (1 - \gamma)(\vec{V} \cdot \nabla)p + \gamma \nabla \cdot (p\vec{V}) = 0 \tag{A-77}$$

なので

$$-(\vec{V} \cdot \nabla)p = \frac{1}{1 - \gamma} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\gamma}{1 - \gamma} \nabla \cdot (p\vec{V}) \tag{A-78}$$

よって式 (A-61) に式 (A-64),(A-67),(A-78) を代入すると

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \rho V^2 \right) + \nabla \cdot \frac{\rho V^2}{2} \vec{V} &= -\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{B^2}{2\mu_0} \right) - \nabla \cdot \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0} \\
 &+ \frac{1}{1 - \gamma} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\gamma}{1 - \gamma} \nabla \cdot (p\vec{V})
 \end{aligned} \tag{A-79}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{\rho V^2}{2} + \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{B^2}{2\mu_0} \right\} + \nabla \cdot \left\{ \frac{\rho V^2}{2} \vec{V} + \frac{\gamma}{\gamma - 1} p \vec{V} + \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0} \right\} = 0 \tag{A-80}$$

これで (3-21) が導かれた。

A-5 (3-22) から (3-23) への変形

式 (3-17) において、

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\nabla p + \vec{J} \times \vec{B} \quad (\text{A-81})$$

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} \right) = -\nabla p - \nabla \frac{B^2}{2\mu_0} + (\vec{B} \cdot \nabla) \frac{\vec{B}}{\mu_0} \quad (\text{A-82})$$

$$\frac{\partial(\rho\vec{V})}{\partial t} = \frac{\partial\rho}{\partial t}\vec{V} + \rho\frac{\partial\vec{V}}{\partial t} \text{ より}$$

$$\frac{\partial(\rho\vec{V})}{\partial t} - \frac{\partial\rho}{\partial t}\vec{V} + \rho(\vec{V} \cdot \nabla)\vec{V} = -\nabla p - \nabla \frac{B^2}{2\mu_0} + (\vec{B} \cdot \nabla) \frac{\vec{B}}{\mu_0} \quad (\text{A-83})$$

連続の式より

$$\frac{\partial(\rho\vec{V})}{\partial t} - \nabla \cdot (\rho\vec{V})\vec{V} + \rho(\vec{V} \cdot \nabla)\vec{V} = -\nabla p - \nabla \frac{B^2}{2\mu_0} + (\vec{B} \cdot \nabla) \frac{\vec{B}}{\mu_0} \quad (\text{A-84})$$

$$\nabla \cdot (\rho\vec{V} \cdot \vec{V}) = (\nabla \cdot \rho\vec{V})\vec{V} + (\nabla \cdot \vec{V})\rho\vec{V} \text{ より}$$

$$\frac{\partial(\rho\vec{V})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\vec{V} \cdot \vec{V}) = -\nabla p - \nabla \frac{B^2}{2\mu_0} + (\vec{B} \cdot \nabla) \frac{\vec{B}}{\mu_0} \quad (\text{A-85})$$

A-6 Lambert-Beer の法則

単色光が媒質の中を通過するとき、光に直角な dL なる薄い層を考える。

dL を通過後の光の強度の減少量 $-dI$ は層を通過する前の光の強度 I と dL に比例すると考えられ、式で表現すると次の様に書くことができる。

$$-dI = kIdL \quad (\text{A-86})$$

ここで k は比例定数である。変形すると、

$$\frac{-dI}{I} = kdL \quad (\text{A-87})$$

両辺をそれぞれ、 I_0 から I まで、 0 から L までの積分区間で積分すると次の様な Lambert の法則が導かれる。

$$\log\left(\frac{I_0}{I}\right) = kL \quad (\text{A-88})$$

媒質が均一ならば、単位断面積における溶質の分子数 N は液層の厚さ L に比例するから、次の様な関係が導かれる。

$$\log\left(\frac{I_0}{I}\right) = kL = k2N \quad (\text{A-89})$$

N は濃度 C に比例するから、次の様な Beer の法則が導かれる。

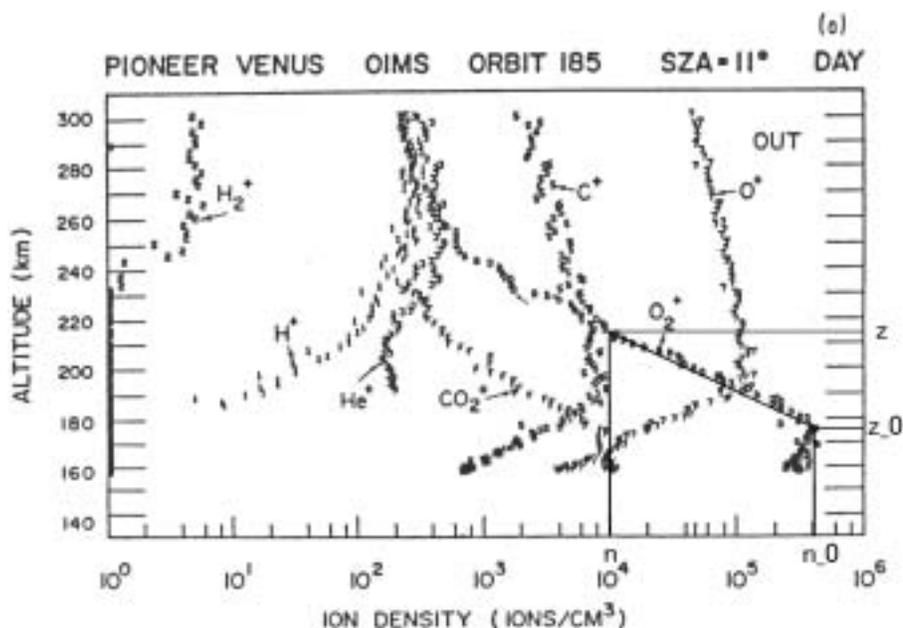
$$\log\left(\frac{I_0}{I}\right) = k3C \quad (\text{A-90})$$

式 (A-88) と式 (A-90) を組み合わせると次の様な Lambert-Beer の法則を導くことができる。

$$\log\left(\frac{I_0}{I}\right) = \epsilon LC \quad (\text{A-91})$$

ここで ϵ は吸光係数である。

A-7 図 3-2, 3-3 より電離圏での温度を求めた過程



n_0 というイオン密度が最大のところより高いところで密度について静水圧平衡が成り立つと仮定すると

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{z - z_0}{H}\right) \quad (\text{A-92})$$

変形して

$$\begin{aligned}\frac{z - z_0}{H} &= \ln n_0 - \ln n \\ &= \ln \frac{n_0}{n}\end{aligned}\tag{A-93}$$

ここでスケールハイトは

$$H = \frac{kT}{mg}\tag{A-94}$$

なので、これを代入し変形すると

$$T = \frac{mg(z - z_0)}{k} \frac{1}{\ln \frac{n_0}{n}}\tag{A-95}$$

これより電離圏の温度が求まる。

A-8 (4-2), (4-3) の求め方

O^+ , O_2^+ イオンと電子の運動方程式を考える。

$$-\frac{1}{\rho_{O^+}} \frac{\partial P_{O^+}}{\partial z} - g - \frac{eE}{m_{O^+}} = 0\tag{A-96}$$

$$-\frac{1}{\rho_{O_2^+}} \frac{\partial P_{O_2^+}}{\partial z} - g - \frac{eE}{m_{O_2^+}} = 0\tag{A-97}$$

$$-\frac{1}{\rho_e} \frac{\partial P_e}{\partial z} + \frac{eE}{m_e} = 0\tag{A-98}$$

ただし、

$$n_e = n_{O^+} + n_{O_2^+}\tag{A-99}$$

という関係がある。(A-98) より

$$\begin{aligned}eE &= \frac{m_e}{\rho_e} \frac{\partial P_e}{\partial z} \\ &= \frac{1}{n_e} \frac{\partial P_e}{\partial z}\end{aligned}\tag{A-100}$$

これを (A-96), (A-97) に代入すると

$$-\frac{1}{n_{O^+} m_{O^+}} \frac{\partial P_{O^+}}{\partial z} - g - \frac{1}{n_e m_{O^+}} \frac{\partial P_e}{\partial z} = 0\tag{A-101}$$

$$-\frac{1}{n_{O_2^+} m_{O_2^+}} \frac{\partial P_{O_2^+}}{\partial z} - g - \frac{1}{n_e m_{O_2^+}} \frac{\partial P_e}{\partial z} = 0 \quad (\text{A-102})$$

図3-2をみると、約240km以上では $O^+ \gg O_2^+$ なのでここでのスケールハイトを考えると、 $n_e = n_{O^+}$ と考える。

P_e を

$$P_e = P_e(0) e^{-\frac{z}{H_e}} \quad (\text{A-103})$$

とすると、

$$\begin{aligned} \frac{1}{n_e m_{O_2^+}} \frac{\partial P_e}{\partial z} &= \frac{1}{n_e m_{O_2^+}} \left\{ -\frac{1}{H_e} P_e(0) e^{-\frac{z}{H_e}} \right\} \\ &= \frac{P_e(0)}{n_e m_{O_2^+}} \frac{1}{H_e} e^{-\frac{z}{H_e}} \end{aligned}$$

また

$$P_{O^+}(0) + P_e(0) = n_e(0) k(T_i(0) + T_e) \quad (\text{A-104})$$

$$n_e = n_e(0) e^{-\frac{z}{H_e}} \quad (\text{A-105})$$

なので

$$\begin{aligned} \frac{1}{n_e m_{O_2^+}} \frac{\partial (P_{O_2^+} + P_e)}{\partial z} &= \frac{n_e(0) k(T_i(0) + T_e)}{n_e(0) e^{-\frac{z}{H_e}} m_{O_2^+}} \frac{1}{H_e} e^{-\frac{z}{H_e}} \\ &= \frac{k(T_i(0) + T_e)}{m_{O_2^+}} \frac{m_{O^+} g}{k(T_i(0) + T_e)} \\ &= \frac{m_{O^+}}{m_{O_2^+}} g \quad (\text{A-106}) \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2} g \quad (\text{A-107})$$

これより $m_{O_2^+}$ の温度が $\frac{1}{2}$ 倍になる。

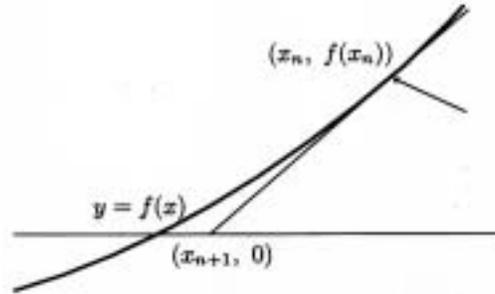
A-9 Newton 法

fortran90 プログラムにおいて圧力バランスの釣り合いを考える上で考慮した手法。

方程式 $f(x) = 0$ の実根を求めることを考える。いま、曲線 $y = f(x)$ 上の適当な $(x_n, f(x_n))$ で接線を引く。次に接線が x 軸と交わる点を次の近似値 x_{n+1} にとる。ここで点 $(x_n, f(x_n))$ での接線の傾きは次のように表される。

$$f'(x_n) = \frac{f(x_n)}{x_n - x_{n+1}} \quad (\text{A-108})$$

図に曲線 $y = f(x)$ と点 $(x_n, f(x_n))$ での接線のグラフを示す。図から点 $(x_n, 0)$ より



曲線 $y = f(x)$ と点 $(x_n, f(x_n))$ での接線のグラフ

も点 $(x_{n+1}, 0)$ の方が $f(x) = 0$ の解の近似値になっていることがわかる。式 (A-109) を変形して

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (\text{A-109})$$

が得られる。ただし、 $f'(x_n) \neq 0$ とする。この式で表される反復法を Newton 法と呼ぶ。

第2章 Fortran プログラム

A-10 太陽風動圧変化による地球磁気圏境界面ノーズの距離変化。

図 4-1

! 計算結果をいれるファイルを作成

```
open(20,file="./dat/4-1",status="unknown")
```

```
pi=3.1415 !
```

```
do n=1.,100.,1. ! 太陽風の数密度変化
```

```
do i=100.,1000.,1. ! 太陽風の速度変化
```

```
rho=n*1.0e6*1.6e-27 ! 密度=プロトンの質量 x 数密度
```

```
v=i*1.0e3 ! 太陽風の速度
```

```
pre=rho*v**2.0 ! 太陽風の動圧
```

```
b=3.0e4*1.0e-9 ! 地球表面の磁場 30000 nT
```

```
r=(b**2./(2.*4.*pi*1.e-7*x))**(1./6.) ! 式(3-13)
```

```
write(20,*)pre,r ! 太陽風の動圧と地球中心から境界までの距離
```

```
enddo
```

```
enddo
```

```
close(20)
```

```
end
```

A-11 地球磁気圏境界面の経度変化。図 4-2

```
real*8 rhov2 , B , E , dr0 , dr , r
```

```

real*8 B0 , mu
real*8 rad , dth , r0 , th , x , y
real*8 r0

open(20,file="./dat/4-2",status="unknown")

rad = 3.141592/180.0
dth = 0.1

B0 = 3.d4*1.d-9          ! 地球表面の磁場 3000nT
RE = 6.37d6              ! 地球半径
mu = 4.*3.1415*1.d-7    ! 透磁率

rhov2 = 1.d-9           ! 太陽風の動圧

! rhov2 = 3.582802254d-10 ! 境界面が 10 R_0 となる時の太陽風の動圧
! 式 (5-1)

!---- 地球磁気圏境界面のノーズの距離 ----
r1 = (B0**2/(2.*mu*rhov2))**(1./6.) ! 式 (3-13)
r  = r1*r0                          ! 式 (3-13)

do th = 0.1 , 180.0 , dth

    x =r*cos(th*rad)/r0    ! 求める値
    y =r*sin(th*rad)/r0    ! 求める値
    write(20,*)x,y

    B = B0*(RE/r)**3      ! 地球磁場 式 (3-12)
    !---- =0 での圧力の比 -----
    E = B**2/(2.*mu*rhov2) ! 式 (3-15)
    !---- 天頂角変化による境界面の変化 -----
    dr0 = (sin(2.*th*rad)-2.*sqrt(E-E**2))/(2.*(E - sin(th*rad)**2))
    dr = dr0*r*dth*rad    ! 式 (3-16)
    r=r+dr                ! 磁気圏境界面距離

enddo
close(20)
end

```

A-12 地球磁気圏境界面の緯度変化。図 4-3

```

real*8 rhov2 , B , E , dr0 , dr , r
real*8 B0 , mu
real*8 rad , dth , r0 , th , x , y
real*8 r0

open(20,file="./dat/4-3",status="unknown")

rad = 3.141592/180.0      ! ラジアン
dth = 0.1

B0 = 3.d4*1.d-9          ! 地球表面の磁場 30000nT
RE = 6.37d6              ! 地球半径
mu = 4.*3.1415*1.d-7     ! 透磁率

rhov2 = 1.d-9            ! 太陽風の動圧

! rhov2 = 3.582802254d-10 ! 境界面が 10 R_0 となる時の太陽風の動圧
! 式 (5-1)

!--- 地球磁気圏境界面のノーズの距離 ---
r1 = (B0**2/(2.*mu*rhov2))**(1./6.) ! 式 (3-13)
r  = r1*r0                          ! 式 (3-13)
!-----

do th = 0.1 , 180.0 , dth

  x =r*cos(th*rad)/r0      ! 求める値
  y =r*sin(th*rad)/r0      ! 求める値
  write(20,*)x,y

  B = B0*(RE/r)**3*sqrt(1.+3.*sin(th*rad)**2) ! 地球磁場 式 (3-17)
  !---- =0 での圧力の比 -----
  E = B**2/(2.*mu*rhov2) ! 式 (3-15)
  !---- 天頂角変化による境界面の変化 -----
  dr0 = (sin(2.*th*rad)-2.*sqrt(E-E**2))/(2.*(E - sin(th*rad)**2))
  dr = dr0*r*dth*rad      ! 式 (3-16)

```

```

r=r+dr          ! 磁気圏境界面距離

enddo
close(20)
end

A-13 金星電離圏境界面。図 4-9

open(20,file="./dat/4-9",status="unknown")

rad = 3.141592/180.0    ! ラジアン
dth = 1.

To = 5000.             ! Te+Ti
pre = 4.d-9           ! 太陽風の動圧
r0 = 6052.e3          ! 金星半径
no = 1.0d11           ! イオン密度最大の時の数密度
zmo = 200.e3 + 6052.e3 ! イオン密度最大の時の高度
k = 1.380d-23         ! ボルツマン定数
po = n*k**(To)        ! 静圧
m = 16.0              ! O+イオンの質量
n = 1.6d-27           ! プロトンの質量
g = 8.41              ! 金星の重力加速度
Ho = k*To/m*n*g       ! スケールハイト
r = 604.281e3 + 6052.e3 ! 境界面ノーズの距離

do th = 0.1 , 80.0 , dth ! 太陽天頂角 80 °までの計算

y1 = (r-zmo)/Ho          ! chapman 関数の
pres1 = exp(1.-y1-(1./cos(th*rad))*exp(-y1)) ! 静圧
E = po*pres1/pre        ! 式 (3-27)

dr0 = (sin(2.*th*rad)-2.*sqrt(E-E**2))/(2.*(E - sin(th*rad)**2))
dr = dr0*r*dth*rad      ! 式 (3-16)
r=r+dr

x=r*cos(th*rad)/r0      ! 求める値

```

```
y=r*sin(th*rad)/r0      ! 求める値

write(20,*)x,y

enddo

do th = 80.1 , 170.0 , dth ! 太陽天頂角 80 °以降の計算

y1 = (r-zmo)/Ho
pres1 = exp(1.-y1-(1./cos(80.*rad))*exp(-y1)) ! 30ppの仮定

E= po*pres1/pre

dr0 = (sin(2.*th*rad)-2.*sqrt(E-E**2))/(2.*(E - sin(th*rad)**2))
dr = dr0*r*dth*rad
r=r+dr

x=r*cos(th*rad)/r0      ! 求める値
y=r*sin(th*rad)/r0      ! 求める値
write(20,*)x,y

enddo
close(20)
end
```

A-14 orbit185 のデータ観測値。図 4-9

```
open(20,file="./dat/OUTBOUND",status="unknown")
open(30,file="./dat/INBOUND",status="unknown")

rad = 0.01745329
r0=6052.e3

x=6452.e3*cos(11.*rad)/r0 ! 求める値
y=6452.e3*sin(11.*rad)/r0 ! 求める値
```

```
write(20,*) x,y

x=6842.e3*cos(52.*rad)/r0    ! 求める値
y=6842.e3*sin(52.*rad)/r0    ! 求める値
write(30,*) x,y

close(20)
close(30)
end
```

A-15 金星電離圏境界面の温度変化。図 4-10

図 4-9 の計算において温度と境界面ノーズの距離の値を次のように変える

```
To = 3000.          ! 温度を 3000K にする場合
To = 10000.         ! 温度を 10000K にする場合
r = 151.672e3 + 6052.e3 ! 温度 3000K の場合境界面ノーズの距離
r = 1556.867e3 + 6052.e3 ! 温度 10000K の場合境界面ノーズの距離
```

A-16 太陽風の動圧の変化による金星電離圏境界面の変化。図 4-11

図 4-9 の計算において太陽風の動圧と境界面ノーズの距離の値を次のように変える

```
pre = 4.d-9/1.5      ! 動圧/1.5
pre = 4.d-9*1.5      ! 動圧*1.5
r = 770.9255e3 + 6052.e3 ! 動圧/1.5 の場合境界面ノーズの距離
r = 385.6765e3 + 6052.e3 ! 動圧*1.5 の場合境界面ノーズの距離
```

A-17 火星電離圏の電子密度が図 3-3 である時の各温度における境界面ノーズの変化。図 4-12

```
real*8 k,n
```

```

real*8 no2,Ho2
open(20,file="./dat/4-12",status="unknown")

pre = 8.9e-10          ! 太陽風の動圧

To2 = 403.            ! Ti + Te
! To2 = 403./2.       ! 温度が半分
! To2 = 403.*2.       ! 温度が2倍

k   = 1.380d-23       ! ボルツマン定数
m   = 32.             ! O2 イオンの質量
n   = 1.6d-27         ! プロトンの質量
g   = 3.75            ! 火星の重力加速度
Ho2 = k*To2/(m*n*g)   ! スケールハイト
no2 = 1.d11           ! イオン密度最大の時の数密度
po2 = no2*k*(To2)     ! 静圧
zmo2= 130.e3          ! イオン密度最大の時の高度

z=1.0e6               ! 境界面距離を仮定する

! -- Newton 法を用いて計算する
do

  y2=(z-zmo2)/Ho2
  a= po2*exp(1.0-y2-exp(-y2))- pre ! 圧力の差
  yy2 = 1.0-y2-exp(-y2)
  yy22= -1./Ho2 +1./Ho2*exp(-y2) ! yy2 の微分
  b=yy22*po2*exp(yy2)
  z=z-a/b

  if(z<0) then        !
  write(*,*)          ! 境界面が地表にぶつかるとき
  exit                ! 計算を終わる
  endif              !

  c=po2-pre           !
  if(c<0) then        ! 太陽風の動圧に耐えられない場合
  write(*,*)          ! 計算を終わる
  exit                !

```

```
endif          !

if(abs(a)<5.0e-15) then ! a の絶対値が 5 x 10-15 より
write(20,*)pre,z      ! 小さくなったら 圧力バランスが
exit                  ! 成り立っていると仮定する
endif                ! そのとき計算を終わる

enddo
close(20)
end
```

図 4-13 に関しては密度 *no2* を 10 倍にして計算をおこなう。

A-18 太陽風の動圧を静圧のみで耐え得る場合の火星電離圏境界面 距離変化による温度変化。図 5-4

```
real*8 k,no2,po2,Ho2,a
open(20,file="./dat/5-4",status="unknown")

do To2=1.,10000.,1.

    pre=8.9e-10

    zmo2=130.e3
    k=1.380d-23
    m = 32.
    n = 1.6d-27
    g =3.75
    Ho2=k*To2/(m*n*g)
    no2=1.d11
    po2=no2*k*(To2)

    x = 境界面距離
    z=x*e3

    y2=(z-zmo2)/Ho2
```

```
a= po2*exp(1.0-y2-exp(-y2))- pre

! -- Newton 法で境界面を求める

yy2= no2*k*exp(1.0-y2-exp(-y2))
      +po2*(y2/Ho2-y2/Ho2*exp(-y2))*exp(1.0-y2-exp(-y2))
b=yy2*po2*exp(yy2)
z=z-a/b

if(To2<0) then
write(*,*)
exit
endif

c=po2-x
if(c<0) then
write(*,*)
exit
endif

if(abs(a)<5.0e-14) then
write(20,*)To2,z
exit
endif

enddo
close(20)
end
```

いくつかの温度と高度をプロットして線を引く

A-19 静圧は図 3-3 で与えられた値を用いたときに電離圏境界面を形成するために必要な磁場強度変化。図 5-5

```
real*8 k,no2,po2,Ho2,a
open(20,file="./b",status="unknown")
```

```
do b0 = 2.5,5.,0.01    ! 磁場強度の変化

  x    = 8.9e-10
  To2  = 403.
  zmo2 = 130.e3
  k    = 1.380d-23
  m    = 32.
  n    = 1.6d-27
  g    = 3.75
  Ho2  = k*To2/(m*n*g)
  no2  = 1.d11
  po2  = no2*k*(To2)
  b    = b0*1.e-8

  bb   = b**2/2./4./3.141592/1.d-7    ! 磁気圧

  x    = 境界面距離
  z    = x.e3

  y2=(z-zmo2)/Ho2
  a= po2*exp(1.0-y2-exp(-y2)) + bb- x
  yy2= no2*k*exp(1.0-y2-exp(-y2))
      +po2*(y2/Ho2-y2/Ho2*exp(-y2))*exp(1.0-y2-exp(-y2))
  b=yy2*po2*exp(1.0-y2-exp(-y2))
  z=z-a/b

  if(To2<0) then
  write(*,*)
  exit
  endif

  c=po2-x
  if(c<0) then
  exit
  endif

  if(abs(a)<5.0e-14) then
  write(20,*)b,z
  exit
```

```
endif

enddo
close(20)
end
```

いくつかの磁場強度と高度をプロットして線を引く

A-20 木星磁気圏の密度分布。図 4-16

```
real*8 n
open(20,file="./4-16",status="unknown")
do r=7.,50.,0.1      ! 木星からの距離。単位:R_J
n0=4e4              ! 7R_Jでの密度
r0=1.               ! 初期値
n=n0*(r0*7./r)**6   ! 式(5-1)

write(20,*)r,n
enddo
end
```

A-21 木星磁気圏境界面。図 4-17

```
real*8 rhov2 , B , E , dr0 , dr , r
real*8 B0 , mu
real*8 rad , dth , RE , th , x , y
real*8 pre1,pre2,pre11

open(20,file="./4-17",status="unknown")

rad = 3.141592/180.0
dth = 0.1

B0=4.d-4           ! 木星表面での磁場強度
RE = 7.14d7        ! 木星半径
```

```

mu = 4.*3.141592*1.d-7  ! 透磁率
rhov2 = 6.5d-11          ! 太陽風の動圧

r=55.39328979*RE        ! 境界面のノーズの距離
do th = 0.1 , 180.0 , dth

  x =r*cos(th*rad)/RE  ! 求める値
  y =r*sin(th*rad)/RE  ! 求める値
  write(20,*)x,y

  B = B0*(RE/r)**3     ! ダイポール磁場
  pre2 = B**2/(2.*mu)  ! 磁気圧

  pre1 = 1.6d-27*4.d10*489.d3*489.d3  !
  pre11 = pre1*(RE*7./r)**6           ! 動圧

  E= (pre11+pre2)/rhov2                ! 式 (3-15)

  dr0 = (sin(2.*th*rad)-2.*sqrt(E-E**2))/(2.*(E - sin(th*rad)**2))
  dr = dr0*r*dth*rad  ! 式 (3-16)
  r=r+dr

enddo
close(20)
end

```

A-22 速度をいろいろ仮定したときの木星磁気圏境界面。図 4-18

v_0 、 r の値をいろいろ変えて計算する。

```

real*8 p,n,m,n0
open(20,file="./4-18",status="unknown")

rad = 3.141592/180.0
dth = 0.1
p=6.5d-11
m=1.6d-27          ! プロトンの質量

```

```

n0=4.d10                ! 7R_Jでの密度

! -----
r=55.015                ! ax+b
!r=55.05                ! ax**2+b
!r=54.                  ! ax**3+b
!r=55.006              ! a/x+b
! -----
do th = 0.1 , 180.0 , dth

    x =r*cos(th*rad)    ! 求める値
    y =r*sin(th*rad)    ! 求める値
    write(20,*)x,y

    n = n0*(7./r)**6    ! 式(5-1)

! --- 速度 v を考える。v0の単位:km/s ---
v0=9.73*r-46.1
!v0=0.157*r**2+14.3
!v0=2.8e-3*r**3+21
!v0=-3746/r +557.
v=v0*1.d3
! -----
E = m*n*v**2/p        ! 式(3-15)

dr0 = (sin(2.*th*rad)-2.*sqrt(E-E**2))/(2.*(E - sin(th*rad)**2))
dr = dr0*r*dth*rad    ! 式(3-16)
r=r+dr

enddo
close(20)
end

```

A-23 磁場強度を仮定したときの木星磁気圏境界面。図5-10

```

real*8 rhov2 , pre1 , pre11
real*8 pre3 , pre33

```

```

real*8 pre2 , mu

open(20,file="./5-10",status="unknown")
rad = 3.141592/180.0
dth = 0.1
rhov2 = 6.5d-11
r = 55.8                                ! 境界面のノーズの距離

do th = 0.1 , 180.0 , dth

  x =r*cos(th*rad)                       ! 求める値
  y =r*sin(th*rad)                       ! 求める値
  write(20,*)x,y

  pre1  = 1.6d-27*4.d10*300.d3*300.d3    ! 動圧
  pre11 = pre1*(7./r)**6

! ----- 磁気圧 -----
!   pre2 = 4.0d-11                        ! 磁場強度を固定したときの磁気
!   圧
! -----
  b = 4.e-4*(1./r)**2.6348                ! 式(5-5)
  mu= 4.*3.141592*1.d-7
  pre2 = b**2/(2.*mu)                    ! 磁気圧
! -----
  pre3  = 4.d10*1.38d-23*1.16d6          ! 静圧
  pre33 = pre3*(7./r)**6

  E= (pre11+pre2+pre33)/rhov2            ! 式(3-15)

  dr0 = (sin(2.*th*rad)-2.*sqrt(E-E**2))/(2.*(E - sin(th*rad)**2))
  dr = dr0*r*dth*rad                    ! 式(3-16)
  r=r+dr

enddo
close(20)
end

```

参考文献

- 大林 辰蔵, 1970: 宇宙空間物理学. 裳華房, 484pp.
- 恩藤 忠典, 丸橋 克英, 2000: 宇宙環境科学. オーム社, 302pp.
- 柿並 義宏, 小山孝一郎, 渡辺 堯, 2000: 金星ホールの生成機構に関する一考察, 宇宙科学研究所報告. **109**, 58pp.
- 久保田康文, 前沢洌, 2003: 太陽風と火星の相互作用における火星表面磁場の影響の評価. 地球惑星科学合同大会予稿.
- 砂川 重信, 1977: 電磁気学. 岩波書店, 317pp.
- 砂川 重信, 1982: 電磁気学演習. 岩波書店, 296pp.
- 永田 武, 等松 隆夫, 1972: 超高層大気の物理学. 裳華房, 453pp.
- 松井 孝典, 永原 裕子, 藤原 顕, 渡邊 誠一郎, 井田 茂, 阿部 豊, 中村 正人, 小松 吾郎, 山本 哲生, 1997: 比較惑星学. 岩波書店, 478pp.
- Bagenal, F., and J. D. Sullivan., 1981: Direct plasma measurements in the Io Plasma torus and inner magnetosphere of Jupiter, *J. Geophys. Res.*, **86**, 8447-8466.
- Belcher, J. W., 1983: The Low-energy plasma in the Jovian Magnetosphere, *Physics of the Jovian Magnetosphere* ed. A. J. Dessler, Cambridge Planetary Science Series, 68-105.
- Blomberg, L. G., Cumnock, J. A., and Eriksson, A. I., 2003: The Martian plasma environment: electric field and langmuir probe diagnostics, *IEEE Trans. Plasma. Sci.*, in press in special issue on Space and Cosmic Plasma.
- Brace, L. H., Theis, R. F., Hoegy, W. R., Wolfe, J. H., Mihalov, J. D., Russell, C. T., Elphic, R. C., and Nagy, A. F., 1980: The dynamic behavior of the Venus ionosphere in response to solar wind interactions, *J. Geophys. Res.*, **85**, 7663-7678.

- Bridge HS et al., 1979: Plasma observations near Jupiter : initial results from Voyager 2, *Science*, **206**, 972-976.
- Hanson, W. B., S. Sanatani and D. R. Zuccaro, 1977: The Martian ionosphere as observed by the Viking rerarding potential analyzers, *J. Geophys. Res.*, **82**, 4351.
- Huddleston, D. E., C. T. Russell, M. G. Kivelson, K. K. Khurana, and L. Bennett, 1998: Location and shape of the Jovian magnetopause and bow shock, *J. Geophys. Res.*, **103**, No. E9, 20075-20082.
- John H. Rogers, 1995: The Giant Planet Jupiter Cambridge University Press, 418pp.
- Kivelson, M. G., et al., 1997: Galileo at Jupiter: Changing states of the magnetosphere and first looks at Io and Ganymede, *Adv. Space. Res.*, **20(2)**, 193.
- Mario, H. Acuña, Kenneth, W. Behannon, and J. E. P. Connerney, 1983: Jupiter's Magnetic field and Magnetosphere, *Physics of the Jovian Magnetosphere* ed. A. J. Dessler, Cambridge Planetary Science Series, 1-50.
- McNutt RL, Belcher JW & Bridge HS, 1981: Positive ion observations in the middle magnetosphere of Jupiter *J. Geophys. Res.*, **86**, No. A10, 8319-8342.
- Miller, K. L., W. C. Knudsen, K. Spenner, R. C. Whitten, and V. Novak, 1980: Silar zenith angle dependence of ionospheric ion and electron temperatures and density on Venus, *J. Geophys. Res.*, **85**, 7759.
- Ness, N. F., Scarce, C. S., and Seek, J. B., 1964: Initial results of the IMP1 magnetic field experiment, *J. Geophys. Res.*, **69**, 3531-3569.
- Russell, C. T. and Vaisberg, O., 1983: The interraction of the solar wind with Venus. *Venus* (ed. D. M. Hunten, Colin, L., Donahue, T. M. and Moroz, V. I.), 873pp.
- Smith, E. J., L. Davis, Jr., and D. E. Jones, 1976: Jupiter's magnetic field and magnetosphere, *In Jupiter*, ed. T. Gehrels, University of Arizona Press, Tucson, 788-829.
- Spreiter, J. R., Summers, A. L., Rizzi A. W., 1970: Solar wind flow past non-magnetic planets - Venus and Mars, *Planet. Space. Sci.*, **18**, 1281-1299.

- Taylor H. A. Jr., H. C. Brinton, S. J. Bauer, and R. E. Hartle, 1980a: Global observations of the composition and dynamics of the ionosphere of Venus: implications for the solar wind interaction, *J. Geophys. Res.*, **85**, 7765.
- Vaisberg, O. L. and Zeleny, L. M., 1984: Formation of the plasma mantle in the Venusian magnetosphere, *Icarus*, **58**, 412.